



**HAL**  
open science

## Influence de paramètres expérimentaux et des échanges radiatifs sur l'identification du coefficient d'échange thermique à l'interface verre/outil

Maxime Cressin, Fabien Béchet, Philippe Moreau, Dominique Lochegnies,  
Hakim Naceur

### ► To cite this version:

Maxime Cressin, Fabien Béchet, Philippe Moreau, Dominique Lochegnies, Hakim Naceur. Influence de paramètres expérimentaux et des échanges radiatifs sur l'identification du coefficient d'échange thermique à l'interface verre/outil. 30ème Congrès Français de Thermique - La -thermique au service de la transition énergétique SFT 2022, May 2022, Valenciennes (Nord), France. pp.381-388, 10.25855/SFT2022-044 . hal-03860063

**HAL Id: hal-03860063**

**<https://uphf.hal.science/hal-03860063v1>**

Submitted on 18 Nov 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Influence de paramètres expérimentaux et des échanges radiatifs sur l'identification du coefficient d'échange thermique à l'interface verre/outil

M. Cressin,<sup>1\*</sup> F. Béchet,<sup>2</sup> P. Moreau,<sup>1</sup> D. Lohegnies,<sup>1</sup> H. Naceur,<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Univ. Polytechnique Hauts-de-France, CNRS UMR 8201-LAMIH, F-59313 Valenciennes, France

<sup>2</sup> INSA Hauts-de-France, CNRS UMR 8201-LAMIH, F-59313 Valenciennes, France

\* (auteur correspondant : maxime.cressin@uphf.fr)

**Résumé** - Dans cette communication, l'influence des échanges radiatifs lors de la mise en contact d'un poinçon et d'un cylindre de verre à haute température est étudiée. Une méthodologie d'identification inverse a été mise en œuvre pour déterminer le coefficient d'échange thermique en se basant sur une campagne de mesures expérimentales réalisée au LAMIH. Un modèle numérique thermique 1D prenant en compte les effets radiatifs a été développé pour étudier le contact entre un poinçon et un cylindre de verre. La première partie de l'étude concerne la sensibilité de l'identification du coefficient d'échange vis-à-vis de différents paramètres (température initiale du verre, position du thermocouple). La seconde partie sera dédiée à l'influence du rayonnement sur l'identification du coefficient d'échange. Les résultats obtenus montrent l'intérêt de la méthodologie proposée.

**Mots-clés** : Transfert thermique ; formage du verre ; coefficient d'échange ; rayonnement ; différences finis.

**Abstract** - In this paper, the influence of radiative exchanges during the contacting of a punch and a glass cylinder at high temperature is studied. An inverse identification methodology has been implemented to determine the heat exchange coefficient using experimental data carried out in the LAMIH. A numerical thermal 1D model taking the radiative effects into account has been developed to simulate the contact between a punch and a glass cylinder. First, the sensitivity of the identification of the exchange coefficient with respect to different parameters (initial glass temperature, thermocouple position) will be introduced. A second part will address the influence of radiation on the identification of the exchange coefficient. The results obtained show the interest of the proposed methodology.

**Keywords**: Heat transfer; glass forming; exchange coefficient; radiation; finite difference method.

## Nomenclature

$k$	conductivité thermique, W/(m.K)	$\lambda$	longueur d'onde, m
$c$	capacité thermique massique, J/(kg.K)	$\mu$	direction de propagation
$h_c$	coefficient d'échange thermique, W/(m <sup>2</sup> .K)	$\varepsilon$	émissivité
$T$	température, K	$\sigma$	constante de Stefan-Boltzmann,
$\nabla$	opérateur gradient		5.67.10 <sup>-8</sup> W/(m <sup>2</sup> .K <sup>4</sup> )
$B$	fonction de Planck	$\rho_g$	réflectivité du verre
$I$	intensité radiative, kg.m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>		

### Indices et exposants

<i>Symboles grecs</i>	$m$	mold	
$\rho$	masse volumique, kg/m <sup>3</sup>	$g$	glass

## 1. Introduction

Lors de la mise en forme du verre et plus particulièrement lors du formage de bouteilles par le procédé soufflé-soufflé [1], la température du verre varie de 1200°C (chute de paraison) jus-

qu'à 650°C (sortie de l'article formé) tout comme la température des outils de formage varie (de 500°C à 650°C). Le comportement mécanique du verre étant très dépendant de la température, il est nécessaire de quantifier précisément les échanges thermiques entre le verre et les outils [2, 3] pour simuler efficacement ces opérations de mises en forme du verre. Cet échange est quantifié par le coefficient de transfert  $h_c$ , caractérisant thermiquement la mince couche située entre le verre et les outils. Par ailleurs, le caractère semi-transparent du verre implique des échanges par rayonnement à l'intérieur du verre et à sa surface. La prise en compte du rayonnement dans la simulation numérique nécessite la résolution de l'équation de transfert radiatif (ETR). Ainsi, il est nécessaire de connaître des propriétés telles que l'indice de réfraction ou le coefficient d'absorption qui sont dépendants de la composition du verre et de sa teinte [4]. Un modèle numérique thermique 1D utilisant la méthode des différences finies et prenant en compte les échanges radiatifs a été développé afin d'étudier les échanges thermiques lors du contact entre un poinçon et un cylindre de verre. A partir de ce modèle 1D, une méthodologie d'identification inverse du coefficient d'échange est proposée. Dans un premier temps la sensibilité de l'identification du coefficient d'échange vis-à-vis de différents paramètres (température initiale du verre uniforme ou en utilisant un gradient, position du thermocouple) sera présentée. Enfin, l'influence du rayonnement sur l'identification du coefficient d'échange sera détaillée.

## 2. Modélisation numérique du contact verre/poinçon

### 2.1. Description du problème

L'essai de mise contact entre un poinçon et un cylindre de verre est modélisé [2]. Premièrement, le cylindre de verre positionné dans un creuset est chauffé dans un four à une température de consigne supérieure à la température de l'essai désirée. L'ensemble creuset + verre est ensuite transféré puis fixé sur un vérin pneumatique. Le vérin est par la suite actionné afin de mettre en contact le cylindre de verre ( $\varnothing = 50\text{mm}$ ) avec un poinçon en fonte ( $\varnothing = 48\text{mm}$ ). La température est récupérée au centre du poinçon à 1mm de la surface de contact. Les dimensions du verre et du poinçon sont données sur la figure 1. Le caractère axisymétrique du problème permet de simplifier la modélisation numérique en un modèle 1D. A l'instant initial, la température du verre est considérée uniforme et correspond à  $T_g = 1160^\circ\text{C}$ , tandis que celle du poinçon en fonte est fixée à  $T_m = 516^\circ\text{C}$  (température mesurée expérimentalement).

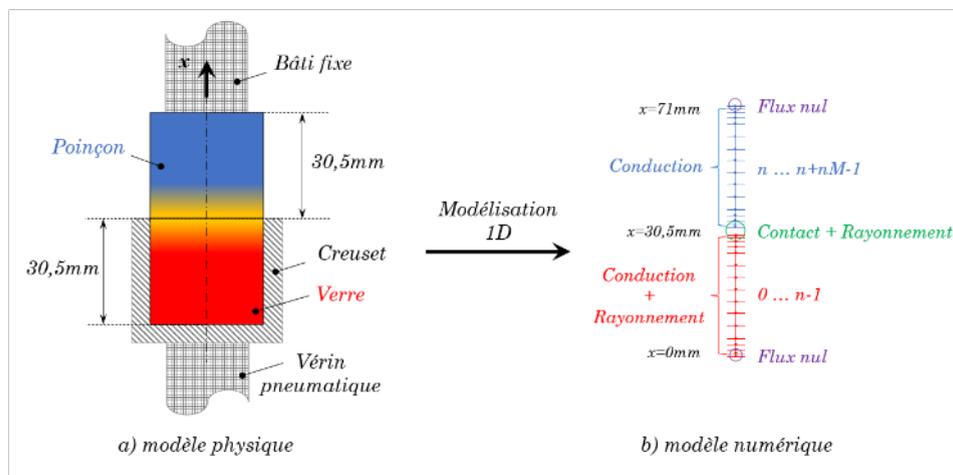


Figure 1 : Données géométriques et modélisation du contact verre/poinçon

Le problème considéré ici est uniquement thermique, le verre et le poinçon sont considérés comme indéformables.

## 2.2. Paramètres de matériau

Le verre sodo-calcique est considéré comme un solide, de masse volumique  $\rho = 2500\text{kg}/\text{m}^3$ , de conductivité thermique  $k_g$  et de capacité thermique massique  $c_g$  toutes dépendantes de la température.

Le poinçon en fonte possède une densité de  $7700\text{kg}/\text{m}^3$ , une conductivité thermique  $k_m$  et une capacité thermique massique  $c_m$  toutes également dépendantes de la température.

Les courbes de variation de ces caractéristiques physiques en fonction de la température ont été déterminées à partir de mesures expérimentales et sont volontairement non communiquées.

## 2.3. Modèle thermique

La résolution du problème thermique de contact entre un cylindre de verre et un poinçon en fonte nécessite la résolution de l'équation d'énergie :

$$c_p(T)\rho\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \nabla_x \cdot (k(T)\nabla_x T(x,t)) - \nabla_x \cdot q_{rad}(x,T) \quad (1)$$

avec  $T(x,t)$  la température de chaque point d'abscisse  $x$  et à l'instant  $t$  et  $q_{rad}$  représente le flux radiatif qui est calculé en résolvant l'ETR [3].

### 2.3.1. Cas 1 : Conduction simple

Dans le cas de la conduction simple, le matériau est considéré comme opaque et le flux radiatif  $q_{rad}$  ne sera pas pris en compte dans l'équation (1) qui peut se réduire à la forme simplifiée :

$$c_p(T)\rho\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \nabla_x \cdot (k(T)\nabla_x T(x,t)) \quad (2)$$

Les conditions aux limites thermiques sont appliquées en deux points pour le verre et le poinçon (figure 1). la durée de simulation étant courte (3s) la chaleur n'a pas de le temps de se propager au delà des  $30.5\text{mm}$  de part et d'autre du contact. Il n'est donc pas nécessaire d'étudier les températures des points à l'extérieur de  $[0-71\text{mm}]$ . Un flux nul est donc appliqué au point en  $x = 0$  (point 0) pour le verre et en  $x = 71\text{mm}$  (point  $n + m - 1$ ) pour le poinçon.

Le contact en  $x = 30.5\text{mm}$  se traduit coté verre (point  $n - 1$ ) par l'équation :

$$k(T)\frac{\partial T(x,t)}{\partial x} = h_c(t)(T^g - T^m) \quad (3)$$

et en inversant les termes  $T^g$  et  $T^m$  de l'équation (3) pour le coté poinçon (point  $n$ ).

### 2.3.2. Cas 2 : Rayonnement - La surface du poinçon est noire

Dans le cas de la prise en compte du rayonnement du verre, l'équation d'énergie pour le verre est représentée par l'équation (1) et pour le poinçon par l'équation (2). Le contact appliqué au point en  $x = 30.5\text{mm}$  se traduit par les équations :

- Coté verre ( $x = 30.5\text{mm}$ , point  $n - 1$ )

$$k_g\frac{dT^g}{dx}(L) = h_c(t)(T^m(L) - T^g(L)) + \gamma^g \int_{\text{opaque}} B_a(T^m, \lambda) d\lambda - \gamma^g \int_{\text{opaque}} B_a(T^g, \lambda) d\lambda \quad (4)$$

avec  $\gamma^g = \pi \varepsilon_g$

Les trois termes du membre de droite représentent respectivement : le flux thermique de contact, le rayonnement émis par le poinçon puis par le verre dans le domaine opaque.

- Coté poinçon ( $x = 30.5mm$ , *point n*)

$$-k_m \frac{dT^m}{dx}(L) = h_c(t) (T^g(L) - T^m(L)) - \varepsilon_g \sigma T^{m4} + \gamma^g \int_{\text{opaque}} B_a(T^g, \lambda) d\lambda + 2\pi \int_0^1 \left[ (1 - \rho_g) \mu \sum_k I^k(\mu) \right] d\mu \quad (5)$$

Les quatre termes du membre de droite représentent respectivement : le flux thermique de contact, le rayonnement émis par le poinçon et le rayonnement émis par le verre vers le poinçon dans le domaine opaque puis dans le domaine semi-transparent.

### 2.3.3. Modèle numérique

La résolution numérique du problème thermique est faite par la méthode des différences finies. Elle utilise un schéma d'intégration implicite avec un pas de temps constant  $\Delta t = 0.01s$  pour une durée de simulation de  $3s$ . Les résultats obtenus ont été comparés à ceux obtenus en utilisant ABAQUS afin de valider le modèle. Il a été observé que plus le gradient thermique est important entre le verre et le poinçon, plus l'écart entre les résultats est important. Cependant, l'écart maximum calculé reste inférieur à  $0,15\%$ , il est considéré comme négligeable.

C'est l'intensité radiative  $I$  qui caractérise le transfert radiatif et dépend de la longueur d'onde  $\lambda$ , de la direction de propagation  $\mu$ , de l'espace et du temps. Elle est calculée à l'aide de l'ETR qui est une équation intégrale-différentielle dépendante de plusieurs paramètres qui rendent sa résolution complexe [5]. Cette résolution est faite à l'aide de la méthode « exact method » [6].

En se basant sur de précédents travaux [2], l'échange thermique au contact est modélisé par un coefficient d'échange thermique  $h_c$  variable en fonction du temps. En effet, une modélisation de  $h_c$  constante est moins pertinente dans ce cas étant donné que  $h_c$  connaît de forte variation entre  $0$  et  $1s$  avant de venir se stabiliser par la suite [2]. En raison des fortes variations de température du verre, un raffinement de la discrétisation au niveau des extrémités est imposé avec une taille de  $0.005$  mm et  $0.4$  mm au centre.

## 2.4. Méthodologie d'identification

La méthodologie d'identification du coefficient d'échange est basée sur les travaux de Schnur et la méthode de Levenberg-Marquardt [3, 7]. Elle permet ici de rechercher un coefficient d'échange thermique  $h_c$  représenté par 8 points sur les  $3s$  de contact placés à  $t = 0s, 0.2s, 0.4s, 0.6s, 0.8s, 1s, 2s$  et  $3s$  (figure 3). Les valeurs de  $h_c$  entre les points sont calculées par interpolation linéaire. L'écart entre les points est plus faible entre  $0$  et  $1s$  car c'est ici que la sensibilité de  $h_c$  est la plus importante. La méthodologie d'identification consiste à minimiser l'erreur entre la température obtenue numériquement et une température expérimentale au même point (ici à  $1mm$  de la surface de contact dans le poinçon) selon la formule :

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m [T_{num_i} - T_{exp_i}]^2 \quad (6)$$

Avec  $E$  l'erreur,  $m$  le nombre de mesures temporelles,  $T_{num}$  la température calculée à l'aide du modèle 1D et  $T_{exp}$  la température mesurée expérimentalement.

Tant que l'erreur n'est pas inférieure à une valeur limite appelée critère d'arrêt noté  $c_a$ , une correction est calculée [3, 7] puis appliquée sur les valeurs du coefficient d'échange thermique  $h_c$  et une nouvelle simulation est effectuée. Pour définir  $c_a$  l'erreur est calculée à l'aide de l'équation (6). Un pas de temps de 0,01s sur un temps de simulation total de 3s implique un nombre de pas de 300, et donc ici  $m = 300$ . L'écart  $[T_{num} - T_{exp}]$  est fixé à  $0,5^\circ\text{C}$  pour chaque point, ainsi  $c_a = 37,5$ . Une fois que  $E \leq c_a$  alors le processus itératif est interrompu et la valeur de  $h_c$  de cette dernière itération est retenue.

## 2.5. Analyse de sensibilité

Dans cette étude, il s'agit d'étudier l'influence de différents paramètres sur l'identification du coefficient d'échange. Les paramètres à faire varier ont été identifiés à l'aide d'observations expérimentales. 3 sources potentielles d'erreur ont été détectées :

- Il a été constaté que la position du thermocouple lors de l'essai théoriquement à 1mm du bord de contact pouvait être imprécise. Ainsi, il a été décidé de faire varier la position du point de mesure de  $\pm 30\%$ .
- La température mesurée du verre correspond à sa température en surface quelques secondes avant le contact. Le verre se refroidit par convection entre l'instant de mesure et l'instant de contact. Il s'agit de faire varier la température initiale de  $-50^\circ\text{C}$ .
- En réalité, le verre ne se refroidit pas de façon homogène. Sa surface refroidie par convection est donc plus froide que son cœur. L'influence de la prise en compte d'un gradient de température initial est ainsi étudié.

Dans un second temps, le rayonnement est pris en compte dans l'équation de la chaleur. Une comparaison entre l'identification du coefficient d'échange thermique en conduction simple noté *modèle 1* et d'un modèle avec rayonnement noté *modèle 2* sera effectuée. Les propriétés matérielles nécessaires à la prise en compte du rayonnement ont été déterminées à partir des mesures expérimentales.

Pour l'analyse de sensibilité, des données expérimentales de  $T_{ref}$  (figure 2) et de  $h_c$  (figure 3) ont été utilisées [2].

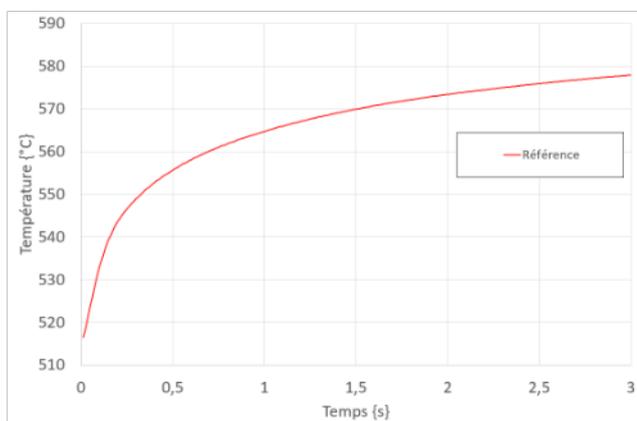


Figure 2 : Évolution de  $T_{ref}$

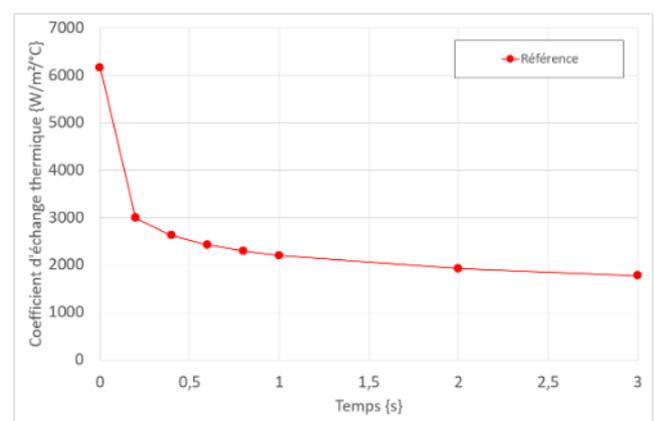


Figure 3 : Évolution de  $h_c$

### 3. Résultats et discussions

Pour l'étude de sensibilité de la température initiale du verre et de la position du thermocouple, les deux modèles ont été utilisés avec les mêmes paramètres numériques. Les calculs avec le *modèle 1* ont été effectués en un temps CPU moyen de 0.05s. Les calculs avec le *modèle 2* quant à eux, ont nécessité un temps CPU 9 fois plus important 0.46s. Le temps total de simulation pour l'identification du coefficient d'échange dépend du nombre d'itérations nécessaires lors de la méthodologie d'identification. En moyenne, les identifications avec le *modèle 1* nécessitent un temps CPU de 90s contre 500s avec le *modèle 2*. Ces temps restent raisonnables dans la mesure où l'identification est à réaliser une seule fois par essai.

#### 3.1. Analyse de sensibilité de la température initiale du verre

Pour cette première analyse, 5 configurations ont été testées. Les deux premières considèrent la température initiale du verre comme uniforme et sont égales respectivement à 1160°C (modèle « Tv et Tm uniformes »), 1110°C (modèle « Tv-50°C »). Enfin les dernières utilisent un gradient pour initialiser la température dans le verre (modèle « Tv gradient »), dans le poinçon (modèle « Tm gradient »), ou dans les deux (modèle « Tv et Tm gradient »). Pour déterminer ce gradient, un calcul 2D a été effectué permettant de simuler le refroidissement du verre entre la sortie du four et la mise en contact du poinçon avec le verre [2].

Dans le cas d'une température uniforme, pour une température initiale de 1160°C, la valeur de  $h_c$  est proche de la valeur de référence (entre 0.1% et 5.4% d'écart). Il est constaté que lorsque la température initiale diminue ( $T_V-50^\circ\text{C}$ ), alors la valeur de  $h_c$  est plus importante (entre 6.8% et 38.6% d'écart). Cela s'explique par le fait que la température cible au niveau du poinçon dont on veut se rapprocher lors de l'identification est fixe. Sachant que la température du verre est plus faible, alors l'écart de température entre le poinçon et le verre est également plus faible. Il faut donc augmenter la valeur de  $h_c$  pour avoir un flux similaire à celui obtenu avec une température plus importante. Ensuite, le même principe s'applique dans le cas de l'utilisation d'un gradient de température. Ici, la température en surface du verre lors de l'utilisation d'un gradient est plus faible ( $\approx 1070^\circ\text{C}$ ) que la température uniforme de 1160°C. C'est le cas inverse pour le poinçon qui a une température en surface plus élevée ( $\approx 518^\circ\text{C}$ ). L'écart le plus important est obtenu en combinant l'utilisation d'un gradient dans le verre et dans le poinçon (entre 10.7% et 46.2% d'écart). Cependant, la répartition de température au sein du verre et du poinçon est plus représentative de la réalité que l'utilisation d'une température uniforme.

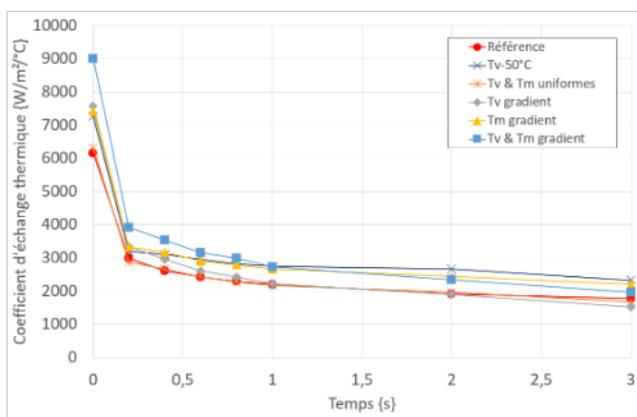


Figure 4 : Évolution de  $h_c$  obtenu après identification

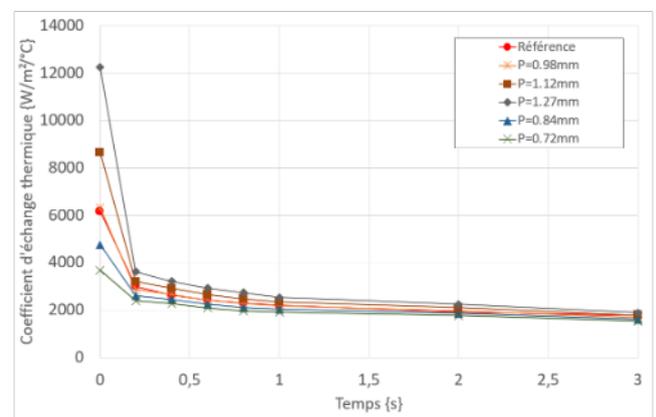


Figure 5 : Évolution de  $h_c$  obtenu après identification

### 3.2. Analyse de sensibilité de la position du thermocouple

Pour cette seconde analyse, 5 configurations ont été testées. La position initiale du thermocouple est située à 1mm et correspond à la première configuration. Les autres configurations sont effectuées avec des positions à 0.72mm, 0.84mm, 1.12mm et 1.27mm ce qui correspond à des positions entre -30% et +30%.

Dans le cas de la position 1mm, la valeur de  $h_c$  est proche de la valeur de référence (entre 0.1% et 5.4% d'écart). Il est constaté que lorsque la position du thermocouple augmente, la valeur de  $h_c$  devient plus importante. L'écart est inférieur +40.3% pour une position du thermocouple de +12% (1.12mm) et il devient plus conséquent de +98.6% pour une position du thermocouple de +27% (1.27mm). Cela s'explique par le fait que plus la position augmente plus le point de mesure se retrouve éloigné de la surface de contact. Ainsi, le temps nécessaire au flux pour atteindre le point est plus important. Pour atteindre des températures similaires aux températures de référence il est nécessaire d'avoir un coefficient d'échange plus important. Réciproquement, lorsque la position du point de mesure diminue, alors la valeur de  $h_c$  devient faible. L'écart est au maximum de -22.9% pour position du thermocouple de -16% (0.84mm) et de -40.4% pour une position du thermocouple de -28% (0.72mm).

### 3.3. Analyse de sensibilité du rayonnement

Pour cette dernière analyse, 3 configurations ont été testées. La première correspond à une température initiale uniforme pour le verre (1160°C) et le poinçon (516°C) avec un point de mesure situé à 1mm. Elle ne prends pas en compte le rayonnement. La seconde configuration, quant à elle, prends en compte le rayonnement avec les même conditions initiales. Enfin, la dernière est la configuration la plus représentative de l'essai réel puisqu'elle prends en compte à la fois le rayonnement et le gradient pour les températures initiales du verre et du poinçon.

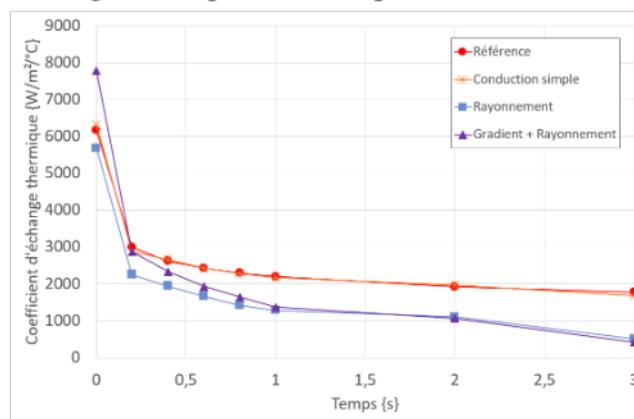


Figure 6 : Évolution de  $h_c$  obtenu après identification

Dans le cas du modèle en conduction simple, la valeur de  $h_c$  est proche de la valeur de référence (entre 0.1% et 5.4% d'écart). Il est constaté que lorsque l'on prends en compte le rayonnement, alors la valeur de  $h_c$  diminue. En effet, l'écart est inférieur entre -7.8% et -71.5% lorsque le rayonnement est pris en compte. Cela s'explique par le fait que l'échange thermique entre le verre et le poinçon est fractionné en deux parties. Une due au coefficient d'échange thermique et l'autre au rayonnement de surface du verre et du poinçon. Ainsi, la présence du rayonnement qui représente une partie du flux échangé entre le verre et le poinçon induit une diminution de la valeur de  $h_c$ . Enfin, en combinant le gradient de température pour initialiser la température du verre et du poinçon au rayonnement on observe plusieurs phénomènes. Dans un premier temps, la valeur de  $h_c$  est plus importante car l'écart entre la température du verre et

du poinçon est plus faible. Ensuite, comme observé précédemment, la valeur de  $h_c$  devient plus faible entre -4% et -76.1% du fait de la présence du rayonnement.

## 4. Conclusion

Cette étude a permis d'étudier l'impact de la position du thermocouple, de la température initiale du verre et de la prise en compte du rayonnement sur les valeurs du coefficient d'échange thermique  $h_c$  lors de son identification. Elle a montré que la position du thermocouple est le paramètre qui a le plus d'influence sur les valeurs de  $h_c$  (jusqu'à 98.6% d'écart). Il est donc primordial, lors de l'identification de  $h_c$  pour des données expérimentales, de connaître avec précision la position du thermocouple lors de l'essai. La température initiale a également une influence sur les valeurs de  $h_c$  (jusqu'à 46.2% d'écart) notamment lors de l'utilisation d'un gradient de température pour initialiser cette dernière qui est plus représentative de la réalité. La prise en compte du rayonnement, dans le cas où la surface du poinçon est considérée comme noire, donne un écart maximum de 71.5% sur les valeurs de  $h_c$ . Enfin, le modèle le plus représentatif de l'essai, prenant en compte le rayonnement et le gradient de température, donne un écart maximum de 76.1% sur les valeurs de  $h_c$  non négligeable. Une prochaine étude, utilisant la méthodologie d'identification proposée et de nouvelles données expérimentales, permettra d'identifier de nouveaux coefficients d'échanges thermiques pour différentes configurations d'essais (variation de la température de verre et de la pression de contact).

## Références

- [1] J. L. Boutonnier, Verre d'emballage alimentaire, Techniques de l'ingénieur Matériaux pour contact alimentaire, ref. article : f1322 (2012)
- [2] S. Grégoire, Identification du coefficient de transfert de chaleur à l'interface verre/outils de formage et prise en compte dans la modélisation par Eléments Finis des procédés de formage de verre, Thèse de l'Université Polytechnique des Hauts de France (2006).
- [3] K. Agboka, Développement d'un modèle thermomécanique axisymétrique en milieu semi-transparent avec transfert radiatif : application au fluage et à la trempe des verres, Thèse de l'Université Polytechnique des Hauts de France (2018).
- [4] J. Barton, C. Guillemet, *Le verre - Science et technologie*, EDP Sciences (2005)
- [5] M. F. Modest, Radiative heat transfer, *Academic Press*, (2003)
- [6] N. Siedow, T. Grosan, D. Locheignies, E. Romero, Application of a New Method for Radiative Heat Transfer to Flat Glass Tempering, *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 88, 2181-2187 (2005)
- [7] D. S. Schnur, An inverse method for determining elastic material properties and a material interface, *International journal for numerical methods in engineering*, Vol. 33, 2039-2057 (1992)

## Remerciements

Les auteurs souhaitent exprimer leur gratitude au Centre National de la Recherche Scientifique, l'institut Carnot ARTS et la région Hauts-de-France qui contribuent à ces travaux de recherche.