



HAL
open science

Vibrations de structures flexibles en très grande amplitude - Application à un nano drone

Mathieu Colin, Arthur Givois, Vinciane Guillot, Eric Cattan, Sébastien Grondel,
Alireza Ture Savadkoohi, Claude-Henri Lamarque, Olivier Thomas

► **To cite this version:**

Mathieu Colin, Arthur Givois, Vinciane Guillot, Eric Cattan, Sébastien Grondel, et al.. Vibrations de structures flexibles en très grande amplitude - Application à un nano drone. 14ème Colloque National en Calcul de Structures (CSMA 2019), May 2019, Presqu'île de Giens, France. <hal-03582562>

HAL Id: hal-03582562

<https://uphf.hal.science/hal-03582562v1>

Submitted on 2 Jul 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC BY 4.0 - Attribution - International License

Vibrations de structures flexibles en très grande amplitude - Application à un nano drone

M. Colin¹, A. Givois¹, V. Guillot², É. Cattan³, S. Grondel³, A. Ture Savadkoohi², C.H. Lamarque²
et O. Thomas¹

¹ LISPEN, École Nationale des Arts et Métiers, {m.colin,arthur.givois,olivier.thomas}@ensam.eu

² LTDS, École Nationale des Travaux Publics de l'État, {vinciane.guillot,alireza.turesavadkoohi,claudelamarque}@entpe.fr

³ IEMN, Université Polytechnique Hauts-de-France, {eric.cattan,sebastien.grondel}@uphf.fr

Résumé — L'objectif de cette étude est la meilleure compréhension des vibrations de structures flexibles en très grande amplitude et basse fréquence. Cette démarche s'inscrit dans l'optimisation de la conception d'un nano drone à ailes vibrantes, pour lequel on cherche à obtenir un grand débattement des ailes dans la perspective d'augmenter la force de portance. Il s'agit d'identifier les paramètres déterminant la grande amplitude de vibration et d'évaluer l'effet des non-linéarités sur celle-ci.

Mots clés — Amortissement aérodynamique, Dynamique non-linéaire, Identification paramétrique.

1 Introduction

Dans le cadre du développement d'un nano drone, montré figure 1(a), l'équipe s'intéresse à la conception d'ailes vibrantes à l'aide de liaisons souples, sans recours à des articulations, peu compatibles avec l'échelle visée. Plusieurs prototypes ont déjà été conçus, fabriqués et testés, et l'objectif actuel est l'augmentation de l'amplitude de vibration des ailes. On se propose d'étudier les grandeurs physiques qui favorisent l'obtention d'amplitudes de vibration de l'ordre de la longueur caractéristique de nos structures, ou très grandes amplitudes, comme sur la figure 1(b). Pour cela, une approche combinée analytique-expérimentale avec identification modale est privilégiée. La géométrie simple des systèmes étudiés (poutres élancées encastées-libres) est délibérément choisie en accord avec notre démarche. Les structures testées sont (i) un réglelet en inox dont on fait varier la longueur grâce à un encastrement par vis et (ii) une poutre en acier monobloc de 76mm (figure 1(c)). Des mesures sont en cours sur des micro systèmes en polymère SU-8 (poutres droites et en L, demi-ailes "nues" et demi-ailes dotées de membrane).

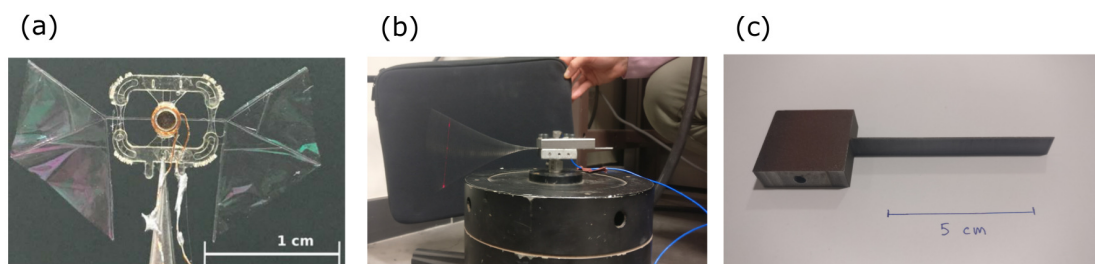


FIGURE 1 – Les structures flexibles : (a) prototype du nano drone, (b) réglelet, (c) poutre monobloc

1.1 Contexte

Le projet OVMI (pour Objet Volant Mimant l'Insecte) propose une approche originale au problème de miniaturisation des drones subdécimétriques - les "nano drones" ou "*Nano Aerial Vehicles*" (NAV) en anglais. Les deux caractéristiques fondamentales du drone OVMI sont (i) son procédé de fabrication et (ii) le principe de combinaison modale, et sont à l'origine de la problématique de vibration de structures flexibles.

L'OVMI met en œuvre des techniques de microfabrication développées à l'Institut d'Électronique Microélectronique et Nanotechnologies [1] et empruntées aux *MEMS* (*Micro Electro-Mechanical Systems*), dont la photolithographie. Outre le gain drastique en précision permettant de réaliser des pièces plusieurs ordres de grandeurs plus petits que celles fabriquées actuellement pour les nano drones, ces techniques rendent aussi possible la fabrication de masse, qui diminue *de facto* le coût par prototype. Le résultat de ce processus est un assemblage de poutres fines ou "squelette" (figure 1(a)) dont la géométrie est préalablement calculée pour entrer en résonance par l'intermédiaire d'un actionneur électromagnétique assemblé *a posteriori*. La photolithographie est, comme son nom le suggère, une technique de fabrication additive, ce qui rend complexe la réalisation de liaisons cinématiques. Des liaisons souples sont utilisées en alternative pour la transmission du mouvement d'excitation à celui des ailes.

Le concept de combinaison modale proposé dans [2] permet au nano drone OVMI de reproduire une cinématique bio-inspirée (en particulier de diptères, à l'instar de la drosophile, [3]) qui combine un mouvement de battement et de rotation des ailes (via respectivement leur flexion et torsion) et génère une force de portance équivalente au poids du drone, de l'ordre de 20 mg. A titre de comparaison, le drone le plus léger en date ayant réussi à décoller pèse environ 60 mg¹. Ce drone, baptisé Robobee [4], génère une force de portance à estimée à deux fois son poids.

Dans le cas de l'OVMI, le débattement angulaire des ailes des prototypes actuels pendant le cycle de battement est rapidement limité à 15° environ, lorsqu'il peut atteindre 120° chez les insectes. Une étude analytique qualitative [5, 6] a montré que la force de portance est proportionnelle au premier ordre au cube de l'amplitude de vibration des ailes. L'équipe espère que la compréhension de cette limitation de l'amplitude permettra de mieux concevoir la géométrie des futurs prototypes en vue de leur décollage.

1.2 Identification de la physique du problème et hypothèses de l'étude

On choisit, pour décrire les vibrations des poutres étudiées, une cinématique d'Euler-Bernoulli pour les déformations du milieu continu et un matériau homogène et isotrope. En utilisant un modèle linéaire, l'expression analytique de l'amplitude de vibration est bien connue. Cependant, pour des débattements transverses de l'ordre $L/10$, des effets non-linéaires peuvent apparaître, ce qui a bien été confirmé expérimentalement dans le cas de micro-poutres en SU-8 dans [7] (effets observés à partir de 6°). Dans l'objectif d'une meilleure compréhension de la physique pour des débattements comparables et supérieurs à ceux obtenus sur le nano drone, il faut donc proposer un modèle capable de prendre en compte les éléments suivants :

- l'élasticité du système
- les **non-linéarités géométriques**
- le comportement **viscoélastique** du matériau
- l'**action de l'air** sur la poutre

Les non-linéarités géométriques d'une poutre ont été originellement étudiées de façon analytique dans l'étude de référence [8], qui établit les équations du mouvement de flexion (sur les deux directions principales) et de torsion pour une poutre inextensible, avec un développement de Taylor tronqué à l'ordre trois. Une hypothèse *a priori* non triviale de ces calculs est le caractère inextensible de la poutre. L'étude [9] montre que, dans le cas d'une poutre dont une extrémité est libre, les équations reviennent en pratique à un modèle inextensible si le produit du module d'Young E de la poutre par l'aire de sa section S est très grand. Ce critère est repris de manière adimensionnelle dans [10] sous la forme $\lim(\frac{SL^2}{I}) \rightarrow \infty$, avec L la longueur et I le moment quadratique en flexion de la poutre. Ce quotient est proportionnel au carré du ratio entre la longueur et l'épaisseur de nos poutres ; on justifie ainsi l'application de l'hypothèse de poutre inextensible dans notre modèle. Pour plus d'informations sur ce modèle, avec des exemples d'applications originales, le lecteur est invité à consulter [12] ou [13].

L'analyse modale de micro-poutres est reprise régulièrement du fait de l'intérêt de (micro)résonateurs (des *MEMS*) pour différentes applications de capteurs, mais qui sont le plus souvent des poutres bi-encastées en silicium dont la longueur est de l'ordre de la dizaine de microns - quand les poutres qui soutiennent la membrane des ailes de l'OVMI mesurent environ 8 mm. L'étude [14] est intéressante dans la mesure où le matériau considéré est le même polymère que celui utilisé pour nos prototypes - le SU-8, qui est viscoélastique. On retiendra que (i) le comportement viscoélastique influence l'amortissement

1. Cette masse n'inclut pas l'alimentation externe.

structurel et (ii) à la pression atmosphérique, la composante principale de l'amortissement est liée à l'effet de l'air. En effet, le ratio surface sur volume relativement élevé des micro-poutres modifie l'importance relative entre les forces surfaciques et volumiques. Néanmoins, cette étude concerne des micro-poutres dont (i) les longueurs induisent des fréquences de résonance entre 10 kHz et 5 MHz et (ii) la structure géométrique augmente l'influence de la pression par l'effet *squeeze-film* "artificiellement" - dans le sens où les ailes du drone ne vibrent pas à côté d'une paroi rigide. L'effet de l'air sur la vibration de notre structure reste donc à quantifier.

Comparativement, peu d'études analytiques et expérimentales ont été menées sur la réponse sur le premier mode d'une poutre isotrope excitée latéralement en incluant un amortissement aérodynamique. [15] étudie les effets d'une excitation (axiale) paramétrique. Les travaux récents [16, 17] n'incluent pas d'amortissement aérodynamique et concernent des poutres macroscopiques. [18], qui traite de micro-poutres, utilise un amortissement linéaire. [19] présente des réponses en fréquence pour un réglelet proche de celui utilisé ici mais n'intègre pas non plus d'amortissement quadratique.

2 Déplacement maximal et contrainte maximale dans le cas linéaire

Les calculs bien connus qui suivent ont plusieurs objectifs : (i) le calcul des modes de vibration pour les projections modales des sections 2 et 3 et (ii) le calcul de grandeurs représentatives pour notre démarche : le déplacement maximal à la résonance et la contrainte maximale. Outre le débattement, il nous semble utile de considérer la notion de contrainte dans notre dimensionnement pour éviter la plastification de notre prototype. En effet, celle-ci perturberait le comportement vibratoire du drone - et donc la génération de portance - en premier lieu, voire compromettrait l'intégrité structurale du prototype.

2.1 Équation du mouvement et projection modale

On considère un modèle de poutre en se limitant à un seul mouvement de flexion transverse. De plus, on considère que l'amplitude de vibration est suffisamment faible pour se placer dans le cadre du modèle linéaire. Dans ce cas, une section droite de coordonnée x , de largeur b et d'épaisseur h se déplace de $w(x)\vec{z}$. L'équation du mouvement de la poutre, soumise à un effort linéique p , est donnée par :

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho S \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p, \quad (1)$$

avec ρ la masse volumique, $I = \frac{1}{12} b h^3$ le moment quadratique en flexion et E et S définis précédemment. On peut adimensionner le problème par $\bar{x} = x/L$. Pour la suite on utilisera les notations \bullet' pour la dérivée par rapport à \bar{x} et \bullet pour la dérivée par rapport au temps. Les modes propres ($\omega_k, \Phi_k(\bar{x})$) sont solutions du problème aux valeurs propres : $\Phi'''' - k^4 \Phi = 0$, avec $k^4 = L^4 \frac{\rho S}{EI} \omega^2$. Les conditions aux limites correspondant à une poutre encastree libre sont : $\Phi(0) = 0$; $\Phi'(0) = 0$; $\Phi''(1) = 0$; $\Phi'''(1) = 0$. Le problème ainsi défini est sous-contraint; il permet de trouver une expression à la déformée modale $\Phi_k(\bar{x})$, définie à une constante près. On choisit la normalisation suivante :

$$\Phi_k(\bar{x}) = -\cos(k\bar{x}) + \cosh(k\bar{x}) + \frac{\cos \beta_k + \cosh \beta_k}{\sin \beta_k + \sinh \beta_k} (\sin(k\bar{x}) - \sinh(k\bar{x})), \quad (2)$$

avec les β_k tels 2 de $\cos \beta_k \cosh \beta_k + 1 = 0$. Ce choix de normalisation permet de vérifier les expressions simples : $\forall k, \Phi_k(1) = 2$ et $\int_0^1 \Phi_k^2(\bar{x}) d\bar{x} = 1$. En tant que solutions d'un problème aux valeurs propres généralisé, les modes propres sont orthogonaux. On écrit le déplacement transverse :

$$w(x, t) = \sum_{k=1}^{+\infty} \Phi(x) q_k(t), \quad (3)$$

qui est injecté dans l'équation (1), et qui donne N équations d'oscillateurs auxquels il est possible d'ajouter de l'amortissement modal :

$$\ddot{q}_k(t) + 2\xi_k \omega_k \dot{q}_k(t) + \omega_k^2 q_k(t) = \frac{1}{m_k} \int_0^1 \Phi_k(\bar{x}) p(\bar{x}, t) d\bar{x} \quad (4)$$

2. Les 4 premières valeurs (approchées) que : $\beta_1 = 1,8751$, $\beta_2 = 4,6941$, $\beta_3 = 7,8548$ et $\beta_4 = 10,996$.

2.2 Déplacement

On s'intéresse au déplacement de la poutre en régime forcé sinusoïdal, soumise à une force ponctuelle $F \cos \Omega t$ appliquée en $x = x_e$, à une de ses fréquences de résonance : $\Omega \simeq \omega_k$. En tronquant l'équation 3 à 1 seul mode k , et avec $\Omega = \omega_k$, l'amplitude de q_k à la résonance permet d'obtenir celle de la structure, en un point $x = x_m$:

$$w_{k,\max} = \frac{6 \Phi_k(x_m) \Phi_k(x_e)}{\beta_k^4 \xi_k} \frac{L^3}{bh^3 E} F. \quad (5)$$

Ce résultat montre les paramètres de conception déterminants : la longueur et l'épaisseur sont déterminantes avec des contributions toutes deux à l'ordre trois et la largeur a une contribution d'ordre un. De plus, le matériau devrait être le moins rigide possible. De plus, on pourra remarquer que le déplacement maximal diminue avec l'ordre des modes (via le terme $\frac{1}{\beta_k^4}$) : on cherchera donc à exciter le premier mode.

2.3 Contrainte

La contrainte maximale de flexion sur une section droite $\sigma(x, t)$ est proportionnelle au moment de flexion M_f , selon $\sigma(x, t) = -\frac{h}{2} \frac{M_f(x, t)}{I}$. Or le moment de flexion s'écrit $M_f = EI w''$. Ce qui donne $\sigma(\bar{x}, t) = -\frac{Eh}{2L^2} \sum_{k=1}^{+\infty} \Phi_k''(\bar{x}) q_k(t)$. On obtient dans le cas d'une réponse sur un mode k :

$$\sigma_{k,\max} = -\frac{Eh}{2L^2} \frac{\Phi_{k,\max}''}{\Phi_k(1)} w_{k,\max} \quad (6)$$

Ce second résultat, qui permet de garantir le maintien dans le domaine élastique tout en gardant un bon débattement, montre que les paramètres L et h sont de nouveau prépondérants. De plus un matériau avec un ratio σ_e/E le plus grand possible est recommandé. Le choix du SU-8 par l'équipe était motivé par l'objectif de se rapprocher des caractéristiques mécaniques d'ailes d'insectes (biomimétisme), nous pourrions ici vérifier sa pertinence d'un point de vue dynamique. Les valeurs nominales³ données par le fabricant pour E et σ_e sont 2 GPa et 65 MPa.

3 Approche non-linéaire

3.1 Équation du mouvement et projection sur base modale linéaire

A partir de l'équilibre d'un petit élément d'une poutre inextensible, en négligeant les efforts extérieurs axiaux et l'inertie de rotation, il est possible d'écrire l'équation exacte du mouvement de la poutre [20] en intégrant un frottement aérodynamique :

$$\rho S \ddot{w} + EI \frac{\kappa''}{(\cos \theta)'} - \rho S \left(\tan \theta \int_L^x \ddot{u} dx \right)' = p - c \dot{w} |\dot{w}| \quad (7)$$

avec les notations définies précédemment complétées par κ la courbure et θ la rotation de la section droite, reliés par $\kappa = \theta'$. De plus u est le déplacement axial de la poutre qui peut être "condensé" dans le déplacement transverse w par l'hypothèse d'inextensibilité : $(1+u')^2 + (w')^2 = 1$ et $\tan \theta = w'/(1+u')$. Un développement de Taylor des non-linéarités tronqué à l'ordre trois en w , suivi de l'adimensionnement $\bar{w} = w/L$, $\bar{x} = x/L$, $\bar{t} = \sqrt{\frac{EI}{\rho S}} \frac{t}{L^2}$ donne⁴ :

$$\ddot{\bar{w}} + \bar{w}'''' + \left(\bar{w}' (\bar{w}'')^2 + (\bar{w}')^2 \bar{w}'''' \right)' + \frac{1}{2} \left[\bar{w}' \int_1^{\bar{x}} \frac{\partial^2}{\partial \bar{t}^2} \left(\int_0^{\bar{x}} (\bar{w}')^2 d\bar{x} \right) d\bar{x} \right]' = \bar{p} - \bar{c} \dot{\bar{w}} |\dot{\bar{w}}|. \quad (8)$$

avec $\bar{c} = c \frac{L}{\rho S}$. En utilisant l'expression de w de l'équation 3, on obtient :

$$\ddot{q}_k + \beta_k^4 q_k + \sum_{i=1}^{+\infty} \sum_{j=1}^{+\infty} \sum_{l=1}^{+\infty} \left(\Gamma_{ijl}^k q_i q_j q_l + \Pi_{ijl}^k (\ddot{q}_j q_l + \dot{q}_j \dot{q}_l) q_i \right) = F_k - \bar{c} \sum_{i=1}^{+\infty} \int_0^1 \left| \sum_{j=1}^{+\infty} \Phi_j \dot{q}_j \right| \Phi_k \Phi_i d\bar{x} \dot{q}_i \quad (9)$$

3. La détermination des propriétés mécaniques pour les structures de petite taille est délicate du fait de l'effet d'échelle, qui peut avoir une influence sur les grandeurs recherchées.

4. L'expression obtenue est ici identique à celle de [21], qui applique ensuite directement la méthode des échelles multiples.

avec les coefficients non-linéaires et le forçage modal :

$$\Gamma_{ijl}^k = \int_0^1 \left(\Phi_i' \Phi_j'' \Phi_l'' + \Phi_i''' \Phi_j' \Phi_l' \right)' \Phi_k d\bar{x} \quad \text{et} \quad \Pi_{ijl}^k = \int_0^1 \left(\Phi_i' \int_1^{\bar{x}} \left(\int_0^{\bar{x}} \Phi_j' \Phi_l' d\bar{x} \right) d\bar{x} \right)' \Phi_k d\bar{x},$$

$$F_k = \int_0^1 \Phi_k(\bar{x}) \bar{p} d\bar{x}.$$

On se positionne de nouveau dans le cadre d'une réponse sur un mode seul dans laquelle est introduit de l'amortissement linéaire modal (ξ_k) :

$$\ddot{q}_k + 2\xi_k \omega_k \dot{q}_k + c_k \dot{q}_k |\dot{q}_k| + \beta_k^4 q_k + \left(\Gamma_{kkk}^k q_k^2 + \Pi_{kkk}^k (\dot{q}_k q_k + \dot{q}_k^2) \right) q_k = F_k \quad (10)$$

avec $c_k = \bar{c} \int_0^1 \Phi_k^2 |\Phi_k| d\bar{x}$. Une méthode de perturbation, ici la méthode des échelles multiples [22], permet d'obtenir une solution approchée de $q_k(t)$ en régime permanent :

$$q_k(t) = a \cos(\Omega t - \gamma) \quad (11)$$

avec a l'amplitude, Ω sa pulsation qui s'écrit en fonction de ω_k avec le paramètre de désaccord σ : $\Omega = \omega_k + \sigma$. γ est un déphasage qui se détermine avec a par le système suivant (en régime permanent) :

$$\begin{cases} \xi_k \omega_k a + \eta_k \omega_k a^2 & = \frac{Q}{2\omega_k} \sin \gamma \\ a\sigma - \frac{3\Gamma_{kkk}^k - 2\omega_k^2 \Pi_{kkk}^k}{8\omega_k} a^3 & = -\frac{Q}{2\omega_k} \cos \gamma, \end{cases}$$

avec Q une amplitude de forçage, introduite par la méthode des échelles multiples, liée à F_k et $\eta_k = \frac{4c_k}{3\pi}$. On peut alors obtenir⁵ la réponse en fréquence du système en régime forcé. La figure 2 donne deux exemples de réponses en fréquence avec deux valeurs de Q - 3,9524 (courbe bleue) et 1,9762 (courbe noire) - et la réponse en régime libre associée.

$$\sigma = \underbrace{\frac{3\Gamma_{kkk}^k - 2\omega_k^2 \Pi_{kkk}^k}{8\omega_k} a^2}_{\text{Réponse en régime libre}} \mp \underbrace{\sqrt{\frac{Q^2}{4\omega_k^2 a^2} - (\xi_k \omega_k + \eta_k a)^2}}_{\text{A la résonance l'excitation compense l'amortissement}}. \quad (12)$$

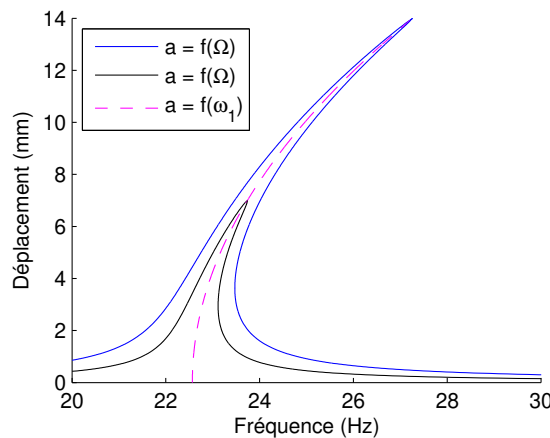


FIGURE 2 – Réponse en fréquence théorique d'une poutre (130mm) sur son premier mode, issue de l'équation 12 avec $\xi_1 = 7,1 \cdot 10^{-3}$, $\eta_1 = 0.01$

5. Il s'agit d'une expression très proche de celle de [21].

3.2 Interprétation

Ce calcul met en évidence en premier lieu une dépendance de la fréquence de résonance (non linéaire) avec l'amplitude d'excitation. Le comportement assouplissant ou raidissant de la courbe maîtresse de la réponse en fréquence peut être déterminé en fonction de la prédominance du terme Γ ou Π du mode considéré ; on pourra se référer à l'étude [23]. De plus on observe que l'amortissement combiné équivalent ainsi calculé dépend linéairement de l'amplitude d'excitation : $\zeta_{eq,k} = \xi_k + \frac{1}{2\omega_k} c_k a$.

4 Validation expérimentale

La section suivante consiste en la vérification expérimentale des conclusions tirées de l'étude analytique. La procédure de mesure consiste à exciter la poutre testée encastrée sur l'ensemble mobile d'un pot vibrant (B&K 4808) avec une consigne d'excitation constante et en obtenant la courbe de réponse en fréquence point par point. Pour cela, il faut mesurer simultanément (i) le déplacement d'un point de la poutre (obtenu par un vibromètre laser à effet Doppler Polytec PSV-400⁶) et (ii) l'accélération de la base de la poutre faite avec un accéléromètre (PCB 352C65). En effet, une interaction dynamique entre le pot et la poutre en grande amplitude [24] rend nécessaire le contrôle de l'accélération d'entrée. Une fois le régime permanent de vibration atteint, la valeur de l'amplitude de la première harmonique déplacement (obtenue par détection synchrone) est mise en mémoire et le processus est repris après avoir augmenté (ou diminué) la fréquence du forçage harmonique d'un faible incrément. La courbe de réponse en fréquence est ainsi déterminée. Deux cas sont donnés en figure 3 pour le premier mode de vibration.

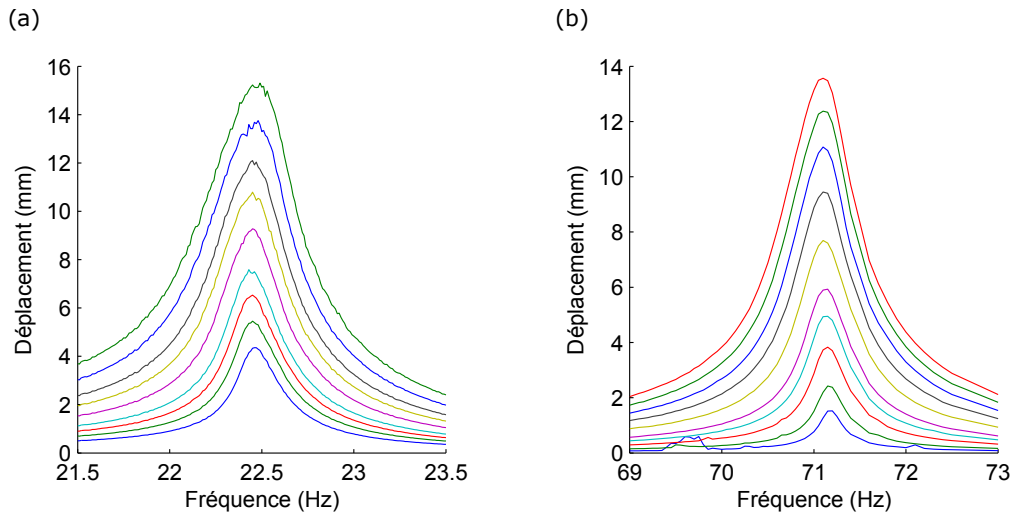


FIGURE 3 – Amplitude de la première harmonique du déplacement à excitation d'entrée constante

(a) Réglet 130 mm, $x \approx 4L/5$, consigne d'accélération de $1,42 \text{ ms}^{-2}$ à $9,79 \text{ ms}^{-2}$

(b) Poutre monobloc 76 mm, $x \approx L$, consigne d'accélération de $0,67 \text{ ms}^{-2}$ à $1,82 \text{ ms}^{-1}$

On remarque un léger raidissement de la courbe pour les deux types de poutre, *i.e.* la fréquence de résonance augmente pour des amplitudes de vibrations élevées. Ce comportement fluctue néanmoins légèrement avec un assouplissement léger en basse amplitude. Les réponses en fréquence expérimentales montrées dans [19] ont une tendance similaire. Nous avons aussi déterminé l'amortissement pour chaque système grâce à la détermination du facteur de qualité $\zeta_{eq,k} = \frac{\Delta\omega}{2\omega_k}$ avec $\Delta\omega$ la largeur de bande de la réponse à -3dB. L'usage de cette technique empruntée à la méthodologie d'analyse linéaire se justifie par la "faible" non-linéarité observée expérimentalement. La figure 4(a) (b) montre la détermination des coefficients d'amortissement équivalent, dont les valeurs sont données dans le tableau 1. On remarque que l'amortissement visqueux pour le réglet est supérieur à celui de la poutre monobloc ; cela s'explique peut-être par la nature de l'encastrement [25].

6. Dans le cas des micropoutres cette mesure sera obtenue à partir du traitement de l'image d'une micro-caméra

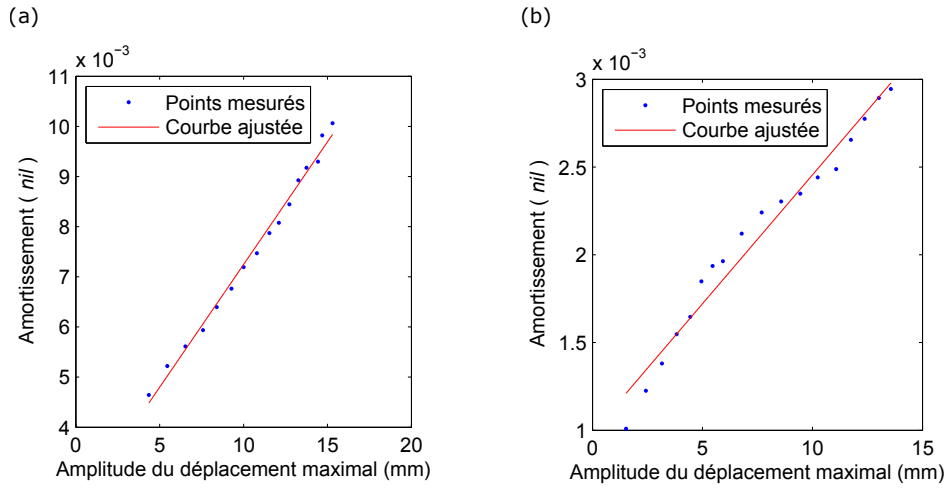


FIGURE 4 – Amortissement équivalent ζ_{eq} en fonction de l’amplitude maximale du déplacement (en mm) (a) Réglet et (b) Poutre monobloc

| | ξ_1 | η_1 |
|-----------------|----------------------|----------|
| Réglet | $2,35 \cdot 10^{-3}$ | 8,97 |
| Poutre monobloc | $0,98 \cdot 10^{-3}$ | 4,99 |

TABLE 1 – Amortissements modaux visqueux et aérodynamique expérimentaux (sans dimension)

Enfin nous avons pu vérifier la relation entre le déplacement maximal et la longueur, qui a été montrée cubique dans le cas linéaire. Nous proposons ici une corrélation sur les quatre premières longueurs (en incluant 0) qui s’avère bonne.

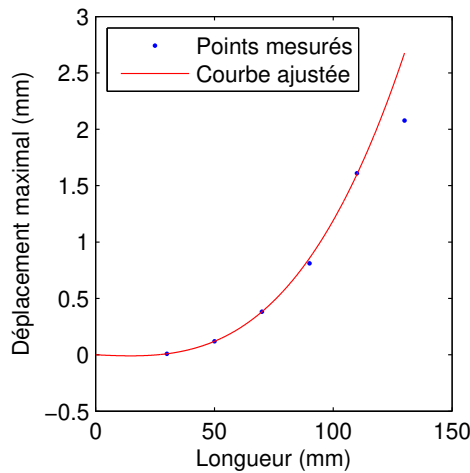


FIGURE 5 – Approximation par une loi cubique (sur la longueur) du déplacement maximal du réglet. Mesures du déplacement faites à $x = L/5$, pour des grandes amplitudes

5 Conclusion

Le paramètre géométrique prépondérant pour l’obtention de grandes amplitudes d’après l’étude linéaire est la longueur de la poutre, du fait de l’ordre 3 de contribution dans le déplacement maximal et l’ordre 2 pour la contrainte maximale. Il serait donc utile d’augmenter la taille de nos prototypes. Il faut cependant prendre en compte deux éléments : (i) la fréquence de résonance de la structure serait diminuée, or elle influe elle aussi sur la génération de portance et (ii) les difficultés de fabrication pour les prototypes de très grande taille ; l’étape (ultime) consistant à séparer le squelette avec la membrane

du support est rendue plus délicate. L'épaisseur de la poutre est le second paramètre déterminant, il faudra chercher à la minimiser. Nous avons de plus identifié l'influence des non-linéarités géométriques sur des poutres encastées-libres et appliqué une méthode de quantification des amortissements visqueux et aérodynamique. Le modèle proposé est proche de [21], mais la technique d'identification des paramètres d'amortissement visqueux et aérodynamique reprend la démarche linéaire, dont la pertinence se justifie par la faible non-linéarité effective du premier mode d'une poutre encastée-libre.

Références

- [1] A. Bontemps, T. Vanneste, J.-B. Paquet, T. Dietsch, S. Grondel, et É. Cattan. *Design and performance of an insect-inspired nano air vehicle*, Smart Materials and Structures, 014008 1-13, 2013.
- [2] D. Faux, O. Thomas, É. Cattan, et S. Grondel. *Two modes resonant combined motion for insect wings kinematics reproduction and lift generation*, EPL (Europhysics Letters), 66001 1-6, 2018.
- [3] M. Dickinson, F.-O. Lehmann, et S. Sane. *Wing Rotation and the Aerodynamic Basis of Insect Flight*, Science, 1954–1960, 1999.
- [4] R. Wood. *Liftoff of a 60mg flapping-wing MAV*, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 1889–1894, 2007.
- [5] D. Faux. *Couplage modal pour la reproduction de la cinématique d'une aile d'insecte et la génération de portance d'un nano-drone bio-inspiré*. Thèse, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2018.
- [6] P. Fernandez. *Optimisation d'ailes vibrantes*, Rapport de Master 2016.
- [7] A. Bontemps, T. Vanneste, T. Dargent, J.-B. Paquet, E. Foltête, S. Grondel, et É. Cattan. *Small and Large Displacements of resonant beams in SU-8 polymer for flapping fly*, Manuscrit, 2013.
- [8] M.R.M. Crespo da Silva et C. Glynn. *Nonlinear Flexural-Flexural-Torsional Dynamics of Inextensional Beams. I. Equations of Motion*, Journal of Structural Mechanics, 437–448, 1978.
- [9] M.R.M. Crespo da Silva. *Non-linear flexural-flexural-torsional-extensional dynamics of beams*, International Journal of Solids and Structures, 1225–1234, 1988.
- [10] M.R.M. Crespo da Silva. *Equations for Nonlinear Analysis of 3d Motions of Beams*, Applied Mechanics Reviews, S51-59, 1991.
- [11] G. Rao, I. Raju, et K. Raju. *Nonlinear vibrations of beams considering shear deformation and rotary inertia*, AIAA Journal, 685–687, 1976.
- [12] O. Thomas, A. Sénéchal, et J.-F. Deü. *Hardening/softening behavior and reduced order modeling of nonlinear vibrations of rotating cantilever beams*, Nonlinear Dynamics, 1293–1318, 2016.
- [13] E. Cottanceau, O. Thomas, P. Véron, M. Alochet, et R. Deligny. *A finite element/quaternion/asymptotic numerical method for the 3d simulation of flexible cables*, Finite Elements in Analysis and Design, 14–34, 2018.
- [14] S. Schmid et C. Hierold. *Damping mechanisms of single-clamped and prestressed double-clamped resonant polymer microbeams*, Journal of Applied Physics, 093516 1-13, 2008.
- [15] T.J. Anderson, A.H. Nayfeh, et B. Balachandran. *Experimental Verification of the Importance of the Nonlinear Curvature in the Response of a Cantilever Beam*, Journal of Vibration and Acoustics, 21-27, 1996.
- [16] E. Dowell et K. McHugh. *Equations of Motion for an Inextensible Beam Undergoing Large Deflections*. Journal of Applied Mechanics, 051007 1-7, 2016.
- [17] K. McHugh et E. Dowell. *Nonlinear Responses of Inextensible Cantilever and Free-Free Beams Undergoing Large Deflections*. Journal of Applied Mechanics, 051008 1-8, 2018.
- [18] L.G. Villanueva, R. Karabalin, M. Matheny, D. Chi, J. Sader, et M. Roukes. *Nonlinearity in nanomechanical cantilevers*, Physical Review B, 024304 1-8, 2013.
- [19] D. Tan et A. Erturk. *On the Origin of the Nonclassical Softening Nonlinearity in MEMS/NEMS Cantilevers*, 29th Conference on Mechanical Vibration and Noise, 1-7, 2017.
- [20] O. Thomas. *Dynamique linéaire et non linéaire de structures élastiques et piézoélectriques*, HDR, 2011.
- [21] P. Malatkar et A.H. Nayfeh. *A Parametric Identification Technique for Single-Degree-of-Freedom Weakly Nonlinear Systems with Cubic Nonlinearities*, Modal Analysis, 317–336, 2003.
- [22] A.H. Nayfeh et D. Mook. *Nonlinear oscillations*, Wiley, 1995.
- [23] P. Pai et A.H. Nayfeh. *Non-linear non-planar oscillations of a cantilever beam under lateral base excitations*, International Journal of Non-Linear Mechanics, 455–474, 1990.
- [24] P. Varoto and L. Pisanelli Rodrigues de Oliveira. *On the Force Drop Off Phenomenon in Shaker Testing in Experimental Modal Analysis*, Shock and Vibration, 165–175, 2002.
- [25] M. Tabaddor. *Influence of nonlinear boundary conditions on the single-mode response of a cantilever beam*, International Journal of Solids and Structures, 4915-4931, 2000.