



**HAL**  
open science

# Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : introduction du concept de super éléments de pliage

Eric Markiewicz

## ► To cite this version:

Eric Markiewicz. Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : introduction du concept de super éléments de pliage. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 1994. Français. NNT : 1994VALE0033 . tel-02992227

**HAL Id: tel-02992227**

**<https://uphf.hal.science/tel-02992227>**

Submitted on 6 Nov 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

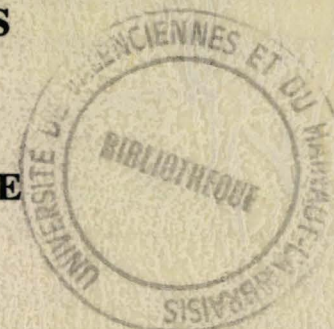
L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse  
présentée à

L'UNIVERSITÉ DE VALENCIENNES  
ET DU HAINAUT-CAMBRÉSIS

en vue de l'obtention d'un  
DOCTORAT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
par

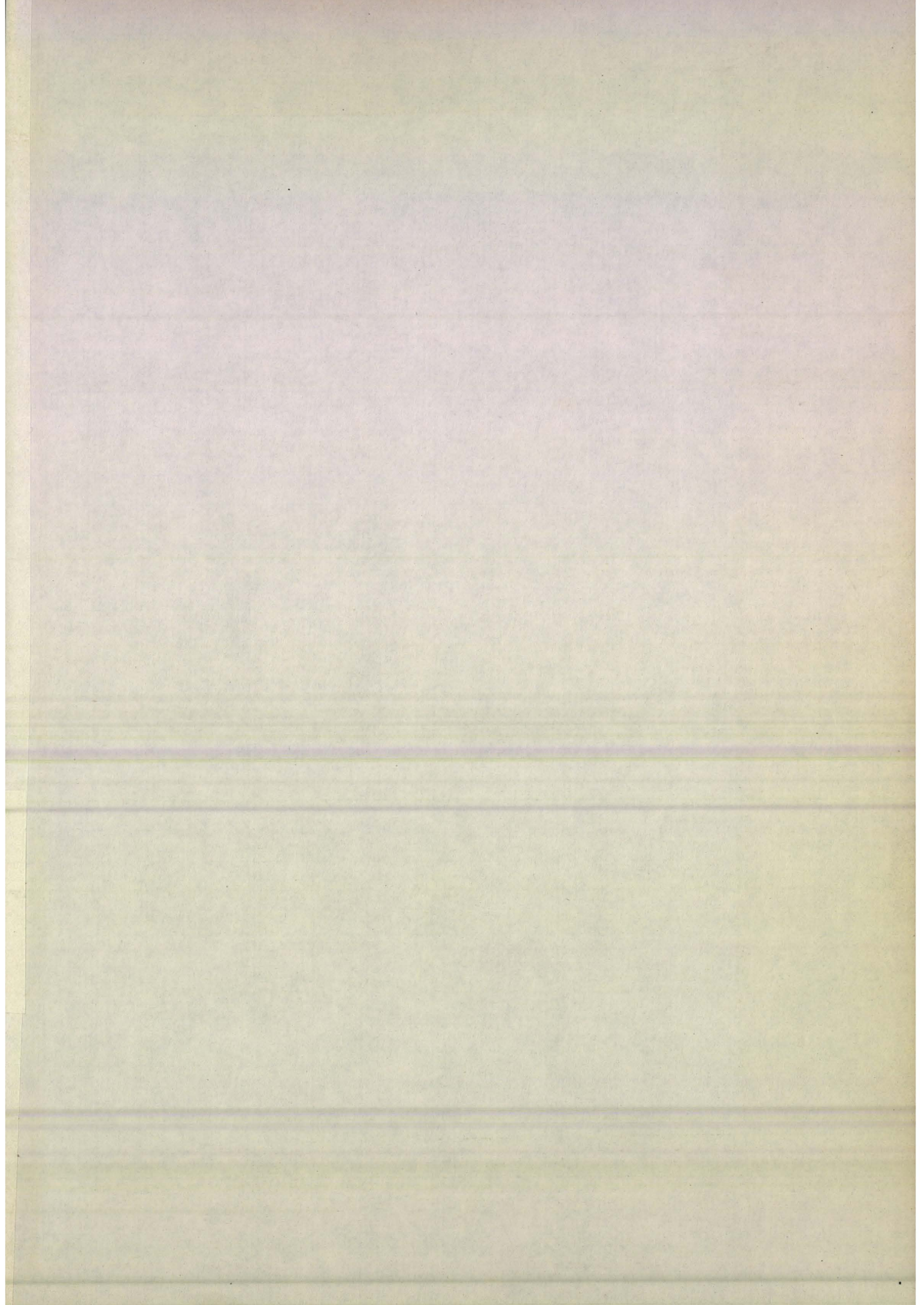
Eric MARKIEWICZ



**CONTRIBUTION AU DEVELOPPEMENT D'UNE  
METHODOLOGIE SIMPLIFIEE D'AIDE AU DESIGN  
COLLISION DES VEHICULES DE TRANSPORT  
PENDANT LA PHASE DE PRE-CONCEPTION :  
INTRODUCTION DU CONCEPT DE SUPER ELEMENTS DE PLIAGE**

Soutenue le 4 Novembre 1994  
devant le jury composé de :

- |              |                      |   |
|--------------|----------------------|---|
| Rapporteur : | <b>G. GUERLEMENT</b> | Professeur à l'Université de Mons   |
| Rapporteur : | <b>J. OUDIN</b>      | Professeur à l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis                   |
| Rapporteur : | <b>T. WIERZBICKI</b> | Professeur au Département Ocean Engineering - Massachusetts Institute of Technology |
| Examineur :  | <b>Y. RAVALARD</b>   | Professeur à l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis                   |
| Examineur :  | <b>P. DRAZETIC</b>   | Maître de Conférences à l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis        |
| Invité :     | <b>G. DE SMET</b>    | Responsable Solutions Innovantes Acier - SOLLAC                                     |
| Invité :     | <b>E. HAUG</b>       | Directeur Scientifique - Engineering Systems International Group S.A.               |
| Invité :     | <b>B. MARGUET</b>    | Chef du Service Etudes Avancées de la CIMT - GEC ALSTHOM Transport S.A.             |



N° d'ordre : 94-33

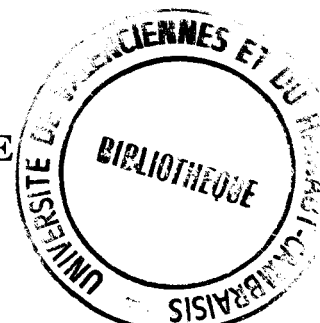
Année 1994

Thèse  
présentée à

L'UNIVERSITÉ DE VALENCIENNES  
ET DU HAINAUT-CAMBRÉSIS

en vue de l'obtention d'un  
DOCTORAT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
par

Eric MARKIEWICZ



**CONTRIBUTION AU DEVELOPPEMENT D'UNE  
METHODOLOGIE SIMPLIFIEE D'AIDE AU DESIGN  
COLLISION DES VEHICULES DE TRANSPORT  
PENDANT LA PHASE DE PRE-CONCEPTION :  
INTRODUCTION DU CONCEPT DE SUPER ELEMENTS DE PLIAGE**

Soutenue le 4 Novembre 1994  
devant le jury composé de :

- Rapporteur : **G. GUERLEMENT** Professeur à l'Université de Mons
- Rapporteur : **J. OUDIN** Professeur à l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis
- Rapporteur : **T. WIERZBICKI** Professeur au Département Ocean Engineering - Massachusetts Institute of Technology
- Examineur : **Y. RAVALARD** Professeur à l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis
- Examineur : **P. DRAZETIC** Maître de Conférences à l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis
- Invité : **G. DE SMET** Responsable Solutions Innovantes Acier - SOLLAC
- Invité : **E. HAUG** Directeur Scientifique - Engineering Systems International Group S.A.
- Invité : **B. MARGUET** Chef du Service Etudes Avancées de la CIMT - GEC ALSTHOM Transport S.A.



*“Lorsque tu vas à l’aventure, laisse quelque trace de ton passage, qui te guidera en retour... Mais si tu arrives à un endroit infranchissable ou dangereux, pense que la trace que tu as laissée pourrait égarer ceux qui viendraient à la suivre. Retourne donc sur tes pas et efface la trace de ton passage. Cela s’adresse à quiconque veut laisser en ce monde des traces de son passage. Et même sans le vouloir, on laisse toujours des traces. Réponds de tes traces devant tes semblables”.*

René Daumal, Le Mont Analogue

*A mes Parents,  
à ma Famille ...*

## REMERCIEMENTS

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au sein de l'Equipe de Recherches de Monsieur le Professeur **Yves RAVALARD** "Dynamique des Structures" du Laboratoire d'Automatique et de Mécanique Industrielles et Humaines, Département Génie Mécanique, dirigé par Monsieur le Professeur **Jérôme OUDIN**.

Qu'ils trouvent ici l'expression de ma gratitude pour l'aide et les conseils qu'ils m'ont prodigués, ainsi que pour tous les moyens, nécessaires au bon déroulement de mes travaux, qu'ils ont mis à ma disposition.

Je voudrais adresser mes plus vifs remerciements :

Au Groupe Engineering System International S.A., notamment à Monsieur **A. DE ROUVRAY**, Président Directeur Général, Monsieur le Docteur **E. HAUG**, Directeur Scientifique, Monsieur **G. MILCENT**, Responsable Etudes Transport, et à Monsieur **P. CULIERE**, Responsable des Développements et Promotions du code PAMCRASH.

A Monsieur le Professeur **G. GUERLEMENT**, de l'Université de Mons, à Monsieur le Professeur **J. OUDIN**, de l'Université de Valenciennes et à Monsieur le Professeur **T. WIERZBICKI**, du Massachusetts Institute of Technology, pour l'honneur qu'ils me font d'avoir bien voulu accepter de juger ce travail.

A Monsieur **G. DE SMET**, Responsable Solutions Innovantes Acier du Groupe SOLLAC, et à Monsieur **B. MARGUET**, Responsable du Service Etudes Avancées de la CIMT - Groupe GEC ALSTHOM TRANSPORT S.A., d'avoir eu la bienveillance d'accepter de participer à ce jury.

A Monsieur **Pascal DRAZETIC**, Maître de Conférences à l'Université de Valenciennes, pour la très grande qualité de son encadrement et son intarissable dynamisme.

A **Pierre DUCROCQ** et **Fabrice PAYEN**, pour leur disponibilité, leurs idées et la grande qualité de leur travail effectué dans le cadre du D.E.A..

Enfin, à tous les membres du Département Génie Mécanique, en particulier **Jean-Hubert ANCEAU**, **Frédéric DACHEUX** et **Régis TASSIN**, à **Mademoiselle VICO** et au personnel d'**E.S.I.**, pour l'aide à un moment ou à un autre, qu'ils m'ont accordée.

<b>NOTATIONS</b> .....	1
------------------------	---

<b>CHAPITRE I - INTRODUCTION</b> .....	4
--	---

1.1 Introduction .....	5
1.2 Démarche du Design Collision .....	7
1.2.1 Approche locale : Méthode par éléments finis .....	9
1.2.2 Approche globale ou hybride .....	10
1.2.2.1 Systèmes mécaniques unidimensionnels .....	13
1.2.2.2 Systèmes mécaniques bi et tridimensionnels .....	14
1.2.2.3 Approche hybride Eléments Finis / Super Eléments de Pliage .....	16
1.3 Problématique de la recherche .....	17
1.4 Stratégie de la recherche .....	30

<b>CHAPITRE II - CALCUL DE L'EFFORT INSTANTANE D'ECRASEMENT POUR DES SECTIONS MONOTUBULAIRES</b> .....	33
--	----

2.1 Introduction .....	34
2.2 Calcul de l'effort instantané d'écrasement .....	36
2.2.1 Phases de pré-effondrement et d'effondrement .....	37
2.2.1.1 Compression uniforme .....	38
2.2.1.2 Flambement et post-flambement .....	38
2.2.1.3 Flambement élastique .....	44
2.2.1.4 - Flambement plastique .....	47
2.2.2 - Phase de post-effondrement .....	52
2.3 Validation du modèle étendu .....	59
2.3.1 Profilés à sections d'épaisseurs simples et multiples .....	59
2.3.2 Profilés à section carrée d'épaisseur simple : influence de la hauteur de la colonne sur la caractéristique d'écrasement $P-\delta$ .....	65
2.3.2.1 Résultats des calculs numériques par éléments finis .....	66
2.3.2.2 Influence de la hauteur de la colonne à vitesse constante .....	66
2.3.2.2 Résultats du modèle étendu .....	67
2.4 Conclusion .....	68

<b>CHAPITRE III - CALCUL DE L'EFFORT INSTANTANE D'ECRASEMENT POUR DES SECTIONS MULTITUBULAIRES AVEC PRISE EN COMPTE D'UNE IMPERFECTION GEOMETRIQUE INITIALE</b> .....	69
---	----

3.1 Introduction .....	70
3.2. Phases de pré-effondrement et d'effondrement .....	71
3.2.1 Mode de flambement antisymétrique avec imperfection initiale .....	72
3.2.1.1 Flambement antisymétrique élastique avec imperfection initiale .....	75
3.2.1.2 Flambement antisymétrique plastique avec imperfection initiale .....	77
3.2.2 Mode de flambement symétrique avec imperfection initiale .....	80
3.2.2.1 Flambement symétrique élastique avec imperfection initiale .....	82
3.2.2.2 Flambement symétrique plastique avec imperfection initiale .....	82



3.3. Phases de post-effondrement .....	83
3.3.1 Hypothèses .....	84
3.3.2 Modèle cinématique pour les éléments coins à faces communes subissant un flambement antisymétrique .....	84
3.3.2.1 Calcul des puissances et des énergies dissipées .....	86
3.3.2.2 Calcul de l'effort instantané et de l'effort moyen d'écrasement .....	90
3.3.3 Modèle cinématique pour les éléments coins à faces communes subissant un flambement symétrique .....	91
3.3.4 Modification du modèle mixte généralisé développé par Wierzbicki-Abramowicz [ABR 89] .....	93
3.4 Assemblage .....	96
3.5 Validation .....	97
3.6 Conclusion .....	101

**CHAPITRE IV - APPLICATION DES MODELES A LA COLLISION :  
PRISE EN COMPTE DES INERTIES ET DE LA VITESSE DE DEFORMATION  
EN PHASE DE PRE\_EFFONDREMENT .....**

4.1 Introduction .....	104
4.2. Phases de pré-effondrement et d'effondrement .....	107
4.2.1 Mode de flambement dynamique antisymétrique .....	109
4.2.1.1 Comportement élastique .....	109
4.2.1.2 Comportement plastique .....	110
4.2.1.3 Calcul de la charge ultime dynamique .....	112
4.2.2 Mode de flambement dynamique symétrique .....	115
4.2.2.1 Comportement élastique .....	115
4.2.2.2 Comportement plastique .....	116
4.2.2.3 Calcul de la charge ultime dynamique .....	117
4.3. Validation des modèles étendus à la collision .....	118
4.3.1 Essais expérimentaux dynamiques sur profilés standards à sections monotubulaires .....	118
4.3.2 Essais numériques sur profilés à sections monotubulaires .....	120
4.3.2.1 Carré 60x60x3 : Mode de flambement dynamique antisymétrique plastique .....	121
4.3.2.2 Carré 60x60x0.7 : Mode de flambement dynamique antisymétrique élastique .....	121
4.3.2.3 Hexagone 100x2 : Mode de flambement dynamique symétrique plastique .....	122
4.3.2.4 Dodécagone 100x0.6 : Mode de flambement dynamique symétrique élastique .....	126
4.3.3 Influence des effets d'inertie et de vitesse de déformation sur la charge ultime dynamique .....	130
4.4. Conclusion .....	131

**CHAPITRE V - APPLICATIONS INDUSTRIELLES .....**

5.1 Introduction .....	134
5.2 Collision d'une cabine de conduite ferroviaire contre un mur rigide .....	136
5.2.1 Accidentologie .....	136

5.2.2	Expérimentation .....	138
5.2.2.1	Présentation.....	138
5.2.2.2	Essais.....	138
5.2.2.3	Descriptif de la structure. ....	141
5.2.2.3.1	Généralités .....	141
5.2.2.3.2	Châssis frontal.....	141
5.2.2.3.3	Châssis sous plancher .....	141
5.2.3	Simulations numériques.....	144
5.2.3.1	Modélisation par éléments finis .....	144
5.2.3.1.1	Modélisation de la cabine de conduite.....	144
5.2.3.1.2	Modélisation du châssis de la cabine.....	147
5.2.3.2	Modélisation par Corps Rigides et Super Eléments de Pliage.....	149
5.2.3.2.1	Présentation du modèle .....	149
5.2.3.2.2	Résultats.....	154
5.2.3.3	Modélisation hybride Eléments Finis et Super Eléments de Pliage .....	161
5.2.3.3.1	Présentation du modèle .....	161
5.2.3.3.2	résultats.....	161
5.2.4	Conclusion.....	167
5.3	Collision d'un longeron simplifié de type poutre en “S” contre un mur rigide.....	168
5.3.1	Présentation de l’étude.....	168
5.3.2	Modélisation éléments finis coques minces .....	169
5.3.3	Modélisation multicorps rigides .....	171
5.3.4	Conclusion.....	177
 <b>CHAPITRE VI - CONCLUSION.....</b>		<b>178</b>
 <b>REFERENCES .....</b>		<b>188</b>

**Notations***Latin*

$b$	largeur de plaque
$B_i$	fonction des puissances dissipées en phase de post-effondrement ( $i=1$ à $6$ )
$C$	largeur de l'élément coin
$C$	matrice constitutive du matériau
$C_1$	coefficient de plastification
$D$	coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation
$E$	module d'Young
$E_i$	énergie dissipée ( $i=1$ à $11$ )
$\dot{E}_i$	puissance dissipée ( $i=1$ à $11$ )
$E_s$	module sécant
$E_t$	module tangent
$H$	demi-longueur d'onde de pliage plastique
$H_{el}$	demi-longueur d'onde de flambement élastique
$L$	longueur de la plaque
$L_c$	longueur des lignes de pliage tangentes aux cônes d'extension
$l_i$	longueur de la <i>i</i> ème ligne de pliage inclinée mobile
$L^{(i)}$	longueur de la <i>i</i> ème ligne de pliage
$m$	coefficient d'érouissage
$mp_i$	masse de la <i>i</i> ème plaque par unité de surface
$M$	masse de l'impacteur
$M_i$	nombre d'éléments coins standards
$M_j$	nombre d'éléments coins à faces communes
$M_o^{(i)}$	moment de flexion parfaitement plastique (par unité de longueur)
$M_{\alpha\beta}$	moment de flexion dans les zones continûment déformées
$n$	nombre de lobes élastiques formés en phase de pré-effondrement
$N$	nombre de lobes plastiques
$N_{ij}$	nombre de contributions énergétiques du modèle mixte généralisé
$N_{kl}$	nombre de contributions énergétiques du modèle à faces communes
$nhl$	nombre total de lignes de pliage

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

---

$np$	nombre de plaques constituant le profilé
$N_{\alpha\beta}$	effort de membrane dans les zones continûment déformées
$p$	taux de viscoplasticité
$P$	effort instantané d'écrasement
$P_{cr}$	effort critique de flambement élastique
$P_m$	effort moyen d'écrasement
$P_{sq}$	squash load (effort pour une section non déformée totalement plastifiée)
$P_u$	effort ultime quasi-statique d'effondrement
$P_{uDel}$	effort ultime dynamique d'effondrement en flambement élastique
$P_{uDpl}$	effort ultime dynamique d'effondrement en flambement plastique
$r$	petit rayon de la surface toroïdale
$t$	épaisseur de la plaque
$u$	champ de déplacement en compression selon l'axe $x$
$u_o$	amplitude initiale du déplacement en compression
$u_{cr}$	déplacement critique de flambement élastique
$u_d$	déplacement ultime d'effondrement pour un seul lobe
$u_u$	déplacement ultime d'effondrement
$U_f$	énergie de flexion
$U_m$	énergie de membrane
$v$	déplacement transverse à la direction du chargement
$V_o$	vitesse initiale de l'impacteur
$V_t$	vitesse tangentielle d'extension dans les cônes
$w$	champ de déplacement en flexion selon l'axe $z$
$w_o$	amplitude initiale du déplacement en flexion
$w_{eq}$	déplacement équivalent en flexion pour une plaque de largeur unitaire
$\bar{w}_{eq}$	imperfection géométrique initiale pour une plaque de largeur unitaire
$z$	distance à la fibre neutre

### Grecque

$\bar{\alpha}$	angle de basculement entre les deux mécanismes de pliage
$\chi$	vecteur sortie des paramètres inconnus ( $r, H, \bar{\alpha}$ )
$\dot{\delta}$	vitesse relative de raccourcissement uniforme des bords de l'élément coin

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

---

$\delta_{\text{eff}}$	distance d'écrasement effective du premier lobe
$\delta_f$	distance d'écrasement finale
$\epsilon_0$	déformation à la limite élastique
$\tilde{\epsilon}$	vecteur des déformations
$\dot{\tilde{\epsilon}}$	vitesse de déformation moyenne
$\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}$	tenseur des vitesses de déformation
$\tilde{\kappa}$	vecteur des courbures
$\dot{\kappa}_{\alpha\beta}$	tenseur des vitesses de courbure
$[\dot{\Theta}^{(i)}]$	vitesse de rotation à travers la $i^{\text{ème}}$ ligne de pliage mobile
$\Pi$	énergie potentielle totale
$\sigma_0$	limite élastique du matériau
$\sigma_{0D}$	limite élastique du matériau corrigée dynamiquement
$\sigma_{cr}$	contrainte critique de flambement plastique
$\sigma_u$	contrainte ultime conventionnelle en traction (UTS)
$\nu$	coefficient de Poisson
$2\Psi_0$	angle entre les deux plaques adjacentes de l'élément coin
$\xi$	vecteur entrée des paramètres connus (C,t,2\Psi_0)

**CHAPITRE I**

**Introduction**

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

## **1.1 Introduction**

La seconde partie du XX<sup>e</sup> siècle a vu une évolution technologique progresser à grands pas et accroître de plus en plus le pouvoir d'achat des individus. De nos jours chacun dispose de moyens de transports individuels ou collectifs. Les trafics autoroutiers, aéronautiques et ferroviaires ont fait un énorme bond en avant et ont donc accru les risques de collision. Face à cette réalité et poussés par les pouvoirs publics, les constructeurs automobiles ont dès les années 70 entrepris des recherches afin de réduire le nombre d'accidents et, le cas échéant, limiter les effets en accroissant la sécurité des passagers. Pour atteindre ces objectifs, deux thèmes de recherches ont pris naissance ; la sécurité active et la sécurité passive.

Les recherches sur la sécurité active consistent à développer des technologies préventives. Nous pouvons citer quelques exemples de résultats qui ont marqué l'histoire de l'automobile de ces vingt dernières années, à savoir, la ceinture de sécurité, la multiplication des témoins d'alerte de dysfonctionnement, le freinage par anti-blocage des roues, le ballon gonflable, la suspension pilotée, etc., et dans un futur proche l'intégration de systèmes experts pour la détection des risques d'accidents.

En cas d'échec à la sécurité active, les recherches sur la sécurité passive ont pour objectifs d'étudier le comportement au choc de toutes les technologies intégrées aux véhicules afin d'en tirer des normes de conception et de dimensionnement visant à limiter les effets d'un accident sur les passagers.

Le présent travail s'intègre dans ce second thème de recherches très complexe qui met en opposition les deux principaux phénomènes liés à la sécurité des passagers. En effet, pour être sécuritaire un véhicule doit être indéformable. Mais dans ce cas, l'énergie n'étant pas absorbée par la structure, les niveaux d'accélération et de décélération sont tels qu'ils portent atteinte à cette même sécurité. Face à cette contradiction et liés à des contraintes économiques de dimensionnement les constructeurs ont engagé depuis un vaste programme de recherches pour trouver le meilleur compromis entre d'un côté, absorber un maximum d'énergie cinétique par déformation plastique, et de l'autre côté maintenir des niveaux d'accélération et de décélération minima.

Dans le cas des véhicules automobiles, il existe de nos jours des spécifications de dimensionnement au choc, ainsi que des normes d'homologation par essais de collision dans diverses situations bien définies. Les coûts de revient des véhicules automobiles, assez faibles devant l'ampleur des séries à fabriquer, ont pendant longtemps autorisés les constructeurs à pratiquer en interne le prototypage. Celui-ci intervenait à différents stades de la phase de conception pour la validation au choc des nouvelles solutions technologiques et notamment le

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

design des châssis. Cependant, si les coûts de l'expérimentation n'étaient pas vraiment un obstacle, les délais de sa mise en oeuvre et de son exploitation en sont devenus un. Dans ce secteur d'activités fortement concurrentiel le renouvellement des gammes de véhicules s'est sans cesse réduit, obligeant les constructeurs automobiles à faire appel à la simulation numérique aux différents stades de la conception. Le recours aux prototypes n'est pas voué à disparaître mais tend de plus en plus à devenir complémentaire de l'approche numérique.

En ce qui concerne les véhicules ferroviaires il n'existe jusqu'à présent aucune norme d'homologation du comportement en collision. Les principales spécifications sont relatives aux sollicitations statiques [UIC 84]. La structure doit être capable de supporter, sans déformation permanente et sans dépassement de contraintes admissibles, des efforts de compression au niveau des tampons, ainsi que des efforts de traction au niveau des points d'attelage. Pour accroître le trafic ferroviaire national, de même que pour multiplier les exportations de leurs produits face à la concurrence, exploitants et constructeurs français ont récemment pris sur eux d'améliorer le comportement au choc des véhicules. Cependant, face aux coûts de revient, il est hors de question de pratiquer des essais successifs en vraie grandeur. Les constructeurs se sont donc tournés vers l'expérimentation à échelle réduite et la simulation numérique dont les différentes approches répondent à leurs préoccupations aux différents stades de la conception. C'est dans l'optique de cette amélioration du comportement au choc des véhicules guidés qu'a été créé le programme de recherches **COLFRONT** en réunissant exploitants, constructeurs et chercheurs. Rappelons que les différents partenaires collaborant dans ce programme sont **GEC ALSTHOM Transport S.A.**, l'Ecole Centrale de Lyon, **Engineering Systems International S.A.**, l'Institut National de **RE**cherches sur les **T**ransports et leur **S**écurité, la **R**égie Autonome des **T**ransports **P**ariens, la **S**ociété Nationale des **C**hemins de fer **F**rançais et le **L**aboratoire d'**A**utomatique et de **M**écanique **I**ndustrielles et **H**umaines (**L**aboratoire de **G**énie **M**écanique) de l'**U**niversité de **V**alenciennes et du **H**ainaut **C**ambrésis. Comme le montre la Fig. 1.1, les objectifs de **COLFRONT** sont de couvrir tous les domaines environnant le **D**esign **C**ollision des véhicules guidés afin d'accroître la sécurité des passagers.

Pour répondre à cette attente, deux axes de recherches ont été menés, à savoir :

- un axe expérimental visant à une meilleure compréhension des phénomènes de collision;
- un axe numérique visant au développement d'outils de simulation.

Ces deux axes de recherches peuvent paraître contradictoires, mais comme nous le verrons ultérieurement ils sont en fait complémentaires.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



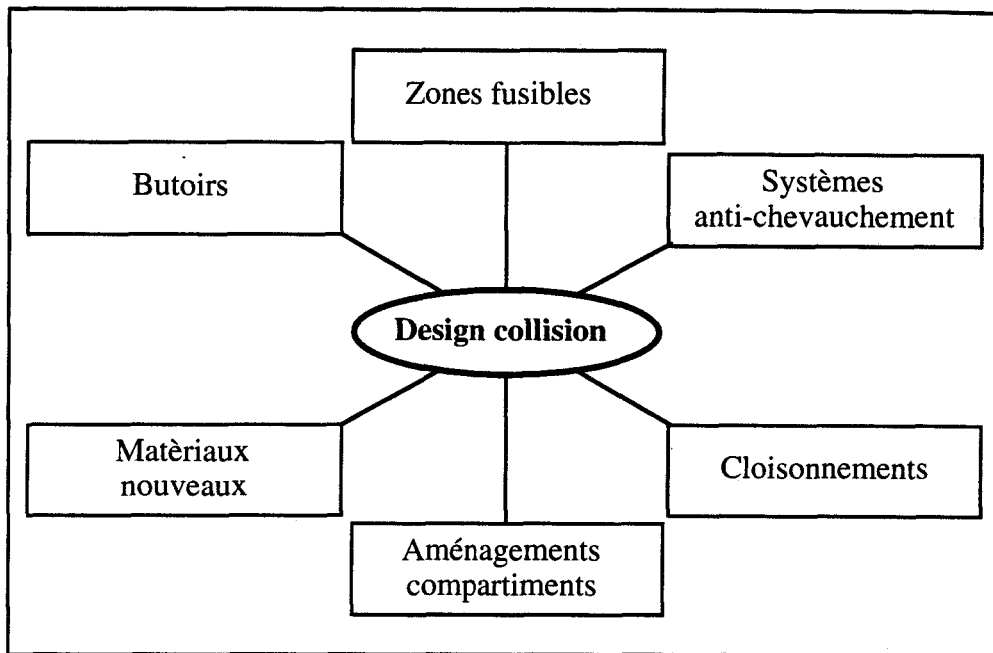


Fig. 1.1 - Design Collision appliqué au ferroviaire.

## 1.2 Démarche du Design Collision

La démarche de Design Collision que nous présentons ne trouve pas ses applications strictement limitées au domaine des transports ferroviaires. Bien au contraire, il s'agit d'une démarche générale qui répond également aux préoccupations récentes des constructeurs automobiles en matière de "Design Concept Car".

Comme le montre la Fig. 1.2, il existe deux axes principaux d'investigations, l'axe EXPERIMENTATION et l'axe SIMULATION.

L'axe EXPERIMENTATION fait appel au prototypage du véhicule et aux essais de choc sur banc dynamique afin de valider la conception. Dans le cas des véhicules automobiles, le prototype est à l'échelle 1. Dans le cas des véhicules ferroviaires, du fait des dimensions et des coûts de revient, les constructeurs ont menés des recherches dans le domaine de la similitude [DAC 93].

L'axe SIMULATION fait appel aux formulations mono-, bi- et tridimensionnelle. Les énergies mises en jeu lors d'un choc font que les différents composants structuraux subissent des mouvements de fortes amplitudes. Cela donne naissance à un comportement non-linéaire dont les origines se classent en deux types :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

- les non-linéarités géométriques caractérisées par les grands déplacements, les grandes déformations et le contact possible des sous-structures entre elles ou avec le milieu extérieur;
- les non-linéarités matérielles liées au comportement élasto-visco-plastique des matériaux utilisés.

Les résultats issus de la simulation numérique 3D par Eléments Finis (EF) sont d'autant plus fiables que la modélisation du problème se rapproche de la réalité. Cependant, les mécanismes développés sont si complexes que les modèles numériques nécessitent une validation qui ne peut être entreprise que par le biais des tests expérimentaux. Dans le domaine des transports guidés, ces essais de collision sont difficiles à mettre en oeuvre. Comme nous l'avons introduit précédemment, les constructeurs se sont donc intéressés aux techniques de similitudes qui consistent à substituer à la structure réelle une maquette à échelle réduite. Toutefois, la satisfaction des conditions de réduction d'échelle n'est pas aisée dans un contexte industriel. Dacheux [DAC 93] a travaillé sur la définition d'une similitude indirecte basée sur un couplage des approches numériques et expérimentales. Dans ce cadre, les maquettes à échelle réduite peuvent présenter certaines dissemblances de reproduction. Ces divergences entre le modèle réduit et la structure réelle sont corrigées par un modèle numérique préalablement recalé sur l'essai. La maquette n'est donc pas directement représentative du prototype. L'essai à échelle réduite n'est utilisé que pour valider un modèle de simulation et c'est ce dernier qui, après extrapolation, est apte à décrire la structure réelle. Le grand intérêt de cette technique réside dans la fiabilité des résultats numériques, dans la diminution des temps d'études qu'elle procure par rapport à l'expérimentation seule et dans la possibilité d'itérer les calculs sur le modèle recalé pour optimiser la structure.

Cependant, la recherche de la précision des résultats, influencée par l'avancée technologique des matériels informatiques, a fait que de nos jours il n'est pas rare de rencontrer des modèles dépassant 50000 éléments finis de type coques minces et dont les calculs sont effectués sur super-ordinateurs. Tandis que de tels calculs sont tout à fait faisables et économiques par rapport aux coûts et aux délais des méthodes purement expérimentales, cette méthode de simulation, que nous qualifions de "lourde", ne doit intervenir que lorsque la conception de la structure à soumettre au crash est bien avancée, afin d'optimiser celle-ci en détail et pour vérification finale. Par contre, en phase de préconception, quand aucune solution n'est encore définitive, il est souhaitable d'avoir recours à une méthodologie de simulation et d'optimisation au crash qui soit "simplifiée". En dégrossissant très rapidement le comportement en collision des diverses conceptions structurales, ce procédé "simplifié" doit permettre au concepteur de préoptimiser et de présélectionner les dispositifs envisagés. Cette pratique n'est pas directement applicable aux éléments finis car un maillage trop grossier peut faire que des mécanismes de

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

type rotules plastiques ne soient pas mis en évidence ou soient mal localisés. Ce fait a été démontré par Drazetic [DRA 90] sur une maquette à échelle 1/5<sup>ème</sup> représentative d'un véhicule de transport guidé et soumise à un essai de collision à 40 km/h contre un mur rigide. Après comparaison des résultats fournis par les simulations numériques et par l'essai expérimental, une lacune du modèle éléments finis a été mise en évidence : un phénomène de rotule plastique apparu au niveau de l'embranchement lors de l'essai, n'était pas représenté par le modèle numérique. Le maillage a donc été repris et affiné dans la zone concernée. A l'issue d'un second calcul les résultats étaient cette fois-ci corrects. Parallèlement à l'étude expérimentale, Drazetic a développé le logiciel CRASH1D fondé sur le principe des systèmes mécaniques unidimensionnels. L'étude du comportement global de la même structure ferroviaire avec cette approche simplifiée lui a permis de localiser les zones de plus grandes déformations et donc de prédire la formation de la rotule plastique. Pour des raisons évidentes de coûts et de délais induits par l'approche expérimentale, il est donc préférable, en phase de préconception, de se diriger vers l'utilisation de modèles numériques approchés de types multicorps rigides ou flexibles 1D, 2D ou 3D, ou l'utilisation de modèles hybrides 3D dont le principe consiste à mixer des éléments finis et des éléments équivalents de type barres ou ressorts non-linéaires.

Nous venons de passer rapidement en revue les trois principales méthodes permettant de juger les performances, à différents stade de la conception, d'une structure soumise au crash. Chacune de ces méthodes, expérimentale, numérique "lourde" ou numérique "simplifiée", a ses avantages et ses inconvénients, mais dans le cas d'étude de structures complexes aucune ne doit être utilisée seule. En fait, elles sont toutes complémentaires les unes des autres et peuvent s'imbriquer dans un schéma de conception au choc (Fig. 1.2).

Si nous nous intéressons à la branche SIMULATION où intervient le présent travail, nous voyons apparaître les deux approches numériques précédemment décrites, l'**approche locale** et l'**approche globale ou hybride**. La Fig. 1.3 met en évidence les modalités d'utilisation de ces deux approches.

### 1.2.1 Approche locale : Méthode par éléments finis

La méthode par éléments finis consiste à approximer les variables inconnues en transformant les équations aux dérivées partielles en équations algébriques. Le calcul de structures par la méthode des éléments finis a pris un essor considérable dans les années 70, parallèlement à l'évolution des moyens informatiques qui ont permis la programmation et la résolution des équations algébriques par des méthodes numériques.

La méthode des éléments finis consiste à modéliser le milieu continu en éléments discrets connectés entre eux par des noeuds, dont le nombre est fini. Le nombre de noeuds est à relier

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

au nombre de degrés de liberté du modèle. Les types d'éléments employés (poutres, plaques, coques, etc....) sont déterminés en fonction de la structure réelle (géométrie, matériaux) et de l'étude effectuée.

Dans le domaine de la dynamique rapide non-linéaire, la méthode par éléments finis, couplée à des moyens informatiques de plus en plus performants, permet actuellement d'appréhender confortablement des problèmes d'impact à moyenne vitesse. En effet, les logiciels fondés à partir du concept éléments finis, tel que **PAMCRASH™** [HAU 89], sont efficaces dans la simulation en dynamique rapide d'éléments de structure dont les comportements sont non-linéaires. Par ailleurs, ces logiciels gèrent parfaitement les possibilités de contact entre les éléments ainsi que le frottement induit par ce mode de déformation, et permettent de prendre en compte différentes caractéristiques matérielles.

Comme précisé en amont, du fait de la taille actuelle des modèles, l'approche locale par éléments finis sera à utiliser dans le cas d'études ou de validation des dispositifs structuraux, ainsi que dans le cas de validation finale de structures complexes préalablement optimisées.

Il est à noter que dans le domaine du ferroviaire, cette approche est actuellement limitée dans la mesure où la notion de rame augmente considérablement la taille des modèles. En effet, bien que les moyens informatiques soient de plus en plus puissants, le nombre et la complexité des véhicules constituant la rame rendent les modèles difficilement envisageables. Par conséquent, la méthode des éléments finis est à exclure pour simuler les phénomènes globaux de rames.

### 1.2.2 Approche globale ou hybride

Cette approche repose sur la constatation suivante : lors d'un choc, les composants structuraux ne se comportent pas tous de la même façon. En effet, certains éléments se déforment beaucoup plus que d'autres. Les parties qui ne se déforment peu ou pas peuvent être assimilées à des **solides rigides**. Cette approche a donc pour objectif de simuler ces phénomènes par des modèles discrets, en utilisant des éléments simples pour représenter un composant ou un sous-ensemble de composants. Le fait de ne s'intéresser qu'aux zones concernées par la déformation procure à cette méthode un caractère rapide dans l'exécution du calcul. Même dans le cas de structures relativement complexes, les temps de réponse sont généralement courts.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

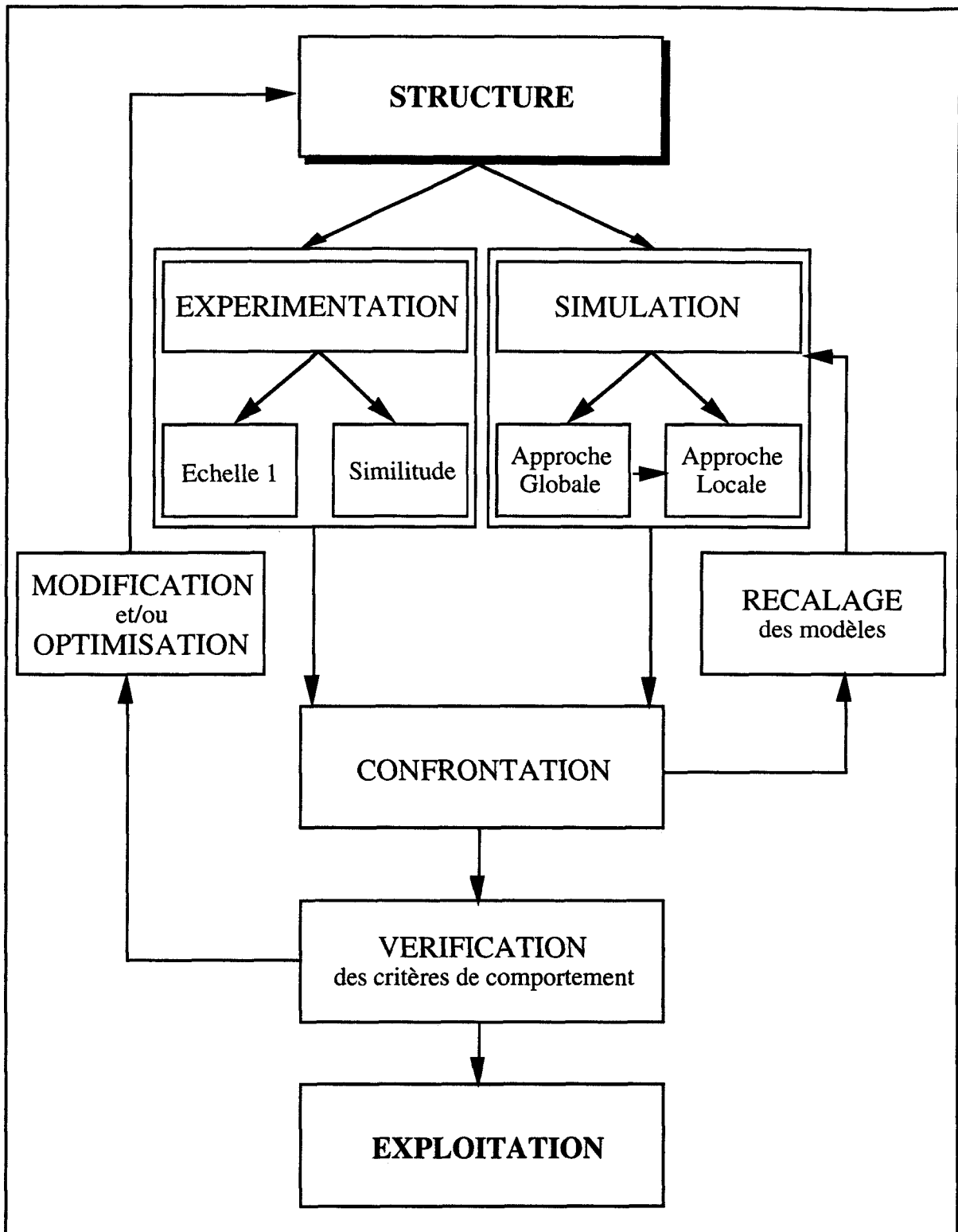


Fig. 1.2 - Stratégie d'étude du comportement en collision.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

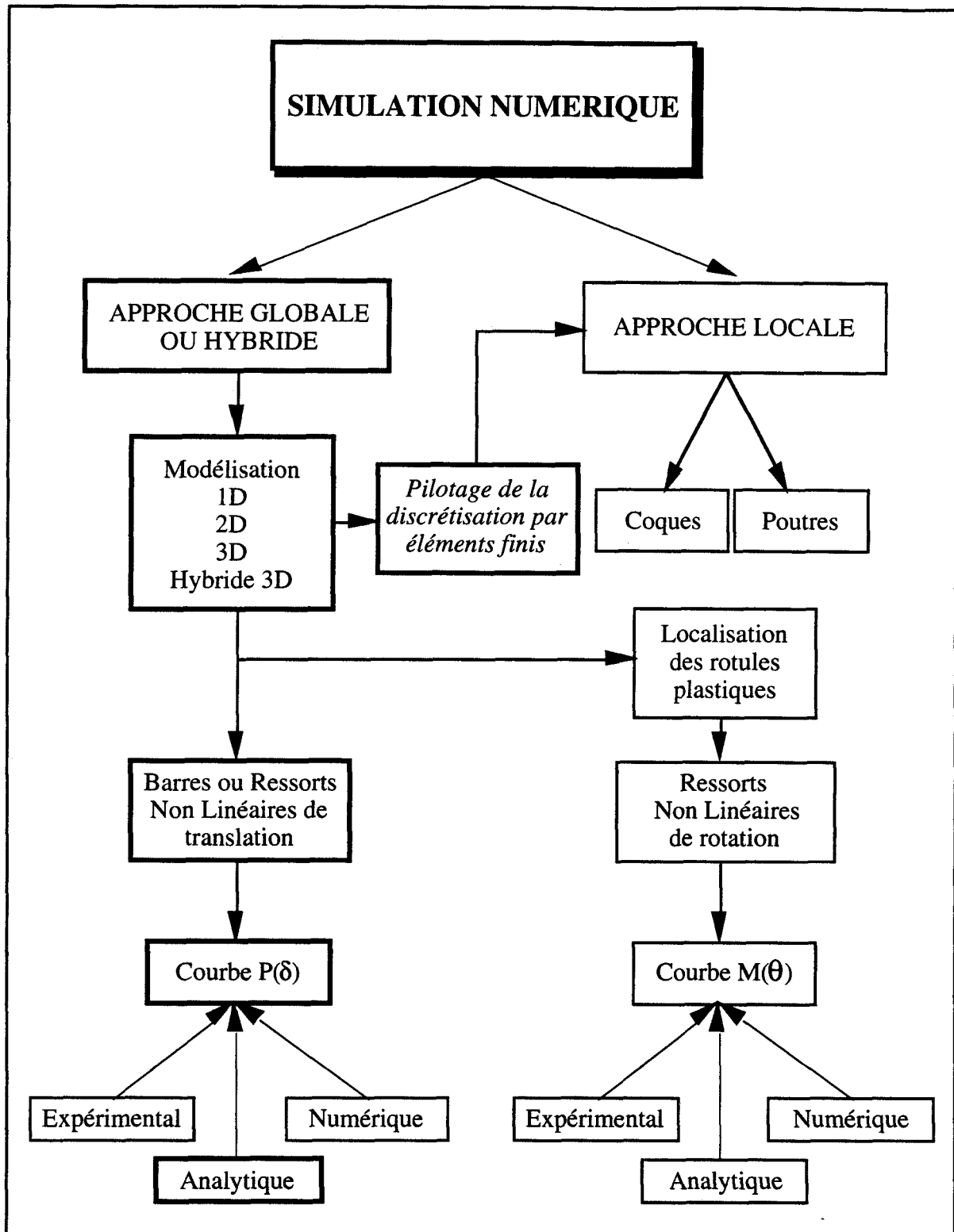


Fig. 1.3 - Outils numériques de simulation du comportement en collision.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Une structure est modélisée par un ensemble de **corps** reliés entre eux par l'intermédiaire de **liaisons**. Ces dernières représentent les éléments qui subissent de grandes déformations. Il existe deux types de liaisons :

- les liaisons rigides entre deux corps. Chaque liaison est définie par une position dans l'espace et un type (joint de translation, joint de rotation, ...). Les liaisons rigides sont également appelées "articulations".
- les liaisons déformables. Elles sont caractérisées par une courbe de comportement qui conditionne la déformation du sous-ensemble de composants. Le mode de déformation est généralement non-linéaire. Les liaisons déformables sont également appelées "ressorts", ou "actuateurs".

#### 1.2.2.1 Systèmes mécaniques unidimensionnels

De par la dimension du système, le modèle se réduit à des masses concentrées pour les corps, et à des ressorts et amortisseurs en ce qui concerne les liaisons, d'où leur appellation de modèles **L.M.S.** (**Lumped Mass Springs**).

L'élaboration d'un modèle masses/ressorts/amortisseurs consiste à diviser une ou plusieurs structures en sous-ensembles. Chaque sous-structure est ensuite modélisée sous forme de masses concentrées et de ressorts unidirectionnels dont les caractéristiques sont linéaires ou non. La résolution des systèmes d'équations différentielles qui régissent les modèles **L.M.S.** permet d'obtenir les efforts dans les sous-structures, ainsi que les déplacements, les vitesses et les accélérations aux noeuds.

Ces modèles sont adaptés à l'impact frontal des véhicules entre eux ou contre un obstacle. Les premiers modèles confrontés avec l'expérimental se trouvent dans le domaine automobile. Dès le début des années 70, Tani [TAN 70] et Kamal [KAM 70] ont montré comment un véhicule peut être modélisé dans sa partie avant par des corps rigides et des ressorts non-linéaires, et dans sa partie passagers par un ou plusieurs corps rigides et des ressorts linéaires. Ces études sont réalisées pour des vitesses maximales de 48 km/h. En effet, au delà, certains éléments sont écrasés, et ceux de la partie passagers nécessitent une modélisation plus fine.

D'autres modèles de choc frontal ont été développés par Tomassoni [TOM 84] et Fischer [FIS 84] et des modèles de choc oblique par Ng [NG 86].

Pour tous ces modèles, les corps rigides représentent l'ensemble des composants qui subissent la même loi de décélération, et le comportement local est intégré d'un point de vue énergétique dans les lois de constitution des éléments ressorts. La mise en oeuvre et la résolution de ces modèles sont souples et rapides. Fischer [FIS 84] a montré que cet avantage, en terme de temps, autorise à ces modèles d'intervenir parallèlement à la conception du prototype. Ces modèles permettent d'optimiser les composants structuraux, tel que l'a montré Kurimoto [KUR

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

81], afin de préserver l'habitacle et de diminuer les accélérations subies par les passagers. Ainsi, ces modèles contribuent à rendre les véhicules automobiles plus sécuritaires. Cet aspect est remarqué chez Chrysler [DRE 79].

Dans le domaine des transports guidés, les premiers modèles présentés par Sutton [SUT 84] ont montré la sensibilité de la réponse aux paramètres de conception (masse et caractéristiques des tampons), et à la configuration de la rame (nombre de véhicules).

L'un des premiers modèles confrontés à l'expérimental a été présenté par Dowler [DOW 85]. Un châssis porte conteneur destiné au transport de matières dangereuses, propulsé à la vitesse de 96 km/h contre un mur rigide, est modélisé par 16 corps rigides, dont 2 pour les bogies, et 23 ressorts.

Le LAMIH (LGM) a développé en collaboration avec GEC Alsthom le progiciel **CRASH1D** [DRA 88]. Cet outil de simulation a fait l'objet de nombreuses confrontations numérique/expérimental avec notamment, l'impact d'une structure ferroviaire à échelle réduite, à la vitesse de 40 km/h, contre un mur rigide [DRA 89], et l'accostage de rames TVG-Atlantique à faibles vitesses (2, 4,1 et 6,1 km/h) [MAR 92a].

En conclusion, le caractère unidimensionnel de ces modèles est adapté à l'impact frontal des véhicules. Un outil tel que **CRASH1D** répond aux besoins du constructeur lors d'un appel d'offre et pendant la phase de préconception. Par ailleurs, afin de mettre en place ce type de modélisation, il est nécessaire de disposer des caractéristiques des ressorts non-linéaires utilisés. Ces informations se présentent sous forme de courbes "effort - déplacement".

#### 1.2.2.2 Systèmes mécaniques bi et tridimensionnels

Il existe deux méthodes pour simuler les mécanismes bi et tridimensionnels d'une structure :

- La première consiste à discrétiser la structure en la divisant en "éléments poutres" linéaires. Les déformations plastiques sont considérées par l'introduction de rotules plastiques. Ces dernières sont positionnées aux noeuds, c'est-à-dire au point d'intersection de deux, voire plusieurs éléments. Chaque rotule plastique est caractérisée par une relation liant le moment à l'angle pour chaque axe de rotation considéré.

Dans le domaine aéronautique, cette méthode a permis de réaliser à l'aide du progiciel **KRASH™**, l'étude tridimensionnelle de l'impact d'un hélicoptère sur le sol [CAR 84].

Dans le domaine automobile, cette méthode a été utilisée par Chang [CHA 82] pour prédire le comportement au choc d'une voiture contre un mur.

Dans le domaine des transports guidés, l'E.R.R.I. [ORE 85], [ORE 87a] utilise le programme **PLASH™** de la British Railways et montre comment les comportements bi- et tridimensionnels

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



du choc d'un véhicule contre un mur ou contre un autre véhicule peuvent être modélisés par l'intermédiaire de poutres et de rotules plastiques. Plus tard, Lupker [LUP 90] a repris cette formulation pour modéliser plus précisément les extrémités de châssis d'un véhicule citerne, destiné au transport de gaz liquéfié, en vue de simuler son comportement lors d'un choc en rame.

- La deuxième méthode utilise la notion de liaisons rigides ou articulations. Nous parlons alors de **Système Mécanique Articulé (S.M.A.)**. Le calcul de structures par la méthode des **S.M.A.** a pris un essor au début des années 70, parallèlement à l'évolution de l'informatique.

Un **S.M.A.** se définit par un ensemble de corps reliés entre eux par des articulations et/ou des ressorts qui permettent aux corps de se mouvoir les uns par rapport aux autres. L'analyse par les **S.M.A.** s'étendra successivement à la cinématique et à la dynamique bi- et tridimensionnelle. Les **S.M.A.** sont régis par des systèmes d'équations différentielles et algébriques. La résolution de ces systèmes permet d'obtenir les efforts et les moments dans les sous-structures, plus particulièrement au niveau des différentes liaisons, ainsi que les déplacements, les vitesses et les accélérations en tout point de chaque corps.

Jusqu'à la fin des années 70, la plupart des codes de calcul ont considéré les corps comme étant rigides [CHA 71], [SHE 72], [ORL 77] et [SON 80]. De manière évidente, les modèles à base de corps rigides donnent d'excellents résultats tant que les effets élastiques restent mineurs. En conséquence de cela, les années 80 verront la naissance des codes permettant d'introduire la flexibilité dans les corps [SHA 83], [SIM 84], [AGR 86] et [CAR 89].

Les domaines d'application des **S.M.A.** sont variés. Ainsi, à la demande de l'industrie aérospatiale, les premières communications sur ce sujet sont apparus dans les années 60 avec Hooker [HOO 65], afin de simuler le comportement dynamique d'un satellite, problème toujours d'actualité avec l'introduction d'éléments flexibles, par Géradin [GER 89], permettant de concevoir des membrures plus élancées. Dans l'aéronautique, les **S.M.A.** ont été utilisés par Orlandéa [ORL 77] pour simuler les mouvements du train d'atterrissage d'un Boeing 747 .

Dans le domaine de la robotique, les **S.M.A.** ont été utilisés par Vukobratovic [VUK 82] afin de simuler les comportements cinématiques et dynamiques de la chaîne articulée d'un robot.

Dans le domaine de l'automobile, les **S.M.A.** ont permis d'améliorer le comportement routier des véhicules [ANT 86] par une modélisation adéquate de leurs suspensions. C'est dans ce domaine que nous rencontrons les premiers modèles de voitures et de corps humains développés par Mac Ivor [MCI 77], Kurimoto [KUR 81] et Chevallier [CHE 88]. Nous trouvons également des modèles tridimensionnels à base de corps rigides mis au point par Nikravesh [NIK 83] afin de simuler le comportement des véhicules dans le cas de chocs obliques contre un mur.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Dans le domaine des transports guidés, les premiers travaux apparaissent avec Tong [TON 83] et Dowler [DOW 85] qui ont montré comment ces concepts permettent de simuler en bidimensionnel, les effets de tangage et les mécanismes de déformation. Les corps rigides sont reliés entre eux, en premier lieu par des ressorts unidirectionnels associés à des joints de translation pour simuler les suspensions, le contact roue/rail et les rigidités axiales, et en second lieu, par des ressorts de rotation associés à des joints de rotation pour simuler les rigidités en flexion.

De manière générale, pour l'ensemble des modèles présentés, les déformations dont le comportement global est axial, sont modélisées par un joint de translation couplé avec un ressort unidirectionnel. Les déformations engendrant un comportement global bi- voire tridimensionnel, sont modélisées par un joint de rotation en 2D et par un joint de révolution en 3D. Une rotule plastique est constituée d'un joint, couplé à un ou plusieurs ressorts de rotation ou de révolution. Les lois caractérisant le comportement des ressorts, axial et de rotation, sont respectivement la courbe "effort - déplacement" ou  $P(\delta)$  et la courbe "moment - angle" ou  $M(\theta)$ .

Du point de vue temps de calcul, les modèles basés sur la dynamique des corps rigides constituent un moyen efficace de prédiction du comportement des véhicules de transport lors d'une collision. Le Laboratoire de Génie Mécanique a développé le progiciel **CRASH2D** [MAR 91a], [MAR 91b], [DRA 92] et [MAR 93a] en collaboration avec **GEC Alsthom** et la **S.N.C.F.** Cependant, cet outil requiert l'introduction des caractéristiques propres à chacune des liaisons déformables. Dans un premier temps, l'utilisateur doit donc définir les courbes de comportement des ressorts de translation et de rotation.

### 1.2.2.3 Approche hybride Eléments Finis / Super Eléments de Pliage

A l'issue d'une première phase de préconception effectuée à l'aide des approches globales classiques 1D, 2D ou 3D, la structure commence à prendre forme et de nombreuses solutions technologiques sont figées. Avant le passage à la phase de validation finale, il existe une seconde classe d'approche globale que nous appelons approche "hybride". Illustré par la Fig. 1.4, ce concept consiste à modéliser de façon classique par des éléments finis de type coques minces les sous-structures, ainsi que les parties complexes de la structure. Pour les composants dont le design doit être amélioré, nous avons recours à des éléments équivalents de types barres et ressorts non-linéaires interconnectés au moyen de corps rigides ou d'éléments de poutres élastiques. Tout comme pour l'approche globale ces éléments équivalents sont alimentés par les courbes  $P(\delta)$  et  $M(\theta)$ . Nous les appelons Super Eléments de Pliage (SEP) en compression ou en flexion. Ce procédé permet de réduire considérablement le nombre d'éléments coques dans un modèle de conception et d'augmenter la vitesse d'exécution à moindre coûts et délais. Il y trouve son efficacité maximum dans la construction des caisses de

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

voitures guidées qui se distinguent des voitures automobiles par la présence en très grande quantité d'éléments linéiques (profilés).

A l'issue de cet inventaire, nous constatons que l'approche globale ou hybride est une méthodologie simplifiée complémentaire de l'approche locale car elle permet d'extraire rapidement le comportement général d'une structure soumise au choc. Les différentes formulations qu'elle propose sont de complexité et de précision croissantes et s'emboîtent parfaitement dans un schéma de préconception. Elle offre la possibilité de présélectionner et de pré-optimiser les dispositifs structuraux. Pour la validation finale, elle permet de piloter la discrétisation par éléments finis.

### **1.3 Problématique de la recherche**

Tel que nous l'avons énoncé en introduction, les constructeurs qu'ils soient automobiles ou ferroviaires, sont de plus en plus soumis à des contraintes de délais, de coûts et de qualité de leurs matériels à soumettre au choc. Ils commencent sérieusement à exprimer le besoin d'avoir accès, en phase de préconception, à des méthodologies simplifiées, mais performantes, de simulation du comportement en collision. En vue de répondre à cette attente, le Laboratoire de Génie Mécanique de l'UVHC a entrepris, en partenariat avec la société Engineering Systems International S.A. qui développe le code de calcul par éléments finis PAMCRASH™, des travaux de recherches dont les principaux objectifs sont de rendre encore plus performante l'utilisation de l'approche globale ou hybride.

En effet, ce type d'approche, qu'elle soit en formulation 1D, 2D, 3D ou hybride 3D Eléments Finis/Super Eléments de Pliage (EF/SEP), nécessite l'obtention préalable des caractéristiques en compression et en flexion des différentes sous-structures en vue d'alimenter les barres et les ressorts non-linéaires. Ces caractéristiques  $P(\delta)$  et  $M(\theta)$  sont actuellement obtenues par des calculs en statique non-linéaire, par des calculs de flambage, ou bien encore par des essais expérimentaux. Toutes ces méthodes, coûteuses en temps de préparation et d'exploitation, amenuisent l'intérêt de l'approche globale et ne nous permettent pas de répondre entièrement à l'attente des constructeurs.

La détermination analytique des courbes "Moment-Angle" caractéristiques du comportement bidimensionnel des profilés à parois minces (rotules plastiques) a fait l'objet d'un précédent travail de recherches mené par Anceau [ANC 94a]. Dans le cadre de la présente recherche, nous nous sommes intéressés à un mode de détermination analytique des courbes

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

“Effort-Déplacement” caractéristiques de l’effondrement axial des profilés linéiques à parois minces.

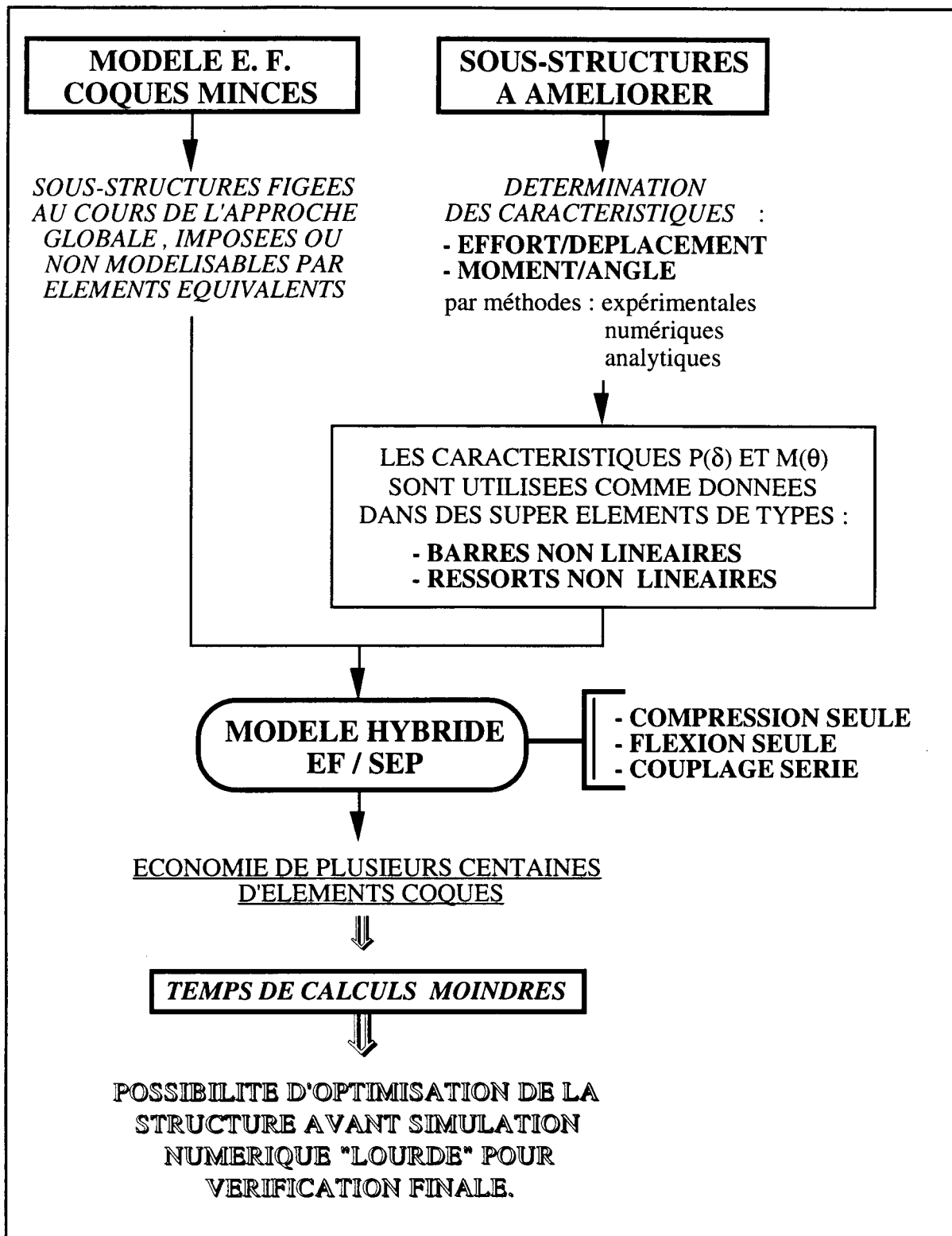


Fig. 1.4 - Concept de modélisation hybride 3D Eléments Finis / Super Eléments de Pliage.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Lors du processus d'écrasement axial d'une structure métallique à parois minces, l'énergie est dissipée plastiquement par la formation de plis ou lobes dans lesquels le métal subit une grande déformation irréversible. Le passage des petites aux grandes déformations est marqué par l'état critique de flambage où les lois de comportement habituelles deviennent compliquées et inextricables. Au delà du seuil critique, la résistance de la structure diminue, et ce, jusqu'à son état limite final ; cette approche est connue sous le nom "d'effondrement". L'étude des mécanismes d'effondrement est un aspect important dans la prédiction de la résistance à l'écrasement ou de la destruction complète d'une structure. Elle intervient surtout dans l'analyse théorique et expérimentale de tubes à parois minces ayant une section de forme géométrique relativement simple (prismatique ou circulaire). Ces tubes minces constituent des pièces essentielles de châssis de véhicules automobiles ou ferroviaires qui ont pour rôle d'absorber les chocs tout en se déformant d'une façon appréciable, garantissant ainsi la sécurité des passagers.

Absorber l'énergie cinétique tout en maintenant des niveaux d'accélération et de décélération supportables, telle est la clef du problème de la sécurité passive que nous avons évoqué en introduction. L'accroissement des performances des longerons et autres dispositifs absorbeurs passe nécessairement par l'amélioration du design des sections et par un choix judicieux des matériaux constitutifs. Pour trouver le meilleur compromis, il est indispensable d'itérer le processus en faisant varier les paramètres section et matériau. L'intérêt des modèles analytiques réside dans une mise en données très rapide et un résultat quasi-instantané, ce qui autorise un processus de design itératif.

Une phase de recherche bibliographique nous a permis de recenser les différentes méthodes analytiques existantes. Celles-ci se classent en deux types d'approches :

- l'approche analytique basée sur des relations semi-empiriques tirées de multiples essais expérimentaux,
- l'approche analytique par modèles cinématiques basés sur l'étude du faciès de déformation quasi-statique.

La première approche est de type semi-empirique. Elle a été utilisée, entre autres, par Aya [AYA 74], Magee [MAG 78] et la Ford Motor Company [MAH 81], [MAH 82], [MAH 84], [MAH 85], [HIK 86], [MAH 86], [MAH 88] pour améliorer le design collision des longerons automobiles. Dans le cas de Ford, ce programme de recherche a abouti au développement des programmes VCRUSH et SECOLLAPSE. Ces programmes permettent l'analyse 3D des structures à composants minces soumises au choc en utilisant des formulations incrémentales de type éléments finis. Cependant, cette approche a l'inconvénient de ne pas être facilement

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

généralisable aux différents types de sections que nous pouvons rencontrer dans le domaine des transports et la formulation incrémentale qu'elle utilise ne la rend pas très performante pour un processus de design. Les coefficients qui sont utilisés dans les relations semi-empiriques sont obtenus par de multiples essais expérimentaux sur une gamme de sections données en faisant varier les dimensions et le matériau. Cette approche nécessite donc un modèle par gamme de sections.

La seconde approche est basée sur l'observation de la cinématique de déformation. Lors du processus d'écrasement d'un profilé à parois minces, l'énergie est dissipée par la formation de lobes plastiques. Le but de cette approche consiste à analyser le faciès d'effondrement quasi-statique et à l'idéaliser en recensant les différentes zones de dissipation énergétique. Nous obtenons un modèle composé d'éléments géométriques rigides de forme simple dont les liaisons dissipent l'énergie par extensions ou par charnières plastiques. La formulation théorique des modèles cinématiques, fondée à partir du théorème de l'analyse limite, fournit une solution de type borne supérieure. Cette méthode qui est basée sur un ensemble de déplacements cinématiquement admissibles est également utilisée en flexion plane sur des profilés minces à sections fermées [KEC 79], [KEC 83a], [KEC 83b], [KEC 90], [ANC 92] et à sections ouvertes [ABR 81], [ANC 94a]. L'avantage des modèles cinématiques, notamment en compression, réside dans la possibilité de les généraliser à une très grande gamme de sections par paramétrage de la géométrie.

Nos objectifs étant de pouvoir caractériser l'effondrement de la majorité des profilés rencontrés dans la construction des véhicules de transports, nous nous sommes donc dirigés vers l'utilisation et le développement de modèles cinématiques en compression.

En matière de modèles cinématiques en compression de nombreux travaux ont été menés depuis le milieu des années 70. Ici, nous ne nous intéressons qu'aux sections prismatiques. Les sections circulaires ont fait l'objet de nombreuses études et développements, [ALE 60], [PUG 79], [ABR 84a], [WIE 92], [REI 93], mais sont très peu utilisées dans le domaine des transports. Sur la base des modèles développés pour les sections prismatiques, de nombreuses applications parallèles ont été effectuées. Nous pouvons citer, entre autres, les travaux de Reid [REI 86] et Abramowicz-Wierzbicki [ABR 88] sur l'utilisation combinée de mousses polyuréthanes injectées dans les profilés à parois minces. De même, nous pouvons faire référence aux travaux plus récents de Wang [WAN 91] sur l'emploi de tubes filés avec des fibres composites et de Reddy [RED 93] sur l'adjonction de fibres de bois à l'intérieur des profilés. L'intérêt commun de tous ces procédés est, d'accroître la consommation énergétique et

d'améliorer la stabilité de l'absorbeur en pilotant le mode de déformation et ainsi, d'éviter les risques de flambements globaux de type Eulérien.

Pour tous les modèles existants, le concept de modélisation d'une structure à parois minces, proposé par Wierzbicki [WIE 77] et Abramowicz [ABR 79], est identique. Comme illustré par la Fig. 1.5, le profilé, que nous avons choisi à angles droits pour des raisons de simplicité, est découpé de façon imaginaire selon les éléments coins qui le compose. Chaque élément coin, qui préfigure un lobe plastique, est isolé du reste de la colonne au moyen de deux plans horizontaux  $H_1$  et  $H_2$  au travers desquels le déplacement transversal au niveau des frontières horizontales disparaît. Le déplacement interne relatif est donc égal à la distance d'écrasement courante  $\delta$  et la hauteur initiale de la tranche résultante est  $2H$ . Deux coupures additionnelles sont pratiquées par symétrie plane sur la section et sont repérées par  $V_1$  et  $V_2$ . Du fait des conditions de symétrie les déformations internes à ces deux plans sont nulles. Pour ce qui est des déplacements externes, ils sont arbitraires et fonctions du cas traité. Ainsi, ces quatre plans définissent les frontières de l'élément coin caractérisé par sa longueur d'onde  $2H$  de flambement plastique, sa largeur  $C$ , son épaisseur  $t$  et l'angle  $2\Psi_0$  entre ses deux faces adjacentes.

Grâce aux conditions de symétrie il est possible de calculer la dissipation énergétique pour chaque élément coin, puis de sommer les contributions élémentaires pour obtenir la dissipation de la section entière.

Pour ce qui est de l'analyse théorique, elle est basée d'une part sur l'observation du faciès d'effondrement résultant d'essais expérimentaux quasi-statiques et d'autre part sur certains principes mécaniques que sont les grandes déformations plastiques des coques [WIE 88].

Des essais quasi-statiques sur échantillons rectangulaires suffisamment courts font apparaître le mode d'effondrement représenté Fig. 1.6.a, idéalisé à la Fig. 1.6.b

Il s'avère que ce mode de pliage antisymétrique est déclenché par celui du flambage de plaques sur appuis simples. C'est pour cette raison que l'échantillon ne doit pas être trop élancé, sinon il y a instabilité globale et c'est le mode de flambement Eulérien qui amorce l'écrasement, suivi d'un effondrement en flexion.

Le concept de modélisation consiste à trouver un mécanisme simplifié se rapprochant le plus du mode idéalisé tout en étant cinématiquement admissible. De nombreux modes de pliage peuvent conduire à cette forme, mais avec des degrés de simplicité très variables et un respect plus ou moins grand de la condition de continuité cinématique. Wierzbicki [WIE 82] a montré qu'ils se départagent en deux grandes classes, les mécanismes de pliage inextensibles et extensibles représentés à la Fig. 1.7.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

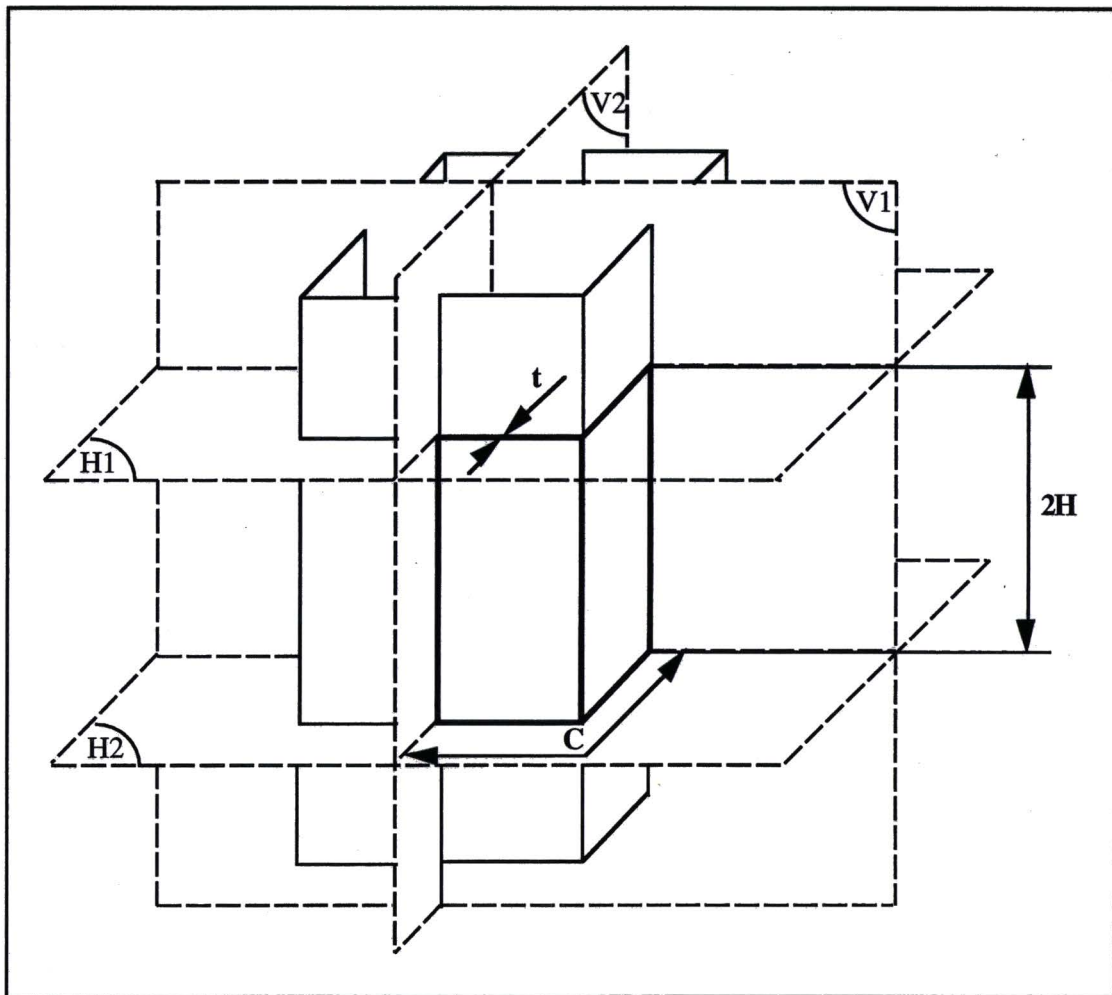


Fig. 1.5 - Concept de modélisation d'une structure à parois minces.

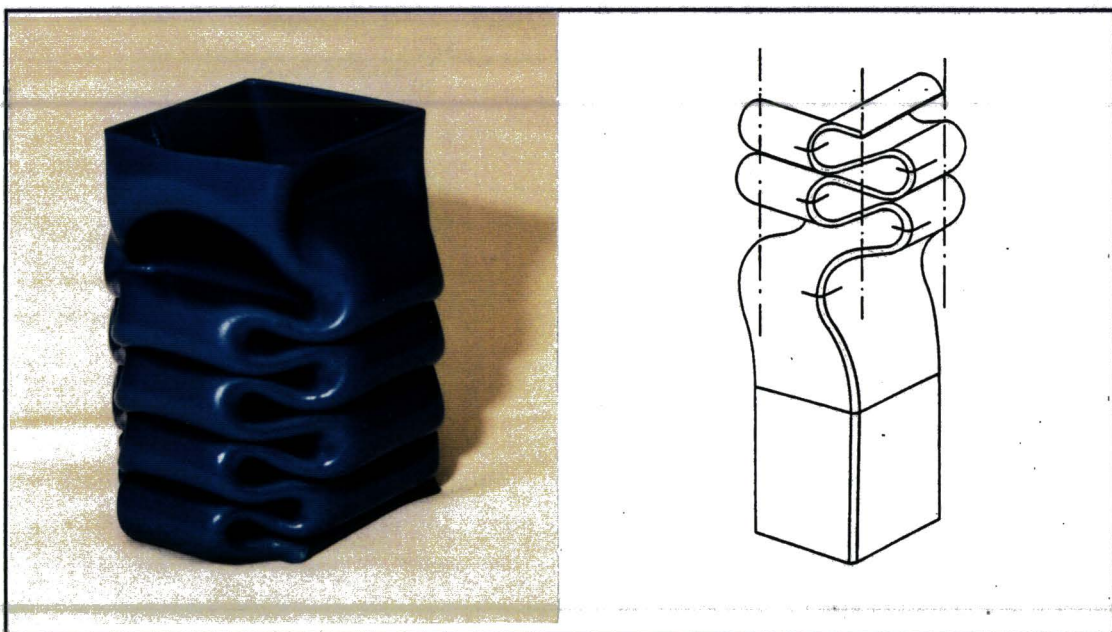


Fig. 1.6 - Faciès d'effondrement en compression axiale: a- expérimental , b- idéalisé.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



Les modes A , utilisés entre autres par Pugsley [PUG 79] et Johnson [JOH 77], et B sont purement inextensibles. Ils décrivent certes la géométrie du processus d'écrasement mais conduisent à des discontinuités dans les pentes et sont donc cinématiquement inadmissibles. Le mode C, utilisé par Ohkubo [OHK 74] et Wierzbicki [WIE 77], est également inextensible mais respecte, en partie, la condition de continuité cinématique par des lignes de pliages inclinées mobiles. Or, la mobilité de ces lignes de pliage conduit à une discontinuité dans le champ de déplacement qui se traduit par l'ouverture représentée Fig. 1.7.a. Ce gap indique qu'une zone d'extension est nécessaire pour assurer la continuité .

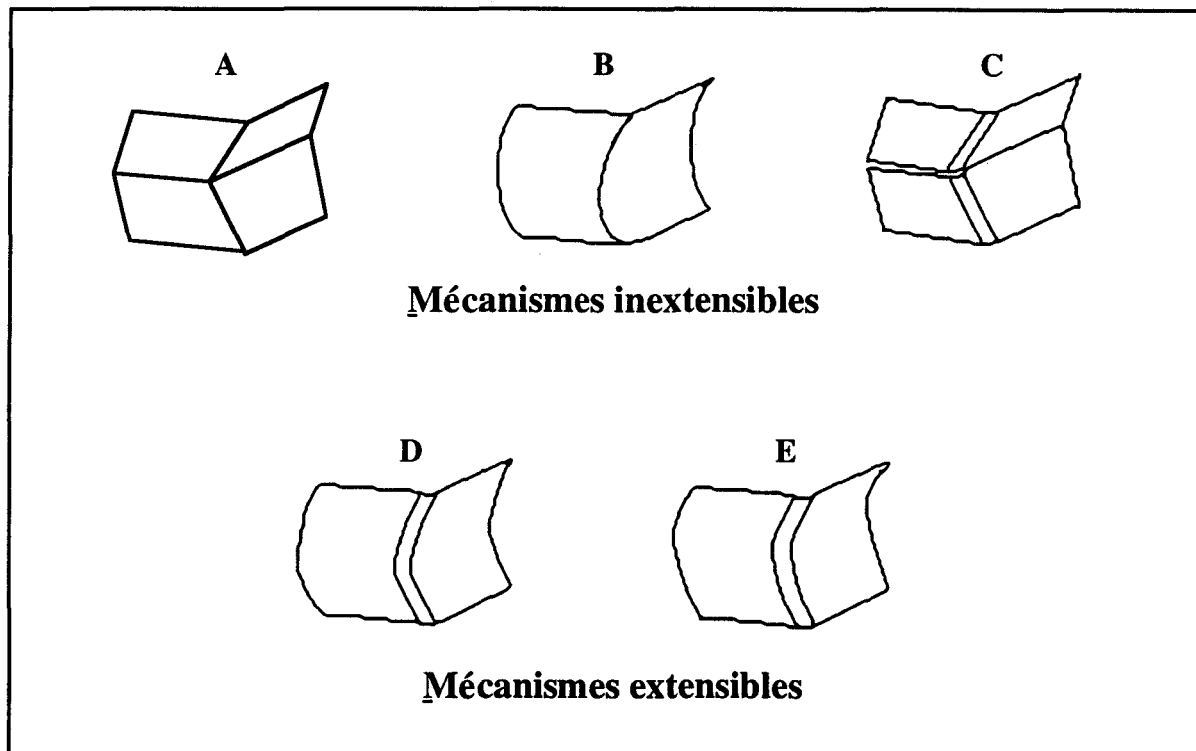


Fig. 1.7 - Mécanismes de pliage inextensibles et extensibles.

De tous ces modes, seuls les modes D et E (antisymétrique de D) satisfont les conditions de frontières et de continuité cinématique. Cependant, le développement de tels modes nécessitent de formuler une énergie de dissipation continue en flexion avec inversion de courbure pour reproduire le mode idéalisé. Cela conduit à une formulation trop complexe dont la résolution, en termes de temps de calculs, sort de nos objectifs.

Sur la base de ces premières constatations Wierzbicki et Abramowicz [WIE 83a] ont proposé un nouveau mécanisme, reprenant les avantages du mode D, mais de formulation beaucoup plus simple. Ce modèle est une superposition des modes A et C avec un champ de déplacement additionnel décrit par deux rayons de raccordement, l'un pour les lignes de pliage horizontales et l'autre pour les lignes de pliage inclinées mobiles. Pour assurer la continuité cinématique

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

l'intersection des lignes horizontales et inclinées fait intervenir une zone de surface toroïdale où sont confinées les extensions. Ce mécanisme, représenté Fig. 1.8, n'est donc, ni purement inextensible, ni purement extensible. Les auteurs l'ont appelé mécanisme quasi-inextensible et il se caractérise par trois zones de dissipation énergétique : deux lignes de pliage horizontales ABC, deux lignes de pliages inclinées mobiles UBL et une surface toroïdale d'extension B. Ce mode quasi-inextensible est le plus fréquemment observé des modes d'effondrement antisymétriques et respecte l'idéalisation de la Fig. 1.6.a.

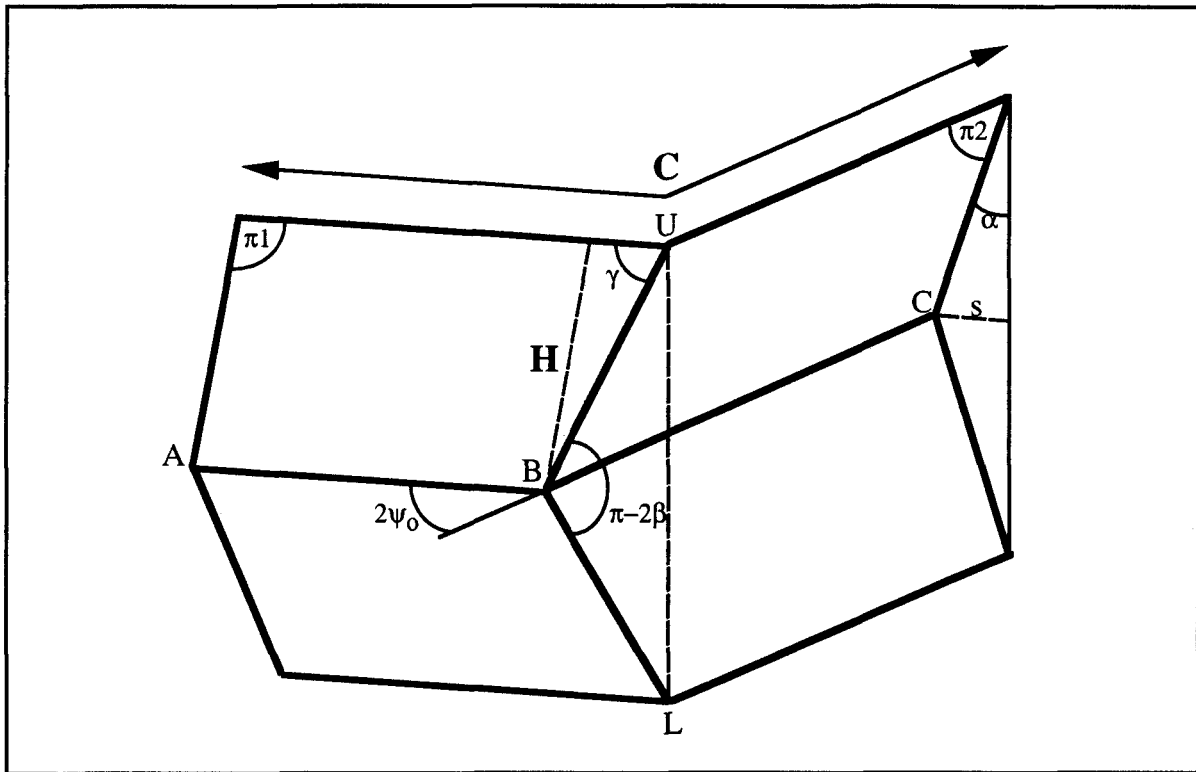


Fig. 1.8 - Mécanisme de pliage quasi-inextensible.

Cependant, en multipliant les essais expérimentaux sur diverses sections et en faisant varier le ratio largeur C sur épaisseur t, Abramowicz et Jones [ABR 84b], [ABR 84c] se sont trouvés en présence de modes très complexes comme ceux de la Fig. 1.9. L'apparition de ces différents mécanismes est fonction de la mobilité ou de la stationnarité des lignes de pliages inclinées. Le comportement de ces dernières dépend, des conditions de symétrie du chargement, de la géométrie de la section et des contraintes géométriques additionnelles dues entre autres aux imperfections. Ainsi, selon la mobilité ou la stationnarité de l'une ou des deux lignes de pliages inclinées, nous pouvons nous trouver en présence de modes très complexes combinant des comportements symétriques, antisymétriques et mixtes.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Seuls les modes **a** et **b** de la Fig. 1.9 ont été retenus en raison de leur grande répétitivité observée au cours de multiples essais expérimentaux. Ils ont été répertoriés respectivement mode I et mode II.

Le mode I, que nous reconnaissons comme étant le mécanisme quasi-inextensible [WIE 83a], traduit le comportement totalement mobile des lignes de pliage inclinées.

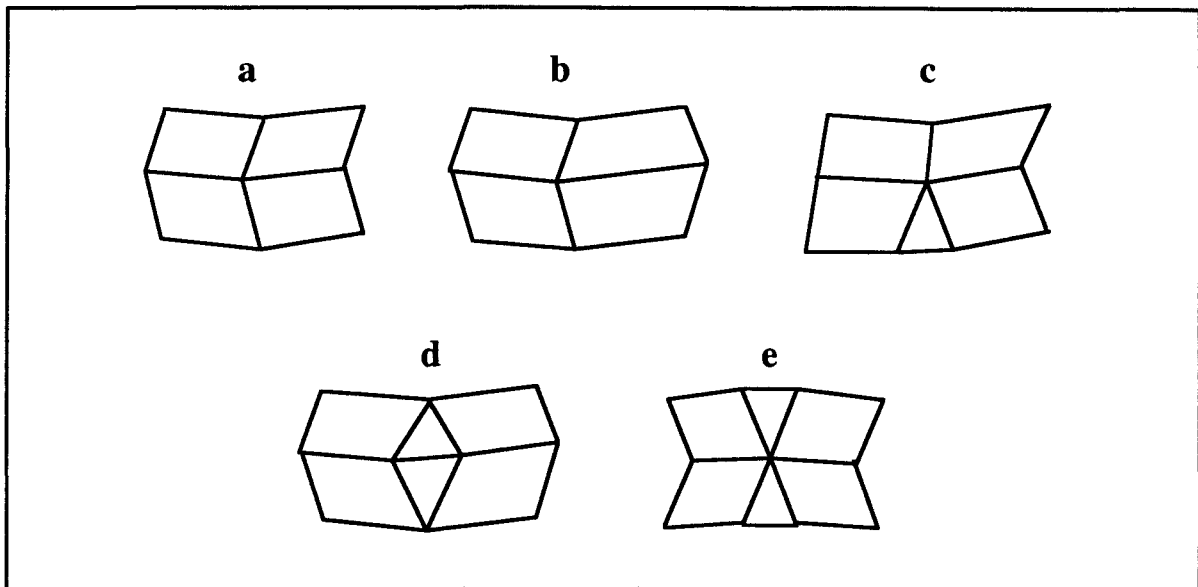


Fig. 1.9 - Idéalisations des différents mécanismes de pliage observables.

Le mode II, proposé par Hayduk et Wierzbicki [HAY 84], traduit quant à lui le comportement totalement stationnaire de ces mêmes lignes de pliage et caractérise un mécanisme purement extensible. C'est pourquoi les faces initialement rectangulaires se transforment en éléments trapézoïdaux en faisant apparaître deux cônes d'extension. La Fig. 1.10 illustre ce second mode d'effondrement qui se caractérise également par trois zones de dissipation énergétique : deux lignes de pliage horizontales ABD, deux lignes de pliages inclinées stationnaires UBL et deux surfaces coniques d'extension UB et BL. En combinant ces deux modes sur les  $n$  éléments coins qui composent une section arbitraire Abramowicz et Jones [ABR 84b], [JON 85], [ABR 86] ont réussi à reproduire les différents modes d'effondrement rencontrés au cours de leurs essais et ont obtenus des résultats très satisfaisants. Cependant, rien ne permet de prédire quel mode ou quelle combinaison de modes domine le processus d'écrasement. Au niveau industriel cette démarche est donc inapplicable.

La recherche de la prédiction de l'effort d'écrasement des structures à parois minces de sections arbitraires a conduit Wierzbicki et Abramowicz [WIE 89a] à développer un nouveau mécanisme de pliage en combinant les modes I et II, mais cette fois-ci, au niveau même du

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

comportement de chaque élément coin. En effet, des observations plus précises de la cinématique de déformation ont montré qu'en fait il y avait coexistence entre les modes quasi-inextensibles et extensibles durant le processus complet de formation d'un lobe plastique. Cette coexistence aurait suggérée le développement d'un modèle parallèle où les deux modes contribueraient simultanément à la résistance à l'écrasement de l'élément coin. Un tel modèle est très intéressant du point de vue théorique mais aurait conduit à une formulation trop complexe nécessitant le recours à une puissance informatique contradictoire avec les objectifs.

Les observations indiquant une certaine prédominance du mode quasi-inextensible en début d'effondrement et une certaine prédominance du mode extensible vers la fin, les auteurs ont opté pour le développement d'un modèle dans lequel ces deux modes s'activent en série. Ce modèle série, représenté Fig. 1.11, a été appelé mode mixte généralisé. Il se caractérise par une première phase d'écrasement pilotée par le mode quasi-inextensible. Arrivé à une configuration intermédiaire, le mode extensible prend le relais et contrôle la seconde phase de l'écrasement jusqu'à la configuration finale.

Notre choix, comme base de départ pour le présent travail de recherches, s'est porté sur le modèle mixte généralisé qui, du fait de la combinaison des modes I et II, est le seul à traiter de façon quasi-universelle les profilés à parois minces de sections fermées arbitraires.

Cependant, le modèle mixte généralisé comporte des limitations qui ne nous permettent pas, d'une part, d'étudier la majorité des profilés rencontrés dans les conceptions actuelles, et d'autre part, de modéliser correctement le comportement au choc des structures complexes dont la cinématique de déformation fait intervenir des mécanismes en série.

En effet, ce modèle est limité aux sections à épaisseur constante. Or, l'utilisation croissante des profilés extrudés en alliage d'aluminium, de même que l'utilisation d'assemblages mécano-soudés de tôles préformées, fait que nous sommes de plus en plus souvent confrontés à des sections à épaisseurs multiples.

En seconde limitation, ce modèle ne fournit qu'une caractéristique moyenne de l'effort d'écrasement. Il est donc fait abstraction de la charge ultime au delà de laquelle il y a effectivement effondrement de la section. Son utilisation dans une barre ou un ressort non-linéaire d'un modèle de préconception ne peut se faire que si nous sommes certains que l'effondrement va se produire. Cela est vrai dans le cas des absorbeurs d'énergie en nids d'abeilles. Dans d'autres cas, où nous ne connaissons pas a priori le comportement des différents composants, nous pouvons être amenés à commettre une grave erreur en terme de

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

consommation énergétique et fausser complètement la cinématique de déformation de la structure.

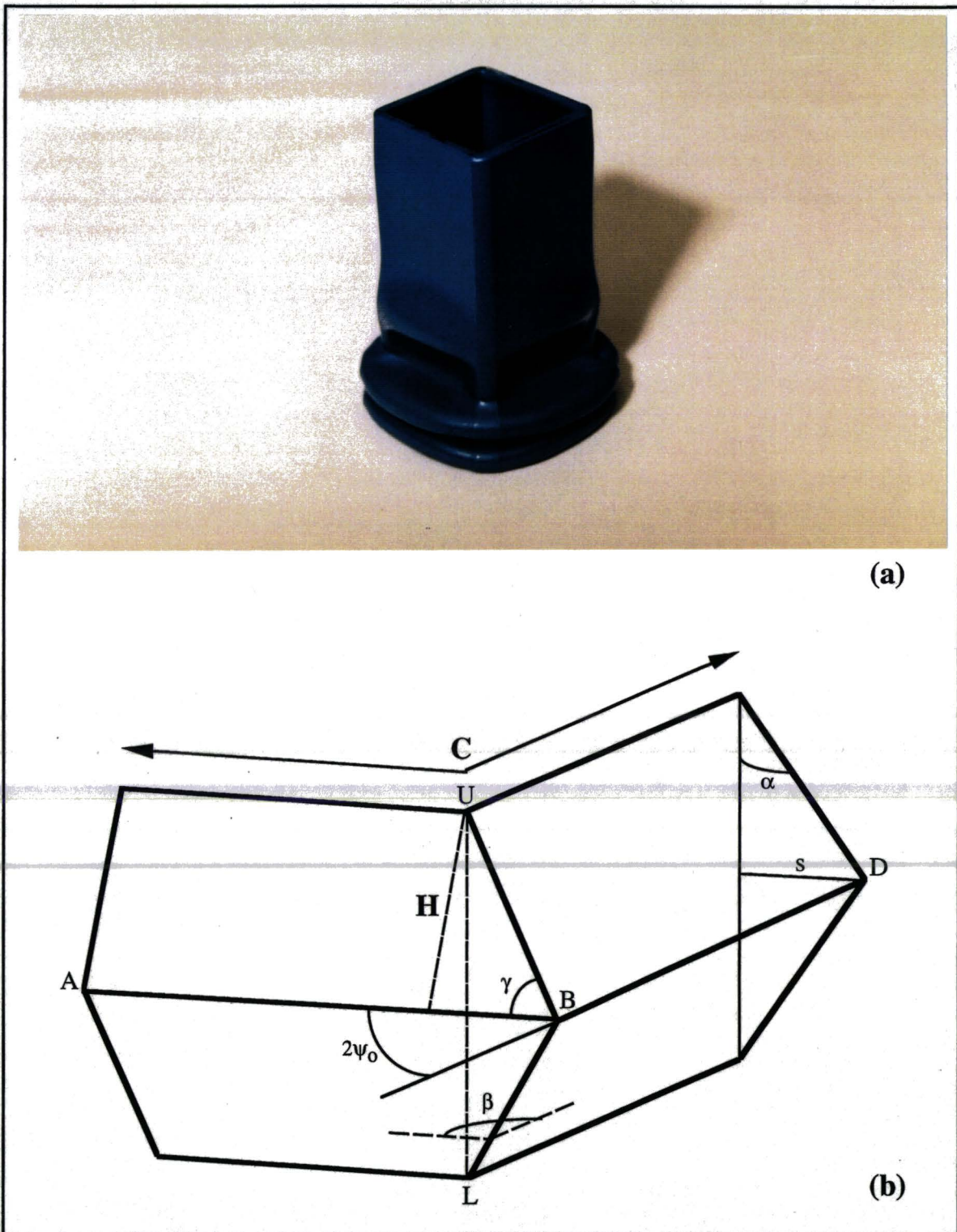


Fig. 1.10 - Mécanisme de pliage extensible: a- expérimental , b- idéalisé.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

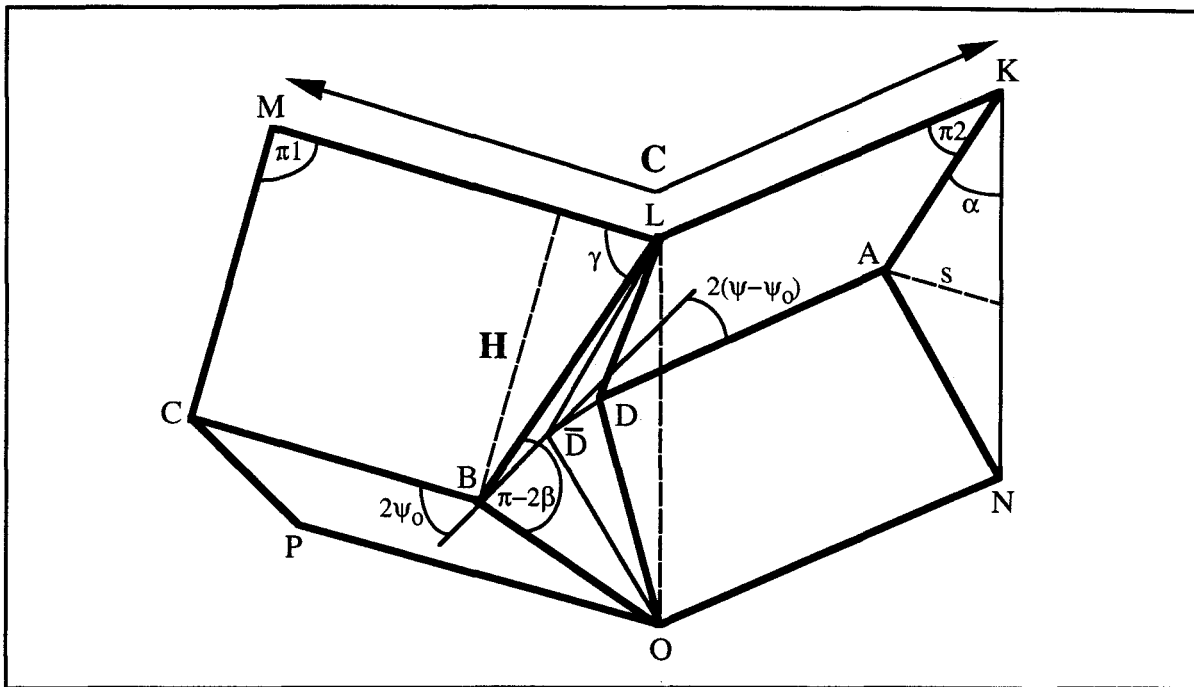


Fig. 1.11 - Mécanisme de pliage mixte généralisé.

Plus récemment, Wierzbicki et Huang [WIE 90], [WIE 91] ont proposé un modèle simplifié décrivant l'historique de l'effondrement. Ce modèle caractérise la phase de pré-effondrement jusqu'au chargement ultime en faisant intervenir les deux modes de flambement possibles: le mode de flambement élastique suivi d'un post-flambement élasto-plastique et le mode de flambement plastique où la compression uniforme est suivie par de la compression plastique jusqu'au point d'instabilité. Malheureusement, ce modèle est limité aux sections à angles droits et à épaisseur constante. Il ne tient également pas compte de la hauteur de la colonne et donc d'une possible répartition de lobes élasto-plastiques en phase de pré-effondrement.

La troisième limitation du modèle mixte généralisé est d'ordre géométrique. Nous avons précédemment dit que ce modèle permet de caractériser quasi-universellement l'effondrement des profilés à parois minces de section fermée arbitraire. Les sections que nous pouvons rencontrer dans le domaine des transports automobiles et ferroviaires se classent en deux catégories: les sections dites "monotubulaires", caractérisées par un seul corps, et les sections dites "multitubulaires", caractérisées par plusieurs corps dont les dimensions et les géométries peuvent être différentes.

Les sections monotubulaires sont issues de la gamme standard des profilés industriels dont le mode de fabrication est effectué, soit par pliage de tôle et soudure continue, soit par extrusion. Les sections multitubulaires, dont la Fig. 1.12 illustre deux exemples, n'ont pas de géométries et de dimensions standardisées. Leur mode de fabrication est effectué, soit par pliage de tôles et

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

soudure en continue ou par points, ou par collage, soit par extrusion pour les alliages d'aluminium.

Dans le cas des profilés monotubulaires, le modèle mixte généralisé a prouvé son efficacité, moyennant les limitations énoncées précédemment.

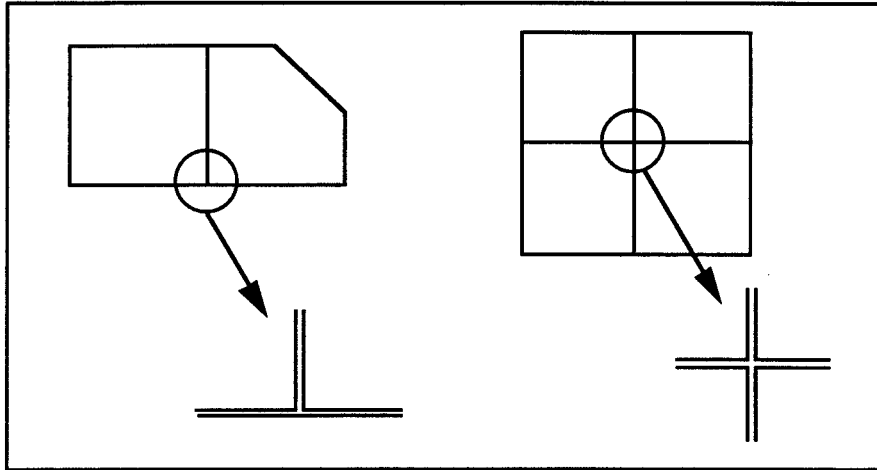


Fig. 1.12 - Illustration des profilés multitubulaires.

Dans le cas des profilés multitubulaires, selon le mode de fabrication, le modèle est plus ou moins opérationnel. Selon le principe de découpage d'une structure en éléments coins, nous voyons apparaître Fig. 1.12 de nouveaux éléments que nous qualifions d'éléments coins à faces communes. Si ces éléments sont obtenus par collage, Wierzbicki [WIE 83b] a montré que la résistance de la colle étant inférieure à celle du matériau c'est donc un mode antisymétrique qui va se déclencher par arrachement du film adhésif. Nous pouvons donc supposé valable l'utilisation du modèle mixte généralisé. Si ces éléments sont obtenus par soudure par points, l'espacement entre deux points préfigure la longueur d'onde de flambement plastique. Entre ces deux points il n'y a aucune liaison entre les éléments coins communs et c'est donc également le mode mixte généralisé qui va piloter le processus d'effondrement. Par contre, dans le cas des profilés multitubulaires extrudés ou soudés en continu la rigidité de la ligne de coin centrale est telle que c'est une combinaison de modes symétriques et antisymétriques qui va se déclencher. Le principe d'assemblage d'éléments coins, basés sur le modèle mixte généralisé, est donc incorrect dans ce cas.

La dernière limitation du modèle concerne le mode de chargement du profilé dont nous cherchons à caractériser l'effondrement. Dans le cas d'un chargement quasi-statique, les modèles cinématiques étant développés à partir de l'idéalisation d'un faciès de déformation quasi-statique, il n'y a donc aucun problème à souligner. Par contre, dans le cas d'un

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhiculés de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

chargement dynamique, de nombreux facteurs font que l'historique de l'effondrement est modifié et notamment le chargement ultime. Les principaux facteurs répertoriés sont, l'inertie latérale des faces, l'inertie axiale de l'impacteur et la sensibilité du matériau à la vitesse de déformation. Pour ce qui est de la sensibilité à la vitesse de déformation, de nombreux modèles de correction dynamique existent avec des degrés de complexité plus ou moins grands. Nous pouvons citer deux des modèles les plus simples et les plus utilisés que sont le modèle de Cowper-Symonds et le modèle de Johnson-Cook. En ce qui concerne les effets d'inertie dynamique, Wierzbicki et Recke [WIE 89b] ont adapté la phase de pré-effondrement du modèle simplifié cité précédemment pour le cas d'un chargement dynamique. Or, ils se sont limités à la seule intervention du flambement élastique. Comme nous l'avons précisé en amont, l'effondrement quasi-statique est associé, soit au flambement élastique, soit au flambement plastique. Dans le cas d'un chargement dynamique ces deux modes de flambement interviennent donc également. Paradoxalement, pour les profilés standards et les profilés en extrudés d'aluminium nous sommes surtout confrontés au mode de flambement plastique.

#### **1.4 Stratégie de la recherche**

Dans le but de caractériser l'effondrement axial de la majeure partie des sections que nous rencontrons dans le domaine des transports, notre recherche s'est organisée séquentiellement, dans l'ordre des limitations relevées sur les modèles existants.

Le chapitre II est relatif au modèle mixte généralisé de Wierzbicki-Abramowicz. Celui-ci étant limité au calcul de l'effort moyen d'écrasement des sections à épaisseur constante, nous avons entrepris de l'étendre au calcul de l'effort instantané pour des profilés à sections prismatiques complexes et à épaisseurs multiples. Pour la phase de pré-effondrement, nous faisons intervenir les deux modes de flambement existants, mais en utilisant un champ de déplacement continu en flexion et un champ de déplacement en compression tenant compte de la hauteur de la colonne [MAR 93b]. Parallèlement, nous avons effectué une campagne d'essais expérimentaux quasi-statiques sur des profilés monotubulaires à épaisseurs simples et multiples. Cette base expérimentale nous a guidé dans l'extension du modèle et notamment dans la formulation des hypothèses pour l'application aux sections multi-épaisseurs. A la fin de ce second chapitre, nous présentons le résultat des confrontations entre le modèle mixte généralisé étendu et les essais expérimentaux.

Le chapitre III concerne la caractérisation à l'effondrement des profilés multitubulaires soudés en continu ou extrudés, où le modèle mixte généralisé n'est pas applicable. Dans un premier temps, nous avons entrepris une phase d'essais expérimentaux pour observer le

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



comportement de ces structures et notamment les différents modes de flambement qu'elles peuvent subir. Parallèlement, chacun des profilés testés a été modélisé par éléments finis avec le code de calcul PAMCRASH™. Après corrélation des résultats numériques par rapport aux résultats expérimentaux, nous avons extrapolé des modèles éléments finis de chaque section testée en faisant varier, les ratios largeurs sur épaisseurs, ainsi que les matériaux. Cette démarche nous a permis d'acquérir une base de données conséquente. Dans un second temps, en suivant la démarche utilisée par Wierzbicki-Abramowicz, nous avons idéalisé deux des faciès d'effondrement les plus fréquemment rencontrés, l'antisymétrique et le symétrique. Après recensement et formulation des différentes zones de dissipation énergétique deux modèles cinématiques généralisés spécifiques aux sections multitubulaires ont été développés. Au cours de cette étude nous avons été amenés à modifier le faciès du modèle mixte généralisé. En effet, selon le principe de découpage d'une structure en éléments coins, une section multitubulaire fait intervenir simultanément des éléments coins à faces communes et des éléments coins au sens de Wierzbicki-Abramowicz. Par conséquent, au cours du processus d'écrasement, les conditions de symétrie font que le comportement des premiers perturbe celui des seconds. Pour assurer la continuité cinématique au niveau de l'assemblage, il a donc été nécessaire de modifier partiellement le modèle mixte généralisé. Lors de cette étape, nous avons également introduit une phase de pré-effondrement pour le calcul de l'effort instantané mais, avec prise en compte d'une imperfection initiale géométrique. Dans le cas du flambement symétrique, les conditions aux limites sur les lignes de coin étant différentes, nous avons introduit un nouveau champ de déplacement en flexion. A l'issue de ce troisième chapitre, les développements effectués sont validés par confrontation avec les résultats expérimentaux et les résultats numériques éléments finis.

Le chapitre IV est relatif au mode de chargement dynamique. La prise en compte de la vitesse de déformation permet de corriger globalement la consommation énergétique en cas de choc. Si nous cherchons à caractériser l'historique de l'écrasement et notamment la charge maximale que peut supporter la structure, une simple correction dynamique n'est pas suffisante car le pic d'impact est fortement influencé par les inerties. Que ce soit pour le modèle mixte généralisé étendu ou les modèles généralisés multitubulaires, nous avons entrepris d'adapter leurs phases de pré-effondrement à la prise en compte des effets d'inertie sous mode de flambement dynamique élastique et plastique. Une campagne d'essais dynamiques a été menée sur des profilés à sections mono- et multitubulaires, ainsi que de nombreux calculs numériques éléments finis. Pour clore ce quatrième chapitre les développements effectués sont confrontés aux résultats expérimentaux et numériques.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Enfin, le chapitre V a pour objet d'appliquer les modèles cinématiques développés et existants dans le concept de modélisation en approche globale évoqué précédemment et de vérifier leur validité par l'étude de deux cas industriels.

La première application concerne le comportement en collision d'une structure ferroviaire. Cette structure est une cabine de conduite de locomotive construite et soumise à différents essais de choc par le comité B165 de l'E.R.R.I. (European Rail Research Institute) [ORE 85], [ORE 87a]. Ces essais ont été mis en place afin de vérifier la résistance dynamique des postes de conduite lors d'impacts frontaux et de juger des risques encourus par le cheminot. L'objectif de cette application a été de vérifier l'intérêt, en termes de gain de temps de modélisation et de calcul, et la validité, en terme de précision des résultats, de l'approche globale hybride 3D EF/SEP. Et par conséquent, de prouver son efficacité pour les études en phase de préconception.

La seconde application concerne le comportement en collision d'un longeron simplifié, de type poutre en "S", de véhicule automobile. Cette structure, relativement simple, a été choisie car les nombreuses études du comportement en collision des véhicules de transport ont mises en évidence, au niveau de l'effondrement de certaines sous-structures à parois minces, une intervention presque toujours simultanée des chargements de compression et de flexion. Disposant de modèles cinématiques en compression, développés dans les chapitres précédents, et de modèles cinématique en flexion, développés par Kecman [KEC 79] et Anceau [ANC 94a], nous avons entrepris de les tester simultanément par l'étude d'une poutre en "S" à parois minces soumise à l'impact d'un massif rigide, où les chargements de compression et de flexion interviennent en terme de couplage.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

**CHAPITRE II**

**Calcul de l'effort instantané d'écrasement  
pour des sections monotubulaires**

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

## **2.1 Introduction**

Comme nous l'avons abordé dans le chapitre I, l'utilisation d'une méthodologie simplifiée de simulation du comportement en collision, autorisant la pré-optimisation et la présélection des dispositifs structuraux, est fondée sur l'utilisation d'éléments équivalents appelés Super Eléments de Pliage. Ces éléments équivalents sont des barres non-linéaires dans le cas d'une approche hybride par éléments finis. Ils permettent d'économiser plusieurs centaines d'éléments coques dans un modèle de préconception et donc de réduire les temps de modélisation et de calcul. Dans le cas d'une approche par systèmes multicorps rigides, ces éléments équivalents sont des ressorts non-linéaires de translation. Ces barres ou ressorts non-linéaires doivent être alimentés par la caractéristique d'écrasement  $P(\delta)$  du composant qu'ils sont sensés représenter. Cette caractéristique peut être obtenue, soit expérimentalement, soit numériquement par un calcul éléments finis en statique non-linéaire ou en flambage, soit encore analytiquement. Les deux premiers procédés, coûteux en temps de préparation et d'exploitation, amenuisent l'intérêt des approches hybrides ou multicorps rigides. C'est pourquoi, dans le cas des profilés linéiques à parois minces chargés axialement, nous avons décidé d'utiliser une caractérisation analytique et donc, très rapide, par utilisation de modèles cinématiques en compression. L'objectif consiste donc à développer un Super Élément de Pliage calculant automatiquement la caractéristique d'effondrement  $P(\delta)$  à partir de données sur la géométrie et le matériau constituant le profilé. Une première utilisation de cette méthodologie simplifiée a été effectuée par Drazetic et le présent auteur [DRA 93], [MAR 92b], sur l'étude d'un longeron simplifié de véhicule automobile de type poutre en "S".

En matière de modèles cinématiques, nous nous sommes plus particulièrement penchés sur le modèle mixte généralisé de Wierzbicki-Abramowicz [ABR 89], [WIE 87], [WIE 88] qui a l'avantage de faire appel à des champs de vitesses cinématiquement admissibles et qui permet de traiter de façon quasi-universelle tous les profilés à sections prismatiques. Cependant, le modèle de Wierzbicki-Abramowicz ne fournit qu'une caractéristique moyenne de l'effort d'effondrement, qui fait donc abstraction de la charge ultime au-delà de laquelle il y a effectivement effondrement de la section. Par conséquent, son utilisation dans une barre ou un ressort non-linéaire d'un modèle de structure complexe ne peut se faire que si nous sommes certains de dépasser la charge ultime. Dans le cas contraire, nous commettons une erreur en terme d'absorption énergétique.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Le calcul de la charge maximale que peut supporter une plaque est dû aux travaux pionniers effectués par Von Karman [KAR 32] qui a mis en place le concept de largeur effective de flambement élastique. Plus tard, par extension des travaux d'Ilyushin [ILY 47] sur le flambement élasto-plastique, Stowell [STO 48] fut le premier à proposer une théorie unifiée du flambement plastique des plaques et colonnes. Cette théorie, reprise par Gerard dans son livre de recueil sur la théorie de la stabilité [GER 62], est toujours d'actualité et a été récemment utilisée par Li et Reid [LI 90], [LI 92] pour montrer la différence non négligeable qu'il y a entre le flambement plastique des plaques et des colonnes selon les conditions aux limites utilisées. Dans les deux dernières décennies, des solutions simplifiées pour la prise en compte de la phase de pré-effondrement ont été développées, entre autres, par Walker [WAL 69] et Rhodes [RHO 81]. Mahmood et Paluszny ont publié une série complète d'articles sur la stabilité, le chargement et les modes d'effondrement des colonnes et poutres à parois minces [MAH 81], [MAH 82], [MAH 84], [MAH 85], [MAH 86], [MAH 88] et ont abouti au développement du progiciel SECOLLAPSE de la Ford Motor Company US. Parallèlement, Meng [MEN 83] a proposé un modèle simplifié de calcul de la charge ultime d'effondrement des tubes carrés en ne considérant que l'intervention d'une énergie de flexion. Plus récemment, Wierzbicki et Huang [WIE 90], [WIE 91] ont proposé un modèle également limité aux sections carrées et rectangulaires à épaisseurs constantes, prenant en compte les phénomènes de flambement et de post-flambement dans la phase de pré-effondrement, mais en considérant l'intervention simultanée d'une énergie de flexion et d'une énergie de membrane. Les quinze années de travaux menés par Wierzbicki et Abramowicz, qui sont à l'origine du concept de super élément de pliage (compression axiale) et de super élément poutre (flexion) [ABR 91a], [ABR 91b], ont résulté dans le développement et la commercialisation du progiciel CRASHCAD [WIE 93]. Mais ce progiciel reste limité aux sections à épaisseur unique. Or, les conceptions actuelles font de plus en plus souvent appel aux profilés extrudés en alliage d'aluminium dont la particularité est de pouvoir être multi-épaisseurs. De même, l'assemblage mécano-soudé de tôles d'acier peut également conduire à des sections d'épaisseurs multiples.

En vue d'étendre le domaine de validité à une plus grande gamme de sections, nous nous proposons, dans ce chapitre, d'étendre la phase de pré-effondrement aux sections multi-épaisseurs à angles arbitraires. Pour la phase de post-effondrement, nous utilisons le modèle mixte généralisé. Celui-ci étant également limité aux sections à épaisseurs constantes, nous l'avons étendu au cas des sections à épaisseurs multiples. Pour clore ce chapitre, les développements effectués sont validés par confrontation avec les résultats issus d'une campagne d'essais quasi-statiques que nous avons préalablement menée.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

## 2.2 Calcul de l'effort instantané d'écrasement

Les déformations d'une structure linéique à parois minces sont dues à des chargements de compression et de flexion. Comme le montre la Fig. 2.1, la réponse typique d'une colonne prismatique se décompose en trois phases :

- phase de pré-effondrement,
- phase d'effondrement,
- phase de post-effondrement,

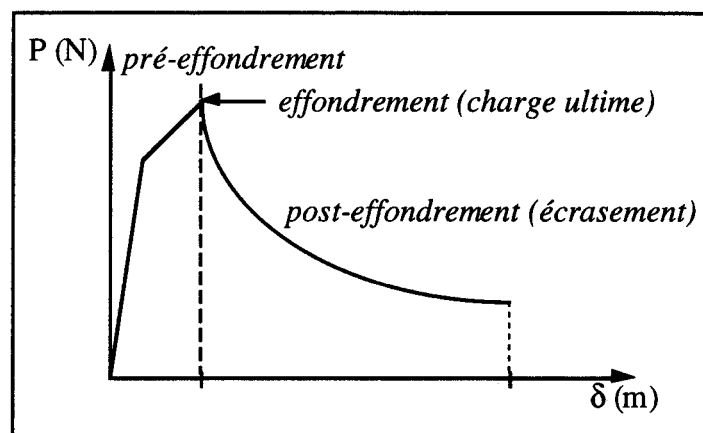


FIG. 2.1. Caractéristique d'écrasement d'une colonne prismatique.

La phase de pré-effondrement, qui correspond principalement aux déformations élastiques et plastiques, fait intervenir, dans un premier temps, la compression uniforme qui détermine la position d'équilibre. Dans un deuxième temps, après bifurcation de cet état d'équilibre, intervient le post-flambement où chaque plaque constituant la structure est soumise à des chargements de compression et de flexion.

Au niveau de la phase d'effondrement, la colonne atteint sa charge ultime. Au delà, caractérisée par la phase de post-effondrement, la colonne subit de grandes déformations latérales qui provoquent la chute de l'effort instantané. Cette phase se caractérise par l'étude du faciès de déformation statique. Après recensement des différentes zones de dissipation énergétique, un équilibre des puissances externes et internes est pratiqué pour déterminer la régression de l'effort au cours du processus d'effondrement. Cette phase constitue la base du modèle mixte généralisé développé par Wierzbicki-Abramowicz [ABR 89].

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Dans ce paragraphe, nous étudions séparément chacune de ces phases de telle sorte que, après assemblage de celles-ci, l'historique complet de l'écrasement des profilés à sections prismatiques complexes puisse être déterminé.

### 2.2.1 Phases de pré-effondrement et d'effondrement

La littérature fait apparaître deux types d'approches pour étudier le comportement en flambement et en post-flambement des plaques. La première concerne l'utilisation d'un champ de déplacement continu comme l'ont reporté, entre autres, Walker [WAL 69] et Rhodes [RHO 81]. La seconde, utilisée par Wierzbicki et Huang [WIE 90], [WIE 91], concerne l'utilisation d'un champ de déplacement discontinu. Dans ce second cas, les auteurs ont développé toutes les étapes du calcul de l'effort instantané d'écrasement. L'avantage de leur champ de déplacement discontinu réside dans le fait qu'il est de la même forme que le modèle d'écrasement utilisé par la suite. La continuité est donc assurée entre les phases de pré-effondrement, d'effondrement et de post-effondrement. Cependant, leur solution ne tient compte que d'une demi-longueur d'onde de flambement élastique et est limitée aux sections à angles droits d'épaisseur unique. Or, pour une future application au domaine de la collision, les essais expérimentaux que nous avons effectués sur banc de chute font très souvent apparaître, sur toute la hauteur de la colonne, une répartition d'ondes plastiques résiduelles, correspondant aux phases de pré-effondrement et d'effondrement. De plus, au niveau des phases de pré-effondrement et d'effondrement, leur champ de déplacement crée une discontinuité au niveau des lignes de coin et nécessite l'utilisation de rayons de raccordement arbitraires pour que le modèle soit cinématiquement admissible. Du fait de ces rayons arbitraires, l'expression de l'énergie de flexion s'en trouve faussée. C'est pourquoi, en utilisant la démarche de Wierzbicki, nous avons redéveloppé toutes les étapes du calcul de la charge ultime, mais en utilisant le champ de déplacement continu proposé par Walker et Rhodes que nous avons appliqué aux colonnes de longueur  $L$  à sections multi-coins d'angles arbitraires et d'épaisseurs multiples.

Comme le montre la Fig. 2.2, nous partons de l'hypothèse d'une plaque isolée, simplement appuyée dans la direction du chargement et dont les bords libres sont articulés dans les deux directions  $X$  et  $Y$ . Dans un premier temps, nous allons caractériser la phase de pré-effondrement pour une plaque isolée de longueur  $L$  correspondant à la formation de  $n$  longueurs d'ondes de flambement élastique. Les profilés à parois minces pouvant être considérés comme un assemblage de plaques, dans un deuxième temps, nous généralisons la caractérisation de la phase de pré-effondrement aux sections arbitraires.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

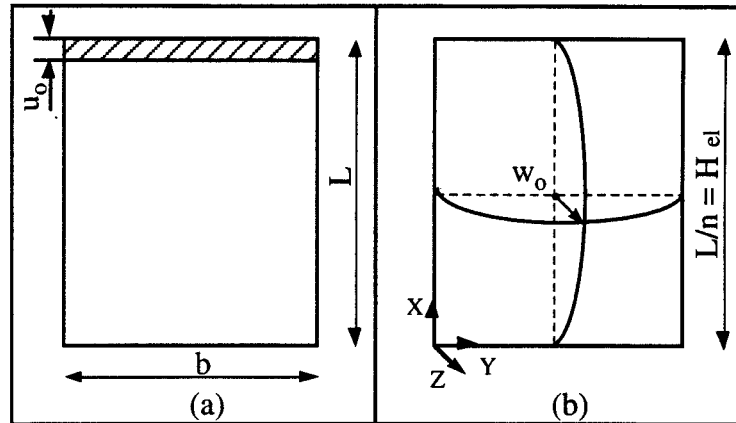


FIG. 2.2. (a) Champ de déplacement en compression pour une plaque de longueur \$L\$; (b) Champ de déplacement en flexion pour une plaque de longueur égale à une demi-longueur de flambement.

### 2.2.1.1 Compression uniforme

La relation effort-déplacement d'une simple plaque en phase de pré-flambement s'exprime :

$$\frac{P}{b t} = \frac{E}{1 - \nu^2} \frac{u_0}{L} \quad \text{avec} \quad L = n \cdot H_{el} = n \frac{b}{2} \quad (2.1)$$

où, \$P\$ est l'effort de compression, \$E\$ est le module d'Young, \$b\$ est la largeur de la plaque et \$t\$ son épaisseur, \$L\$ est la longueur de la plaque qui correspond au produit de \$n\$, le nombre de lobes initiés en phase de pré-effondrement, par la demi longueur d'onde \$H\_{el}\$ de flambement élastique, \$u\_0\$ correspond au déplacement uniforme initial et \$\nu\$ au coefficient de Poisson.

Pour un assemblage de \$np\$ plaques, l'effort de compression s'exprime :

$$P = \frac{E}{1 - \nu^2} u_0 \sum_{i=1}^{np} \frac{b_i t_i}{L} \quad (2.2)$$

### 2.2.1.2 Flambement et post-flambement

La phase de compression a lieu jusqu'à l'instabilité qui provoque des déplacements dus à l'apparition de la flexion. Ces déplacements font diminuer la rigidité de la plaque. Mais la structure peut continuer à supporter des efforts supplémentaires suivant la droite de post-flambement.

Le champ de déplacement total en \$x\$ dû à la compression, comme le montre la Fig. 2.2.(a), s'exprime par :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



$$u = -\frac{u_0}{L}x \quad , \text{ où les déplacements transversaux sont négligés.} \quad (2.3)$$

Le champ de déplacement d'une plaque soumise à la flexion doit vérifier les conditions de bords simplement appuyés, à savoir que le déplacement et le moment de flexion sont nuls aux extrémités. Le champ de déplacement reporté par Von Karman [KAR 32] qui vérifie ces conditions aux limites est le champ représenté par la Fig. 2.2.(b) :

$$w = w_0 \sin\left(\frac{\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad (2.4)$$

, avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{aligned} x=0 & \quad , w=0 \\ x=L/n & \quad , w=0 \\ y=0 & \quad , w=0 \\ y=b & \quad , w=0 \end{aligned}$$

Par utilisation du principe des travaux virtuels, nous définissons la fonctionnelle  $\Pi$  de l'énergie potentielle totale comme étant la somme des travaux internes et externes :

$$\Pi(u_0, w_0) = U_f(w_0) + U_m(u_0, w_0) - Pu_0 \quad (2.5)$$

, où les deux premiers termes du second membre caractérisent le travail des forces internes dû aux énergies de flexion et de membrane et le troisième terme caractérise le travail des efforts statiques externes.

Telle que reportée par Imbert [IMB 84], l'énergie de flexion s'exprime par :

$$U_f = \frac{1}{2} \int_V z^2 \tilde{\mathbf{k}}^T \mathbf{C} \tilde{\mathbf{k}} dV \quad (2.6)$$

$$\text{avec, } \tilde{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} -w_{,xx} \\ -w_{,yy} \\ -2w_{,xy} \end{bmatrix} \text{ et } \mathbf{C} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Nous pouvons donc exprimer  $U_f$  sous la forme suivante :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$U_f = \frac{t^3 E}{24(1-\nu^2)} \int_S \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2\nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1-\nu) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \right)^2 \right] ds \quad (2.8)$$

A partir de l'expression du champ de déplacement (2.4), nous obtenons l'expression finale de l'énergie dissipée en flexion :

$$U_f = \frac{1}{96} \frac{t^3 E}{(1-\nu^2)} w_o^2 \pi^4 L b \left[ \frac{1}{b^2} + \frac{n^2}{L^2} \right]^2 \quad (2.9)$$

D'après Timoshenko [TIM 69], l'énergie de membrane, qui est à la fois une fonction de  $u_o$  et  $w_o$ , s'exprime par superposition des déplacements de compression et de flexion, et le champ de déformation s'écrit :

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (2.10)$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \quad (2.11)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.12)$$

L'énergie de membrane s'exprime par la relation suivante :

$$U_m = \frac{1}{2} \int_V \epsilon^T C \epsilon dV \quad \text{avec, } \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

, et peut donc s'écrire :

$$U_m = \frac{Et}{2(1-\nu^2)} \int_S \left[ \epsilon_{xx}^2 + 2\nu \epsilon_{xx} \epsilon_{yy} + \epsilon_{yy}^2 + 2(1-\nu) \epsilon_{xy}^2 \right] ds \quad (2.14)$$

En utilisant l'expression du champ de déformation (2.10-2.12), nous obtenons l'expression finale de l'énergie dissipée en membrane :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$U_m = \frac{Et}{2(1-\nu^2)} \left[ \frac{u_o^2 b}{L} - \frac{1}{4} \frac{u_o \pi^2 n^2 w_o^2 b}{L^2} + \frac{9}{256} \frac{\pi^4 n^4 w_o^4 b}{L^3} + \frac{9}{256} \frac{\pi^4 w_o^4 L}{b^3} \right. \\ \left. + 2\nu \left( -\frac{u_o w_o^2 \pi^2}{8b} + \frac{1}{256} \frac{\pi^4 n^2 w_o^4}{Lb} \right) + 2(1-\nu) \frac{1}{256} \frac{\pi^4 n^2 w_o^4}{Lb} \right] \quad (2.15)$$

Les développements précédents ont concerné l'étude d'une plaque isolée. Comme l'indique Dutheil [DUT 76], une colonne peut être considérée comme un assemblage de  $n_p$  plaques reliées par leurs conditions aux frontières. Chaque plaque ajoutée donne une inconnue supplémentaire  $w_{o_i}$ . Néanmoins, l'hypothèse de continuité des déplacements aux coins, représentée Fig. 2.3, permet de diminuer le nombre de paramètres. Nous pouvons donc généraliser le champ de déplacement dû à la flexion (2.4) pour une plaque indiquée  $i$  :

$$w = w_{o_i} \sin\left(\frac{\pi}{b_i} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (2.16)$$

En se plaçant sur une ligne de coin ( $y=0$ ), la pente s'exprime :

$$\frac{\partial w_i}{\partial y_i} = \frac{w_{o_i}}{b_i} \pi \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (2.17)$$

, et avec l'hypothèse de continuité de la pente, nous en déduisons que, quelle que soit la plaque  $i$  de l'assemblage :

$$\frac{w_{o_i}}{b_i} = w_{eq} = \text{Constante} \quad (2.18)$$

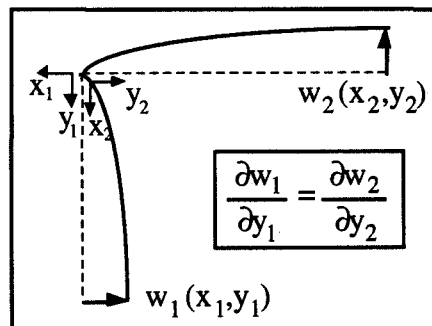


FIG. 2.3. Hypothèse de continuité des pentes.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

En introduisant le paramètre  $w_{eq}$ , nous obtenons les expressions suivantes des énergies de flexion et de membrane relatives à un assemblage de  $np$  plaques d'épaisseurs différentes :

$$U_f = \frac{1}{96} \frac{E}{(1-\nu^2)} \pi^4 L w_{eq}^2 \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i \left[ \frac{1}{b_i} + \frac{n^2 b_i}{L^2} \right]^2 \quad (2.19)$$

$$U_m = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left[ \frac{u_o^2}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i - \frac{1}{4} \frac{u_o \pi^2 n^2 w_{eq}^2}{L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + \frac{9}{256} \frac{\pi^4 n^4 w_{eq}^4}{L^3} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 \right. \\ \left. + \frac{9}{256} w_{eq}^4 \pi^4 L \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + 2\nu \left( -\frac{u_o w_{eq}^2 \pi^2}{8} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{1}{256} \frac{\pi^4 n^2 w_{eq}^4}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{128} (1-\nu) \frac{\pi^4 n^2 w_{eq}^4}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right] \quad (2.20)$$

Après avoir déterminé les énergies de flexion et de membrane pour l'assemblage, nous pouvons exprimer la fonctionnelle  $\Pi$  de l'énergie potentielle totale en termes de  $u_o$  et de  $w_{eq}$  :

$$\Pi(u_o, w_{eq}) = U_f(w_{eq}) + U_m(u_o, w_{eq}) - P u_o \quad (2.21)$$

D'après le principe des travaux virtuels, l'état d'équilibre de la plaque correspond aux valeurs  $u_o$  et  $w_{eq}$  qui minimisent cette fonctionnelle  $\Pi$  :

$$\delta \Pi = \left( \frac{\partial U_f(w_{eq})}{\partial w_{eq}} + \frac{\partial U_m(u_o, w_{eq})}{\partial w_{eq}} \right) \delta w_{eq} + \left( \frac{\partial U_m(u_o, w_{eq})}{\partial u_o} - P \right) \delta u_o = 0 \quad (2.22)$$

Il s'agit d'une condition stationnaire où les variations de  $u_o$  et  $w_{eq}$  sont indépendantes.

La minimisation de  $\Pi$  par rapport à  $w_{eq}$  donne le déplacement transversal équivalent :

$$w_{eq}^2 = \frac{u_o \left( \frac{n^2}{L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + \nu \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right) - \frac{1}{12} \pi^2 L \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i^3 \left( \frac{1}{b_i^2} + \frac{n^2}{L^2} \right)^2}{\frac{9}{32} \pi^2 \left( L \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{n^4}{L^3} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 \right) + \frac{1}{16} \frac{\pi^2 n^2}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3} \quad (2.23)$$

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

De façon similaire, la minimisation de  $\Pi$  par rapport à  $u_0$  donne l'effort de post-flambement :

$$P = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left[ \frac{u_0 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i}{L} - \frac{1}{8} \left( \frac{\pi^2 n^2}{L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + \nu \pi^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right) w_{eq}^2 \right] \quad (2.24)$$

En introduisant (2.23) dans (2.24), nous obtenons l'équation de la droite de post-flambement :

$$P = \frac{E}{(1-\nu^2)} (A u_0 + B) \quad (2.25)$$

, avec

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{np} t_i b_i}{L} - \frac{\left( \frac{n^2}{L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + \nu \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right)^2}{\frac{9}{4} \left( L \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{n^4}{L^3} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 \right) + \frac{1}{2} \frac{n^2}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3}$$

$$B = \frac{\left( \frac{n^2}{L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + \nu \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right) \left( \frac{1}{12} L \pi^2 \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i^3 \left( \frac{1}{b_i^2} + \frac{n^2}{L^2} \right)^2 \right)}{\frac{9}{4} \left( L \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{n^4}{L^3} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 \right) + \frac{1}{2} \frac{n^2}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3}$$

L'effort et le déplacement critiques de flambement correspondent à un point d'instabilité sur le chemin d'équilibre en compression uniforme. Lorsque la charge  $P$  atteint la valeur critique de flambement, les déplacements transversaux sont encore nuls ( $w_{eq} = 0$ ) et le déplacement critique  $u_{cr}$  s'écrit :

$$u_{cr} = \frac{\frac{1}{12} \frac{\pi^2 L}{n^2} \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i^3 \left[ \frac{1}{b_i^2} + \frac{n^2}{L^2} \right]^2}{\frac{1}{L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + \frac{\nu}{n^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i} \quad (2.26)$$

De même, en introduisant cette valeur particulière de  $u_0$  dans (2.25) nous pouvons en tirer l'expression de l'effort critique de flambement  $P_{cr}$ .

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Le plus petit état de bifurcation, qui détermine le nombre de longueurs d'ondes élastiques, est obtenu par la minimisation du numérateur de (2.26) :

$$\frac{\partial \left( \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i^3 \left[ \frac{1}{b_i^2} + \frac{n^2}{L^2} \right]^2 \right)}{\partial n} = 0 \quad (2.27)$$

La valeur de  $n$  qui vérifie cette condition est :

$$n = L \sqrt[4]{\frac{\sum_{i=1}^{np} \frac{t_i^3}{b_i}}{\sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i^3}} \quad (2.28)$$

A partir de ce minimum, nous pouvons exprimer de nouveau les équations finales pour le calcul de l'effort et du déplacement critique de flambement.

Néanmoins, en fonction du résultat obtenu en effort critique, deux cas de figures peuvent se présenter. Comme le montre Wierzbicki et Huang [WIE 91], lorsque la colonne est de forte épaisseur, la section peut être entièrement plastifiée avant d'atteindre la valeur critique de flambement élastique. En effet, la capacité maximale de dissipation d'énergie plastique par une section non déformée est représentée par le "squash load" :

$$P_{sq} = \sigma_o b t \quad (2.29)$$

Par conséquent :

- . si  $P_{cr} < P_{sq}$  , nous sommes en présence d'un flambement élastique.
- . si  $P_{cr} > P_{sq}$  , nous sommes en présence d'un flambement plastique.

### 2.2.1.3 Flambement élastique

A partir des équations de post-flambement (2.23) et (2.24), nous devons déterminer le couple effort-déplacement ultime caractéristique du premier point de plastification.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

L'effort ultime, correspondant à l'apparition de déformations plastiques, est déterminé à partir du critère de plastification de Von-Mises. Les plaques étant minces et sollicitées dans leur plan nous utilisons l'hypothèse de contraintes planes. Le critère de Von-Mises prend la forme suivante :

$$\sigma_{xx}^2 - \sigma_{xx} \sigma_{yy} + \sigma_{yy}^2 + 3\sigma_{xy}^2 = \sigma_o^2 \quad (2.30)$$

Le premier point de plastification apparaît sur les lignes de coin et à hauteur d'une demi-longueur d'onde. Nous pouvons exprimer de nouveau le champ de déformation d'une plaque isolée pour  $x = \frac{L}{2n}(2k+1)$ , avec  $k \in \mathcal{N}$  :

$$\varepsilon_{xx} = -\frac{u_o}{L} \quad (2.31)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{2} \frac{w_o^2 \pi^2}{b^2} \quad (2.32)$$

$$\gamma_{xy} = 0 \quad (2.33)$$

Selon l'hypothèse de continuité de la pente pour un assemblage de plaques (2.18), nous pouvons réécrire le champ de déformation en y :

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{2} w_{eq}^2 \pi^2 \quad (2.34)$$

Par cette hypothèse, nous considérons donc que le point de plastification apparaît au même moment pour chacune des plaques. Le critère de Von-Mises prend la forme suivante :

$$\frac{(1-\nu+\nu^2)}{(1-\nu^2)^2} \frac{u_o^2}{L^2} + \frac{1}{4} \frac{(1-\nu+\nu^2)}{(1-\nu^2)^2} \pi^4 w_{eq}^4 + \frac{1}{2} \frac{(1-4\nu+\nu^2)}{(1-\nu^2)^2} \pi^2 \frac{u_o}{L} w_{eq}^2 = \left( \frac{\sigma_o}{E} \right)^2 \quad (2.35)$$

Cette équation (2.35) associée aux équations (2.23) et (2.24) fournit un système de trois équations à trois inconnues P,  $u_o$  et  $w_{eq}$ , duquel nous pouvons tirer les expressions de l'effort ultime  $P_u$  et du déplacement ultime  $u_u$  d'effondrement.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

A ce stade du développement, nous allons comparer notre prédiction de la charge ultime avec celle due à Wierzbicki et Huang [WIE 91]. Dans leur formulation, les auteurs ont considéré une plaque carrée de dimension  $b$  et utilisé le champ de déplacement discontinu représenté Fig. 2.4.

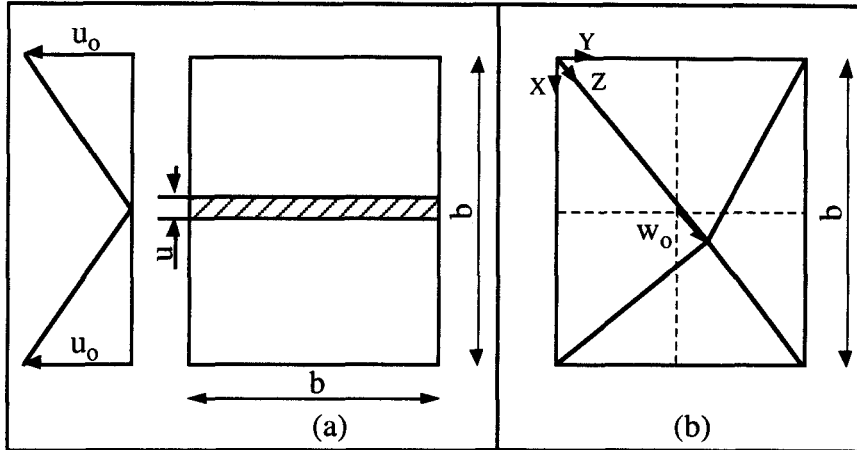


FIG. 2.4. Illustration du champ de déplacement d'une colonne en compression utilisé par Wierzbicki et Huang.

Dans ce cas, le premier point de plastification apparaît pour :

$$\frac{4(1-\nu+\nu^2)}{(1-\nu^2)} \frac{u_0^2}{b^2} + \frac{3}{(1+\nu^2)} \frac{w_0^4}{b^4} = \left(\frac{\sigma_0}{E}\right)^2 \quad (2.36)$$

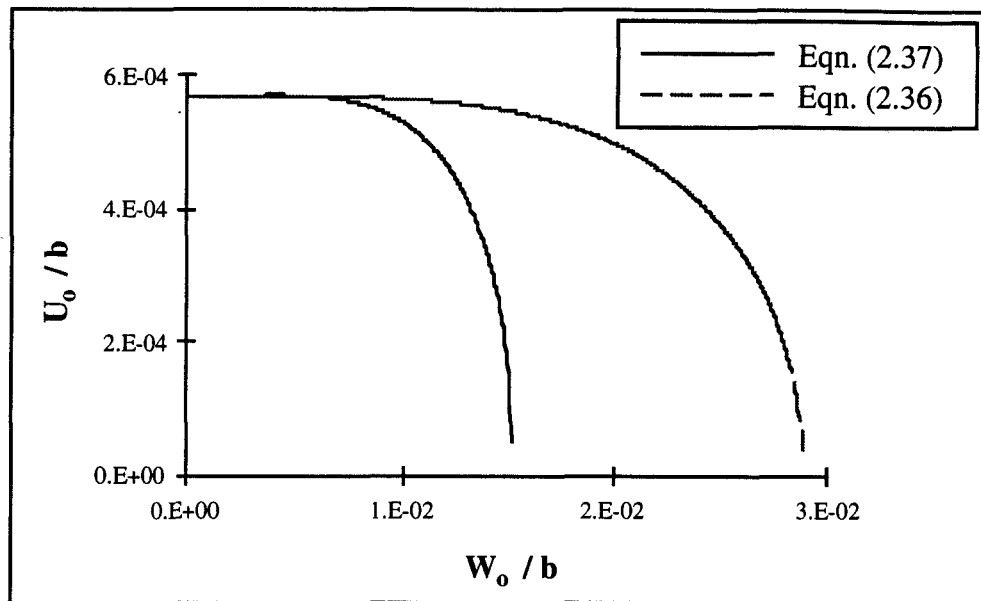
Cependant, en comparant les Figs. 2.2 et 2.4, nous constatons que, pour une question de repère, le champ de déplacement en compression de notre solution est le double de la leur. Par conséquent, pour comparer les deux solutions, il est indispensable d'imposer un champ de déplacement identique en compression pour  $b=L$ . La condition de plastification de notre solution devient :

$$\frac{4(1-\nu+\nu^2)}{(1-\nu^2)^2} \frac{u_0^2}{b^2} + \frac{1}{4} \frac{(1-\nu+\nu^2)}{(1-\nu^2)^2} \pi^4 \frac{w_0^4}{b^4} + \frac{(1-4\nu+\nu^2)}{(1-\nu^2)^2} \pi^2 \frac{u_0}{b} \frac{w_0^2}{b^2} = \left(\frac{\sigma_0}{E}\right)^2 \quad (2.37)$$

Les courbes représentées Fig. 2.5 fournissent le déplacement axial  $u_0$  en fonction du déplacement latéral  $w_0$ , tous deux normalisés par rapport à la largeur  $b$  de la plaque. Ces caractéristiques ont été calculées sur tout le domaine de validité de chaque solution. Cependant, dans la plupart des cas, le premier point de plastification sera placé plutôt à gauche du domaine.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



FIG. 2.5 - Caractéristique  $u_0/b=f(w_0/b)$  pour  $E/\sigma_0=900$  et  $\nu=0,3$ .

Pour comparer les résultats, nous avons choisi un exemple typique d'une colonne carrée en acier standard E24 avec,  $E/\sigma_0=900$ ,  $\nu=0,3$  et  $b=L=54$  mm. La Fig. 2.6 montre un zoom, à gauche du domaine, de la caractéristique  $u_0=f(w_0)$  où nous faisons apparaître le premier point de plastification des deux solutions pour deux épaisseurs de parois  $t=0,8$  mm et  $t=1,05$  mm.

Nous constatons que les deux solutions convergent à la frontière du flambement plastique. En effet, pour  $t > 1,05$  mm, nous nous retrouvons avec  $P_{cr} > P_{sq}$ . A l'inverse, plus l'épaisseur diminue, plus les solutions divergent et nous voyons que notre solution plastifie plus rapidement. Cela est dû au fait que nous prenons en compte la déformation en  $y$  ( $\epsilon_{yy}$ ) alors que dans l'autre solution c'est la déformation de cisaillement ( $\epsilon_{xy}$ ) qui est utilisée. Or, le fait de ne pas prendre en compte  $\epsilon_{yy}$  induit une discontinuité au niveau des lignes de coin. Cependant, en termes d'effort et de déplacement ultimes, les deux solutions donnent, pour cet exemple standard, des résultats similaires. Il n'en serait pas de même dans le cas d'une colonne à angles obtus où  $\epsilon_{yy}$  devient primordial devant  $\epsilon_{xy}$ .

#### 2.2.1.4 - Flambement plastique

Dans ce cas, l'effort critique calculé étant supérieur au "squash load", la compression élastique est suivie par de la compression plastique jusqu'au flambement plastique, où l'apparition de déplacements transversaux provoquent la ruine de la colonne. De ce point de

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

plastification totale en compression, nous utilisons la théorie unifiée du flambement plastique des colonnes et plaques proposée par Stowell [STO 48] et reprise par Gerard [GER 62].

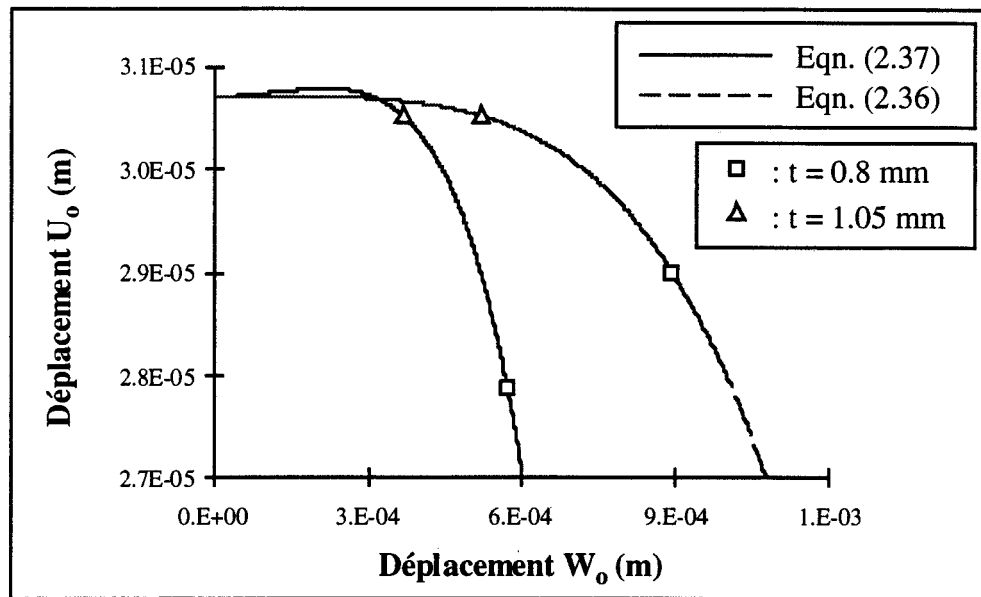


FIG. 2.6 - Caractéristique  $u_0=f(w_0)$  pour  $E/\sigma_0=900$ ,  $\nu=0,3$  et  $b=L=54\text{mm}$ .

Dans la région élastique, les contraintes et déformations sont linéairement reliées par le module élastique. Au delà de la limite de proportionnalité, la relation suivante peut être utilisée :

$$\sigma = E_s \varepsilon \quad (2.38)$$

, où  $E_s$  est le module sécant.

Durant le processus de flambement, l'état de contrainte est considérablement plus complexe que le simple chargement uniaxial induit par la relation (2.38). Par conséquent, la formulation de lois contrainte-déformation appropriées pour des états de contraintes beaucoup plus complexes est une des hypothèses de base de la théorie de la plasticité. Dans le cas des plaques minces, les relations contrainte-déformation plastique suivantes remplacent les relations élastiques habituelles :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E_s} \left( \sigma_{xx} - \frac{1}{2} \sigma_{yy} \right) \quad (2.39)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E_s} \left( \sigma_{yy} - \frac{1}{2} \sigma_{xx} \right) \quad (2.40)$$

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$\gamma_{xy} = \frac{3}{E_s} \tau_{xy} \quad (2.41)$$

Dans les équations (2.39) à (2.41)  $\nu=1/2$ , ce qui implique que le matériau sous état de plasticité est considéré incompressible. En termes de contraintes, les relations (2.39) à (2.41) prennent la forme suivante :

$$\sigma_{xx} = \frac{4}{3} E_s \left( \varepsilon_{xx} + \frac{1}{2} \varepsilon_{yy} \right) \quad (2.42)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{4}{3} E_s \left( \varepsilon_{yy} + \frac{1}{2} \varepsilon_{xx} \right) \quad (2.43)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E_s}{3} \gamma_{xy} \quad (2.44)$$

Au point de flambement d'une plaque sous chargement axial, un état de contrainte relativement complexe associé à des déformations latérales se superpose au simple état de contrainte de compression uniaxial. Du fait du caractère non-linéaire des relations contrainte-déformation, il est important de distinguer les états de contraintes de pré-flambement et de post-flambement.

Jusqu'au point de flambement, la plaque est comprimée par une contrainte axiale  $\sigma_{xx}$  dans le domaine plastique. Comme  $\sigma_{yy}=\tau_{xy}=0$ ,  $\varepsilon_{yy}=-1/2 \varepsilon_{xx}$  et l'équation (2.42) se réduit à :

$$\sigma_{xx} = E_s \varepsilon_{xx} \quad (2.45)$$

Juste après que le flambement soit apparu, les composantes incrémentales de contrainte et déformation ne diffèrent que très peu de l'état de contrainte uniaxial du pré-flambement. En utilisant la relation (2.42), nous pouvons donc exprimer la variation de contrainte axiale :

$$\delta\sigma_{xx} = \frac{4}{3} E_s \left( \delta\varepsilon_{xx} + \frac{1}{2} \delta\varepsilon_{yy} \right) + \frac{4}{3} \left( \varepsilon_{xx} + \frac{1}{2} \varepsilon_{yy} \right) \delta E_s \quad (2.46)$$

où,

$$\delta E_s = \frac{\delta\sigma_{xx}}{\varepsilon_{xx}} = \frac{1}{\varepsilon_{xx}} \delta\sigma_{xx} - \frac{\sigma_{xx}}{\varepsilon_{xx}^2} \delta\varepsilon_{xx} = \left( \frac{\delta\sigma_{xx}}{\delta\varepsilon_{xx}} - \frac{\sigma_{xx}}{\varepsilon_{xx}} \right) \frac{\delta\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}} = (E_t - E_s) \frac{\delta\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}} \quad (2.47)$$

En substituant (2.47) dans (2.46) et en utilisant les relations (2.42) et (2.45),  $\delta\sigma_{xx}$  devient :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$\delta\sigma_{xx} = \frac{4}{3}E_s \left[ \left( \frac{1}{4} + \frac{3E_t}{4E_s} \right) \delta\varepsilon_{xx} + \frac{1}{2} \delta\varepsilon_{yy} \right] \quad (2.48)$$

où,

$$\delta\varepsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.49)$$

$$\delta\varepsilon_{yy} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2.50)$$

La relation moment-déplacement s'exprime par :

$$M_{xx} = \int_{-t/2}^{t/2} \delta\sigma_{xx} z dz \quad (2.51)$$

En y remplaçant les équations (2.48) à (2.50) et en intégrant :

$$M_{xx} = -\frac{E_s t^3}{9} \left[ \left( \frac{1}{4} + \frac{3E_t}{4E_s} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (2.52)$$

En procédant de la même manière, nous obtenons  $M_{yy}$  et  $M_{xy}$  :

$$M_{yy} = -\frac{E_s t^3}{9} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (2.53)$$

$$M_{xy} = -\frac{E_s t^3}{18} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.54)$$

L'équation d'équilibre d'une plaque mince, reportée, entre autres, par Ilyushin [ILY 47], s'exprime par :

$$\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} = - \left( N_{xx} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_{yy} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.55)$$

En dérivant l'expression des moments  $M_{xx}$ ,  $M_{yy}$ ,  $M_{xy}$  et en particulierisant le problème pour une plaque comprimée dans la direction x ( $N_{yy}=N_{xy}=0$  et  $N_{xx}=\sigma t$ ), l'équation d'équilibre (2.55) devient :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{3 E_t}{4 E_s}\right) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{9}{E_s t^2} \sigma \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (2.56)$$

La solution de l'équation (2.56), pour une plaque plastique, simplement supportée, plane et rectangulaire, est obtenue de la même manière que pour une plaque élastique. En utilisant le champ de déformation en flexion  $w$  de la relation (2.16) et en prenant  $n=1$ , nous obtenons l'expression suivante de la contrainte critique de flambement plastique :

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2}{9} E_s \left(\frac{t}{b}\right)^2 \left[2 + \sqrt{1 + 3 \frac{E_t}{E_s}}\right] \quad (2.57)$$

Cependant, la détermination des modules tangents et sécants nécessite la connaissance parfaite du diagramme contrainte-déformation du matériau. Nous utilisons donc un modèle élasto-plastique courant connu sous le nom de relation d'Hollomon :

$$\sigma = K \varepsilon^m \quad (2.58)$$

, et nous en arrivons à la relation classique suivante :

$$\sigma = \sigma_0 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^m \quad (2.59)$$

De cette relation nous pouvons exprimer  $E_t$  et  $E_s$  :

$$E_t = \sigma_0 \frac{\varepsilon^{m-1}}{\varepsilon_0^m} m \quad \text{et} \quad E_s = \sigma_0 \frac{\varepsilon^{m-1}}{\varepsilon_0^m} \quad (2.60)$$

Par substitution de (2.60) dans (2.57), nous déterminons la contrainte critique de flambement plastique :

$$\sigma_{cr} = \frac{\sigma_0}{(\varepsilon_0)^m} \left(\frac{\pi^2}{9}\right)^m \left(\frac{t}{b}\right)^{2m} (2 + \sqrt{1 + 3m})^m \quad (2.61)$$

Sachant que  $\sigma_{cr} = E_s \varepsilon_{cr}$ , la déformation critique de flambement plastique s'exprime :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$\varepsilon_{cr} = \frac{\pi^2}{9} \left( \frac{t}{b} \right)^2 (2 + \sqrt{1 + 3m}) \quad (2.62)$$

Etant donné que la plaque flambe dans le domaine plastique, l'effort ultime pour un assemblage de  $n_p$  plaques est obtenu par le produit de la contrainte critique de flambement avec la surface de la section :

$$P_u = \sum_{i=1}^{n_p} \sigma_{cr} t_i b_i \quad (2.63)$$

, et le déplacement ultime est obtenu à partir de la relation suivante :

$$u_u = \varepsilon_{cr} L \quad (2.64)$$

### 2.2.2 - Phase de post-effondrement

La phase de post-effondrement d'une colonne est définie par l'étude du faciès de déformation statique et constitue, comme le montre la Fig. 2.7, la base du modèle mixte généralisé développé par Wierzbicki-Abramowicz [WIE 87], [WIE 88].

La structure est décomposée selon les éléments coins qui la compose, avec des conditions de symétrie. Chaque élément coin est étudié séparément. A partir d'un faciès idéalisé, l'historique de l'écrasement, décrit par l'angle  $\alpha$  de rotation des plaques, est décomposé en deux phases qui s'activent en série :

- une phase quasi-inextensible caractérisée par trois zones de dissipation énergétique et qui persiste jusqu'à une configuration intermédiaire  $\bar{\alpha}$  :

- . une surface toroïdale B;
- . deux lignes de pliage horizontales stationnaires ABC;
- . deux lignes de pliage inclinées mobiles LBO.

- A partir de cette configuration intermédiaire, les rotules plastiques inclinées LBO deviennent stationnaires et se dédoublent en tournant autour de l'axe vertical LO. Il y a donc formation de deux surfaces coniques caractéristiques de l'extension du matériau et fléchissement de la ligne ADB initialement droite. Cela donne naissance à une phase extensible

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

également caractérisée par trois zones de dissipation énergétique et qui persiste jusqu'à la configuration finale  $\alpha_f$  :

- . deux surfaces coniques  $L\bar{D}\bar{D}$  et  $O\bar{D}\bar{D}$ ;
- . deux lignes de pliage horizontales stationnaires  $A\bar{D}B\bar{C}$ ;
- . deux lignes de pliage inclinées stationnaires  $L\bar{B}O$ .

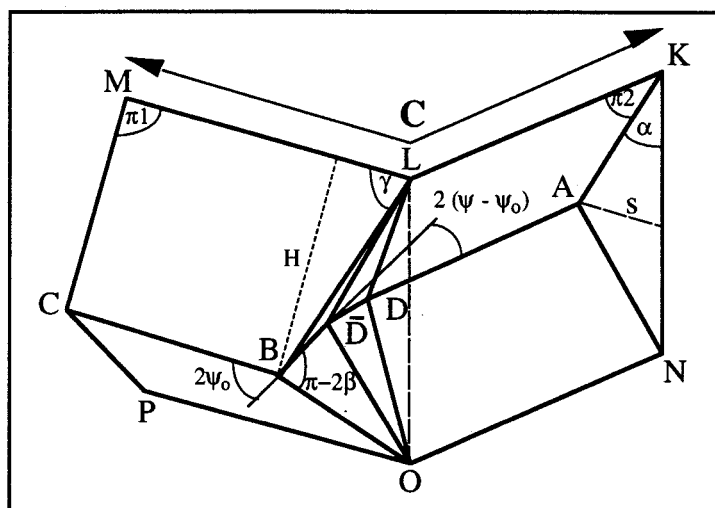


FIG. 2.7 - Modèle mixte généralisé.

Deux vecteurs de paramètres sont à considérer :

- le vecteur entrée des paramètres connus :

$$\xi = (C, t, 2\psi_0) \quad (2.65)$$

où,  $C$  est la largeur de l'élément coin,  $t$  est l'épaisseur de la paroi et  $2\psi_0$  est l'angle entre les deux faces adjacentes de l'élément coin.

- le vecteur sortie des paramètres inconnus :

$$\chi = (r, H, \bar{\alpha}) \quad (2.66)$$

où,  $r$  est le petit rayon de la surface toroïdale,  $H$  est la demi longueur d'onde de pliage et  $\bar{\alpha}$  est l'angle de basculement entre les phases quasi-inextensible et extensible.

A partir de l'hypothèse d'un matériau rigide-parfaitement plastique, caractérisé par une contrainte d'écoulement équivalente  $\sigma_0$ , le principe des puissances virtuelles est utilisé pour

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

résoudre le problème. La méthode consiste à calculer l'effort instantané de post-effondrement pour chaque élément coin constituant la section, puis à sommer ces efforts élémentaires :

(i) L'équilibre des puissances internes et externes s'exprime :

$$\dot{E}_{int} = \dot{E}_{ext} = P(\alpha) \dot{\delta} \quad (2.67)$$

avec,

$$\dot{E}_{int} = \int_S (M_{\alpha\beta} \dot{\kappa}_{\alpha\beta} + N_{\alpha\beta} \dot{\epsilon}_{\alpha\beta}) dS + \sum_{i=1}^{nhl} \int_{L^{(i)}} M_o^{(i)} [\dot{\Theta}^{(i)}] dl^{(i)} \quad (2.68)$$

où,

$L^{(i)}$  est la longueur de la  $i$ ème rotule plastique,

$nhl$  est le nombre de lignes de pliage stationnaires ou mobiles,

$M_o^{(i)} = \frac{\sigma_o t^2}{4}$  est le moment de flexion parfaitement plastique (par unité de longueur),

$M_{\alpha\beta} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_{\alpha\beta} z dz$  est le moment de flexion dans les zones continûment déformées,

$N_{\alpha\beta} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_{\alpha\beta} dz$  est l'effort de membrane dans les zones continûment déformées,

$\dot{\kappa}_{\alpha\beta}$  est le tenseur des vitesses de courbure,

et  $\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}$  est le tenseur des vitesses de déformation.

Dans la relation (2.68), le premier terme de droite correspond aux puissances dissipées dans les zones continûment déformées de l'élément coin et le second terme correspond aux puissances dissipées dans les lignes de pliage.

$\dot{E}_{int}$  est une fonction des inconnues  $(r, H, \bar{\alpha})$ . Pour les déterminer, nous appliquons le principe du travail minimum en accord avec le théorème de plasticité de Markov-Hill. Les paramètres qui minimisent le travail des déformations plastiques, proportionnel à  $P_m$  l'effort moyen d'écrasement, sont définis par :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



$$\frac{\partial}{\partial(r, H, \bar{\alpha})} P_m(r, H, \bar{\alpha}, \alpha_f) = 0 \quad (2.69)$$

L'effort moyen d'écrasement  $P_m$  s'exprime par :

$$P_m \delta_{\text{eff}} = \int_0^{\alpha_f} d\alpha \int_v \sigma \epsilon dv = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^6 N_j E_{ij} \quad (2.70)$$

où,  $\delta_{\text{eff}}$  est la distance effective d'écrasement,  $E_{ij}$  correspond aux énergies dissipées dans les six zones,  $M$  est le nombre d'éléments coins et  $N_j$  est le nombre de contributions de chaque zone de dissipation énergétique.

En remplaçant les  $E_{ij}$  par leurs équations résultantes, l'effort moyen d'écrasement s'écrit :

$$\frac{P_m}{M_o} = \left\{ A_1 \frac{r}{t} + (A_2 + A_5) \frac{C}{H} + A_3 \frac{H}{r} + A_4 \frac{H}{t} + A_6 \right\} \frac{2H}{\delta_{\text{eff}}} \quad (2.71)$$

avec,

$$A_1 = 8I_1(\Psi_o, \bar{\alpha})$$

$$A_2 + A_5 = 2\alpha_f$$

$$A_3 = 2I_3(\Psi_o, \bar{\alpha})$$

$$A_4 = 4I_4(\Psi_o, \bar{\alpha})$$

$$A_6 = I_6(\Psi_o, \bar{\alpha})$$

où,  $I_1$ ,  $I_3$ ,  $I_4$  et  $I_6$  correspondent aux intégrales intervenant dans le calcul des énergies dissipées.

Sous cette forme, nous pouvons minimiser numériquement l'effort moyen  $P_m$  en utilisant l'algorithme de Hill [HIL 86].

(ii) Ayant déterminé les inconnues  $(r, H, \bar{\alpha})$ , pour chaque élément coin et pour chacune des six zones de dissipation énergétique, nous en déduisons l'effort instantané de post-effondrement total :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$P(\alpha) \dot{\delta} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^6 N_j \dot{E}_{ij} \quad (2.72)$$

où,  $\dot{E}_{ij} = f(r, H, \bar{\alpha})$  correspond aux puissances dissipées dans les six zones,  $M$  est le nombre d'éléments coins et  $N_j$  est le nombre de contributions de chaque zone de dissipation énergétique.

Ce modèle, tel qu'il a été développé, ne permet de traiter que des sections à épaisseurs constantes. Au paragraphe 2.2.1, les phases de pré-effondrement et d'effondrement ont été développées pour un assemblage de  $np$  plaques d'épaisseurs différentes et d'angles arbitraires. En vue d'étendre la phase de post-effondrement à ce type de section, il est nécessaire de poser certaines restrictions permettant de conserver le modèle mixte généralisé. Comme le montre la Fig. 2.8, ces limitations sont d'une part que l'épaisseur doit être constante le long de chaque face (pas de discontinuité en dehors des lignes de coin) et d'autre part, que la rigidité des différentes lignes de coin ne doit pas être telle qu'il y ait instabilité en flexion globale. Néanmoins, ces restrictions ne limitent pas l'application du modèle aux profilés et assemblages couramment utilisés dans l'industrie.

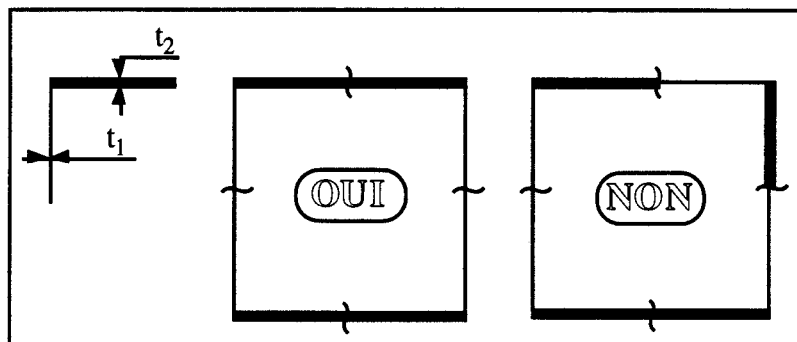


FIG. 2.8 - Restrictions du modèle multi-épaisseurs.

Pour l'apparition du premier lobe, le principe du travail minimum nous autorise à considérer que les lignes de pliage inclinées, la surface toroïdale et les cônes d'extension se localisent sur la plus fine des deux plaques de l'élément coin, d'épaisseur  $t_1$ . Pour les lobes suivants, ces mécanismes de dissipation énergétique alternent sur les deux épaisseurs  $t_1$  et  $t_2$ .

Sur la base de ces hypothèses, nous pouvons reformuler le calcul des énergies et puissances dissipées dans les six zones. Comme pour le modèle à épaisseur unique, les inconnues  $(r, H, \bar{\alpha})$  sont déterminées par minimisation de l'effort moyen d'écrasement. Mais, dans le cas des

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

éléments coins à épaisseurs multiples, le vecteur entrée des paramètres connus prend la forme suivante :

$$\xi = (C_1, t_1, C_2, t_2, 2\psi_0) \quad (2.73)$$

où, la largeur C de l'élément coin se décompose en  $C_1$  et  $C_2$ , associées aux épaisseurs  $t_1$  et  $t_2$ , respectivement.

Les mécanismes alternant entre les deux épaisseurs, pour l'occurrence du ième lobe, l'effort moyen d'écrasement  $P_{m_i}$  d'un des éléments coins constituant la section s'exprime sous la forme suivante :

$$\frac{P_{m_i}}{\sigma_0} = \frac{1}{4} \left\{ A_1 r t_i + (A_2 + A_5) \frac{(C_1 t_1^2 + C_2 t_2^2)}{H} + A_3 \frac{H}{r} t_i^2 + A_4 H t_i + A_6 t_i^2 \right\} \frac{2H}{\delta_{\text{eff}}} \quad (2.74)$$

avec,

$$A_1 = 8 I_1 (\psi_0, \bar{\alpha})$$

$$A_2 + A_5 = 2 \alpha_f$$

$$A_3 = 2 I_3 (\psi_0, \bar{\alpha})$$

$$A_4 = 4 I_4 (\psi_0, \bar{\alpha})$$

$$A_6 = I_6 (\psi_0, \bar{\alpha})$$

Pour chaque élément coin, le vecteur sortie des paramètres inconnus (2.66) est obtenu par minimisation de l'effort moyen d'écrasement  $P_{m_i}$ :

$$\frac{\partial}{\partial H} P_{m_i} (r_i, H_i, \bar{\alpha}_i) = 0 \quad (2.75)$$

Par conséquent, après assemblage des efforts élémentaires, l'effort moyen d'écrasement du ième lobe complet  $P_{m_{ij}}$ , s'exprime :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$P_{m_{il}} \delta_{\text{eff}} = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^6 N_k E_{jk} \quad (2.76)$$

, et le vecteur sortie des paramètres inconnus est obtenu par minimisation de cet effort moyen :

$$\frac{\partial}{\partial H} P_{m_{il}}(r_{il}, H_{il}, \bar{\alpha}_{il}) = 0 \quad (2.77)$$

Dans cette étude, nous n'avons pas cherché à obtenir le profil complet de la formation des  $N$  lobes. En effet, le processus étant continu, la formation du second lobe démarre sur un état de déformée provoquée par le premier lobe. La théorie des plaques utilisée précédemment pour la détermination de la charge ultime n'est donc plus valable. Même l'utilisation d'une théorie des coques ne serait pas suffisante à elle seule car le matériau est déjà écroui en certains endroits. Ce travail laborieux a été effectué récemment par Wierzbicki et Abramowicz [WIE 93] pour la commercialisation de leur logiciel CRASHCAD mais, par communication privée avec l'un des auteurs, au prix de très nombreuses campagnes d'essais pour extraire des relations empiriques. Cela sort de notre propos qui, rappelons le, consiste à développer un outil très rapide de caractérisation du comportement à l'écrasement des profilés à parois minces en vue de son utilisation dans le concept d'approche globale par systèmes multicorps rigides ou par modèles éléments finis hybrides. En introduction à ce chapitre, l'objectif recherché était de tenir compte des phénomènes de flambement et de post-flambement afin de juger correctement si tel composant d'un modèle de préconception subira de grandes déformations ou pas. Nous nous limitons donc à la description du premier lobe en utilisant les paramètres  $r_{1l}$ ,  $H_{1l}$  et  $\bar{\alpha}_{1l}$  déterminés par minimisation de l'effort moyen d'écrasement  $P_{m_{1l}}$ . Pour les  $N-1$  lobes suivants, qui peuvent se former sur une colonne de longueur  $L$  et dont le nombre peut être pair ou impair, nous utilisons l'effort moyen d'écrasement global à toute la colonne  $P_m$ , tenant compte de l'alternance sur les deux épaisseurs  $t_1$  et  $t_2$  :

$$\frac{P_m}{\sigma_o} = \frac{1}{N-1} \sum_{il=2}^N \frac{P_{m_{il}}}{\sigma_o} \quad (2.78)$$

où, il impair correspond à un lobe formé sur l'épaisseur faible  $t_1$  et il pair correspond à un lobe formé sur l'épaisseur forte  $t_2$ .

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Pour obtenir  $N-1$ , nous faisons l'hypothèse, reportée par Wierzbicki [WIE 82], que l'onde de pliage plastique  $2H$  est constante tout au long du processus d'écrasement de la colonne et que sa longueur est fixée par la formation du premier lobe ( $i=1$ ) :

$$N-1 = \text{int} \left( \frac{L - 2H_1}{2H_1} \right) \quad (2.79)$$

Cette hypothèse est vérifiée par les tests expérimentaux du paragraphe suivant, où nous avons constaté que la longueur d'onde d'écrasement moyenne alternant sur les deux épaisseurs est très proche de celle du premier lobe et que l'erreur commise est donc très faible.

### **2.3 Validation du modèle étendu**

Cette validation est effectuée en deux parties :

- confrontation analytique/expérimentale sur des profilés à sections mono- et multi-épaisseurs

- confrontation analytique/numérique par éléments finis sur une colonne de section carrée et d'épaisseur unique. Dans cette seconde partie, l'objectif est d'étudier l'influence de la longueur de la colonne sur la caractéristique instantanée d'écrasement  $P-\delta$  et plus particulièrement au niveau des phases de pré-effondrement et d'effondrement.

Pour mener la campagne expérimentale, nous avons conçu et fait réaliser un banc d'essais quasi-statiques en compression, d'une capacité de 30 Tonnes et d'une course de 400 mm, instrumenté d'une cellule force et d'un capteur déplacement. Pour ce qui est de l'acquisition des données, elle est effectuée sur un micro-ordinateur qui nous fournit instantanément la caractéristique effort-déplacement.

#### **2.3.1 Profilés à sections d'épaisseurs simples et multiples**

Dans cette première partie, nous présentons les résultats de différents types de sections où, les résultats expérimentaux, les géométries et les caractéristiques effort-déplacement sont

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

représentés aux Fig. 2.9 à 2.16. L'épaisseur de ces sections a été choisie de façon à ce que le flambement apparaisse en régime élastique et plastique.

Une série d'essais quasi-statiques a été effectuée sur les spécimens représentés aux Figs. 2.9, 2.11, 2.13 et 2.15 avec, comme conditions, profilé en appui simple sur le socle et vitesse d'écrasement de  $5,88 \times 10^{-3} \text{ ms}^{-1}$ .

Les sections BIEP et TRIEP, de longueur 190 mm, ont été réalisées à partir d'une section "UAP" fraisée intérieurement. Pour fermer la section, une plaque d'acier de caractéristique similaire a été rapportée par soudure continue.

La section HAT, de longueur 300 mm, a été obtenue par pliage d'une tôle d'acier et fermée en soudure par points avec une plaque d'acier similaire. L'espacement entre chaque point de soudure correspond à une longueur d'onde plastique qui a été calculée en utilisant le modèle analytique.

La section MINEP50, de longueur 125 mm, est issue d'un profilé standard d'épaisseur 1,8 mm, fraisé extérieurement pour ramener l'épaisseur à 0,9 mm et ainsi, permettre l'apparition d'un flambement élastique.

Avant essais, tous ces profilés ont subi un recuit de détente et d'homogénéisation à une température de  $650^\circ\text{C}$  pendant 24 heures en vue de libérer les contraintes internes inhérentes aux usinages et aux soudures.

Les caractéristiques matérielles contrainte-déformation de chaque spécimen ont été obtenues par essai de traction, à une vitesse de déformation approximative de  $3 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ , sur des éprouvettes normalisées découpées dans les parois. Ces caractéristiques sont reportées, pour chaque profilé, aux Fig. 2.10, 2.12, 2.14 et 2.16.

Le Tableau 2.1 récapitule les résultats expérimentaux et analytiques en termes, d'efforts et de déplacements ultimes d'effondrement, de distances effectives  $\delta_{\text{ef}}$  d'écrasement du premier lobe et d'énergies totales  $W_d$  dissipées au cours de chaque essai.

Nous constatons que, dans tous les cas, le modèle étendu estime correctement la caractéristique d'écrasement du premier lobe et la charge moyenne d'écrasement. Pour les sections à

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

épaisseurs fortes, conduisant à un flambement plastique, nous notons une erreur de 6,9% sur l'effort ultime pour le profilé BIEP, de 0,4% pour le TRIEP et de 5,5% pour le HAT. En ce qui concerne l'absorption énergétique, le modèle donne également des résultats acceptables (8,4% pour le BIEP, 15,6% pour le TRIEP and 2,8% pour le HAT). Les erreurs significatives relevées en consommation énergétique sur les sections BIEP et TRIEP sont dues au fait que, de par leur longueur, nous avons été limité à la formation d'un lobe plastique et à l'initiation d'un second seulement. Par conséquent, par rapport à l'effort moyen calculé, le second lobe génère une énergie supplémentaire qui n'est pas équilibrée par l'initiation d'un troisième lobe. Dans le cas des sections à épaisseurs faibles (profilé MINEP50), conduisant à un flambement élastique, le modèle fournit également de très bons résultats, que ce soit en effort ultime (7,2% d'erreur) ou en dissipation énergétique (0,2% d'erreur). Par ailleurs, nous constatons que le modèle étendu donne, dans tous les cas, une estimation correcte de la longueur d'onde d'écrasement, mais des erreurs assez élevées en terme de déplacement ultime d'effondrement et notamment dans le cas du flambement élastique. Cela peut s'expliquer, en partie, par les conditions aux limites utilisées dans le modèle où les extrémités du profilé sont supposées encastées, ce qui n'était pas le cas lors des essais et, en partie, par les inévitables déformations élastiques subies par le banc.

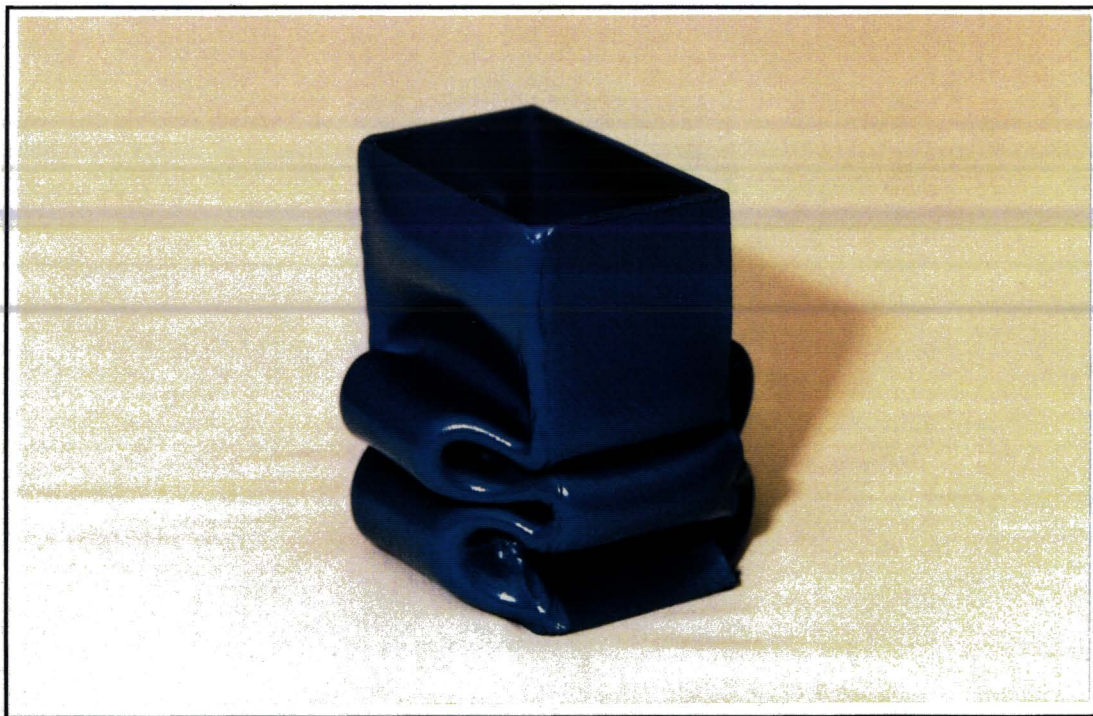


FIG. 2.9 . Echantillon après essai d'un profilé BIEP.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

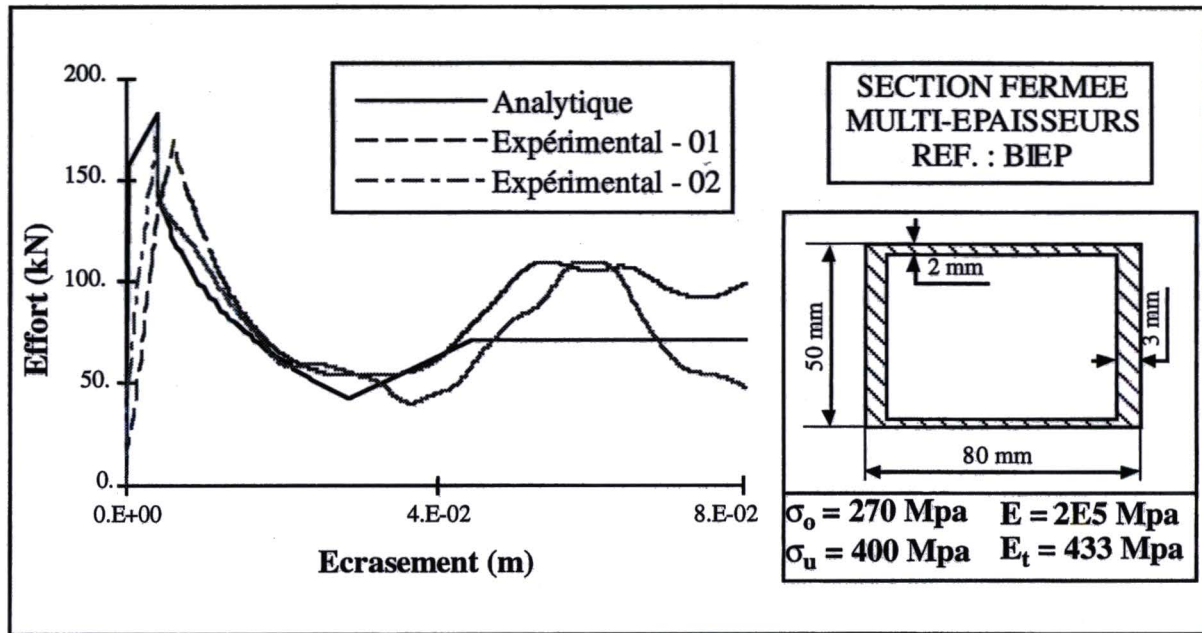


FIG. 2.10 . Caractéristique d'écrasement du profilé BIEP.

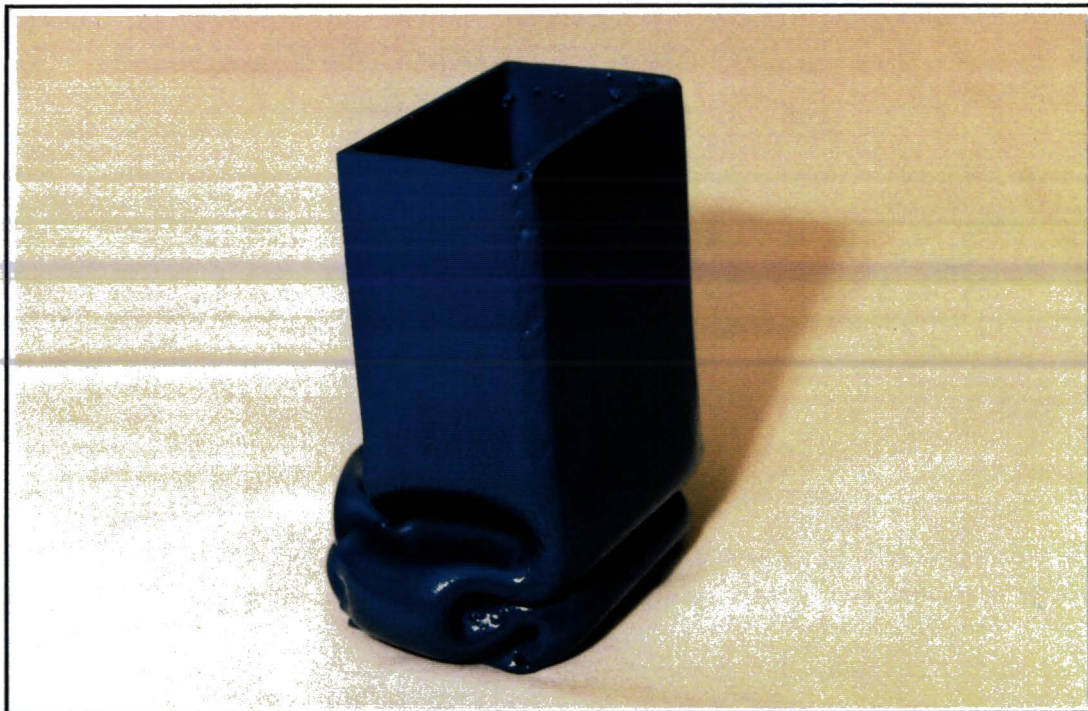


FIG. 2.11 . Echantillon après essai d'un profilé TRIEP.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



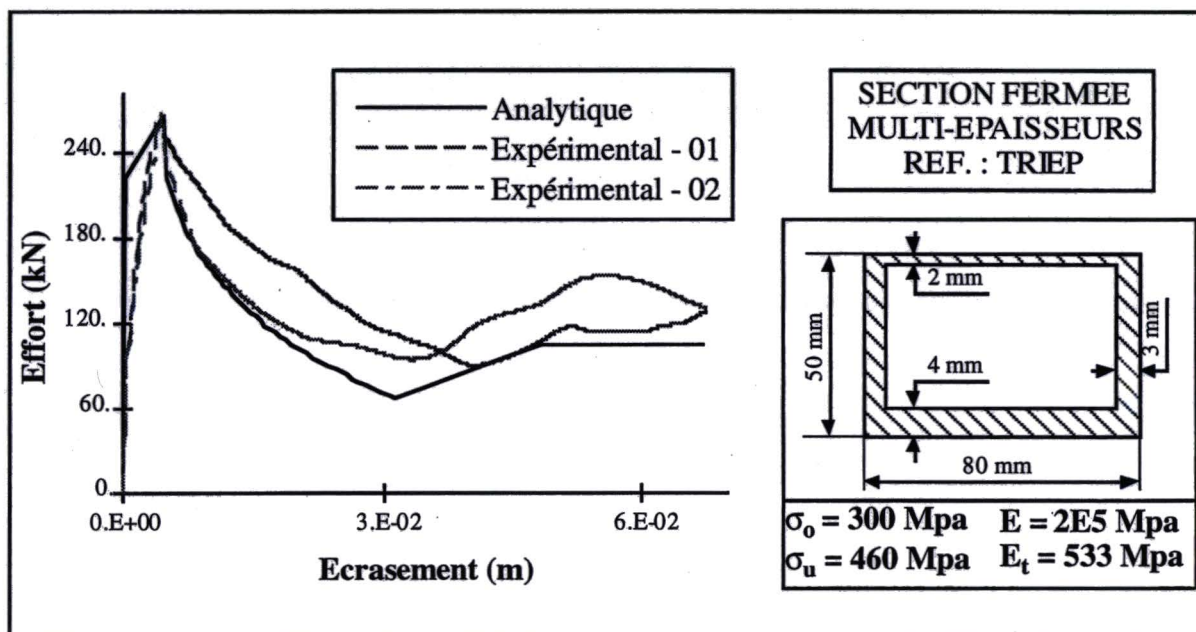


FIG. 2.12. Caractéristique d'écrasement du profilé TRIEP.

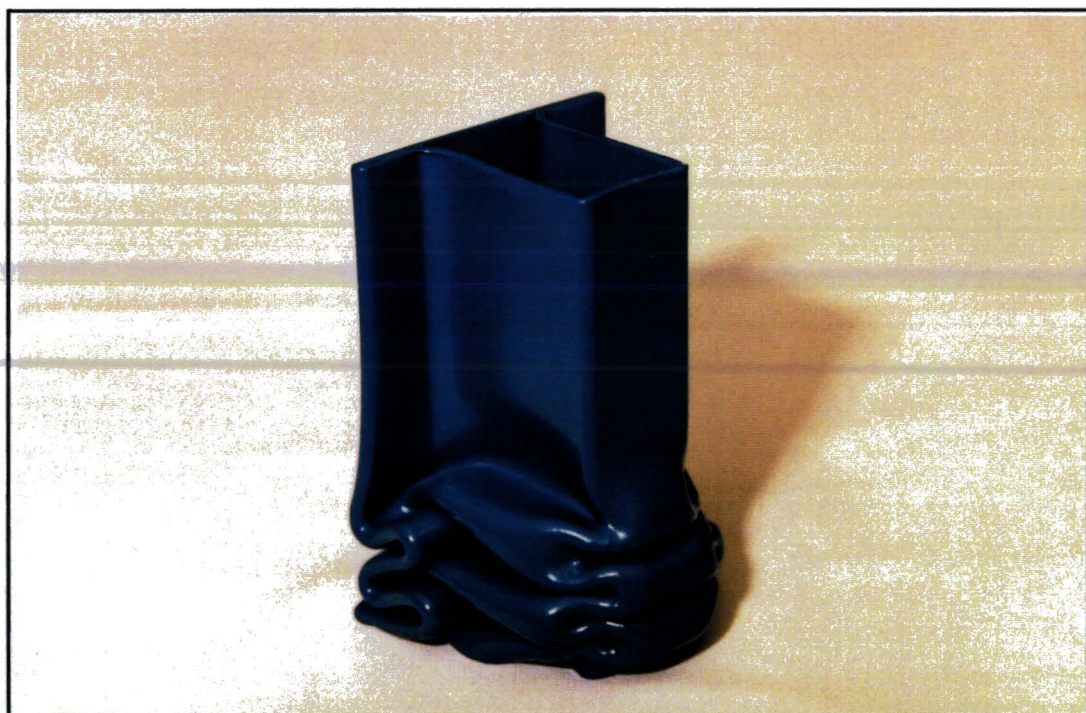


FIG. 2.13 . Echantillon après essai d'un profilé HAT.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

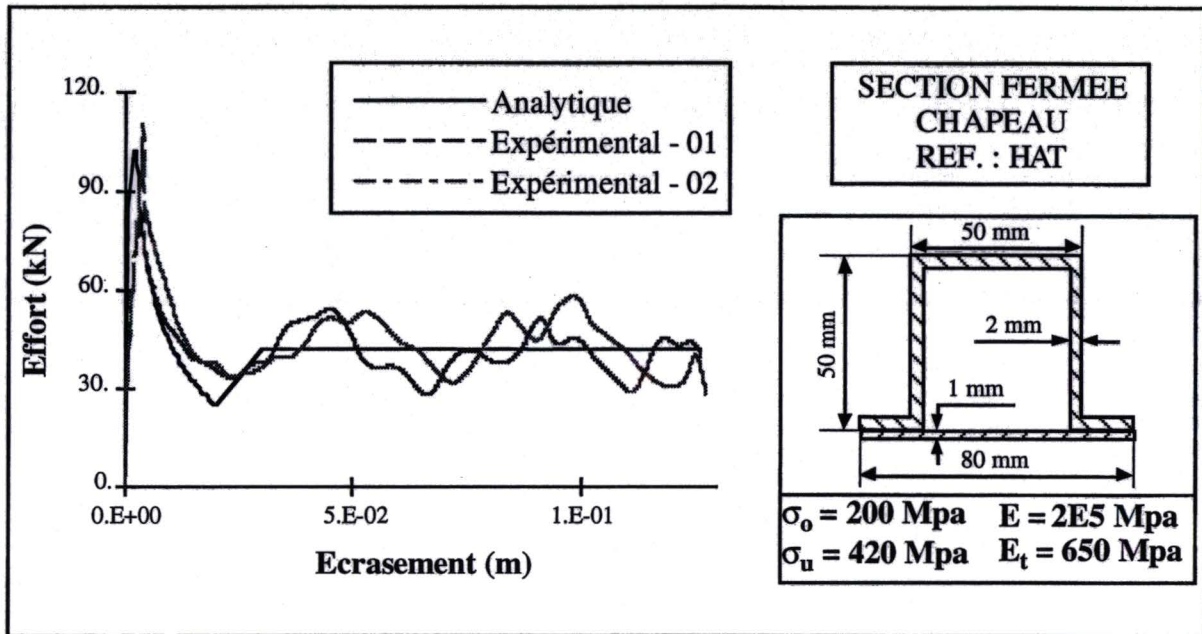


FIG. 2.14. Caractéristique d'écrasement du profilé HAT.

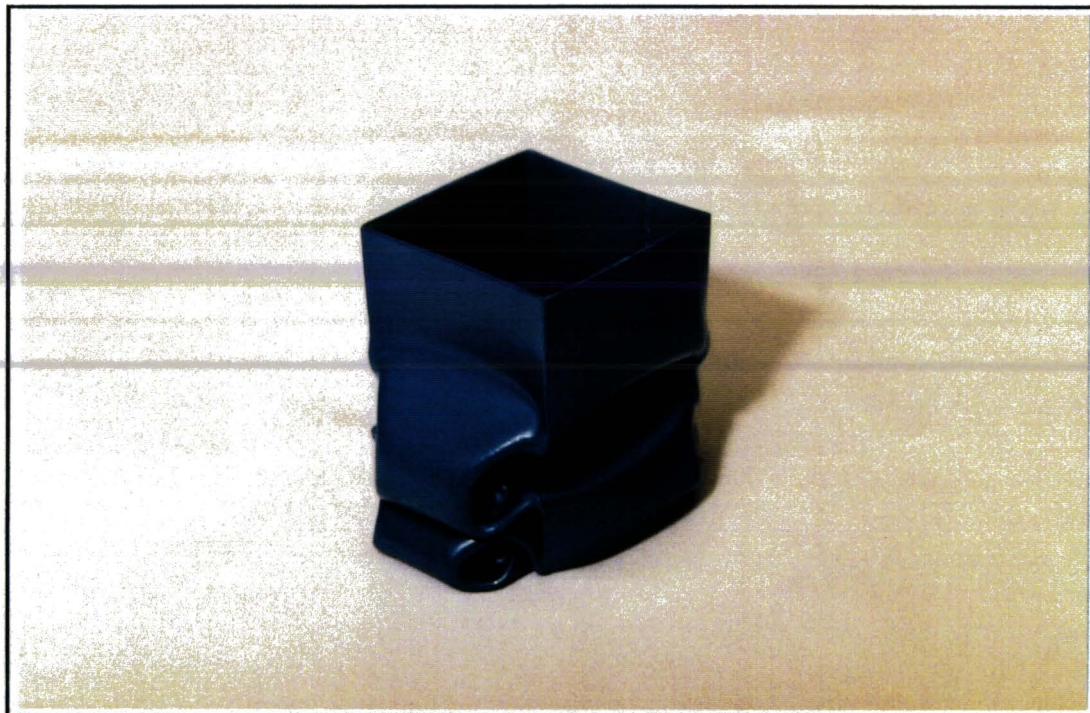


FIG. 2.15 . Echantillon après essai d'un profilé MINEP.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

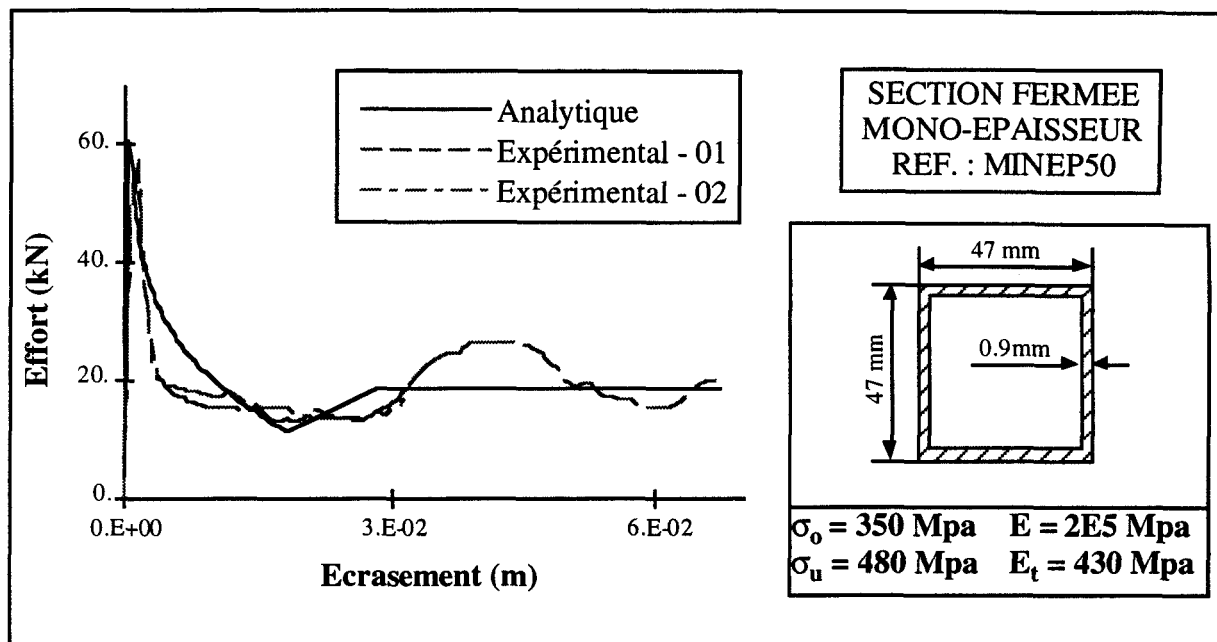


FIG. 2.16. Caractéristique d'écrasement du profilé MINEP50.

TABLEAU 2.1 . Récapitulatif des résultats.

	RESULTATS ANALYTIQUES				RESULTATS EXPERIMENTAUX			
	$\delta_{ef}$ ( $10^{-3}m$ )	$P_u$ (kN)	$U_u$ ( $10^{-3}m$ )	$W_d(\delta_f)$ (Nm)	$\delta_{ef}$ ( $10^{-3}m$ )	$P_u$ (kN)	$U_u$ ( $10^{-3}m$ )	$W_d(\delta_f)$ (Nm)
BIEP	28	182,1	3,9	6181	31	169,6	4,9	6754
TRIEP	31	263,9	4,6	7722	36	265	4,2	9155
HAT	20	102,4	1,6	5402	23	108,4	3,5	5559
MINEP50	18	60,7	0,2	1308	23	56,3	1,4	1310

### 2.3.2 Profilés à section carrée d'épaisseur simple : influence de la hauteur de la colonne sur la caractéristique d'écrasement P- $\delta$

Le profilé type que nous avons utilisé, comme le montre la Fig. 2.17, est une colonne standard de section carrée. Cette colonne est encastree à ses deux extrémités dans le but d'éliminer tous risques de flambement global non lié à la hauteur. Différents modèles éléments finis ont été effectués avec une densité de maillage constante. Différentes hauteurs de colonne (100, 150, 200 et 300 mm) ont été utilisées avec une vitesse d'impact de  $1 \text{ ms}^{-1}$ , une masse d'impacteur de 8000 kg et sans prise en compte de la vitesse de déformation. Ces hauteurs ont été choisies de façon à couvrir un domaine de variation suffisamment large en partant d'une faible hauteur pour laquelle notre modèle étendu a été validé en première partie. Le ratio largeur sur épaisseur de plaque a été choisi pour provoquer un flambement élastique.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Le code de calcul non-linéaire par éléments finis utilisé pour mener cette campagne d'essais numériques est PAMCRASH™.

Le matériau utilisé est un acier moyen avec une limite élastique  $\sigma_0$  de 320 MPa, un module d'écroutissage linéaire  $E_t$  de 500 MPa et un taux de déformation ultime de 20% avant apparition de la striction.

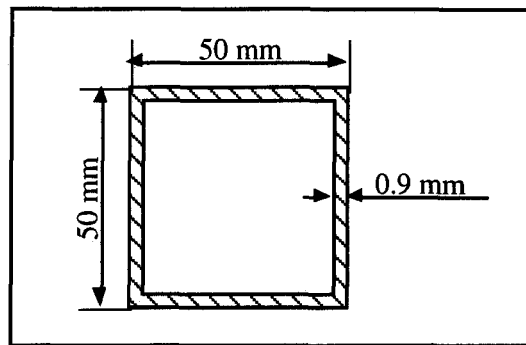


FIG. 2.17. Profilé utilisé pour l'étude de l'influence de la hauteur de colonne.

### 2.3.2.1 Résultats des calculs numériques par éléments finis

Le Tableau 2.2 récapitule les résultats des quatre modèles numériques en termes d'efforts et de déplacements ultimes d'effondrement et de dissipation énergétique pour un écrasement total de 0,019m. Cette valeur d'écrasement correspond à la moyenne des écrasements nécessaires pour la formation du premier lobe et avant apparition du second lobe.

TABLEAU 2.2 . Récapitulatif des résultats numériques par éléments finis.

	$P_{\max}$ (kN)	$U_u$ ( $10^{-3}$ m)	$W_d(0,019)$ (Nm)
L100V1	53,01	0,20	327,48
L150V1	53,54	0,30	328,30
L200V1	53,80	0,40	328,43
L300V1	53,28	0,60	329,91

A partir de ce tableau, les effets de la hauteur de la colonne sur la caractéristique effort-écrasement peuvent être déterminés et plus particulièrement au niveau des phases de pré-effondrement et d'effondrement.

### 2.3.2.2 Influence de la hauteur de la colonne à vitesse constante

Nous constatons que les efforts ultimes restent quasi inchangés à 0,5% près de moyenne. D'un autre côté, les déplacements ultimes d'effondrement augmentent dans tous les

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

cas en fonction de la hauteur de la colonne. Pour ce qui est de la phase de post-effondrement, la Fig. 2.18 montre que les courbes convergent toutes vers le même minimum dès 0,001m. Au regard de ces résultats, nous pouvons affirmer que seules les phases de pré-effondrement et d'effondrement sont sensibles à la hauteur de la colonne.

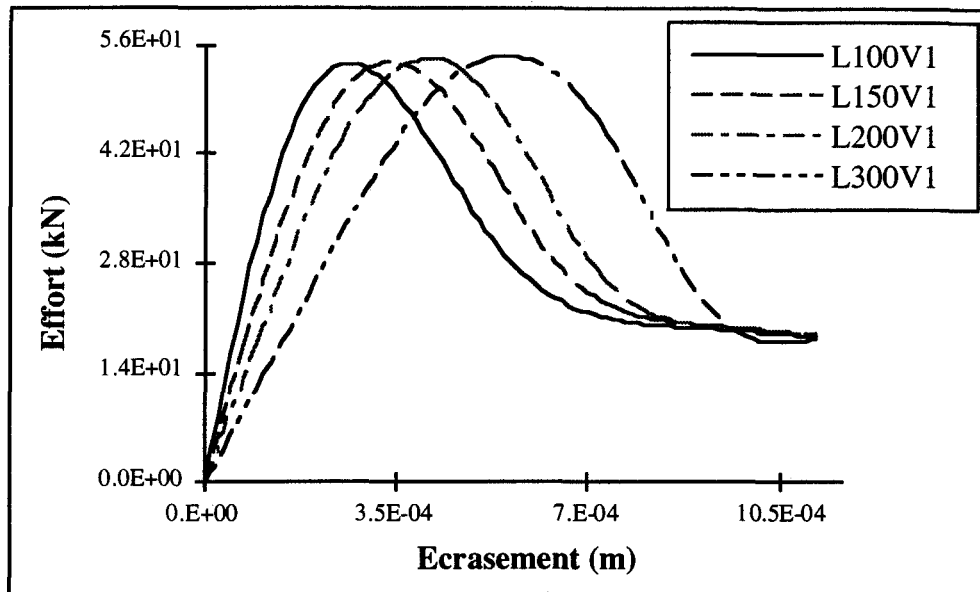


FIG. 2.18. Comparaison de la caractéristique P- $\delta$  pour différentes hauteurs de colonne.

### 2.3.2.2 Résultats du modèle étendu

Le Tableau 2.3 récapitule les résultats d'efforts, de déplacements ultimes et d'énergies dissipées obtenus avec le modèle étendu pour chaque hauteur de colonne.

TABLEAU 2.3 . Résultats du modèle étendu pour chaque hauteur de colonne.

	$P_{\max}$ (kN)	$U_u$ ( $10^{-3}m$ )	$W_d(0,019)$ (Nm)
ANAL100	50,75	0,15	391,78
ANAL150	50,75	0,23	391,87
ANAL200	50,75	0,30	391,91
ANAL300	50,75	0,45	391,95

Nous constatons que les efforts ultimes, qui sont indépendants de la hauteur dans notre modèle, corréleront avec les résultats numériques. L'erreur relative moyenne est de 4,5% toutes hauteurs considérées. Par contre, en ce qui concerne les déplacements ultimes d'effondrement, les erreurs sont assez significatives bien que nous ayons pris en compte la hauteur de la colonne. Cela est peut-être dû au fait que nous comparons des résultats obtenus avec un code de calcul en dynamique non-linéaire, même avec une faible vitesse d'impact, alors que la formulation du modèle analytique est quasi-statique.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Cependant, nous pouvons remarquer que la consommation énergétique des phases de pré-effondrement et d'effondrement est proportionnelle à la hauteur de la colonne. En effet, pour une hauteur de 100 mm (ANAL100), l'énergie dissipée est de 3,8 mN, contre 11,4 mN pour une hauteur de 300 mm (ANAL300). Il en est de même pour les résultats numériques L100V1 et L300V1 (5,3 mN contre 16 mN). Par conséquent, si nous n'avions pas pris en compte la hauteur de la colonne dans la formulation des phases de pré-effondrement et d'effondrement, cela aurait généré une erreur supplémentaire de 2,5% sur la consommation énergétique totale du premier lobe de l'échantillon ANAL300 ( $W_d(0,019)$ ).

## **2.4 Conclusion**

Le modèle mixte généralisé étendu au calcul de l'effort instantané donne une prédiction plutôt bonne de la caractéristique  $P-\delta$  d'écrasement axial des colonnes à parois minces. Son utilisation dans un modèle à base de barres ou de ressorts non-linéaires de translation permet d'estimer correctement le comportement crash d'une sous-structure en phase de préconception. En ce qui concerne les efforts et déplacements ultimes d'effondrement, les résultats montrent que la hauteur de la colonne les affecte sensiblement. Pour de petits écrasements, caractérisés par un nombre très limité de lobes plastiques, la variation d'énergie dissipée due à la longueur de la colonne devient une proportion significative de l'énergie totale absorbée. La confrontation des résultats analytiques avec les résultats numériques PAMCRASH™ semble indiquer que, même pour de faibles vitesses d'impact, les effets d'inertie influencent les efforts et les déplacements. Pour des vitesses d'impact plus élevées, en plus de la vitesse de déformation, il apparaît donc nécessaire de prendre en compte les inerties et de vérifier si leur influence est limitée aux seules phases de pré-effondrement et d'effondrement ou si la phase de post-effondrement est également affectée. Le modèle permet maintenant de traiter la très large gamme des profilés extrudés et des assemblages à épaisseurs multiples. Cependant, il reste limité aux profilés à sections monotubulaires et, comme nous l'avons évoqué au chapitre I, les conceptions actuelles font de plus en plus souvent appel aux profilés à sections multitubulaires dont le chapitre suivant fait l'objet.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

### **CHAPITRE III**

**Calcul de l'effort instantané d'écrasement  
pour des sections multitubulaires  
avec prise en compte d'une imperfection  
géométrique initiale**

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

### **3.1 Introduction**

L'utilisation croissante des alliages d'aluminium, notamment dans le ferroviaire, laisse une totale liberté aux concepteurs pour le design des longerons. Leurs objectifs étant de maximiser la consommation énergétique tout en minimisant l'encombrement et la masse, les conceptions récentes font de plus en plus souvent apparaître des profilés extrudés à sections multitubulaires, de même que des assemblages mécano-soudés de profilés conduisant à des sections multitubulaires. Dans ce cas de sections, le modèle mixte généralisé étendu n'est pas applicable car la cinématique de déformation est différente. Pour pré-optimiser le design collision de cette gamme de profilés et permettre au concepteur d'effectuer les meilleurs choix technologiques, le besoin d'un nouvel outil d'étude rapide du comportement à l'écrasement s'est donc fait ressentir. Dans un premier temps, une phase d'essais expérimentaux quasi-statiques a été menée afin de prendre connaissance des modes d'effondrement possibles. Parallèlement, des modèles éléments finis ont été effectués avec le code calcul PAMCRASH™ pour extrapoler les résultats expérimentaux et accroître notre base de données. A l'issue de cette campagne d'observation, deux modes de flambement possibles ont été retenus ; le mode antisymétrique et le mode symétrique. Dans un second temps, en suivant la même démarche qu'au chapitre II, les phases de pré-effondrement et d'effondrement ont été adaptées pour l'apparition de ces deux modes sur des sections multitubulaires et, pour assurer la continuité en phase de post-effondrement, deux nouveaux modèles cinématiques simplifiés ont été développés. Pour clore ce chapitre, les développements effectués sont validés par confrontation avec les résultats expérimentaux et numériques.

Pour rappel, l'écrasement d'une structure monotubulaire ou multitubulaire se décompose en trois phases distinctes. La première concerne la phase de pré-effondrement, caractérisée par une compression uniforme suivie d'un post-flambement où apparaissent les déplacements latéraux. La phase d'effondrement correspond à la charge ultime que peut supporter la structure. Au delà, apparaissent les grandes déformations caractérisées par la phase de post-effondrement où l'effort décroît.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



### **3.2. Phases de pré-effondrement et d'effondrement**

La charge maximale que peut supporter une colonne, avant que n'apparaissent les grandes déformations, est variable selon le matériau et selon le type de flambement qui peut être perturbé par des imperfections initiales. Les essais et les simulations font apparaître en majorité les deux modes de flambement de la Fig. 3.1. Il s'agit du mode de flambement antisymétrique (Fig. 3.1-a) et symétrique (Fig. 3.1-b).

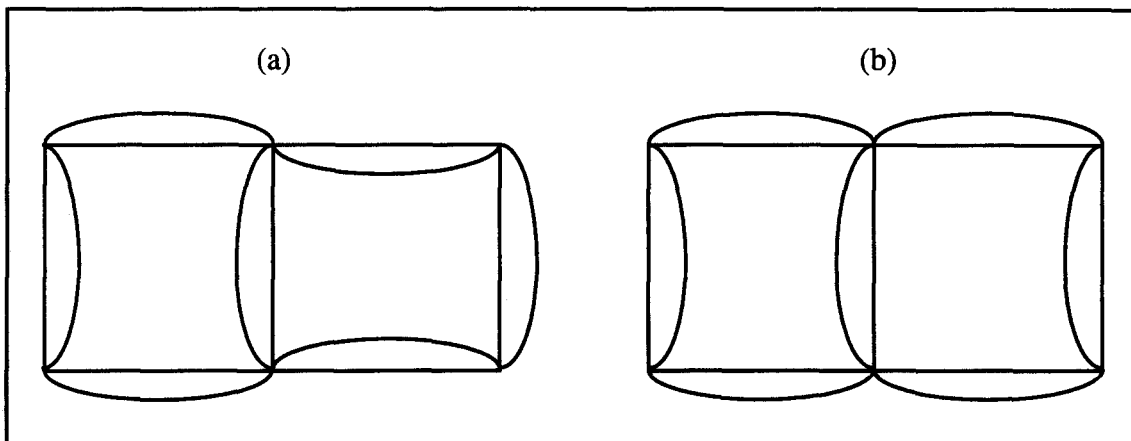


FIG. 3.1. Modes de flambement d'une section multitubulaire.- a : antisymétrique, - b : symétrique.

Dans le chapitre précédent, les profilés ont été considérés comme des assemblages de plaques parfaitement planes. Or, dans la réalité, de par le procédé de fabrication, le transport et la manutention, le matériau n'est pas isotrope et homogène, l'épaisseur de la paroi n'est pas constante et le profilé n'est pas parfaitement linéique. Ces événements sont des imperfections initiales qui se classent en deux types :

- les imperfections matérielles;
- les imperfections géométriques.

Dans le cas d'écrasement des colonnes à parois minces, Hui [HUI 86] a montré que le mode de flambement et la charge maximale que peut supporter la structure sont surtout influencés par les imperfections initiales géométriques. En extrapolant cet état, Yamaguchi [YAM 86] a travaillé, pour la Toyota Motor Corporation, sur des techniques de diminution du pic d'impact générateur de niveaux de décélérations néfastes. Le principe consiste à générer, dans les parois du profilé, des imperfections initiales qui lissent la caractéristique effort-écrasement et permettent de piloter

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

le mode de flambement. Trois types d'imperfections, appelées également "triggering mechanisms", ont été recensées :

- la préforme d'un lobe plastique avec le mode d'écrasement souhaité;
- l'usinage d'entailles sur les lignes de coin pour en affaiblir la rigidité;
- la découpe des parois du profilé.

Dans ce chapitre, pour la formulation des phases de pré-effondrement et d'effondrement, les résultats présentés au chapitre II sont appliqués aux sections multitubulaires avec prise en compte d'une imperfection initiale géométrique ou préforme d'un lobe plastique, lors d'un flambement antisymétrique élastique et plastique. En présence d'un flambement symétrique, nous devons reconsidérer le champ de déplacement en flexion.

### 3.2.1 Mode de flambement antisymétrique avec imperfection initiale

En suivant la même démarche qu'au chapitre II, nous définissons un champ de déplacement en  $x$  dû à la compression et un champ de déplacement dû à la flexion :

$$u = -\frac{u_0}{L}x \quad , \text{ où les déplacements transversaux sont négligés.} \quad (3.1)$$

$$w = w_0 \sin\left(\frac{\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad (3.2)$$

Pour tenir compte de l'imperfection initiale, nous définissons un champ de déplacement additionnel qui a la même forme géométrique que l'onde de flambement :

$$\bar{w} = \bar{w}_0 \sin\left(\frac{\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad (3.3)$$

La fonctionnelle  $\Pi$  de l'énergie potentielle, pour un assemblage de  $np$  plaques, s'écrit :

$$\Pi(u_0, w_{eq}) = U_f(w_{eq}) + U_m(u_0, w_{eq}) - P u_0 \quad (3.4)$$

Pour le calcul de l'énergie de flexion  $U_f$ , nous utilisons la relation (2.6), où le vecteur des courbures s'exprime :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} -w,_{xx} + \bar{w},_{xx} \\ -w,_{yy} + \bar{w},_{yy} \\ -2w,_{xy} + 2\bar{w},_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Pour un assemblage de np plaques, l'énergie de flexion prend la forme suivante :

$$U_f = \frac{1}{96} \frac{E}{(1-\nu^2)} \pi^4 L (w_{eq} - \bar{w}_{eq})^2 \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i \left[ \frac{1}{b_i} + \frac{n^2 b_i}{L^2} \right]^2 \quad (3.6)$$

Pour le calcul de l'énergie de membrane  $U_m$ , nous utilisons la relation (2.13), où , après superposition des déplacements de compression et de flexion, le champ de déformation tenant compte de l'imperfection s'écrit :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 \quad (3.7)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \quad (3.8)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \quad (3.9)$$

Pour un assemblage de np plaques, l'énergie de membrane prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} U_m = & \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left[ \frac{u_o^2}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i - \frac{1}{4} \frac{\pi^2 n^2}{L^2} u_o (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right. \\ & + \frac{9}{256} \frac{\pi^4 n^4}{L^3} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 + \frac{9}{256} \pi^4 L (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \\ & + 2\nu \left( -\frac{\pi^2}{8} u_o (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{1}{256} \frac{\pi^4 n^2}{L} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right) \\ & \left. + \frac{1}{128} (1-\nu) \frac{\pi^4 n^2}{L} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right] \quad (3.10) \end{aligned}$$

D'après le principe des travaux virtuels, l'état d'équilibre de la plaque correspond aux valeurs  $u_o$  et  $w_{eq}$  qui minimisent cette fonctionnelle  $\Pi$  :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$\delta\Pi = \left( \frac{\partial U_f(w_{eq})}{\partial w_{eq}} + \frac{\partial U_m(u_o, w_{eq})}{\partial w_{eq}} \right) \delta w_{eq} + \left( \frac{\partial U_m(u_o, w_{eq})}{\partial u_o} - P \right) \delta u_o = 0 \quad (3.11)$$

Il s'agit d'une condition stationnaire où les variations de  $u_o$  et  $w_{eq}$  sont indépendantes.

La minimisation de  $\Pi$  par rapport à  $w_{eq}$  donne une équation de couplage entre le déplacement en compression et celui en flexion :

$$\begin{aligned} & \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left[ \frac{\pi^4 L}{24} (w_{eq} - \bar{w}_{eq}) \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i \left[ \frac{1}{b_i} + \frac{n^2 b_i}{L^2} \right]^2 - \frac{1}{2} \frac{\pi^2 n^2}{L^2} u_o w_{eq} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right. \\ & + \frac{9}{64} \frac{\pi^4 n^4}{L^3} w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 + \frac{9}{64} \pi^4 L w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \\ & \left. + 2\nu \left( -\frac{\pi^2}{4} u_o w_{eq} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{1}{64} \frac{\pi^4 n^2}{L} w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{32} (1-\nu) \frac{\pi^4 n^2}{L} w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

La minimisation de  $\Pi$  par rapport à  $u_o$  donne l'effort de post-flambement :

$$P = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left[ \frac{u_o}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i - \frac{\pi^2}{8} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \left( \frac{n^2}{L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + \nu \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right) \right] \quad (3.13)$$

En introduisant (3.12) dans (3.13), nous obtenons l'équation de la droite de post-flambement :

$$P = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left[ \left( \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i - \frac{A^2}{B} \right) + \frac{AC}{B} \right] \quad (3.14)$$

, avec

$$A = \left( \frac{n^2}{L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + \nu \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right)$$

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$B = \frac{9}{4} \left( L \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{n^4}{L^3} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 \right) + \frac{1}{2} \frac{n^2}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3$$

$$C = \frac{\pi^2 L}{12} \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i \left[ \frac{1}{b_i} + \frac{n^2 b_i}{L^2} \right]^2$$

L'effort et le déplacement critiques de flambement correspondent à un point d'instabilité sur le chemin d'équilibre en compression uniforme. Pour les obtenir, il suffit de poser ( $w_{eq} = \bar{w}_{eq}$ ) dans les équations (3.12) et (3.13).

Le flambement d'une structure, chargée en compression, peut être suivant les caractéristiques matérielles et dimensionnelles, soit élastique, soit plastique. En effet, deux cas peuvent se produire lors du calcul de l'effort critique de flambement  $P_{cr}$ . Si cet effort est inférieur au "Squash load"  $P_{sq}$ , effort correspondant à une section totalement plastifiée, le flambement est élastique et plastique dans le cas contraire.

### 3.2.1.1 Flambement antisymétrique élastique avec imperfection initiale

Si  $P_{cr} < P_{sq}$ , la droite de compression uniforme est suivie par une droite de post-flambement. Sur cette droite, la charge ultime  $P_u$  est obtenue en utilisant le critère de plastification de Von-Mises en contraintes planes (2.30). Dans le cas des colonnes monotubulaires, Wierzbicki [WIE 91] a montré que, pour chaque plaque, le premier point de plastification apparaît sur les lignes de coins ( $y=0$ ) et à hauteur d'une demi-longueur d'onde. Mais, comme l'a reporté Mahendran [MAH 91] pour des plaques minces avec, diverses conditions aux limites, divers ratios largeur sur épaisseur de plaque et diverses amplitudes d'imperfections géométriques initiales, ce point de plastification est mobile selon l'axe  $y$  et peut également apparaître au centre de la plaque ( $y=b/2$ ). Mahendran n'a cependant retenu que les deux positions extrêmes  $y=0$  et  $y=b/2$ . Dans le cas des colonnes multitubulaires, nous avons décidé de suivre la même démarche et donc de faire appel à deux critères de plastification.

Pour  $y=0$ , le champ de déformation d'un assemblage de plaques avec imperfections s'exprime :

$$\varepsilon_{xx} = -\frac{u_0}{L} \quad (3.15)$$

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{2} \pi^2 (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \quad (3.16)$$

$$\gamma_{xy} = 0 \quad (3.17)$$

, et le critère de Von-Mises prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} & (1 - \nu + \nu^2) \frac{u_o^2}{L^2} + \frac{\pi^4}{4} (1 - \nu + \nu^2) (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 + \frac{\pi^2}{2L} (1 - 4\nu + \nu^2) u_o (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \\ & = \left( \frac{\sigma_o (1 - \nu^2)}{E} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Cette équation (3.18) associée aux équations (3.12) et (3.13) fournit un système de trois équations à trois inconnues P,  $u_o$  et  $w_{eq}$ , duquel nous pouvons tirer les expressions de l'effort ultime  $P_u$  et du déplacement ultime  $u_u$  avant effondrement.

Pour  $y=b/2$ , le champ de déformation d'un assemblage de plaques avec imperfections s'exprime :

$$\varepsilon_{xx} = -\frac{u_o}{L} \quad (3.19)$$

$$\varepsilon_{yy} = 0 \quad (3.20)$$

$$\gamma_{xy} = 0 \quad (3.21)$$

, et le critère de Von-Mises prend la forme suivante :

$$(1 - \nu + \nu^2) \frac{u_o^2}{L^2} = \left( \frac{\sigma_o (1 - \nu^2)}{E} \right)^2 \quad (3.22)$$

Par conséquent, sur ces deux critères, le premier qui est satisfait au cours du calcul détermine la position du premier point de plastification et donc la valeur du couple effort et déplacement ultimes d'effondrement.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

### 3.2.1.2 Flambement antisymétrique plastique avec imperfection initiale

Si  $P_{cr} > P_{sq}$ , la compression uniforme est suivie par de la compression plastique jusqu'au point d'instabilité. Yu [YU 92] a récemment développé un modèle simplifié appliqué aux grandes déformations des plaques rectangulaires soumises à un chargement uniformément réparti. Ce modèle fait intervenir une énergie de membrane en plus de l'énergie de flexion. La formulation de ce modèle est limitée à un taux de déformation de l'ordre de cinq à dix fois l'épaisseur de la paroi. Par de multiples confrontations avec des résultats expérimentaux et des résultats issus de modèles ne tenant compte que de l'énergie de flexion, Yu conclut que, à partir d'un taux de déformation de l'ordre de l'épaisseur de paroi, l'énergie de membrane influence fortement la détermination de la charge maximale d'effondrement. Dans notre cas, au moment de l'instabilité, nous pouvons dire que les contraintes au niveau des lignes de coins continuent à augmenter. C'est pourquoi, nous avons entrepris d'étendre la théorie unifiée de Stowell à la prise en compte d'une énergie de membrane. Le cas du flambement élastique ayant été appliqué à la prise en compte d'une imperfection initiale géométrique, la présente théorie y est également appliquée.

Dans sa formulation, présentée au 2.2.1.4, Stowell est parti d'un équilibre des efforts puis, par application de la méthode de l'énergie, il en a tiré l'expression de la contrainte critique de flambement plastique. Pour l'introduction d'une énergie de membrane, exprimée par superposition des déplacements de compression et de flexion, il est indispensable de partir d'un équilibre énergétique. Nous avons donc suivi la même démarche que pour le flambement élastique en utilisant le principe des travaux virtuels. Avec la condition de continuité des pentes, la fonctionnelle  $\Pi$  de l'énergie potentielle totale pour un assemblage de  $n_p$  plaques d'épaisseurs différentes s'exprime :

$$\Pi(u_o, w_{eq}) = U_f(w_{eq}) + U_m(u_o, w_{eq}) - P u_o \quad (3.23)$$

, où les deux premiers termes du second membre caractérisent le travail des forces internes dû aux énergies de flexion et de membrane et le troisième terme caractérise le travail des efforts statiques externes.

L'énergie de flexion est obtenue en posant :

$$U_f = \frac{1}{2} \int_V z^2 \tilde{\kappa}^T C \tilde{\kappa} dV \quad (3.24)$$

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

La matrice constitutive du matériau,  $C$ , est exprimée pour un état de contrainte plastique avec condition d'incompressibilité ( $\nu=1/2$ ). Comme l'ont reporté Li et Reid [LI 92],  $C$  prend la forme suivante :

$$C = \frac{4}{3} E_s \begin{bmatrix} C_1 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}, \text{ où } C_1 = \frac{1}{4} + \frac{3 E_t}{4 E_s} \quad (3.25)$$

Le coefficient  $C_1$ , tiré de la théorie de Stowell, est significatif d'un état de contrainte plastique fonction des modules tangent  $E_t$  et sécant  $E_s$ . Nous pouvons remarquer que, pour  $E_t = E_s = E$ , nous retrouvons l'expression (2.7) de la matrice constitutive sous état de contrainte élastique.

En utilisant les champs de déplacement en flexion (3.2) et d'imperfection (3.3), l'énergie de flexion pour un assemblage prend la forme suivante :

$$U_f = \frac{1}{72} E_s \pi^4 L (w_{eq} - \bar{w}_{eq})^2 \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i \left[ \frac{C_1 n^4 b_i^2}{L^4} + \frac{1}{b_i^2} + \frac{2n^2}{L^2} \right] \quad (3.26)$$

L'énergie de membrane est obtenue en posant :

$$U_m = \frac{1}{2} \int_V \epsilon^T C \epsilon dV \quad (3.27)$$

En utilisant les relations (3.1-3.3), (3.7-3.9) et (3.25), pour un assemblage,  $U_m$  prend la forme suivante :

$$U_m = \frac{2}{3} E_s \left[ \frac{C_1 u_o^2}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i - \frac{1}{4} \frac{C_1 \pi^2 n^2}{L^2} u_o (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right. \\ \left. + \frac{9}{256} \frac{C_1 \pi^4 n^4}{L^3} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 + \frac{9}{256} \pi^4 L (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right. \\ \left. - \frac{1}{8} \pi^2 u_o (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{1}{128} \frac{\pi^4 n^2}{L} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right] \quad (3.28)$$

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*



Par application du principe des travaux virtuels, la minimisation de  $\Pi$  par rapport à  $w_{eq}$ , nous fournit une équation de couplage entre le déplacement en compression et celui de flexion :

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} E_s \left[ \frac{\pi^4 L}{24} (w_{eq} - \bar{w}_{eq}) \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i \left[ \frac{C_1 n^4 b_i^2}{L^4} + \frac{1}{b_i^2} + \frac{2n^2}{L^2} \right] - \frac{1}{2} \frac{C_1 \pi^2 n^2}{L^2} u_o w_{eq} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right. \\ & + \frac{9}{64} \frac{C_1 \pi^4 n^4}{L^3} w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 + \frac{9}{64} \pi^4 L w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \\ & \left. - \frac{1}{4} \pi^2 u_o w_{eq} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{1}{32} \frac{\pi^4 n^2}{L} w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.29)$$

et la minimisation de  $\Pi$  par rapport à  $u_o$ , nous fournit l'effort de post-flambement :

$$P = \frac{2}{3} E_s \left[ \frac{2C_1 u_o}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i - \frac{1}{4} \frac{C_1 \pi^2 n^2}{L^2} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 - \frac{\pi^2}{8} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right] \quad (3.30)$$

Pour le calcul de la charge ultime de flambement plastique antisymétrique, nous utilisons le théorème de Lejeune-Dirichlet qui postule que l'équilibre est instable si la variation seconde de la fonctionnelle  $\Pi$  de l'énergie potentielle totale est nulle :

$$\delta^2 \Pi = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial^2 w_{eq}} \delta^2 w_{eq} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial u_o} \delta^2 u_o = 0 \quad (3.31)$$

Du système des deux équations précédentes (3.29-3.30), cette condition d'instabilité nous laisse une équation de couplage entre le déplacement en compression et celui de flexion :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial^2 w_{eq}} \delta^2 w_{eq} &= \frac{\pi^2 L}{24} \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i \left[ \frac{C_1 n^4 b_i^2}{L^4} + \frac{1}{b_i^2} + \frac{2n^2}{L^2} \right] - u_o \left[ \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{C_1 n^2}{2L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right] \\ &+ (3w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \frac{\pi^2}{32} \left[ \frac{9C_1 n^4}{2L^3} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 + \frac{9L}{2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{n^2}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

Le principe consiste à faire évoluer  $u_o$  par dichotomie et de l'équation (3.29) nous tirons une valeur de  $w_{eq}$ . Ainsi, à chaque pas de calcul, nous pouvons tester la condition (3.32). La valeur

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

de  $u_0$  qui satisfait ce critère d'instabilité correspond au déplacement ultime de flambement plastique antisymétrique. En introduisant cette valeur particulière du déplacement dans l'équation (3.30) nous obtenons l'expression de l'effort ultime de flambement plastique.

Les équations (3.29) et (3.30) sont fonction du module sécant  $E_s$ , dont nous ne connaissons pas l'évolution. Pour le déterminer, en suivant la même démarche qu'au 2.2.1.4, la courbe de contrainte-déformation est idéalisée par le modèle élasto-plastique suivant :

$$\sigma = \sigma_0 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^m \quad (3.33)$$

, où  $\sigma_0$  est la limite élastique,  $\varepsilon_0$  la déformation correspondante, et  $m$  le coefficient d'écroutissage du matériau.

Nous en déduisons :

$$E_s = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0^m} \varepsilon^{m-1} \quad (3.34)$$

### 3.2.2 Mode de flambement symétrique avec imperfection initiale

Ce mode de flambement n'est pas celui qui minimise l'énergie de déformation par rapport au mode antisymétrique, mais peut apparaître du fait des imperfections initiales ou, comme l'ont montré Wierzbicki-Abramowicz [WIE 93], lorsque l'angle entre deux plaques adjacentes est trop obtus ou lorsque la paroi est trop épaisse. Dans ce cas, nous pouvons prendre le champ de compression (3.1) et les champs de flexion et d'imperfection suivants relatifs à une plaque avec bords non chargés encastés et bords chargés simplement appuyés :

$$w = w_0 \sin^2\left(\frac{\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (3.35)$$

$$\bar{w} = \bar{w}_0 \sin^2\left(\frac{\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (3.36)$$

, où  $\bar{w}_0$  correspond à l'amplitude de l'imperfection initiale.

Lors d'un flambement symétrique, les bords non chargés ne sont plus rotulés, mais considérés encastres. En suivant la même démarche qu'au 3.2.1 avec ces nouveaux champs de déplacement, la minimisation de l'énergie potentielle totale par rapport à  $u_0$  et à  $w_{eq}$  nous donne respectivement l'effort de post-flambement  $P$  et une équation de couplage entre le déplacement en compression et celui en flexion :

$$P = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left( \frac{u_0}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i - \frac{\pi^2}{32} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \left( \frac{3n^2}{L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + 4\nu \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right) \right) \quad (3.37)$$

et,

$$\begin{aligned} & \frac{\pi^2 L}{12} \left( 1 - \frac{\bar{w}_{eq}}{w_{eq}} \right) \left( \frac{3n^4}{16L^4} \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i^3 + \sum_{i=1}^{np} \frac{t_i^3}{b_i} + \frac{n^2}{2L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i \right) \\ & + (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \frac{\pi^2}{64} \left( L \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{5n^2}{2L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + \frac{105n^4}{16L^3} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 \right) \\ & - \frac{u_0}{2} \left( \frac{3n^2}{8L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + \nu \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.38)$$

En fonction du résultat en effort critique par rapport au "squash load", nous nous retrouvons également avec deux modes de flambement, l'élastique et le plastique.

Notons que pour une plaque parfaite,  $\bar{w}_{eq} = 0$ , l'effort et le déplacement critiques correspondants à un déplacement latéral nul,  $w_{eq} = 0$ , s'expriment :

$$P_{cr} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \frac{u_{cr}}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \quad (3.39)$$

$$u_{cr} = \frac{\frac{\pi^2 L}{12} \left( \frac{3n^4}{16L^4} \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i^3 + \sum_{i=1}^{np} \frac{t_i^3}{b_i} + \frac{n^2}{2L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i \right)}{\left( \frac{3n^2}{16L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + \frac{\nu}{2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right)} \quad (3.40)$$

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

### 3.2.2.1 Flambement symétrique élastique avec imperfection initiale

En suivant la même démarche qu'au 3.2.1.1, le premier point de plastification peut apparaître sur les lignes de coin ( $y=0$ ) ou au centre de la plaque ( $y=b/2$ ) et à hauteur d'une demi-longueur d'onde. Dans le cas du flambement symétrique, la position selon l'axe  $y$  donne le même résultat et le critère de plastification de Von-Mises en contraintes planes pour un assemblage de  $n_p$  plaques s'exprime :

$$(1 - \nu + \nu^2) \frac{u_o^2}{L^2} = \left( \frac{\sigma_o(1 - \nu^2)}{E} \right)^2 \quad (3.41)$$

Les équations (3.37) et (3.38), associées à ce critère (3.41), permettent de déterminer l'effort ultime  $P_u$  et le déplacement ultime  $u_u$  d'effondrement.

### 3.2.2.2 Flambement symétrique plastique avec imperfection initiale

Lors d'un flambement plastique, la démarche est identique à celle développée pour le cas antisymétrique, mais nous utilisons l'expression des champs de déplacements latéraux (3.35) et (3.36). La minimisation de l'énergie potentielle totale par rapport à  $u_o$  et à  $w_{eq}$  nous donne respectivement l'effort de post-flambement  $P$  et une équation de couplage entre le déplacement en compression et celui en flexion, tous deux relatifs à un état de contrainte plastique :

$$P = \frac{2}{3} E_s \left( \frac{2C_1 u_o}{L} \sum_{i=1}^{n_p} t_i b_i - \frac{\pi^2}{8} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \left( \frac{3C_1 n^2}{2L^2} \sum_{i=1}^{n_p} t_i b_i^3 + \sum_{i=1}^{n_p} t_i b_i \right) \right) \quad (3.42)$$

et,

$$\begin{aligned} & \frac{\pi^2 L}{6} (1 - \frac{\bar{w}_{eq}}{w_{eq}}) \left( \frac{3C_1 n^4}{16L^4} \sum_{i=1}^{n_p} t_i^3 b_i^3 + \sum_{i=1}^{n_p} \frac{t_i^3}{b_i} + \frac{n^2}{2L^2} \sum_{i=1}^{n_p} t_i^3 b_i \right) \\ & + (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \frac{\pi^2}{64} \left( 9L \sum_{i=1}^{n_p} t_i b_i + \frac{5n^2}{2L} \sum_{i=1}^{n_p} t_i b_i^3 + \frac{105C_1 n^4}{16L^3} \sum_{i=1}^{n_p} t_i b_i^5 \right) \\ & - \frac{u_o}{4} \left( \frac{3C_1 n^2}{2L^2} \sum_{i=1}^{n_p} t_i b_i^3 + \sum_{i=1}^{n_p} t_i b_i \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.43)$$

Pour la détermination de l'effort et du déplacement ultime de flambement plastique symétrique, nous procédons comme au 3.2.1.2 en utilisant la relation (3.31) qui nous fournit la condition d'instabilité suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial^2 w_{eq}} \delta^2 w_{eq} &= \frac{\pi^2 L}{6} \left( \frac{3C_1 n^4}{16L^4} \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i^3 + \sum_{i=1}^{np} \frac{t_i^3}{b_i} + \frac{n^2}{2L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i \right) \\ &+ (3w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \frac{\pi^2}{64} \left( 9L \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{5n^2}{2L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + \frac{105C_1 n^4}{16L^3} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 \right) \\ &- \frac{u_o}{4} \left( \frac{3C_1 n^2}{2L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.44)$$

### **3.3. Phases de post-effondrement**

Par application du concept de "Super Folding Element" proposé par Wierzbicki et Abramowicz [WIE 87], la structure multitubulaire est décomposée en éléments coins, tout en respectant les conditions de symétrie. A l'issue de ce découpage, il apparaît des éléments coins de deux types. En effet, comme le montre la Fig. 3.2, nous obtenons des éléments identiques à ceux d'une section monotubulaire et de nouveaux éléments comportant des faces communes. Pour une section multitubulaire, les faces communes de ces nouveaux éléments peuvent être obtenues, soit par collage, soit par soudure par points ou en continu, soit encore par extrusion. Dans le cas où les faces communes sont collées, Wierzbicki [WIE 83b] a montré que la résistance de la colle est inférieure à celle du matériau. C'est donc un mode antisymétrique de type mixte généralisé qui se déclenche en arrachant le film adhésif. Dans le cas où ces faces sont soudées par points, avec un espacement suffisant pour la formation d'un lobe plastique, le modèle mixte généralisé permet également de déterminer l'effort instantané d'écrasement. Mais, pour des profilés soudés en continu ou extrudés, la rigidité de la ligne de coin perturbe la cinématique de déformation et le modèle mixte généralisé n'est plus applicable. Nous avons précédemment décrit deux modes de flambement, l'antisymétrique et le symétrique. Pour assurer la continuité entre les phases de pré-effondrement, effondrement et de post-effondrement, nous avons entrepris le développement de deux modèles cinématiques simplifiés, antisymétrique et symétrique, permettant de décrire le processus d'écrasement des profilés à sections multitubulaires extrudées ou soudées en continu.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

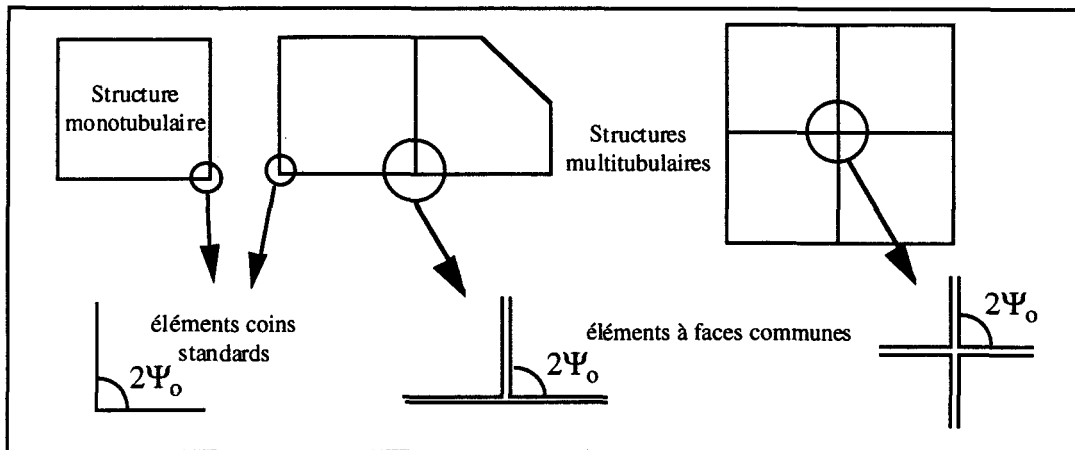


FIG. 3.2. Découpage d'une structure multitubulaire.

### 3.3.1 Hypothèses

Le matériau est considéré isotrope, rigide parfaitement plastique, avec une contrainte d'écoulement plastique équivalente  $\sigma_0$  constante tout au long du processus de déformation.

L'angle adjacent  $2\Psi_0$  entre les deux faces de l'élément coin reste constant tout au long de l'écrasement.

La longueur d'onde de flambement plastique  $2H$  est considérée constante et fixée par le premier lobe plastique.

Pour les sections à épaisseurs multiples, le principe du travail minimum nous autorise à dire que [DRA 95], pour le premier lobe plastique, les cônes d'extensions ainsi que les lignes de pliage tangentes aux cônes se localisent dans la zone de la plus faible épaisseur de l'élément coin et alternent ensuite.

### 3.3.2 Modèle cinématique pour les éléments coins à faces communes subissant un flambement antisymétrique

Au niveau des lignes de coin reliées par plus de deux plaques, nous considérons autant d'éléments coins que de plaques, représentés à la Fig. 3.3, et nous prenons une demie contribution énergétique de chaque élément, pour déterminer l'effort d'écrasement.

L'équilibre de la structure est exprimé par le principe des puissances virtuelles :

$$P\delta = \int_v \sigma \epsilon dv \quad (3.45)$$

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

, où  $P\dot{\delta}$  représente la puissance dissipée par les forces extérieures, avec  $P$  l'effort instantané et  $\dot{\delta}$  la vitesse d'écrasement.

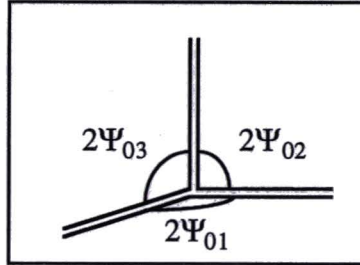


FIG. 3.3. Décomposition en trois éléments coins de la ligne rigide.

La puissance interne, comme le montre Wierzbicki [WIE 83a], peut se décomposer en champs de vitesses continus et discontinus :

$$\dot{E}_{int} = \int_S (M_{\alpha\beta} \dot{\kappa}_{\alpha\beta} + N_{\alpha\beta} \dot{\epsilon}_{\alpha\beta}) dS + \sum_{i=1}^{nhl} \int_{L^{(i)}} M_o^{(i)} [\dot{\Theta}^{(i)}] dl^{(i)} \quad (3.46)$$

, où  $M_{\alpha\beta}$  et  $N_{\alpha\beta}$  sont les contraintes généralisées,  $\dot{\kappa}_{\alpha\beta}$  et  $\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}$  sont respectivement le tenseur des vitesses de courbures et le tenseur des vitesses de déformations dans les zones continûment déformées,  $M_o^{(i)}$  correspond au moment de flexion parfaitement plastique de la  $i$ ème ligne de pliage et  $\dot{\Theta}^{(i)}$  caractérise la vitesse de rotation de la  $i$ ème ligne de pliage.

Suite aux différents essais effectués, un modèle d'écrasement simplifié, pour les éléments coins comportant des faces communes, peut être idéalisé à partir du modèle global observé à la Fig. 3.4 et représenté à la Fig. 3.5 pour un seul élément coin.

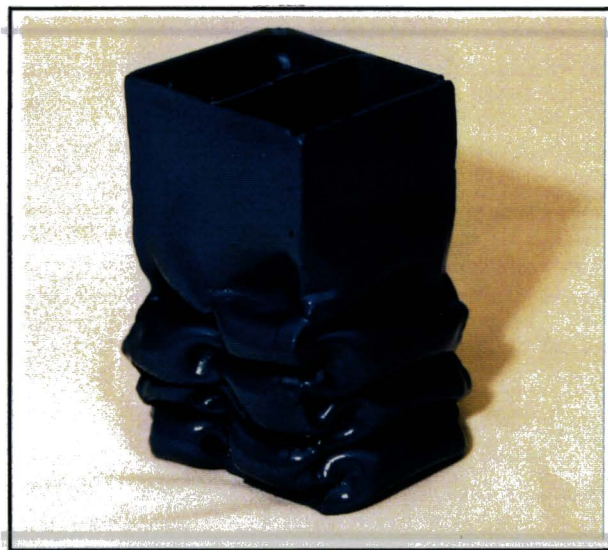


FIG. 3.4. Echantillon d'une structure multitubulaire subissant un mode d'effondrement antisymétrique.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Le modèle est constitué de quatre zones de dissipation énergétique décomposées de la façon suivante :

- Quatre zones d'extension conique BEL, BFL, JEL, JFL;
- Deux lignes de pliage horizontales DEFG;
- Trois lignes de pliage stationnaires tangentes aux cônes BEJ, BLJ et BFJ;
- Quatre lignes de pliage mobiles EA, EI, FC et FK, initialement horizontales.

La configuration initiale est définie, par la largeur  $C$  de l'élément coin, répartie en  $C_1$  et  $C_2$ , l'épaisseur de chaque plaque  $t_1$  et  $t_2$ . L'angle adjacent entre les deux plaques est décrit par  $2\Psi_0$ .

Le vecteur d'entrée des paramètres connus est :

$$\xi = (C_1, C_2, t_1, t_2, 2\Psi_0) \quad (3.47)$$

La configuration courante est décrite par la distance d'écrasement  $\delta$  ou l'angle de rotation des plaques  $\alpha$  :

$$\delta = 2H(1 - \cos\alpha) \quad (3.48)$$

Le vecteur du paramètre inconnu est noté :

$$\chi = (H) \quad (3.49)$$

, où  $H$  correspond à la demi-longueur d'onde de flambement plastique.

### 3.3.2.1 Calcul des puissances et des énergies dissipées

#### - Zone d'extension conique :

Comme l'ont montré Hayduk et Wierzbicki [HAY 84], la puissance dissipée dans un cône s'exprime par :

$$\dot{E}_8 = \frac{1}{2} \sigma_0 t H V_t \quad (3.50)$$

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



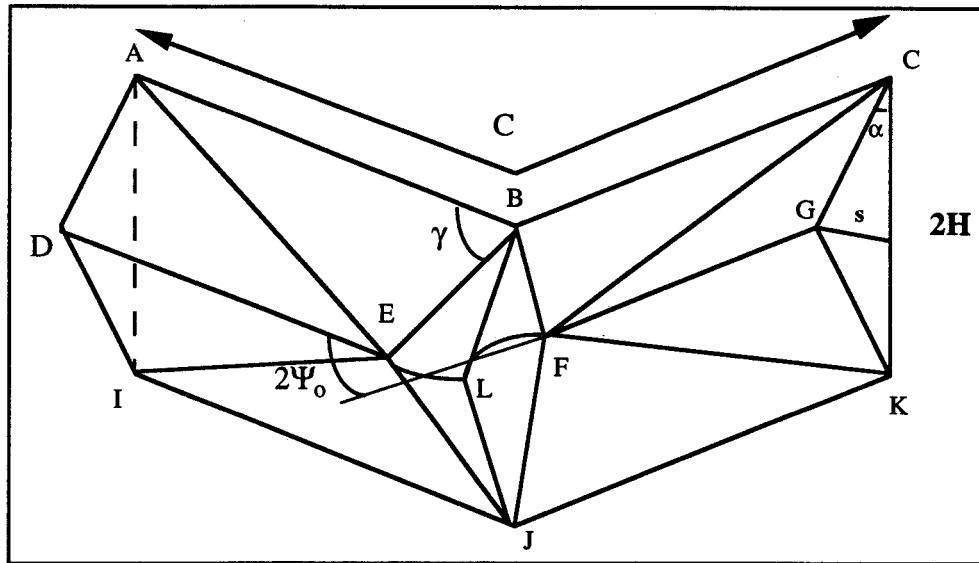


FIG. 3.5. Modèle simplifié antisymétrique pour les éléments coins à faces communes.

, où  $V_t$  caractérise la vitesse tangentielle de l'extension égale à :

$$V_t = \left( \frac{\pi}{2} - \Psi_0 \right) H \cos \alpha \dot{\alpha} \quad (3.51)$$

En substituant la vitesse tangentielle dans l'expression de la puissance (3.50), nous obtenons :

$$\dot{E}_8 = \frac{1}{2} \sigma_0 t H^2 \left( \frac{\pi}{2} - \Psi_0 \right) \cos \alpha \dot{\alpha} \quad (3.52)$$

En vue de tenir compte des sections multi-épaisseurs, la puissance s'écrit :

$$\dot{E}_8 = \frac{1}{4} \sigma_0 (t_1 + t_2) H^2 \left( \frac{\pi}{2} - \Psi_0 \right) \cos \alpha \dot{\alpha} \quad (3.53)$$

Pour l'élément coin complet, nous obtenons :

$$\dot{E}_8 = \sigma_0 (t_1 + t_2) H^2 \left( \frac{\pi}{2} - \Psi_0 \right) \cos \alpha \dot{\alpha} \quad (3.54)$$

, et l'énergie dissipée est notée:

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$E_8 = \sigma_o(t_1 + t_2)H^2 I_8(\Psi_o, \alpha_f) \quad (3.55)$$

, avec

$$I_8(\Psi_o, \alpha_f) = \left( \frac{\pi}{2} - \Psi_o \right) \int_0^{\alpha_f} \cos \alpha \, d\alpha \quad (3.56)$$

**- Lignes de pliage horizontales DEFG :**

Le nombre de lignes de pliage est de deux, une impose la courbure et l'autre l'annule. La puissance dissipée dans les lignes de pliage est égale au produit du moment parfaitement plastique  $M_o$ , par la longueur  $C_1 + C_2$  et par la vitesse angulaire  $\dot{\alpha}$  :

$$\dot{E}_9 = 2M_o(C_1 + C_2)\dot{\alpha} \quad (3.57)$$

En substituant, dans l'équation (3.57), le moment parfaitement plastique, en fonction de la contrainte d'écoulement et de l'épaisseur, nous obtenons :

$$\dot{E}_9 = \frac{1}{2} \sigma_o(t_1^2 C_1 + t_2^2 C_2)\dot{\alpha} \quad (3.58)$$

L'énergie est égale à :

$$E_9 = \frac{1}{2} \sigma_o(t_1^2 C_1 + t_2^2 C_2)\alpha_f \quad (3.59)$$

**- Lignes de pliage stationnaires tangentes aux cônes BEJ, BLJ et BFJ :**

La puissance dissipée par les lignes de pliage est égale au produit du moment parfaitement plastique  $M_o$ , par la longueur de la ligne tangente au cône  $2L_c$  et par la vitesse angulaire  $\dot{\theta}$  :

$$\dot{E}_{10} = 6M_o L_c \dot{\theta} \quad (3.60)$$

avec,

$$L_c = \frac{H}{\sin \gamma} \quad (3.61)$$

L'angle  $\theta$  est défini, comme l'ont montré Abramowicz et Wierzbicki [ABR 89], en fonction de l'angle d'écrasement courant et l'angle adjacent entre les deux plaques de l'élément coin :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$\cos 2\theta = 2 \cos^2 \alpha \cos^2 \Psi_0 - 1 \quad (3.62)$$

Nous obtenons l'expression suivante :

$$\dot{E}_{10} = \frac{3}{4} \sigma_0 (t_1^2 + t_2^2) \operatorname{ctg} \Psi_0 H \sin \alpha \dot{\alpha} \quad (3.63)$$

L'énergie dissipée s'écrit alors :

$$E_{10} = \frac{3}{4} \sigma_0 (t_1^2 + t_2^2) H I_{10}(\Psi_0, \alpha_f) \quad (3.64)$$

avec,

$$I_{10}(\Psi_0, \alpha_f) = \int_0^{\alpha_f} \operatorname{ctg} \Psi_0 \sin \alpha \, d\alpha \quad (3.65)$$

- Lignes de pliage mobiles EA, EI, FC, FK :

La puissance dissipée dans ces lignes de pliage mobiles est égale à :

$$\dot{E}_{11} = \sigma_0 (t_1^2 l_1 + t_2^2 l_2) \dot{\alpha} \quad (3.66)$$

, où  $l_1$  et  $l_2$  sont les longueurs des lignes de pliage qui s'expriment de la façon suivante :

$$l_1 = \sqrt{C_1^2 + H^2 \sin^2 \alpha} \quad (3.67)$$

et,

$$l_2 = \sqrt{C_2^2 + H^2 \sin^2 \alpha} \quad (3.68)$$

En substituant les longueurs dans l'expression de la puissance (3.66), nous obtenons :

$$\dot{E}_{11} = \sigma_0 \left( t_1^2 \sqrt{C_1^2 + H^2 \sin^2 \alpha} + t_2^2 \sqrt{C_2^2 + H^2 \sin^2 \alpha} \right) \dot{\alpha} \quad (3.69)$$

Nous en déduisons l'énergie dissipée :

$$E_{11} = \sigma_0 I_{11}(\alpha_f) \quad (3.70)$$

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

avec,

$$I_{11}(\alpha_f) = \int_0^{\alpha_f} t_1^2 \sqrt{C_1^2 + H^2 \sin^2 \alpha} + t_2^2 \sqrt{C_2^2 + H^2 \sin^2 \alpha} d\alpha \quad (3.71)$$

### 3.3.2.2 Calcul de l'effort instantané et de l'effort moyen d'écrasement

Après avoir recensé toutes les zones de dissipation énergétique, nous pouvons par équilibre des puissances, en déduire l'effort instantané d'écrasement, pour un nombre d'éléments coins à faces communes égal à  $M_j$  :

$$P\dot{\delta} = \sum_{k=1}^{M_j} \sum_{l=8}^{11} N_{kl} \dot{E}_{kl} \quad (3.72)$$

, où  $N_{kl}$  est le nombre de contributions de chaque zone de dissipation.

La demi-longueur d'onde plastique  $H$  est une inconnue du problème. Pour la déterminer, nous appliquons le principe du travail minimum. La longueur d'onde qui minimise le travail des déformations plastiques, proportionnel à  $P_m$  l'effort moyen d'écrasement est définie par :

$$\frac{\partial}{\partial H} P_m(H, \alpha_f) = 0 \quad (3.73)$$

, avec l'effort moyen d'écrasement  $P_{m_i}$ , pour une couche de lobes donnée, égal à :

$$P_{m_i} \delta_{\text{eff}} = \int_0^{\alpha_f} d\alpha \int_v \sigma \dot{\epsilon} dv = \sum_{k=1}^{M_j} \sum_{l=8}^{11} N_{kl} E_{kl} \quad (3.74)$$

Nous pouvons donc écrire à partir de ce principe et suivant les hypothèses énoncées, l'effort moyen d'écrasement du *ième* lobe :

$$\frac{P_{m_i}}{\sigma_o} = \frac{H}{\delta_{\text{eff}}} \left( 2Ht_i A_8 + \frac{A_9}{H} (t_1^2 C_1 + t_2^2 C_2) + 2A_{10} t_i^2 + \frac{A_{11}}{H} \right) \quad (3.75)$$

où,

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$A_8 = \frac{1}{2} I_8(\Psi_0, \alpha_f)$$

$$A_9 = \frac{1}{4} \alpha_f$$

$$A_{10} = \frac{3}{8} I_{10}(\Psi_0, \alpha_f)$$

$$A_{11} = \frac{1}{2} I_{11}(\alpha_f)$$

L'effort moyen global de la structure est égal à :

$$\frac{P_m}{\sigma_0} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{P_{mi}}{\sigma_0} \quad (3.76)$$

où N, le nombre total de lobes plastiques, est déterminé en fonction de la longueur d'onde plastique 2H et la longueur initiale de la structure L :

$$N = \text{int}\left(\frac{L}{2\sqrt{2}H}\right) \quad (3.77)$$

### 3.3.3 Modèle cinématique pour les éléments coins à faces communes subissant un flambement symétrique

Des imperfections initiales, un angle adjacent obtus ou un faible ratio largeur de l'élément coin sur l'épaisseur peuvent activer le mode symétrique. Lors de notre campagne d'essais quasi-statiques, nous n'avons pas eu l'occasion de satisfaire au moins une de ces conditions pour obtenir ce mode. Nous avons donc décidé d'utiliser un modèle éléments finis PAMCRASH™. Dans un premier temps, ce modèle a été validé par rapport à un échantillon expérimental subissant un mode antisymétrique. Dans un second temps, à ce modèle recalé nous avons affecté des épaisseurs de parois plus importantes de sorte que le ratio largeur sur épaisseur soit suffisamment petit pour provoquer le mode symétrique de la Fig. 3.6, que nous avons idéalisé à la Fig. 3.7.

Le modèle idéalisé comporte également quatre zones de dissipation énergétique similaires au modèle antisymétrique, sauf pour les lignes de pliage stationnaires BEJ et BFJ, tangentes aux cônes d'extension.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

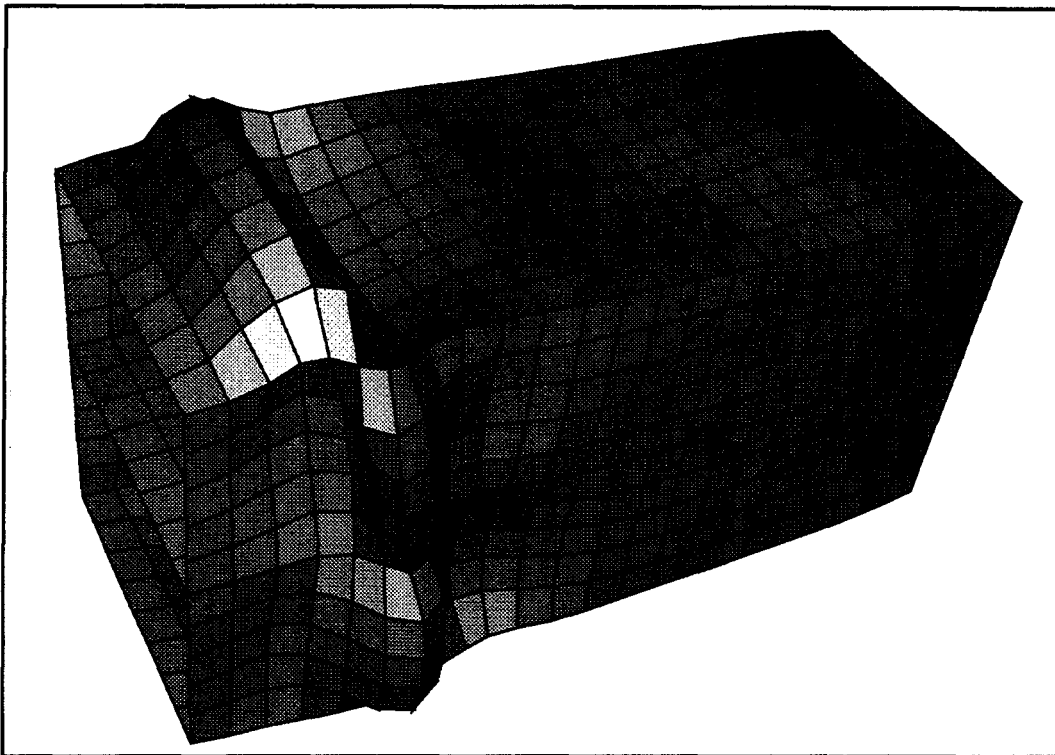


FIG. 3.6. Déformée PAMCRASH™ d'une structure multitubulaire subissant un mode d'effondrement symétrique.

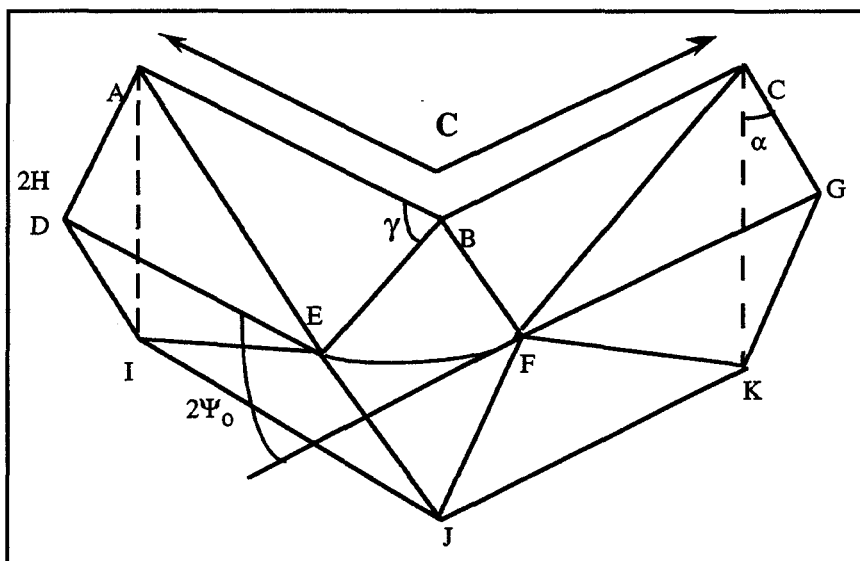


FIG. 3.7. Modèle simplifié symétrique pour les éléments coins à faces communes.

La puissance dissipée par ces deux lignes de pliage stationnaires s'exprime par :

$$\dot{E}_{10} = 4M_0 L_c \dot{\theta} \quad (3.78)$$

avec,

$$L_c = \frac{H}{\sin \gamma} \quad (3.79)$$

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

L'angle  $\theta$  est défini, en procédant de façon identique au modèle précédent :

$$\cos 2\theta = 1 - 2 \cos^2 \alpha \sin^2 \Psi_0 \quad (3.80)$$

Finalement, la puissance s'écrit :

$$\dot{E}_{10} = \frac{1}{2} \sigma_0 (t_1^2 + t_2^2) H \sin \alpha \operatorname{tg} \Psi_0 \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \Psi_0}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \Psi_0 \sin^2 \alpha}} \dot{\alpha} \quad (3.81)$$

L'énergie dissipée est donc égale à :

$$E_{10} = \frac{1}{2} \sigma_0 (t_1^2 + t_2^2) H I_{10}(\Psi_0, \alpha_f) \quad (3.82)$$

avec,

$$I_{10}(\Psi_0, \alpha_f) = \int_0^{\alpha_f} \sin \alpha \operatorname{tg} \Psi_0 \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \Psi_0}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \Psi_0 \sin^2 \alpha}} d\alpha \quad (3.83)$$

Dans ce cas le paramètre  $A_{10}$  de l'effort moyen est égal à :

$$A_{10} = \frac{1}{4} I_{10}(\Psi_0, \alpha_f)$$

Le calcul du paramètre inconnu  $H$  est identique à la méthode présentée auparavant ainsi que la détermination de l'effort moyen et de l'effort instantané d'effondrement.

L'application du modèle antisymétrique et/ou symétrique pour la caractérisation d'une structure multitubulaire nécessite, pour respecter la continuité cinématique, d'apporter quelques modifications au modèle mixte généralisé.

### 3.3.4 Modification du modèle mixte généralisé développé par Wierzbicki-Abramowicz [ABR 89].

Dans une structure multitubulaire, des éléments coins à faces communes sont en liaison avec des éléments coins, au sens de Wierzbicki-Abramowicz, que nous qualifions ici de

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

standards. Pour assurer la continuité cinématique des lignes de pliage inclinées mobiles et pour respecter le faciès d'effondrement, celles-ci doivent être prises en compte dans le modèle mixte généralisé. Ces rotules apparaissent uniquement sur la demi-largeur de l'élément coin en liaison. La Fig. 3.8 représente le modèle mixte généralisé appliqué aux sections multitubulaires multi-épaisseurs.

Les six zones de dissipation énergétique sont conservées, et nous ajoutons une contribution supplémentaire due aux lignes de pliage inclinées mobiles. La puissance dissipée est calculée de la même manière que pour les modèles précédents :

$$\dot{E}_7 = \sigma_0 \left( t_1^2 \sqrt{C_1^2 + H^2 \sin^2 \alpha} \right) \dot{\alpha} \quad (3.84)$$

L'énergie dissipée est égale à :

$$E_7 = \sigma_0 I_7(\alpha_f) \quad (3.85)$$

avec,

$$I_7(\alpha_f) = \int_0^{\alpha_f} t_1^2 \sqrt{C_1^2 + H^2 \sin^2 \alpha} d\alpha \quad (3.86)$$

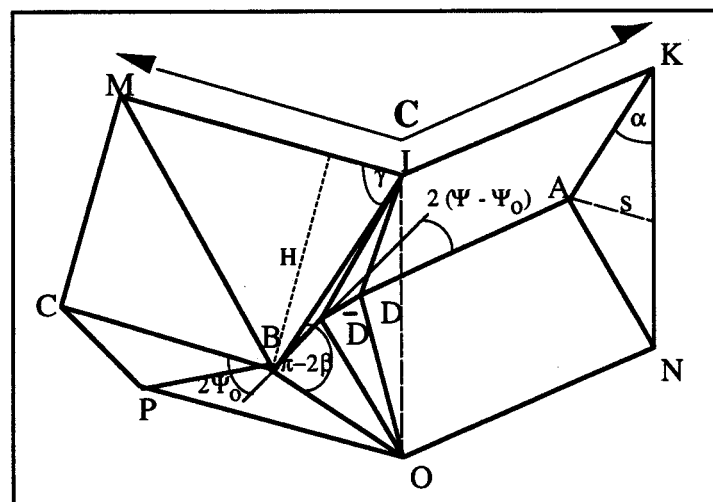


FIG. 3.8. Modèle mixte généralisé appliqué aux sections multitubulaires.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



Nous pouvons écrire de nouveau l'effort moyen, du *ième* lobe, pour les éléments coins standards d'un profilé multitubulaire, ou  $t_i$  alterne entre  $t_1$  et  $t_2$  suivant la formation des lobes :

$$\frac{P_{m_i}}{\sigma_o} = \left( \begin{array}{l} A_1 r t_i + (A_2 + A_5) \frac{(C_1 t_1^2 + C_2 t_2^2)}{H} + A_3 \frac{H}{r} t_i^2 \\ + A_4 H t_i + A_6 t_i^2 + \frac{A_7}{H} \end{array} \right) \frac{2H}{\delta_{eff}} \quad (3.87)$$

, avec

$$A_1 = 2 I_1 (\Psi_o, \bar{\alpha})$$

$$A_2 + A_5 = \frac{1}{2} \alpha_f$$

$$A_3 = \frac{1}{2} I_3 (\Psi_o, \bar{\alpha})$$

$$A_4 = I_4 (\Psi_o, \bar{\alpha})$$

$$A_6 = \frac{1}{4} I_6 (\Psi_o, \bar{\alpha})$$

$$A_7 = \frac{1}{2} I_7 (\alpha_f)$$

, où les paramètres  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$  et  $I_6$  correspondent aux intégrales définies dans [ABR 89].

Le vecteur inconnu  $\chi$  est décrit par trois variables :

- H la demi-longueur d'onde de flambement plastique;
- r le rayon de la surface toroïdale;
- $\bar{\alpha}$  l'angle de basculement entre la phase quasi-inextensible et extensible.

La détermination de ces variables est obtenue par minimisation du travail :

$$\frac{\partial}{\partial \chi} P_m(H, r, \bar{\alpha}) = 0 \quad (3.88)$$

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

### 3.4 Assemblage

La structure multitubulaire est constituée de différents éléments coins décrits précédemment. Pour la structure globale, l'obtention des paramètres inconnus doit être réalisée, également par minimisation, mais sur l'équilibre énergétique global de la section prenant en compte la contribution de tous les types d'éléments. Pour une couche de lobes plastiques, l'effort moyen  $P_{m_i}$  s'exprime:

$$P_{m_i} \delta_{\text{eff}} = \sum_{i=1}^{M_i} \sum_{j=1}^7 N_{ij} E_{ij} + \sum_{k=1}^{M_j} \sum_{l=8}^{11} N_{kl} E_{kl} \quad (3.89)$$

avec,  $M_i$  le nombre d'éléments coins standards et  $M_j$  le nombre d'éléments coins à faces communes et  $N_{ij}$  le nombre de contributions énergétiques du modèle mixte généralisé.

Nous pouvons donc exprimer l'effort moyen d'écrasement pour une couche en fonction des énergies dissipées :

$$\frac{P_{m_i}}{\sigma_o} = \left( A_1 r t_i + (A_2 + A_5) \frac{(C_1 t_1^2 + C_2 t_2^2)}{H} + A_3 \frac{H}{r} t_i^2 + A_4 H t_i + \right) \frac{2H}{\delta_{\text{eff}}} \quad (3.90)$$

$$\left( A_6 t_i^2 + \frac{A_7}{H} + \frac{1}{2} (2H t_i A_8 + \frac{A_9}{H} (t_1^2 C_1 + t_2^2 C_2) + 2A_{10} t_i^2 + \frac{A_{11}}{H}) \right)$$

, avec les  $A_i$  identiques à ceux définis auparavant.

Les paramètres globaux indéterminés sont obtenus par minimisation de l'effort moyen global. Néanmoins, le contact des deux lobes sur la ligne rigide se produit avant celui des éléments coins standards, ceci étant dû à une différence de longueur d'onde plastique. A ce moment précis, l'effort cesse de diminuer pour les éléments coins à faces communes, tandis qu'il décroît encore pour les éléments standards. Nous considérons alors, que l'effort global cesse de décroître à partir du contact des éléments à faces communes et remonte au contact des lobes des éléments standards. Le contact des lobes est déterminé, comme l'ont montré Abramowicz et Jones [ABR 83], [ABR 84b], en fonction de la longueur d'onde plastique  $2H$  et du déplacement effectif  $\delta_{\text{eff}}$ .

De plus, lors d'un flambement symétrique des éléments coins à faces communes, les éléments coins standards peuvent se comporter, soit en mode antisymétrique, soit en mode symétrique.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Dans les deux cas, l'effort instantané est calculé par équilibre des puissances :

$$P(\alpha)\dot{\delta} = \sum_{i=1}^{M_i} \sum_{j=1}^7 N_{ij} \dot{E}_{ij} + \sum_{k=1}^{M_j} \sum_{l=8}^{11} N_{kl} \dot{E}_{kl} \quad (3.91)$$

Pour décrire la courbe de post-effondrement, nous utilisons l'effort instantané pour le premier lobe et à partir du contact des lobes nous remontons ensuite à la valeur de l'effort moyen calculé.

### **3.5 Validation**

La validation du modèle est réalisée à partir de résultats expérimentaux et numériques. Les essais expérimentaux ont été réalisés, sur une presse, à une vitesse d'écrasement de 300 mm/mn, considérée quasi-statique. Les résultats numériques ont été obtenus avec le code éléments finis PAMCRASH™, à une vitesse d'impact de 1 ms<sup>-1</sup> permettant de négliger les effets d'inertie et de vitesse de déformation, et une masse d'impact de 2 Tonnes.

Les premiers tests ont été effectués sur un profilé multitubulaire référencé MLTHEB-E. Ce profilé est obtenu à partir d'une section HEB, où les lignes rigides sont extrudées. Pour fermer la section, deux plaques d'acier similaire sont ensuite rapportées par soudure continue. Une caractérisation de l'acier, reportée Fig. 3.9, a été réalisée à partir d'un essai de traction sur une éprouvette découpée dans le profilé.

Les éléments coins qui composent la structure, sont multi-épaisseurs pour les éléments standards et mono-épaisseur pour les éléments à faces communes. Les résultats obtenus analytiquement et expérimentalement sont comparés à la Fig. 3.9. Nous remarquons une bonne corrélation aussi bien pour la détermination de la longueur d'onde de pliage plastique 2H, que pour l'effort moyen P<sub>m</sub>. Le palier d'effort minimum représente le contact au niveau des lignes rigides, et la remontée de l'effort apparaît au contact des lobes plastiques des éléments coins standards.

La phase de post-effondrement du modèle analytique est correctement estimée, et nous constatons que l'erreur sur l'énergie dissipée par rapport aux tests expérimentaux n'excède pas 8% pour un déplacement final δ<sub>f</sub> de 56 mm (Tableau 3.1).

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

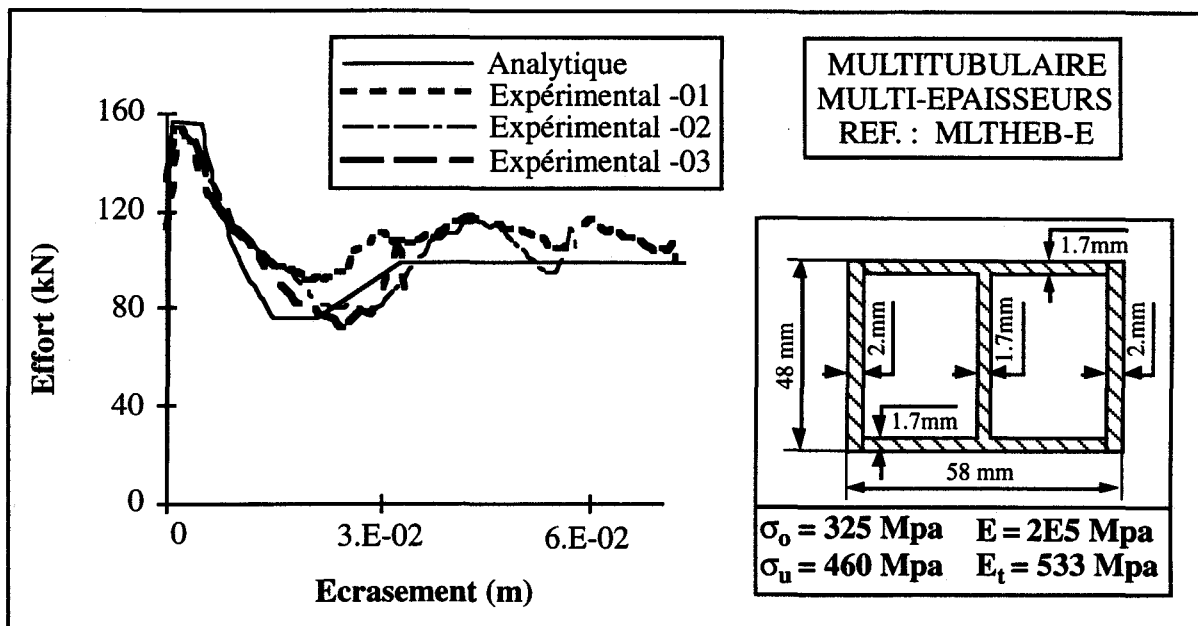


FIG. 3.9. Confrontation analytique/expérimentale de la caractéristique d'écrasement du profilé MLTHEB.

La confrontation analytique avec le modèle numérique MLTHEB-N, représentée à la Fig. 3.10, est réalisée avec un mode flambement antisymétrique, observé lors des essais expérimentaux, pour tous les éléments coins de la structure. Nous remarquons une bonne estimation de la longueur d'onde d'écrasement ainsi qu'une bonne estimation de l'effort moyen. La phase de post-effondrement est, dans ce cas, surestimée mais l'erreur en terme énergétique ne dépasse pas 7%, pour un déplacement final  $\delta_f$  de 42 mm (Tableau 3.1).

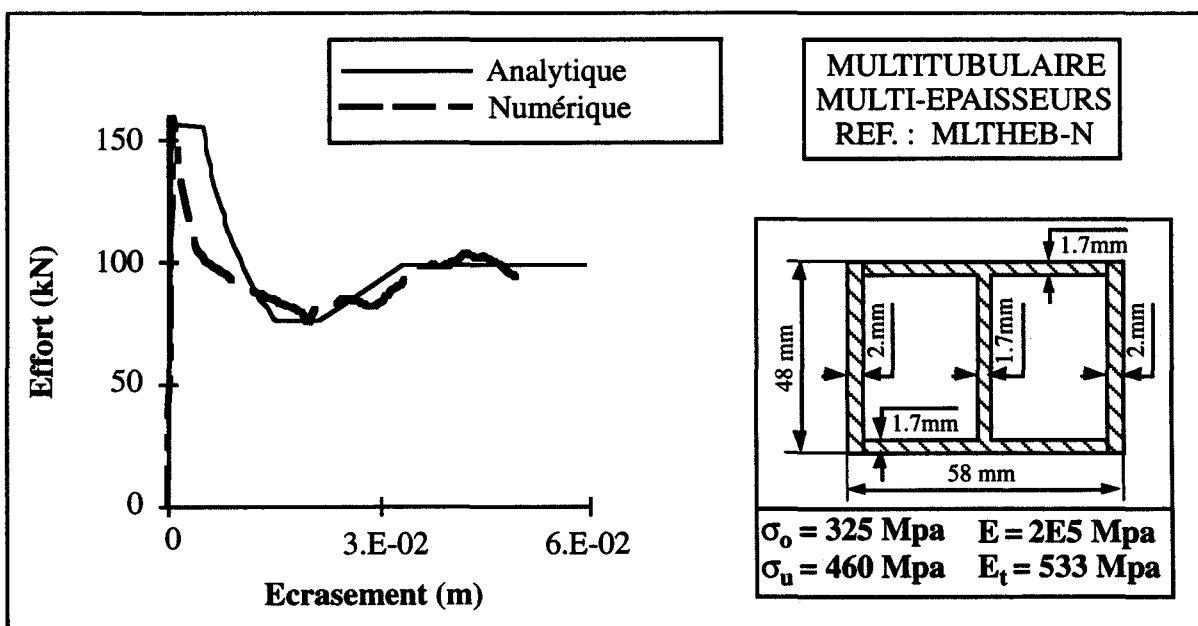


FIG. 3.10. Confrontation analytique/numérique de la caractéristique d'écrasement du profilé MLTHEB.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

La deuxième série d'essais a été effectuée sur le profilé multitubulaire référencé MLTC50-E. Ce profilé est réalisé par un assemblage de deux tubes carrés de 50 mm, où les lignes rigides sont obtenues par un procédé de soudage en continu. La caractérisation de l'acier, reportée Fig. 3.11, a été également effectuée à partir d'un essai de traction sur une éprouvette découpée dans la paroi.

La confrontation, comme le montre la Fig. 3.11, donne de bons résultats sur la détermination de la longueur d'onde  $2H$ , sur l'effort moyen d'écrasement  $P_m$ , ainsi que sur la phase de post-effondrement.

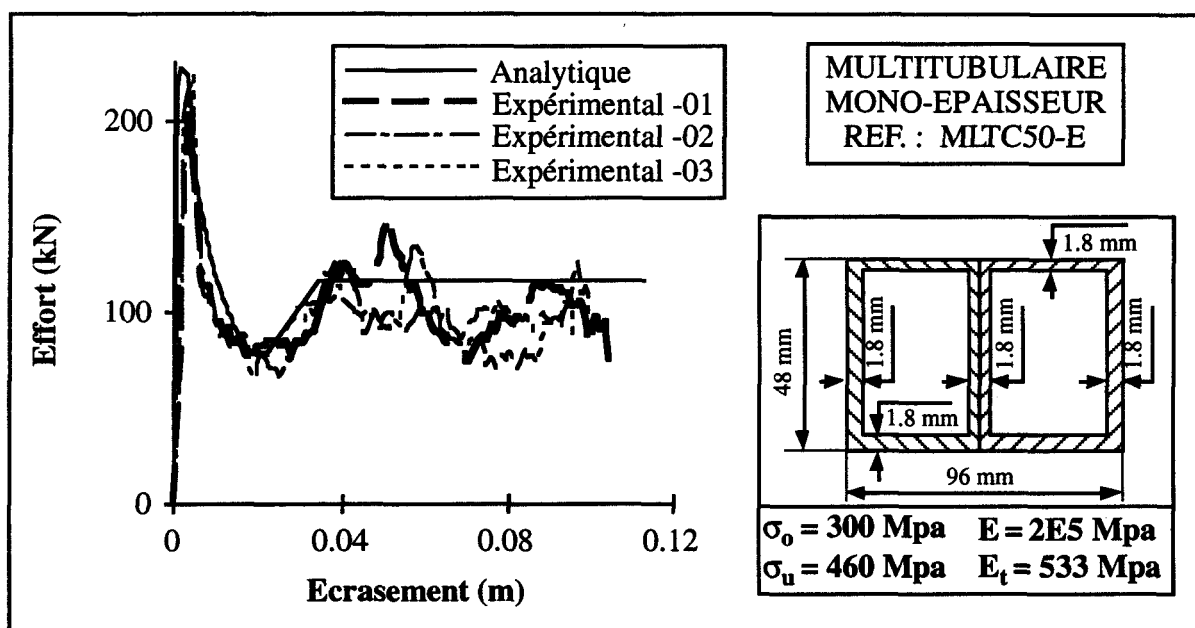


FIG. 3.11. Confrontation analytique/expérimentale de la caractéristique d'écrasement du profilé MLTC50.

L'effort et le déplacement ultimes sont bien estimés, ainsi que la remontée de l'effort. L'erreur maximale obtenue sur la dissipation énergétique, pour un déplacement final  $\delta_f$  de 96 mm, est de 12%, valeur acceptable pour les modèles analytiques. Cette légère supériorité s'explique par la présence de légères fissures initiées au niveau de la soudure des lignes rigides.

Pour la confrontation du modèle analytique avec le modèle numérique MLTC50-N, le mode de flambement est également antisymétrique pour tous les éléments coins. Nous constatons à la vue de la Fig. 3.12 que l'effort ultime, la longueur d'onde d'écrasement et l'effort moyen sont convenablement estimés. L'erreur sur la dissipation énergétique est faible et n'excède pas 11%, avec un déplacement final  $\delta_f$  de 47 mm (Tableau 3.1).

Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.

Les deux séries de confrontations précédentes ont concerné un mode de flambement antisymétrique. En effet, le plus petit des ratios largeur sur épaisseur de plaque étant de l'ordre de 20, les essais expérimentaux n'ont pas fait apparaître de mode symétrique. Comme précisé au paragraphe 3.3.3, nous avons donc décidé d'utiliser des résultats numériques. Le modèle éléments finis du profilé MLTHEB a été validé par rapport aux essais expérimentaux (Fig. 3.9 et 3.10). Nous l'avons donc repris et affecté une épaisseur de 3 mm à toutes les parois (Fig. 3.13). Sur ce nouveau profilé, référencé MLTHEB-N/SYM, le plus petit des ratios se retrouve à 10, ce qui permet de provoquer un mode de flambement symétrique.

Nous remarquons que l'effort et le déplacement ultimes analytiques sont correctement estimés et que la longueur d'onde de pliage plastique l'est également. La phase de post-effondrement est quelque peu surestimée, mais sur l'historique de la courbe, l'erreur en terme de dissipation énergétique est faible, de l'ordre de 4%, pour un déplacement final  $\delta_f$  de 70 mm (Tableau 3.1).

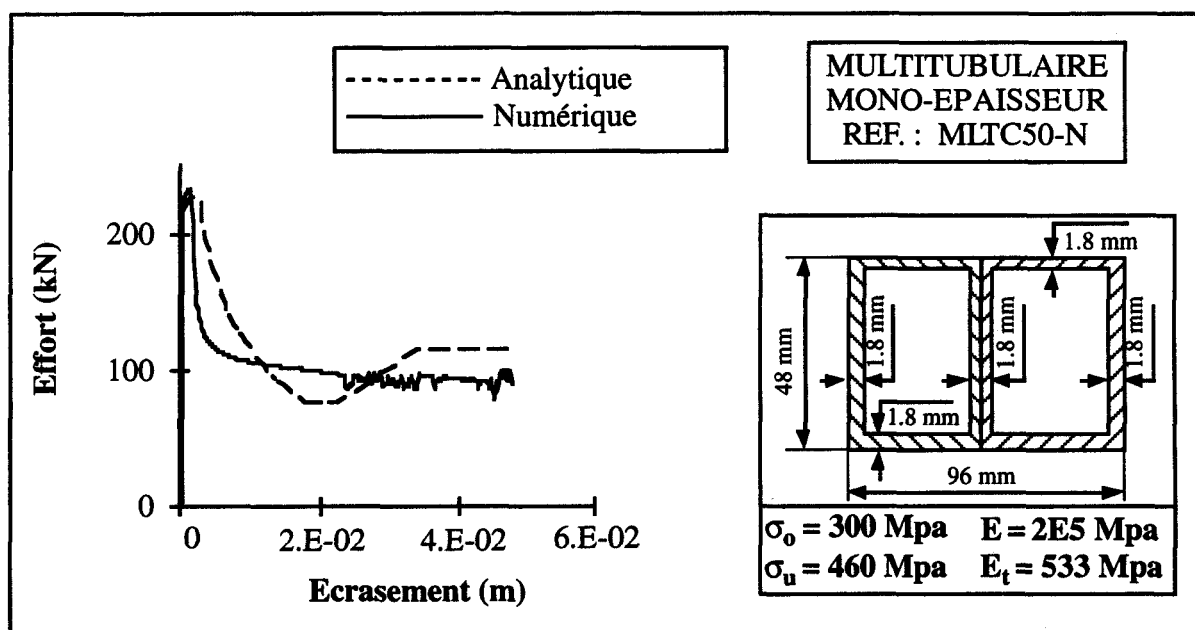


FIG. 3.12. Confrontation analytique/numérique de la caractéristique d'écrasement du profilé MLTC50.

Le Tableau 3.1 récapitule l'ensemble des résultats expérimentaux, numériques et analytiques obtenus pour ces profilés, en termes, d'effort  $P_u$  et de déplacement  $U_u$  ultimes d'effondrement, de distance d'écrasement effective du premier lobe  $\delta_{eff}$  et d'énergie dissipée pour un déplacement final donné  $\delta_f$ .

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

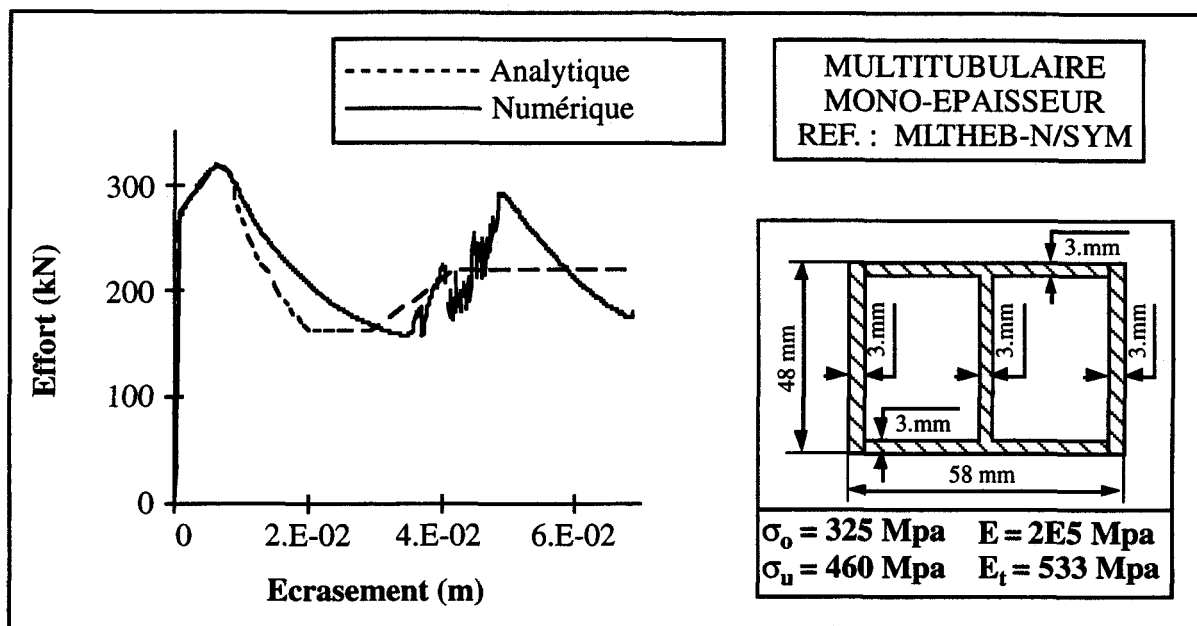


FIG. 3.13. Confrontation analytique/numérique de la caractéristique d'écrasement du profilé MLTHEB-N/SYM.

TABLEAU 3.1 . Récapitulatif des résultats analytiques/numériques/expérimentaux.

	RESULTATS ANALYTIQUES				RESULTATS EXPERIMENTAUX/NUMERIQUES			
	$\delta_{eff}$ ( $10^{-3}m$ )	$P_u$ (kN)	$U_u$ ( $10^{-3}m$ )	$W_d(\delta_f)$ (Nm)	$\delta_{eff}$ ( $10^{-3}m$ )	$P_u$ (kN)	$U_u$ ( $10^{-3}m$ )	$W_d(\delta_f)$ (Nm)
MLTHEB-E	22,0	156,3	1,1	5800,0	24,0	152,1	2,0	6260,0
MLTHEB-N	22,0	156,3	1,1	4950,0	20,0	158,7	0,7	4618,0
MLTC50-E	22,3	227,6	1,6	10720,0	20,1	215,9	3,5	9580,0
MLTC50-N	22,3	227,6	1,6	5507,0	23,7	233,0	1,4	4926,0
MLTHEB-N/SYM	30,0	319,7	6,1	14965,0	32,0	318,7	6,6	15375,0

### 3.6 Conclusion

Dans le cas de la compression axiale, les modèles cinématiques développés dans le présent chapitre, ainsi que la modification du modèle mixte généralisé pour l'assemblage de la section, caractérisent de façon très correcte le comportement à l'écrasement des profilés multitubulaires extrudés ou soudés en continu. Dans le cas des profilés extrudés en alliage d'aluminium, nous n'avons pas eu l'opportunité de tester leur comportement. Cependant, les résultats publiés par Mc Gregor d'Alcan Inc. [MCG 93] montrent que le mode d'écrasement est semblable à celui des aciers. La seule différence, mais qui n'est pas des moindres, concerne l'endommagement structural auquel les alliages d'aluminium sont très sensibles selon leur

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

composition et surtout selon le traitement thermique associé. Les futurs travaux doivent donc faire l'objet d'une campagne d'essais quasi-statiques et dynamiques sur des profilés en alliages d'aluminium en vue d'intégrer un modèle d'endommagement dans les modèles cinématiques mono- et multitubulaires. Mais cela suppose également de modifier une des hypothèses de base des modèles cinématiques. A savoir que le matériau ne doit plus être décrit par une contrainte d'écoulement équivalente constante, mais par une contrainte équivalente variable qui soit fonction des déformations de flexion et d'extension.

Pour ce qui est de l'application au choc, la bonne détermination de l'historique de l'écrasement nécessite de tenir compte des effets d'inertie et de la vitesse de déformation. Pour la phase de post-effondrement, où nous négligeons les inerties, la vitesse de déformation peut être facilement prise en compte par correction dynamique au moyen d'une relation classique de type Cowper-Symonds. Mais, en phase de pré-effondrement, bien que la vitesse de déformation intervienne également, les effets d'inertie sont prédominants et font l'objet du chapitre suivant.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



## **CHAPITRE IV**

**Application des modèles à la collision :  
Prise en compte des inerties et de la vitesse de  
déformation en phase de pré-effondrement**

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

## **4.1 Introduction**

A l'issue des travaux précédents, nous sommes en mesure de caractériser l'écrasement sous chargement axial quasi-statique de la majeure partie des profilés prismatiques à parois minces rencontrés dans le domaine des transports. Cependant, dans ce domaine d'application, les études menées sur les profilés à parois minces concernent surtout un mode de chargement en dynamique rapide. Dans un modèle de conception, certains de ces composants ont pour rôle d'absorber l'énergie cinétique par déformation plastique et d'autres ont pour rôle d'assurer la protection des passagers en préservant l'intégrité de l'habitacle. Comme précisé au chapitre I, ces deux fonctions doivent agir tout en respectant des niveaux d'accélération et de décélération supportables. L'écrasement d'un profilé à parois minces est caractérisé par l'apparition d'un pic aigu suivi de pics et vallées de plus faibles amplitudes correspondant au pliage successif des parois. Précédemment, pour le premier lobe, nous avons décomposé l'historique de l'écrasement en trois étapes : pré-effondrement, effondrement et post-effondrement. La fonction absorption énergétique est contrôlée par le mécanisme de la phase de post-effondrement où l'énergie est dissipée plastiquement dans les zones en extension et dans les lignes de pliages mobiles ou stationnaires. Selon la section du profilé et le matériau utilisé, l'objectif sera atteint. La seconde fonction, qui concerne le respect des accélérations et de la cinématique de déformation du véhicule, est garantie par le niveau du pic d'impact des phases de pré-effondrement et d'effondrement qui détermine le passage aux grandes déformations. La détermination de ce pic, que nous appelons charge ultime dynamique, est donc une des parties les plus importantes du design collision des véhicules de transport. Dans les chapitres II et III, pour le calcul de la charge ultime quasi-statique, nous avons fait intervenir deux modes de flambement, antisymétrique et symétrique, avec chacun deux comportements, élastique et plastique. Dans le cas d'un chargement dynamique, un certain nombre de facteurs interviennent et font que la caractéristique effort-écrasement est modifiée, notamment au niveau de la charge ultime. Les principaux facteurs recensés dans la littérature sont :

- l'inertie latérale des faces du profilé;
- l'inertie axiale;
- la sensibilité du matériau à la vitesse de déformation;
- un changement dans le mode de flambement.

L'étude du flambement élastique et plastique des poutres, plaques et coques sous chargement axial dynamique a fait l'objet d'une littérature très fournie ces trente dernières années. En

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

élasticité, ce type de problème a été en particulier étudié, par Budiansky [BUD 64] sur l'effet des imperfections au niveau du mode de flambement et Lindberg [LIN 65] sur le flambement dynamique des poutres minces élancées. En plasticité, il a été essentiellement étudié par Goodier [GOO 68] et des coauteurs comme Florence [FLO 68] sur la prédiction du mode de flambement dynamique plastique des plaques et coques sous chargement axial échelon de vitesse. Il était cependant intéressé par des chocs à très hautes vitesses, de l'ordre de  $100\text{ms}^{-1}$ . Plus récemment, les travaux effectués par Gary [GAR 80] et Jones [JON 80], [JON 84], ont permis de synthétiser et d'étendre les développements précédents à d'autres types de sollicitations. Cependant, pour la plupart, les modèles analytiques existants sont de type barres élasto-plastiques avec rotule et masse concentrée basés sur le modèle de Shanley, ou en sont des extensions, ou sont des relations semi-empiriques établies à partir d'une analyse dimensionnelle comme les travaux effectués par Raad [RAA 83] sur des éprouvettes rectangulaires courtes. Dans le cas du flambement élastique, ils sont limités à la détermination de la charge critique de flambement dynamique. Or, comme nous l'avons précisé en amont, la connaissance de la charge ultime d'effondrement est d'une importance primordiale pour la sécurité des passagers. Dans le cas du flambement dynamique élastique, Wierzbicki [WIE 89] a été le seul à proposer un modèle plaque de calcul de cette charge ultime pour les profilés à parois minces, avec prise en compte du post-flambement et en faisant intervenir l'inertie de l'impacteur et l'inertie latérale de chaque plaque. Ce modèle est toutefois limité aux sections à angles droits et ne tient pas compte des effets de la vitesse de déformation. Plus récemment, Jones [JON 92] a développé un modèle complet de flambement élasto-plastique tenant compte uniquement de l'inertie de l'impacteur, mais sur la base d'un modèle simplifié de type poutre-ressort à écrouissage linéaire élastique.

Pour le calcul de la charge ultime en régime quasi-statique, nous avons précédemment utilisé un modèle plaque avec différents champs de déplacement en flexion selon que le mode de flambement soit symétrique ou antisymétrique. Pour assurer la continuité de nos travaux, nous avons donc entrepris dans ce chapitre, de modifier les phases de pré-effondrement et d'effondrement en faisant intervenir les effets d'inertie et de vitesse de déformation selon les quatre combinaisons possibles :

- antisymétrique élastique;
- antisymétrique plastique;
- symétrique élastique;
- symétrique plastique.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Pour ce qui est de la phase de post-effondrement, de nombreux travaux ont été menés par Wierzbicki [WIE 77], Abramowicz et Jones [ABR 84], [ABR 86], [JON 85] et Reid [REI 86], [REI 93]. Tous ont considérés que, du fait des grandes déformations plastiques, les inerties étaient négligeables et que seule la sensibilité du matériau à la vitesse de déformation influençait l'effort moyen d'écrasement dynamique. De nombreuses lois de correction dynamique de type contrainte-vitesse de déformation ont été développées avec des degrés de complexité plus ou moins grande. Dans le secteur automobile, le modèle le plus utilisé est celui de Cowper-Symonds :

$$\sigma_{oD} = \sigma_o \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{p}} \right] \quad (4.1)$$

où,  $p$  et  $D$  sont respectivement le taux de viscoplasticité et le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation. Dans le cas d'un acier moyen  $\left( \frac{\sigma_o - \sigma_u}{\sigma_o} \leq 30\% \right)$ , des tests dynamiques effectués par les auteurs de cette loi sur des échantillons ayant des déformations relativement faibles au voisinage de la limite élastique ont fourni :  $D=40,4 \text{ s}^{-1}$  et  $p=5$ . Plus tard, Campbell et Cooper [CAM 66] ont effectué, toujours pour des aciers moyens, des essais de caractérisation dynamique pour des déformations plus importantes et ont obtenu :  $D=6844 \text{ s}^{-1}$  et  $p=3,91$ . Plus récemment, Abramowicz et Jones [ABR 86] ont effectués des essais dynamiques de tension uniaxiale sur aciers moyens et ont relevé :  $D=802 \text{ s}^{-1}$  et  $p=3,585$ . Ils ont utilisé ces valeurs pour corriger dynamiquement l'effort moyen obtenu avec leurs modèles cinématiques et ont obtenu des résultats très satisfaisants dans une gamme de vitesses d'impact de 5 à 10  $\text{ms}^{-1}$ . Dans le cas d'un mode d'écrasement antisymétrique la vitesse de déformation moyenne est exprimée par :

$$\dot{\epsilon} = \frac{t V}{4 b \delta_{\text{eff}}} \quad (4.2)$$

, où  $t$  est l'épaisseur de la paroi,  $V$  la vitesse initiale de l'impacteur,  $b$  le petit rayon de la surface toroïdale et  $\delta_{\text{eff}}$  la distance effective d'écrasement. Et dans le cas d'un mode d'écrasement symétrique, elle s'exprime par la relation suivante :

$$\dot{\epsilon} = \frac{H (\pi - 2\psi_o) V}{4 C \delta_{\text{eff}}} \quad (4.3)$$

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

, où  $H$  est la demi-longueur d'onde de pliage plastique,  $2\psi_0$  l'angle entre les deux faces adjacentes de l'élément coin et  $C$  la largeur de cet élément coin.

La dispersion notable entre ces différents coefficients  $p$  et  $D$  relevés dans la littérature souligne le manque de données pratiques sur le comportement dynamique plastique des matériaux subissant de grandes déformations. Celle-ci peut s'expliquer par des différences dans la composition des échantillons testés, de même que par des techniques de caractérisation différentes.

Pour notre part, la phase de post-effondrement des modèles cinématiques présentés aux chapitres II et III, que nous ne détaillons pas ici, est corrigée avec la loi de Cowper-Symonds (4.1) et en utilisant les expressions de la vitesse de déformation moyenne (4.2) et (4.3) selon le mode d'écrasement. Comme coefficients  $p$  et  $D$ , nous avons utilisé ceux reportés par Abramowicz et Jones, qui ont prouvé leur validité dans le domaine de l'écrasement axial des profilés à parois minces et pour une gamme de vitesses semblable à celles qui nous préoccupent.

Pour clore ce chapitre, tous les développements effectués sont validés par confrontation avec les résultats expérimentaux et numériques.

#### **4.2. Phases de pré-effondrement et d'effondrement**

Les hypothèses fondamentales faites par les auteurs cités en référence sont que :

- il n'y a pas apparition de déchargements élastiques;
- pour des structures en acier telles que poutres et plaques, soumises à de faibles vitesses d'impact ( $< 30 \text{ ms}^{-1}$ ), le mode de flambement observé est celui du premier mode, soit le mode statique. Dans notre cas, les vitesses d'impact n'excédant pas  $16 \text{ ms}^{-1}$ , nous considérons que les modes de flambement dynamique susceptibles d'apparaître sont identiques à ceux présentés aux chapitres II et III;
- les effets d'inertie axiale des plaques et coques sont négligés lorsque la vitesse de chargement est petite devant celle des ondes élastiques.

Sur la base de ces hypothèses, nous procédons identiquement au cas du chargement quasi-statique, en partant d'une plaque simplement appuyée dans la direction du chargement.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Selon le mode de flambement, antisymétrique ou symétrique, les bords libres sont articulés ou encastrés.

Au moment de l'impact, la colonne est dans un premier temps soumise à une compression axiale uniforme qui définit le premier chemin d'équilibre. La bifurcation de cet état d'équilibre est provoquée par l'instabilité du système inhérente à la prise en compte d'une imperfection géométrique initiale. Deux types de comportement en flambement peuvent alors apparaître, soit élastique, soit plastique.

Selon les deux types de flambement et les deux types de comportement, dans ce paragraphe nous traitons les quatre combinaisons possibles. Pour chaque cas, le principe est identique. Comme reporté par Wierzbicki [WIE 89], les équations de la dynamique sont dérivées du principe énergétique où les forces de d'Alembert sont traitées comme des efforts extérieurs connus et invariants. La fonctionnelle  $\Pi$  de l'énergie potentielle totale du système, tenant compte de l'inertie des faces latérales et de l'inertie de l'impacteur, prend la forme suivante :

$$\Pi = U_f + U_m - \sum_{i=1}^{np} \int_S (-mp_i \ddot{w}) w \, ds - (-M \ddot{u}_o) \quad (4.4)$$

, où  $mp_i$  est la masse par unité de surface de la  $i^{\text{ème}}$  plaque et  $M$  est la masse de l'impacteur. Les énergies de flexion  $U_f$  et de membrane  $U_m$ , pour un assemblage de  $np$  plaques, sont issues des chapitres précédents. Dans l'expression (4.4), l'inertie axiale de la plaque a été négligée, ce qui est autorisé pour des vitesses d'impact relativement faibles ( $1-16\text{ms}^{-1}$ ) auxquelles nous avons affaire dans le domaine des transports.

D'après le principe des travaux virtuels, l'état d'équilibre de la plaque correspond aux valeurs de  $u_o$  et  $w_{eq}$  qui minimisent cette fonctionnelle  $\Pi$  :

$$\delta\Pi = \frac{\partial\Pi}{\partial u_o} \delta u_o + \frac{\partial\Pi}{\partial w_{eq}} \delta w_{eq} = 0 \quad (4.5)$$

Il s'agit d'une condition stationnaire où les variations de  $u_o$  et  $w_{eq}$  sont indépendantes et qui donne lieu à un système de deux équations différentielles non-linéaires. Ce système est résolu numériquement par prédiction-corréction avec les conditions initiales suivantes :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$\begin{aligned} u_o(t=0) &= 0 & , & \quad w_{eq}(t=0) = \bar{w}_{eq} \\ \dot{u}_o(t=0) &= V_o & , & \quad \dot{w}_{eq}(t=0) = 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

, où  $\bar{w}_{eq}$  correspond à l'imperfection géométrique initiale pour une plaque de largeur unitaire.

#### 4.2.1 Mode de flambement dynamique antisymétrique

Au regard du chapitre III, les comportements de flambement élastique et plastique peuvent être traités à l'aide d'un système unique paramétré en  $\nu$ ,  $E_s$  et  $E_t$ . Dans le cas élastique,  $\nu=0,3$  pour les aciers et  $E_s=E_t=E$ . Dans le cas plastique, avec la condition d'incompressibilité  $\nu=0,5$  et pour  $E_s$  et  $E_t$ , nous utilisons un modèle élasto-plastique. Cependant, pour des raisons de clarté, nous avons jugé préférable de traiter séparément les différentes combinaisons.

##### 4.2.1.1 Comportement élastique

Les énergies de flexion et de membrane, pour un assemblage de  $np$  plaques avec imperfection géométrique initiale, sont exprimées par :

$$U_f = \frac{1}{96} \frac{E}{(1-\nu^2)} \pi^4 L (w_{eq} - \bar{w}_{eq})^2 \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i \left[ \frac{1}{b_i} + \frac{n^2 b_i}{L^2} \right]^2 \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} U_m &= \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left[ \frac{u_o^2}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i - \frac{1}{4} \frac{\pi^2 n^2}{L^2} u_o (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right. \\ &+ \frac{9}{256} \frac{\pi^4 n^4}{L^3} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 + \frac{9}{256} \pi^4 L (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \\ &+ 2\nu \left( -\frac{\pi^2}{8} u_o (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{1}{256} \frac{\pi^4 n^2}{L} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right) \\ &\left. + \frac{1}{128} (1-\nu) \frac{\pi^4 n^2}{L} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right] \quad (4.8) \end{aligned}$$

Pour un mode antisymétrique, l'expression du champ de déplacement généralisé en flexion s'écrit :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$w = b_i (w_{eq} - \bar{w}_{eq}) \sin\left(\frac{\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (4.9)$$

soit,

$$\ddot{w} = b_i \ddot{w}_{eq} \sin\left(\frac{\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (4.10)$$

De l'expression (4.5), la minimisation de  $\Pi$  par rapport à  $u_o$  fournit l'accélération axiale :

$$\ddot{u}_o = \frac{-E}{M(1-\nu^2)} \left[ \frac{u_o}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i - \frac{\pi^2}{8} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \left( \frac{n^2}{L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + \nu \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right) \right] \quad (4.11)$$

et la minimisation de  $\Pi$  par rapport à  $w_{eq}$  fournit l'accélération transversale :

$$\ddot{w}_{eq} = \frac{-2E}{(1-\nu^2)} \frac{A}{\sum_{i=1}^{np} m p_i L b_i^3} \quad (4.12)$$

avec,

$$\begin{aligned} A = & \left[ \frac{\pi^4 L}{24} (w_{eq} - \bar{w}_{eq}) \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i \left[ \frac{1}{b_i} + \frac{n^2 b_i}{L^2} \right]^2 - \frac{1}{2} \frac{\pi^2 n^2}{L^2} u_o w_{eq} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right. \\ & + \frac{9}{64} \frac{\pi^4 n^4}{L^3} w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 + \frac{9}{64} \pi^4 L w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \\ & \left. - \frac{\pi^2}{2} \nu u_o w_{eq} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{1}{32} \frac{\pi^4 n^2}{L} w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right] \end{aligned}$$

et  $m p_i$  correspondant à la masse par unité de surface de la  $i$ ème plaque de l'assemblage.

#### 4.2.1.2 Comportement plastique

Dans ce cas, nous faisons l'hypothèse que le matériau est incompressible ( $\nu=1/2$ ).

Comme reporté par Li et Reid [LI 92], la matrice constitutive du matériau s'exprime :

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



$$\mathbf{C} = \frac{4}{3} E_s \begin{bmatrix} C_1 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}, \text{ où } C_1 = \frac{1}{4} + \frac{3 E_t}{4 E_s} \quad (4.13)$$

Les énergies de flexion et de membrane prennent donc la forme suivante :

$$U_f = \frac{1}{72} E_s \pi^4 L (w_{eq} - \bar{w}_{eq})^2 \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i \left[ \frac{C_1 n^4 b_i^2}{L^4} + \frac{1}{b_i^2} + \frac{2n^2}{L^2} \right] \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} U_m = & \frac{2}{3} E_s \left[ \frac{C_1 u_o^2}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i - \frac{1}{4} \frac{C_1 \pi^2 n^2}{L^2} u_o (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right. \\ & + \frac{9}{256} \frac{C_1 \pi^4 n^4}{L^3} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 + \frac{9}{256} \pi^4 L (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \\ & \left. - \frac{1}{8} \pi^2 u_o (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{1}{128} \frac{\pi^4 n^2}{L} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right] \quad (4.15) \end{aligned}$$

La minimisation de  $\Pi$  par rapport à  $u_o$  fournit l'accélération axiale :

$$\ddot{u}_o = -\frac{2 E_s}{3 M} \left[ \frac{2 C_1 u_o}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i - \frac{1}{4} \frac{C_1 n^2 \pi^2}{L^2} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 - \frac{1}{8} \pi^2 (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right] \quad (4.16)$$

Par rapport à  $w_{eq}$ , elle fournit l'accélération transversale :

$$\ddot{w}_{eq} = -\frac{8}{3} E_s \frac{A}{\sum_{i=1}^{np} m_p L b_i^3} \quad (4.17)$$

avec,

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$\begin{aligned}
 A = & \left[ \frac{\pi^4 L}{24} (w_{eq} - \bar{w}_{eq}) \sum_{i=1}^{np} t_i^3 b_i \left[ \frac{C_1 n^4 b_i^2}{L^4} + \frac{1}{b_i^2} + \frac{2n^2}{L^2} \right] - \frac{1}{2} \frac{C_1 \pi^2 n^2}{L^2} u_o w_{eq} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right. \\
 & + \frac{9}{64} \frac{C_1 \pi^4 n^4}{L^3} w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 + \frac{9}{64} \pi^4 L w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \\
 & \left. - \frac{\pi^2}{4} u_o w_{eq} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{1}{32} \frac{\pi^4 n^2}{L} w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right]
 \end{aligned}$$

Les équations (4.16) et (4.17) sont fonction du module sécant  $E_s$ , dont nous ne connaissons pas l'évolution. Pour le déterminer, en suivant la même démarche qu'au 2.2.1.4, la courbe de contrainte-déformation est idéalisée par le modèle élasto-plastique suivant :

$$\sigma = \sigma_o \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} \right)^m \quad (4.18)$$

, où  $\sigma_o$  est la limite élastique,  $\varepsilon_o$  la déformation correspondante, et  $m$  le coefficient d'écrouissage du matériau.

Nous en déduisons :

$$E_s = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma_o}{\varepsilon_o^m} \varepsilon^{m-1} \quad (4.19)$$

#### 4.2.1.3 Calcul de la charge ultime dynamique

La démarche que nous utilisons consiste, dans un premier temps, à calculer la charge ultime dynamique pour un flambement élastique. Pour cela, nous utilisons le critère de Von-Mises en contraintes planes que nous corrigeons dynamiquement avec la loi de Cowper-Symonds afin de tenir compte de l'influence des vitesses de déformation :

$$\sigma_{xx} - \sigma_{xx} \sigma_{yy} + \sigma_{yy}^2 + 3\sigma_{xy}^2 = \sigma_{oD}^2 \quad (4.20)$$

, avec

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$\sigma_{oD} = \sigma_o \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{p}} \right] \quad (4.21)$$

Comme pour le chapitre précédent, le premier point de plastification peut se localiser sur une ligne de coin ou au centre de la plaque.

Dans le premier cas ( $y=0$ ), le critère de Von-Mises corrigé dynamiquement s'écrit :

$$\begin{aligned} & (1 - \nu + \nu^2) \frac{u_o^2}{L^2} + \frac{\pi^4}{4} (1 - \nu + \nu^2)^2 (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 + \frac{\pi^2}{2L} (1 - 4\nu + \nu^2) u_o (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \\ & = \left( \frac{\sigma_{oD} (1 - \nu^2)}{E} \right)^2 \end{aligned} \quad (4.22)$$

Pour le calcul de  $\sigma_{oD}$ , la vitesse de déformation moyenne s'exprime :

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}} \|\dot{\epsilon}\| \quad (4.23)$$

, avec

$$\dot{\epsilon}_{xx} = \frac{\dot{u}_o}{L}, \quad \dot{\epsilon}_{yy} = \frac{1}{2} \dot{w}_{eq} \pi^2 \text{ et } \dot{\epsilon}_{xy} = 0$$

Dans le second cas ( $y=b/2$ ), le critère de plastification s'exprime :

$$(1 - \nu + \nu^2) \frac{u_o^2}{L^2} = \left( \frac{\sigma_{oD} (1 - \nu^2)}{E} \right)^2 \quad (4.24)$$

avec,

$$\dot{\epsilon}_{xx} = \frac{\dot{u}_o}{L} \text{ et } \dot{\epsilon}_{yy} = \dot{\epsilon}_{xy} = 0$$

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

De là, à partir des équations (4.11) et (4.12), nous résolvons le système avec un algorithme de prédiction-correction en vue d'obtenir,  $\dot{u}_o, u_o, \dot{w}_{eq}$  et  $w_{eq}$ .

A chaque itération du calcul, nous comparons la contrainte axiale courante  $\frac{M\ddot{u}_o}{S}$  à la contrainte de Von-Mises corrigée, où  $S$  est la section totale du profilé.

Dès que l'une des relations (4.22) ou (4.24) est satisfaite, nous en déduisons l'effort ultime dynamique en flambement élastique :

$$P_{u_{Del}} = M\ddot{u}_o \quad (4.25)$$

Dans un second temps, pour vérifier si le comportement en flambement peut être plastique, nous utilisons le résultat de l'effort ultime de flambement plastique quasi-statique, issu des relations (3.29), (3.30) et (3.32), que nous corrigeons dynamiquement :

$$P_{u_{Dpl}} = P_{u_{pl}} \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{p}} \right] \quad (4.26)$$

avec,

$$\dot{\epsilon}_{xx} = \frac{\dot{u}_u}{L} \text{ et } \dot{\epsilon}_{yy} = \dot{\epsilon}_{xy} = 0$$

Pour obtenir l'évolution de la charge jusqu'à l'instabilité, nous utilisons les relations (4.16) et (4.17) en suivant la même démarche que précédemment. Mais cette fois-ci, comme critère d'arrêt, nous utilisons l'effort ultime de flambement plastique corrigé dynamiquement  $P_{u_{Dpl}}$  (4.26), que nous considérons comme point d'instabilité. Cette hypothèse est vérifiée dans la mesure où les inerties deviennent négligeables en cas d'écoulement plastique par rapport aux effets de la vitesse de déformation. Pour la correction dynamique,  $\dot{u}_u$  est une valeur particulière de  $\dot{u}_o$ , dont le déplacement correspondant,  $u_u$ , n'est autre que le déplacement ultime de flambement plastique antisymétrique,  $u_u$ .

Ainsi, en comparant les relations (4.25) et (4.26) et en postulant le principe du travail minimum, si  $P_{u_{Dpl}} < P_{u_{Del}}$  nous sommes donc en présence d'un flambement plastique dynamique.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

## 4.2.2 Mode de flambement dynamique symétrique

### 4.2.2.1 Comportement élastique

Les énergies de flexion et de membrane s'expriment :

$$U_f = \frac{1}{24} \frac{E}{(1-\nu^2)} \pi^4 (w_{eq} - \bar{w}_{eq})^2 \sum_{i=1}^{np} \left[ \frac{3}{16} \frac{n^4 t_i^3 b_i}{L^3} + \frac{L t_i^3}{b_i} + \frac{n^2 t_i^3 b_i}{2L} \right] \quad (4.27)$$

$$U_m = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left[ \frac{u_o^2}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i - \frac{3}{16} \frac{\pi^2 n^2}{L^2} u_o (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right. \\ \left. + \frac{105}{4096} \frac{\pi^4 n^4}{L^3} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 + \frac{9}{256} \pi^4 L (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right. \\ \left. - \frac{\pi^2}{4} \nu u_o (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{5}{512} \frac{\pi^4 n^2}{L} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right] \quad (4.28)$$

Pour un mode symétrique, l'expression du champ de déplacement généralisé en flexion s'écrit :

$$w = b_i (w_{eq} - \bar{w}_{eq}) \sin^2\left(\frac{\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (4.29)$$

soit,

$$\ddot{w} = b_i \ddot{w}_{eq} \sin^2\left(\frac{\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (4.30)$$

La minimisation de  $\Pi$  par rapport à  $u_o$  nous fournit l'accélération axiale :

$$\ddot{u}_o = \frac{-E}{M(1-\nu^2)} \left[ \frac{u_o}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i - \frac{\pi^2}{8} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \left( \frac{3}{4} \frac{n^2}{L^2} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 + \nu \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right) \right] \quad (4.31)$$

et la minimisation de  $\Pi$  par rapport à  $w_{eq}$  fournit l'accélération transversale :

$$\ddot{w}_{eq} = \frac{-16E}{3(1-\nu^2)} \frac{A}{\sum_{i=1}^{np} m p_i L b_i^3} \quad (4.32)$$

avec,

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$\begin{aligned}
A = & \left[ \frac{\pi^4 L}{12} (w_{eq} - \bar{w}_{eq}) \sum_{i=1}^{np} \left[ \frac{3 C_1 n^4 t_i^3 b_i^3}{16 L^4} + \frac{t_i^3}{b_i} + \frac{n^2 t_i^3 b_i}{2L^2} \right] - \frac{3 \pi^2 n^2}{16 L^2} u_o w_{eq} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right. \\
& + \frac{105 \pi^4 n^4}{2048 L^3} w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 + \frac{9}{128} \pi^4 L w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \\
& \left. - \frac{\pi^2}{4} v u_o w_{eq} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{5 \pi^4 n^2}{256 L} w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right]
\end{aligned}$$

#### 4.2.2.2 Comportement plastique

Les énergies de flexion et de membrane s'expriment :

$$U_f = \frac{1}{18} E_s \pi^4 (w_{eq} - \bar{w}_{eq})^2 \sum_{i=1}^{np} \left[ \frac{3 C_1 n^4 t_i^3 b_i^3}{16 L^3} + \frac{L t_i^3}{b_i} + \frac{n^2 t_i^3 b_i}{2L} \right] \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned}
U_m = & \frac{2}{3} E_s \left[ \frac{C_1 u_o^2}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i - \frac{3 C_1 \pi^2 n^2}{16 L^2} u_o (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right. \\
& + \frac{105 C_1 \pi^4 n^4}{4096 L^3} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 + \frac{9}{256} \pi^4 L (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \\
& \left. - \frac{1}{8} \pi^2 u_o (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{5 \pi^4 n^2}{512 L} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2)^2 \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right] \quad (4.34)
\end{aligned}$$

La minimisation de  $\Pi$  par rapport à  $u_o$  fournit l'accélération axiale :

$$\ddot{u}_o = -\frac{2 E_s}{3 M} \left[ \frac{2 C_1 u_o}{L} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i - \frac{3 C_1 n^2 \pi^2}{16 L^2} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 - \frac{1}{8} \pi^2 (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right] \quad (4.35)$$

Par rapport à  $w_{eq}$ , elle fournit l'accélération transversale :

$$\ddot{w}_{eq} = -\frac{32}{9} E_s \frac{A}{\sum_{i=1}^{np} m p_i L b_i^3} \quad (4.36)$$

avec,

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

$$A = \left[ \frac{\pi^4 L}{6} (w_{eq} - \bar{w}_{eq}) \sum_{i=1}^{np} \left[ \frac{3 C_1 n^4 t_i^3 b_i^3}{16 L^4} + \frac{t_i^3}{b_i} + \frac{n^2 t_i^3 b_i}{2 L^2} \right] - \frac{3 C_1 \pi^2 n^2}{8 L^2} u_o w_{eq} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right. \\ \left. + \frac{105 C_1 \pi^4 n^4}{1024 L^3} w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^5 + \frac{9}{64} \pi^4 L w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i \right. \\ \left. - \frac{\pi^2}{4} u_o w_{eq} \sum_{i=1}^{np} t_i b_i + \frac{5 \pi^4 n^2}{128 L} w_{eq} (w_{eq}^2 - \bar{w}_{eq}^2) \sum_{i=1}^{np} t_i b_i^3 \right]$$

Les équations (4.35) et (4.36) sont fonction du module sécant  $E_s$ , dont nous ne connaissons pas l'évolution. Pour le déterminer, nous utilisons le modèle élasto-plastique (4.18).

#### 4.2.2.3 Calcul de la charge ultime dynamique

Comme au 4.2.1.3, nous commençons par calculer la charge ultime de flambement dynamique élastique  $P_{u_{Del}}$ . En résolvant numériquement le système (4.31) et (4.32), nous cherchons le premier point de plastification avec le critère de Von-Mises corrigé dynamiquement.

Dans le cas du flambement symétrique, la position du point de plastification ( $y=0$  ou  $y=b/2$ ) ne modifie pas le critère qui s'exprime :

$$(1 - \nu + \nu^2) \frac{u_o^2}{L^2} = \left( \frac{\sigma_{oD} (1 - \nu^2)}{E} \right)^2 \quad (4.37)$$

avec,

$$\dot{\epsilon}_{xx} = \frac{\dot{u}_o}{L} \text{ et } \dot{\epsilon}_{yy} = \dot{\epsilon}_{xy} = 0$$

, pour le calcul de la limite élastique corrigée dynamiquement.

Ensuite, pour vérifier si le comportement en flambement peut être plastique, à l'aide des relations (4.35) et (4.36) nous calculons l'évolution de la charge jusqu'à l'instabilité correspondant à  $P_{u_{Dpl}}$ . Pour obtenir  $P_{u_{Dpl}}$ , nous utilisons l'effort ultime de flambement plastique quasi-statique  $P_{u_{pl}}$  issu des relations (3.42), (3.43) et (3.44) que nous corrigeons avec la relation (4.26). Par conséquent, si  $P_{u_{Dpl}} < P_{u_{Del}}$ , le principe du travail minimum nous autorise à dire que le flambement est plastique.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

### **4.3. Validation des modèles étendus à la collision**

Cette validation est effectuée en deux parties :

- confrontation analytique/expérimentale sur des profilés monotubulaires en acier à sections mono-épaisseur;

- confrontation analytique/numérique par éléments finis. En effet, au niveau expérimental, l'utilisation de profilés standards à angles droits nous a limité à l'apparition du seul mode de flambement antisymétrique plastique. Dans cette seconde partie, l'objectif est de valider le modèle analytique développé pour chacune des quatre combinaisons de flambement, en mode symétrique et antisymétrique, avec un comportement élastique et plastique.

A l'issue de la validation analytique/numérique, nous vérifions l'influence des effets d'inertie et de vitesse de déformation inclus dans les modèles, en comparant le résultat des efforts ultimes dynamiques avec ceux des efforts ultimes quasi-statiques.

#### **4.3.1 Essais expérimentaux dynamiques sur profilés standards à sections monotubulaires**

Dans cette première partie, nous présentons les résultats de différents types de sections où, les résultats expérimentaux, les géométries et les caractéristiques effort-déplacement sont représentés aux Fig. 4.1 et 4.2.

Une série d'essais dynamiques a été effectuée sur ces profilés en collaboration avec la société A.N.F. filiale du Groupe BOMBARDIER. Comme conditions d'essais expérimentaux, le profilé est en appui simple sur le socle et la masse impactante est de 3500kg. Dans le cas du tube carré 60x60 d'épaisseur 3 mm et de longueur 270 mm, référencé B60E3V4, la vitesse d'impact est de 4 ms<sup>-1</sup>. Dans le cas du tube à profil "T" 50x30 d'épaisseur 2 mm et de longueur 200 mm, référencé T50E2V3, elle est de 3 ms<sup>-1</sup>.

Les caractéristiques matérielles contrainte-déformation de chaque spécimen ont été obtenues par essai de traction quasi-statique, à une vitesse de déformation approximative de 3 x 10<sup>-4</sup> s<sup>-1</sup>, sur des éprouvettes normalisées découpées dans les parois. Ces caractéristiques sont reportées, pour chaque profilé, aux Figs. 4.1 et 4.2. Les essais d'écrasement étant dynamiques, la

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



sensibilité du matériau à la vitesse de déformation est prise en compte par correction avec la loi de Cowper-Symonds. Pour la phase de post-effondrement, les déformations étant très importantes, nous utilisons les coefficients reportés par Abramowicz et Jones [ABR 86], soit  $p=3,585$  et  $D=802 \text{ s}^{-1}$ . Pour les phases de pré-effondrement et d'effondrement, les déformations étant assez faibles, nous utilisons les coefficients reportés par Campbell et Cooper [CAM 66], soit  $p=3,91$  et  $D=6844 \text{ s}^{-1}$ .

Le Tableau 4.1 récapitule les résultats analytiques et une moyenne des résultats expérimentaux en termes, d'efforts d'impact, de distances finales  $\delta_f$  d'écrasement et d'énergies totales  $W_d$  dissipées au cours de chaque essai.

Les profilés testés étant à angles droits et issus des gammes standards commerciales, nous n'avons été confronté qu'au seul mode de flambement dynamique antisymétrique plastique. Nous pouvons constater que dans les deux cas, le modèle fournit une bonne approximation du pic d'impact avec une erreur moyenne de 4,4% pour le B60E3V4 et de 7,4% pour le T50E2V3. En terme de dissipation énergétique pour un écrasement final  $\delta_f$  donné de 130 mm, les résultats sont également encourageants avec des erreurs moyennes de 3,7 et 5,8%, respectivement.

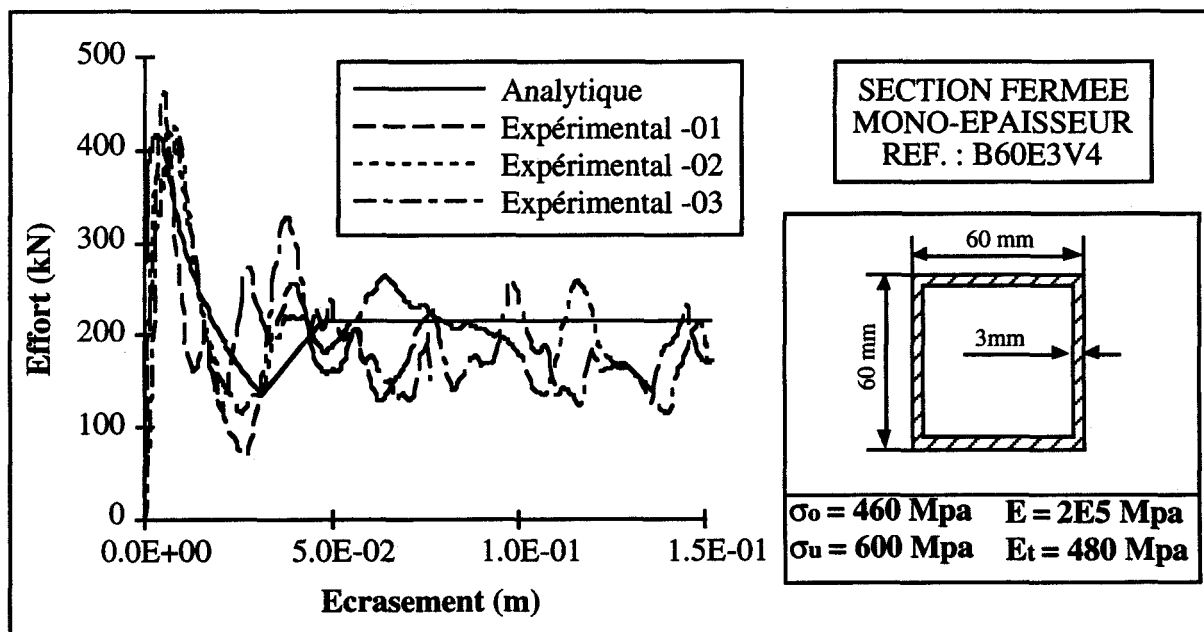


FIG. 4.1. Confrontation analytique/expérimentale de la caractéristique d'écrasement du profilé B60E3V4.

Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.

#### 4.3.2 Essais numériques sur profilés à sections monotubulaires

Comme précisé en amont, les essais expérimentaux n'ont fait apparaître que le mode de flambement antisymétrique plastique. Pour valider les quatre combinaisons possibles nous avons entrepris d'effectuer une campagne d'essais numériques, avec le code de calcul non-linéaire par éléments finis PAMCRASH™, sur des profilés mono-épaisseur à section monotubulaire.

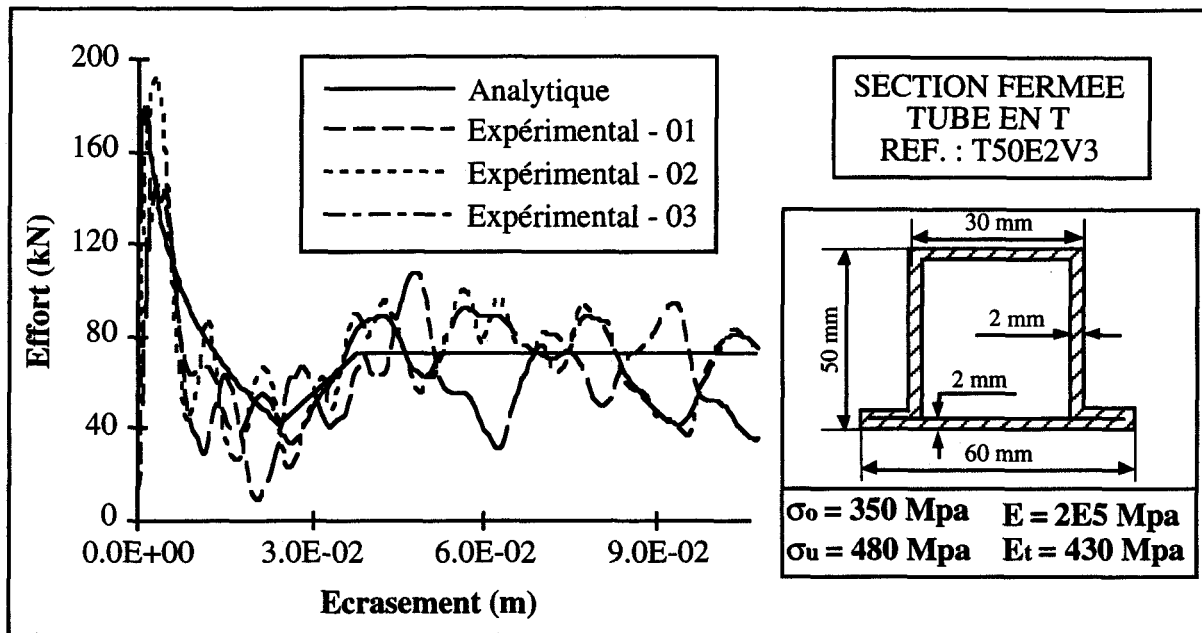


FIG. 4.2. Confrontation analytique/expérimentale de la caractéristique d'écrasement du profilé T50E2V3.

Pour la validation des modes de flambement antisymétrique élastique et plastique, nous avons utilisé le tube carré 60x60 du paragraphe précédent. Notre démarche a consisté, dans un premier temps, à valider le modèle numérique par rapport aux essais expérimentaux pour une épaisseur de 3 mm de parois, une vitesse d'impact de  $4 \text{ ms}^{-1}$ , une masse de 3500 kg et un mode de flambement antisymétrique plastique. Ensuite, par extrapolation nous avons réduit cette épaisseur à 0,7 mm pour provoquer un mode antisymétrique élastique. Au niveau des conditions d'essais, trois gammes de vitesses ont été testées ( $4$ ,  $7$  et  $10 \text{ ms}^{-1}$ ) avec un masse d'impact variable de façon à travailler à énergie constante et éviter de grandes différences d'écrasement entre la plus faible et la plus forte vitesse.

Pour la validation des modes de flambement symétrique élastique et plastique, nous avons utilisé un profilé à section hexagonale d'épaisseur 2 mm et un profilé à section dodécagonale

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

d'épaisseur 0,6 mm, tous deux inscrits dans un cercle de diamètre de 100 mm. Trois gammes de vitesses ont également été testées avec une énergie cinétique constante.

Le matériau constituant chaque profilé est celui du tube carré 60x60 répertorié Fig. 4.1. Pour la prise en compte des vitesses de déformation, les phases de pré-effondrement et d'effondrement sont corrigées avec  $p=3,91$  et  $D=6844 \text{ s}^{-1}$  et la phase de post-effondrement est corrigée avec  $p=3,585$  et  $D=802 \text{ s}^{-1}$ . Les conditions d'essais sont identiques à celles de l'expérimentation, à savoir, profilé en appui simple sur l'extrémité inférieure et masse impactante à vitesse initiale sur l'extrémité supérieure.

#### 4.3.2.1 Carré 60x60x3 : Mode de flambement dynamique antisymétrique plastique

Ce profilé, représenté Fig. 4.3, est identique à celui du paragraphe précédent et subit un mode de flambement antisymétrique plastique. Trois gammes de vitesses (4, 7 et  $10 \text{ ms}^{-1}$ ) ont été utilisées avec une énergie cinétique constante de 28000 J correspondant à celle de l'essai expérimental ( $V=4 \text{ ms}^{-1}$  et  $M=3500 \text{ kg}$ ). Les trois échantillons sont référencés par B60E3V4, B60E3V7 et B60E3V10. La confrontation analytique/numérique des caractéristiques effort-déplacement est représentée aux Figs. 4.4 à 4.6. Le Tableau 4.2 récapitule les principaux résultats en termes, d'efforts d'impact, de distances finales  $\delta_f$  d'écrasement et d'énergies totales  $W_d$  dissipées au cours de chaque essai. Nous pouvons constater que dans tous les cas, le modèle analytique fournit de très bons résultats avec une erreur maximum de 3,6% sur la valeur du pic d'impact et une erreur maximum de 7,7% en consommation énergétique. Parallèlement, si nous comparons le résultat numérique de l'échantillon B60E3V4 avec son équivalent expérimental répertorié dans le Tableau 4.1, nous remarquons que l'erreur sur la valeur du pic d'impact est négligeable et que l'erreur sur la consommation énergétique pour un même déplacement final  $\delta_f$  de 130 mm est de 10%, ce qui est acceptable. Sur la base de ces constatations, par extrapolation nous pouvons utiliser le modèle éléments finis du carré 60x60 pour valider le mode de flambement dynamique antisymétrique élastique.

#### 4.3.2.2 Carré 60x60x0.7 : Mode de flambement dynamique antisymétrique élastique

Le modèle éléments finis ayant été précédemment validé, nous avons entrepris de réduire l'épaisseur de la paroi à 0,7 mm (Fig. 4.7) pour provoquer un comportement élastique. Les trois mêmes vitesses d'impact ont été utilisées, mais cette fois-ci avec une énergie cinétique constante de 8000 J.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

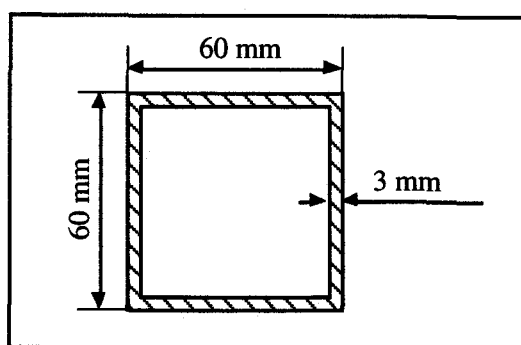


FIG. 4.3. Profilé utilisé pour la validation du mode de flambement dynamique antisymétrique plastique.

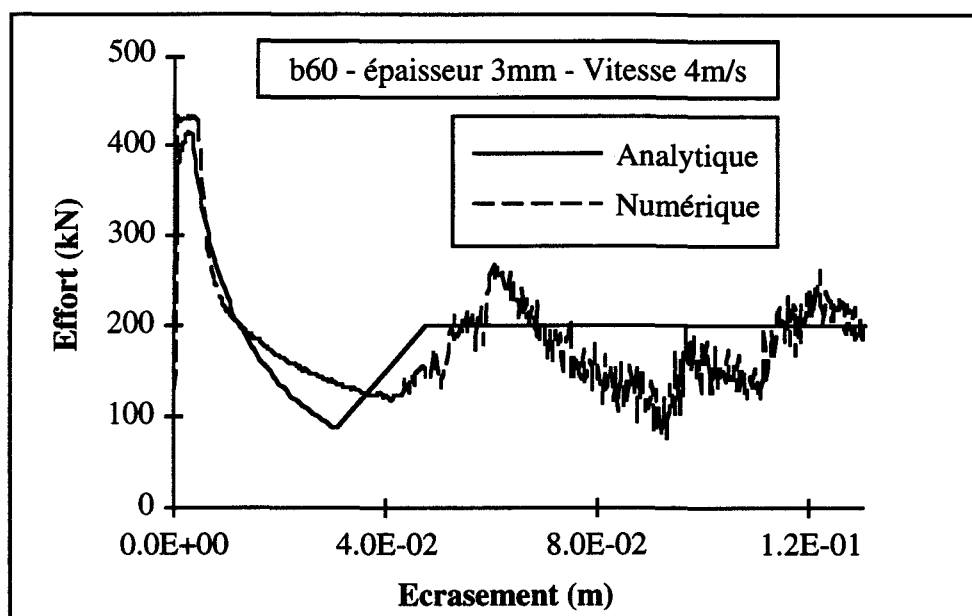


FIG. 4.4. Confrontation analytique/numérique de la caractéristique d'écrasement du profilé B60E3V4.

Les trois échantillons sont référencés par B60E07V4, B60E07V7 et B60E07V10. La confrontation analytique/numérique des caractéristiques effort-déplacement est représentée aux Figs. 4.8 à 4.10 et les principaux résultats sont récapitulés dans le Tableau 4.2. Dans tous les cas, le modèle analytique fournit des résultats très encourageants avec une erreur maximum de 9,8% sur la valeur du pic d'impact et une erreur maximum de 9,3% en consommation énergétique pour un déplacement final donné de 140 mm.

#### 4.3.2.3 Hexagone 100x2 : Mode de flambement dynamique symétrique plastique

Pour la validation de ce mode de flambement, nous avons décidé d'utiliser le profilé à section hexagonale d'épaisseur 2 mm représenté Fig. 4.11. Les trois échantillons, testés avec une énergie cinétique constante de 20000 J, sont référencés par HX100E2V4, HX100E2V7 et

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

HX100E2V10. La confrontation analytique/numérique des caractéristiques effort-déplacement est représentée aux Figs. 4.12 à 4.14 et les principaux résultats sont récapitulés dans le Tableau 4.2.

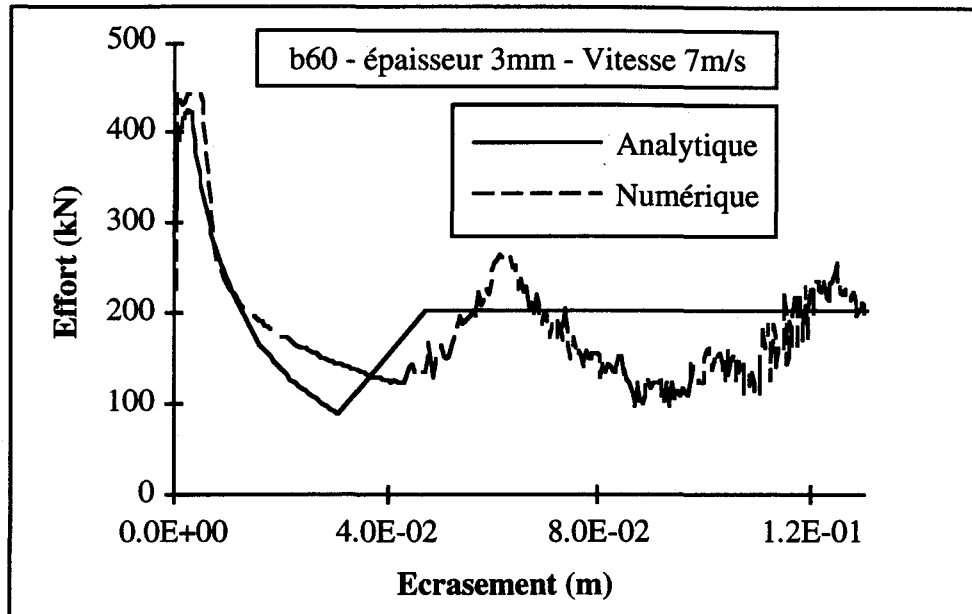


FIG. 4.5. Confrontation analytique/numérique de la caractéristique d'écrasement du profilé B60E3V7.

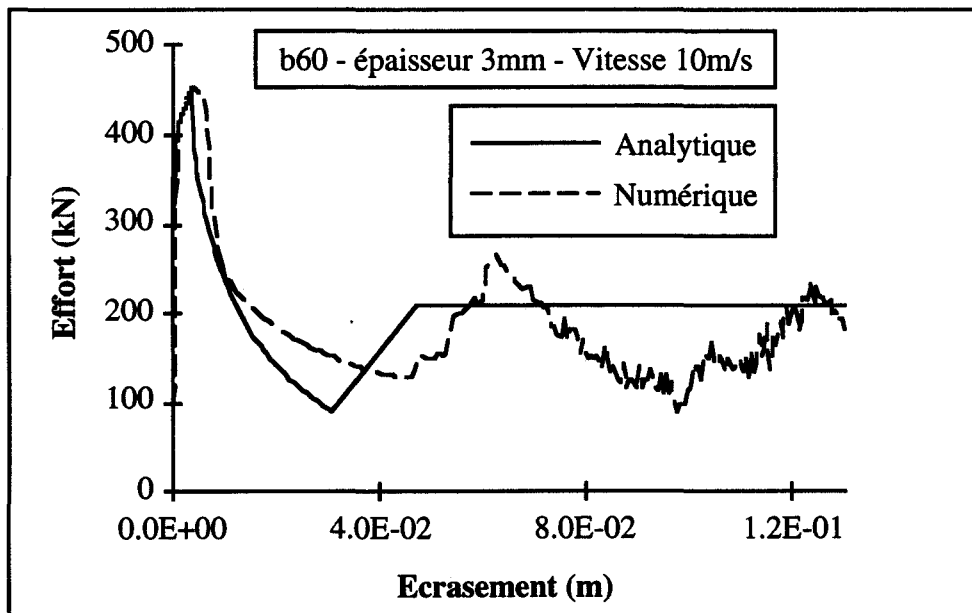


FIG. 4.6. Confrontation analytique/numérique de la caractéristique d'écrasement du profilé B60E3V10.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

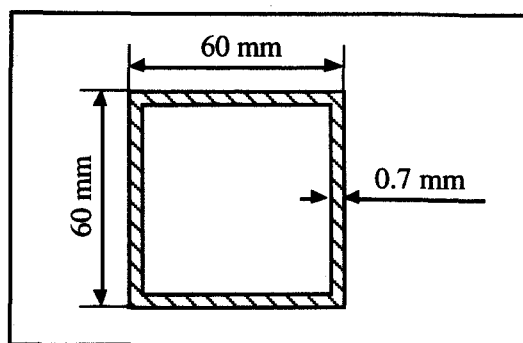


FIG. 4.7. Profilé utilisé pour la validation du mode de flambement dynamique antisymétrique élastique.

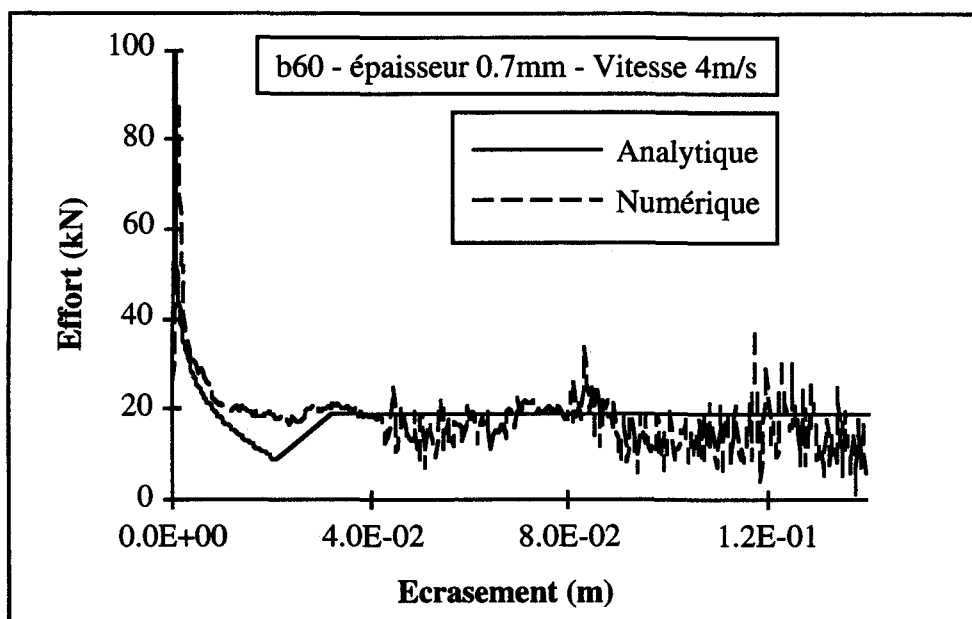


FIG. 4.8. Confrontation analytique/numérique de la caractéristique d'écrasement du profilé B60E07V4.

Pour ce mode de flambement, le modèle analytique fournit également des résultats corrects avec une erreur maximum de 11,4% sur la valeur du pic d'impact. En ce qui concerne la consommation énergétique pour un déplacement final donné de 75 mm, l'échantillon HX100E2V4 fait apparaître une erreur assez élevée (16,4%). Comme nous pouvons le constater sur la fig. 4.12, cette erreur est due au fait que la caractéristique numérique de l'écrasement n'est pas progressive au niveau de la formation des lobes. Par contre, dans le cas des échantillons HX100E2V7 et HX100E2V10 (Figs. 4.13 et 4.14), la progressivité de l'écrasement est observée avec une succession de pics et vallées, d'où des erreurs plus faibles de 9,3% et 11,4%, respectivement.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

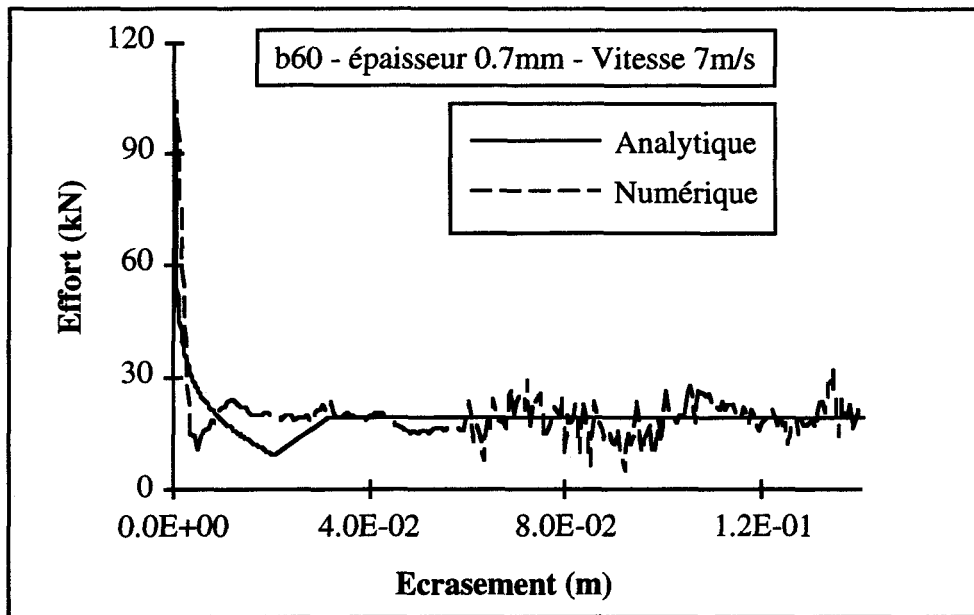


FIG. 4.9. Confrontation analytique/numérique de la caractéristique d'écrasement du profilé B60E07V7.

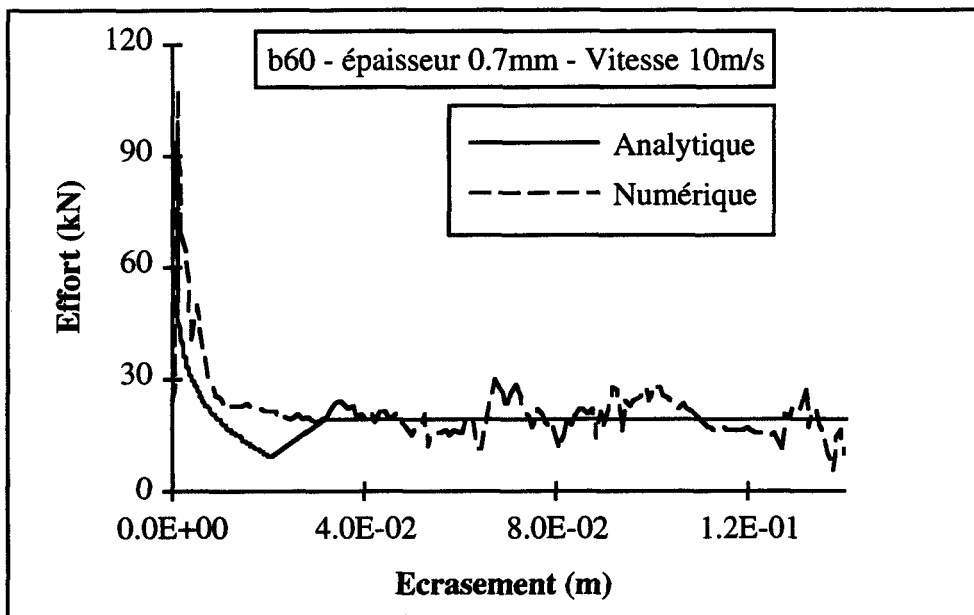


FIG. 4.10. Confrontation analytique/numérique de la caractéristique d'écrasement du profilé B60E07V10.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

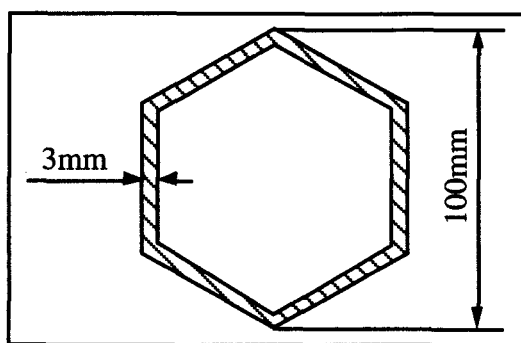


FIG. 4.11. Profilé utilisé pour la validation du mode de flambement dynamique symétrique plastique.

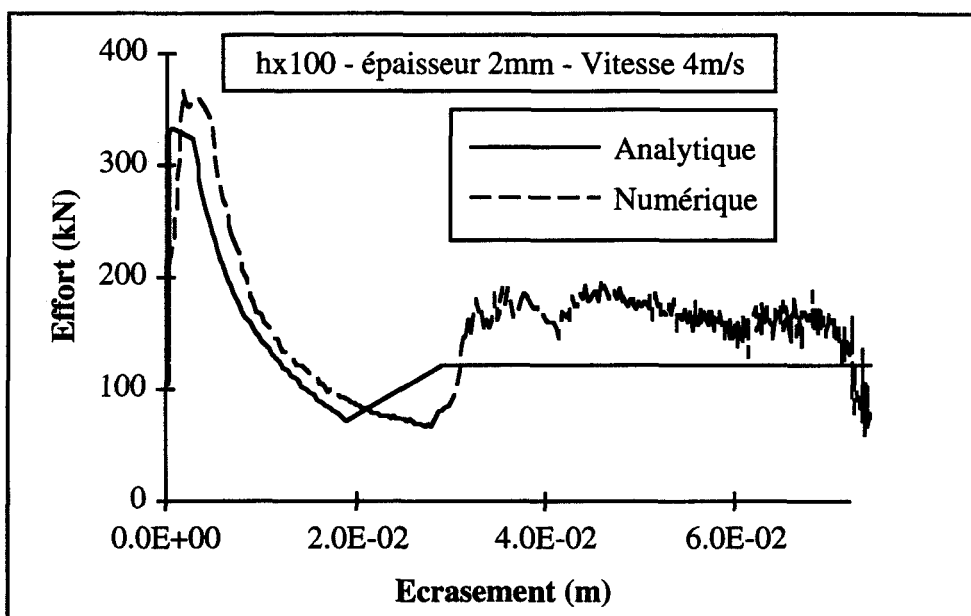


FIG. 4.12. Confrontation analytique/numérique de la caractéristique d'écrasement du profilé HX100E2V4.

#### 4.3.2.4 Dodécagone 100x0,6 : Mode de flambement dynamique symétrique élastique

Le profilé hexagonal du paragraphe précédent n'a pas pu être utilisé dans ce cas. En effet, si nous réduisons l'épaisseur de la paroi, nous pouvons forcer l'apparition de ce mode de flambement. Mais, le ratio largeur de plaque sur épaisseur devient trop faible et le mode de flambement n'est plus progressif. Nous avons donc décidé d'utiliser le profilé à section dodécagonale d'épaisseur 0,6 mm représenté Fig. 4.15. Les trois échantillons, testés avec une énergie cinétique constante de 4000 J, sont référencés par DD100E06V4, DD100E06V7 et DD100E06V10.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



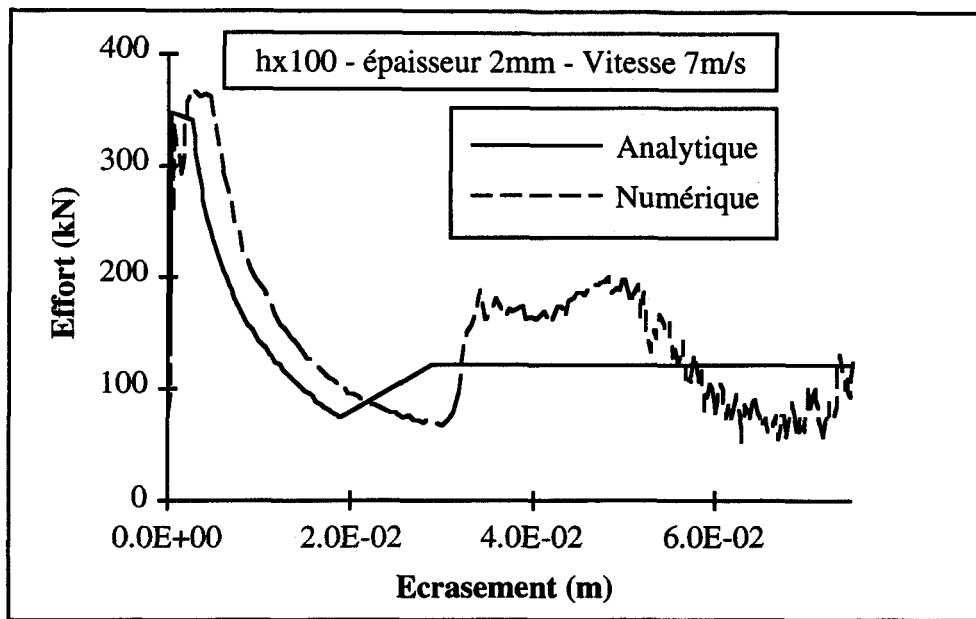


FIG. 4.13. Confrontation analytique/numérique de la caractéristique d'écrasement du profilé HX100E2V7.

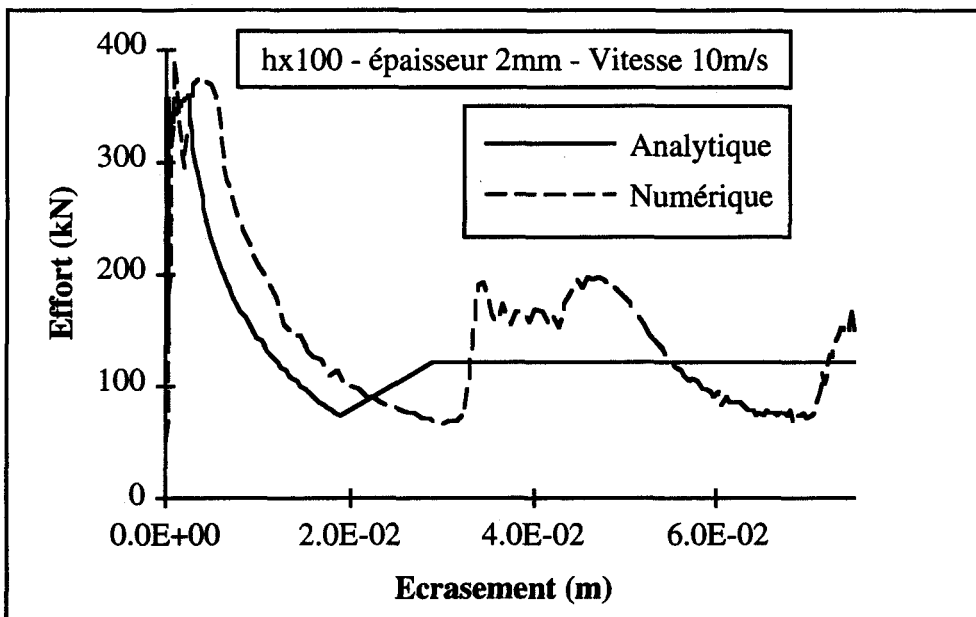


FIG. 4.14. Confrontation analytique/numérique de la caractéristique d'écrasement du profilé HX100E2V10.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

La confrontation analytique/numérique des caractéristiques effort-déplacement est représentée aux Figs. 4.16 à 4.18 et les principaux résultats sont récapitulés dans le Tableau 4.2. Pour ce mode de flambement, le modèle analytique fournit également une très bonne approximation du pic d'impact et de la consommation énergétique pour un déplacement final donné de 120 mm, avec une erreur maximum de 5,7% et de 6,1% , respectivement .

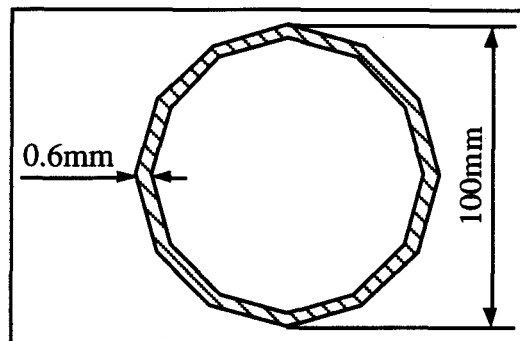


FIG. 4.15. Profilé utilisé pour la validation du mode de flambement dynamique symétrique élastique.

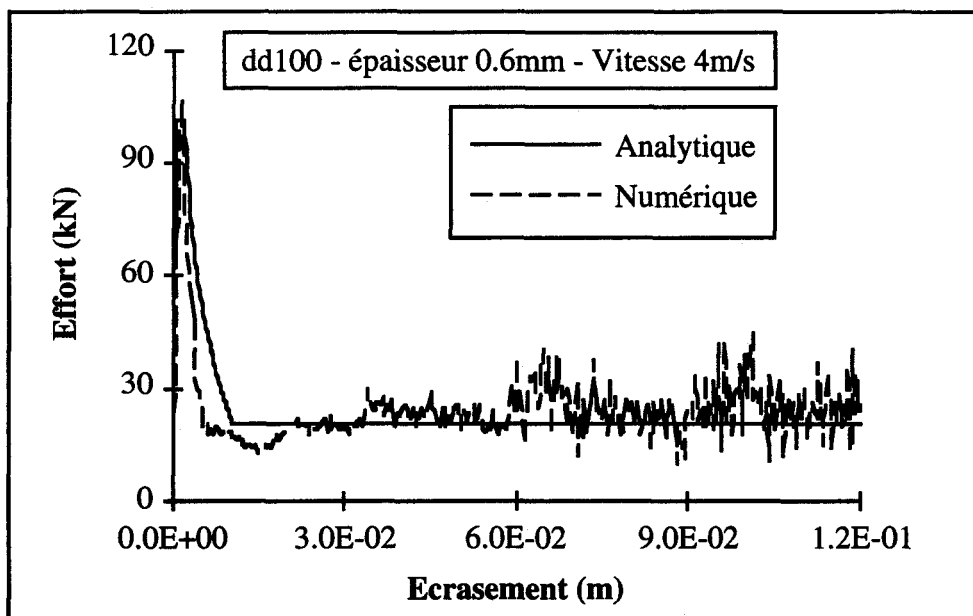


FIG. 4.16. Confrontation analytique/numérique de la caractéristique d'écrasement du profilé DD100E06V4.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

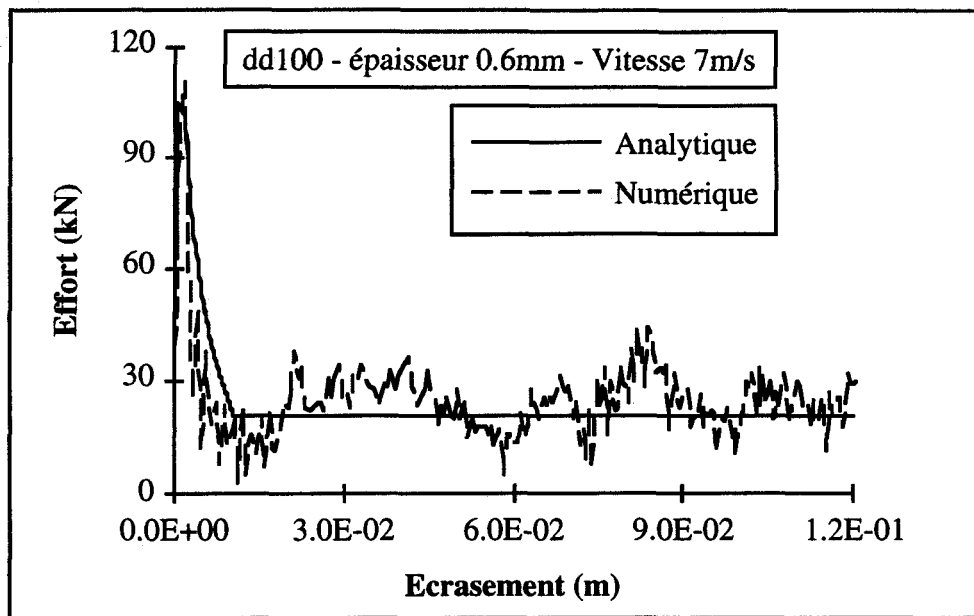


FIG. 4.17. Confrontation analytique/numérique de la caractéristique d'écrasement du profilé DD100E06V7.

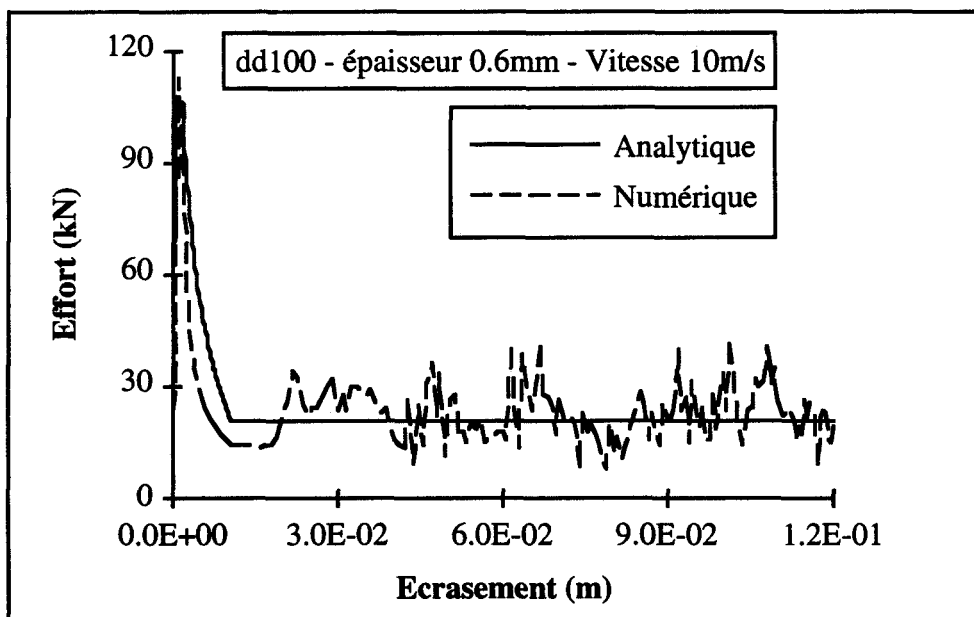


FIG. 4.18. Confrontation analytique/numérique de la caractéristique d'écrasement du profilé DD100E06V10.

TABLEAU 4.1 . Récapitulatif des résultats de la confrontation analytique/expérimental.

	Masse (kg)	Vitesse (ms <sup>-1</sup> )	$\delta_f$ (10 <sup>-3</sup> m)	ANALYTIQUE		EXPERIMENTAL	
				P <sub>u</sub> (kN)	W <sub>d</sub> ( $\delta_f$ ) (Nm)	P <sub>u</sub> (kN)	W <sub>d</sub> ( $\delta_f$ ) (Nm)
B60E3V4	3500	4	130	415,813	25320	434,858	26305
T50E2V3	3500	3	130	180,155	9682	166,874	9121

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

TABLEAU 4.2 . Récapitulatif des résultats de la confrontation analytique/numérique.

	Masse (kg)	Vitesse (ms <sup>-1</sup> )	$\delta_f$ (10 <sup>-3</sup> m)	ANALYTIQUE		NUMERIQUE	
				P <sub>u</sub> (kN)	W <sub>d</sub> ( $\delta_f$ ) (Nm)	P <sub>u</sub> (kN)	W <sub>d</sub> ( $\delta_f$ ) (Nm)
B60E3V4	3500	4	130	422,250	25320	433,280	23604
B60E3V7	1142,8	7	130	430,116	25892	446,288	23882
B60E3V10	560	10	130	454,714	26326	466,849	24318
B60E07V4	1000	4	140	91,721	2635	99,248	2540
B60E07V7	326,5	7	140	94,127	2695	104,012	2801
B60E07V10	160	10	140	96,747	2775	107,298	3059
HX100E2V4	2500	4	75	325,013	9887	366,684	11835
HX100E2V7	816	7	75	337,489	9917	368,383	10939
HX100E2V10	400	10	75	360,373	9930	389,358	11062
DD100E06V4	500	4	120	101,263	2841	107,003	2955
DD100E06V7	163	7	120	104,498	2844	110,185	3029
DD100E06V10	80	10	120	106,398	2845	112,867	2859

#### 4.3.3 Influence des effets d'inertie et de vitesse de déformation sur la charge ultime dynamique

En vue de vérifier l'influence des effets d'inertie et de vitesse de déformation introduits dans les modèles analytiques, nous comparons, pour chacun des profilés du paragraphe précédent, le résultat des efforts ultimes dynamiques avec celui des efforts ultimes quasi-statiques.

Le Tableau 4.3 récapitule les résultats en termes, de ratio largeur de plaque sur épaisseur de paroi,  $\frac{b}{t}$ , d'efforts ultimes quasi-statiques, P<sub>u</sub><sup>QS</sup>, d'efforts ultimes dynamiques, P<sub>u</sub><sup>D</sup>, de vitesse de déformation locale calculée au pic d'impact,  $\dot{\epsilon}_u$ , de facteur de correction dynamique calculé au pic d'impact avec la loi de Cowper-Symonds, FCD( $\dot{\epsilon}_u$ ), et d'erreur relative entre l'effort ultime dynamique et l'effort ultime quasi-statique,  $\frac{P_u^D - P_u^{QS}}{P_u^D} \times 100$ . Bien que les inerties et la

vitesse de déformation interviennent simultanément dans le calcul de la charge ultime, pour les différencier et avoir une estimation de l'influence de l'une par rapport à l'autre, nous faisons également apparaître l'erreur relative entre l'effort ultime dynamique et le produit de l'effort

ultime quasi-statique par le facteur de correction dynamique,  $\frac{P_u^D - (P_u^{QS} \times FCD(\dot{\epsilon}_u))}{P_u^D} \times 100$ .

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

TABLEAU 4.3 . Influence des inerties et de la vitesse de déformation sur la charge ultime dynamique.

	$\frac{b}{t}$ (1)	$P_u^{QS}$ (kN)	$P_u^D$ (kN)	$\dot{\epsilon}_u$ (s <sup>-1</sup> )	FCD( $\dot{\epsilon}_u$ ) (1)	$\frac{P_u^D - P_u^{QS}}{P_u^D} \times 100$ (%)	$\frac{P_u^D - (P_u^{QS} \times FCD(\dot{\epsilon}_u))}{P_u^D} \times 100$ (%)
B60E3V4	20	344,306	422,250	13,35	1,203	18,46	1,91
B60E3V7	20	344,306	430,116	21,35	1,228	19,95	1,70
B60E3V10	20	344,306	454,714	51,27	1,296	24,28	2,62
B60E07V4	86	48,463	91,721	12,10	1,198	47,16	36,70
B60E07V7	86	48,463	94,127	21,15	1,228	48,51	36,77
B60E07V10	86	48,463	96,747	31,69	1,253	49,91	37,23
HX100E2V4	35	265,999	325,013	10,74	1,192	18,16	2,44
HX100E2V7	35	265,999	337,489	18,73	1,221	21,18	3,76
HX100E2V10	35	265,999	360,373	26,23	1,241	26,19	8,40
DD100E06V4	42	75,583	101,263	10,86	1,192	25,36	11,03
DD100E06V7	42	75,583	104,498	19,00	1,222	27,67	11,61
DD100E06V10	42	75,583	106,398	26,79	1,242	28,96	11,77

D'une manière générale, nous constatons que, dans le cas d'un chargement dynamique et pour des profilés en acier moyen, les efforts ultimes sont majorés de 18 à 50%. Les vitesses de déformations calculées au pic d'impact varient entre 10 et 50 s<sup>-1</sup>, ce qui correspond aux valeurs moyennes généralement reportées dans la littérature. Pour ce qui est de la part d'influence entre les inerties et la vitesse de déformation, nous constatons que plus le ratio b/t est élevé, plus les inerties sont prédominantes. Autrement dit, dans le cas d'un flambement fortement plastique (profilé B60E3), c'est la vitesse de déformation qui influence principalement le pic d'effort et dans le cas d'un flambement fortement élastique (profilé B60E07), ce sont les inerties qui l'influencent. Entre ces deux extrêmes, comme c'est le cas des profilés HX100E2 et DD100E06, qui se situent approximativement de part et d'autre de la frontière entre le flambement plastique et le flambement élastique, nous remarquons que l'influence des deux paramètres est partagée.

#### 4.4. Conclusion

Les nombreux auteurs cités en référence ont montré que les modes de flambement dynamique pour des vitesses d'impact inférieures à 30ms<sup>-1</sup> sont identiques aux modes de flambement quasi-statique. A partir de cette hypothèse fondamentale, nous avons pu utiliser nos travaux précédents sur la modélisation des phases de pré-effondrement et d'effondrement et les étendre au cas du chargement dynamique par prise en compte des effets d'inertie et de vitesse de déformation. De façon simplifiée, nous sommes parvenus à extraire un modèle analytique pour chacune des quatre combinaisons de flambement. Les inerties étant négligeables en phase de

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

post-effondrement, caractéristique de grandes déformations plastiques, une simple correction dynamique de l'effort instantané et de l'effort moyen d'écrasement a été effectuée. La confrontation des modèles avec les résultats expérimentaux et numériques par éléments finis montre en tout point une bonne corrélation. Cependant, la précision des résultats et notamment en ce qui concerne le pic d'impact, est tributaire de la bonne connaissance du comportement dynamique des matériaux.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

**CHAPITRE V**

**Applications industrielles**

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

## **5.1 Introduction**

Au chapitre I, nous avons évoqué la nécessité d'avoir recours aux approches globale et hybride pendant la phase de préconception. Par les gains en temps de modélisation et de calcul que cette méthodologie simplifiée procure, le concepteur peut rapidement avoir une estimation réaliste du comportement de sa structure, en termes de cinématique de déformation et de dissipation énergétique. En pratiquant un design itératif, il a donc la possibilité de pré-optimiser et de présélectionner les dispositifs structuraux.

Les approches globale et hybride sont fondées sur l'utilisation d'éléments équivalents de types barres et ressorts non-linéaires. Ces éléments équivalents requièrent la connaissance des caractéristiques effort-écrasement et moment-angle de pliage des sous-structures qu'ils modélisent. Ces caractéristiques peuvent être obtenues expérimentalement ou numériquement par des calculs éléments finis en statique non-linéaire ou en flambement. Mais, les coûts engendrés font perdre une bonne partie de l'intérêt de cette démarche simplifiée.

C'est pourquoi, dans le cas des profilés à parois minces de sections prismatiques, abondamment employés dans la construction des véhicules de transport, nous avons justifié l'utilisation de modèles cinématiques en compression et en flexion calculant automatiquement et quasi-instantanément leur caractéristique d'effondrement.

Dans le cas de la compression, en se basant pour une grande partie sur les travaux pionniers de Wierzbicki et Abramowicz, cette justification nous a conduit à améliorer les modèles existants, à en développer d'autres pour couvrir une plus large gamme de profilés et à appliquer le tout au mode de chargement dynamique. A l'issue des chapitres II, III et IV, tous nos développements ont été validés localement par confrontation avec des résultats expérimentaux et numériques.

Dans le cas de la flexion, des travaux antérieurs menés au L.G.M. par Anceau [ANC 94a] ont également conduit à l'amélioration du modèle de Kecman [KEC 79] spécifique aux sections carrées et rectangulaires et au développement de nouveaux modèles pour les sections ouvertes de type U, H et  $\Omega$ .

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



Disposant de ces modèles en compression et en flexion, le moment est maintenant venu de les utiliser dans le concept d'approches globale et hybride, par l'étude de deux cas industriels et ainsi, juger du bien fondé de cette démarche en phase de préconception.

La première application concerne le comportement en collision d'une structure ferroviaire. Cette structure est une cabine de conduite de locomotive construite et soumise à différents essais de choc par le comité B165 de L'E.R.R.I. (European Rail Research Institute) en vue d'en vérifier la résistance dynamique lors d'impacts frontaux et de juger des risques encourus par le cheminot. Malheureusement pour nous, de par sa conception, le comportement au choc du châssis de ce poste de conduite n'est caractérisé que par l'apparition de rotules plastiques. La seule dissipation énergétique en compression axiale est effectuée au moyen d'absorbeurs classiques en nids d'abeilles dont les caractéristiques sont fournies par l'E.R.R.I.. Ne disposant pas du détail de leur fabrication, l'utilisation des modèles cinématiques en compression n'a donc pas été possible. Cependant, l'objectif de cette application est de vérifier l'intérêt, en termes de gain en temps de modélisation et de calcul, et la validité, en terme de précision des résultats, de l'approche hybride 3D EF/SEP (Elément Finis/Super Eléments de Pliage) et de l'approche globale 2D multicorps rigides, avec utilisation des modèles cinématiques en flexion pour alimenter les ressorts non-linéaires.

Nous avons décidé de tester ces deux approches complémentaires en vue de justifier leur utilisation et leurs intérêts respectifs aux différents stades de la phase de préconception.

Une première utilisation de l'approche globale 2D multicorps rigides a été effectuée par Anceau et le présent auteur [ANC 94b] en utilisant le progiciel CRASH2D développé au L.G.M.. Ici, que ce soit pour l'approche hybride ou globale, nous utilisons le code de calcul PAMCRASH™. Notre démarche est donc prospective et tend à ouvrir de nouveaux horizons aux utilisateurs de PAMCRASH™.

La seconde application concerne l'étude du comportement en collision d'un longeron simplifié de véhicule automobile, de type poutre en "S". Cette structure, relativement simple, a été choisie car les nombreuses études du comportement en collision des véhicules de transport ont mises en évidence au niveau de l'effondrement de certaines sous-structures à parois minces, tels que les longerons, une intervention presque toujours simultanée des chargements de compression et de flexion. Disposant des modèles cinématiques adéquats, nous avons donc entrepris de les utiliser, avec l'approche 2D multicorps rigides sous PAMCRASH™.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

## 5.2 Collision d'une cabine de conduite ferroviaire contre un mur rigide

### 5.2.1 Accidentologie

Les postes de conduite sont situés aux extrémités des locomotives et des rames automotrices. En cas d'accidents, et plus particulièrement lors de chocs frontaux, ils se trouvent évidemment dans la partie du véhicule la plus exposée. Certes, les cabines de conduite ne correspondent pas aux zones les plus occupées. Elles n'ont donc pas fait jusqu'à présent l'objet d'études particulières. Mais des progrès considérables ayant déjà été apportés afin de préserver l'intégrité des compartiments passagers, il semble nécessaire maintenant de s'intéresser aux espaces réservés au personnel de service. Suite à cette constatation, l'**European Rail Research Institute** a décidé de s'attacher à l'étude des postes de conduite. L'objectif fixé est de concevoir un poste de conduite résistant à l'écrasement en utilisant uniquement des techniques de fabrication classiques [KAM 91]. Cette tâche a été confiée au comité B165 de l'**E.R.R.I.**

Dans le domaine ferroviaire, nous recensons trois catégories de chocs :

- un véhicule ferroviaire contre un, voire plusieurs projectiles tombants accidentellement, ou projetés volontairement;
- un véhicule ferroviaire contre un véhicule routier, ou contre un animal de grande taille;
- une collision entre deux véhicules ferroviaires.

En cas de choc, il convient que les zones renfermant des usagers ou du personnel résistent aux sollicitations sans qu'il y ait d'importantes pénétrations dans l'habitacle. Lors d'impacts frontaux, il paraît important que l'ossature du poste de conduite, au même titre que l'habillage et les vitres, soient conçus de façon à garantir la survie du mécanicien [ORE 85].

Les deux premières catégories d'accidents mentionnées ont fait l'objet d'une précédente étude menée par l'**E.R.R.I.** [ORE 87b]. Ces travaux ont permis de définir des gammes de sollicitations correspondant aux différentes configurations d'impact. Ces indications en terme d'efforts constituent des données très enrichissantes pour les concepteurs. Ils peuvent ainsi dimensionner les éléments structuraux de manière plus équitable, et choisir le matériau des éléments de protection permettant de satisfaire aux conditions de résistance. Il est à noter que ces informations sont également intéressantes pour le dimensionnement des déflecteurs d'obstacles [ORE 91a].

Lorsqu'un véhicule ferroviaire heurte un obstacle massif, nous observons très souvent l'endommagement du poste de conduite, parfois suivi d'un déraillement. Lors d'une collision,

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

l'énergie à dissiper est nettement supérieure à la capacité d'absorption des parois frontales des véhicules et notamment des postes de conduite [ORE 88]. Ce constat se traduit par une probabilité élevée d'accidents mortels. D'autres phénomènes tel que le chevauchement de véhicules viennent accroître ce chiffre. Dans ce cas précis, il se produit un décalage vertical entre les deux structures en contact. Des sous-structures plus rigides (châssis) sont confrontées à des parties beaucoup moins résistantes (ossature de la cabine de conduite). Il y a alors interpénétration des véhicules d'où une aggravation des déformations [MAR 93].

Il y a quelques années, les conditions de résistance des postes de conduite n'envisageaient que des sollicitations statiques [UIC 66] [UIC 77] et [UIC 86]. Dernièrement, les travaux entrepris par l'**E.R.R.I.** ont permis d'appréhender une nouvelle approche pour la conception des postes de conduite [ORE 87a]. Les spécifications relatives à cette étude, répertoriées dans le Tableau 5.1, définissent la résistance des cabines en fonction de la vitesse et selon différents critères.

Pour chaque type de collision mentionné, et pour des vitesses atteignant 16 m/s (60 km/h), la pénétration dans la cabine du mécanicien doit être inférieure à 300 mm. Pour répondre à ces exigences en matière de sollicitations dynamiques, il est indispensable d'introduire, hors des parties à préserver, des zones de moindre résistance qui absorberaient une importante quantité d'énergie par déformation plastique. C'est à partir de cette observation, qu'ont été mis en place, les zones fusibles et les caissons d'absorption d'énergie.

La tâche confiée au Comité B165 consistait à vérifier, par des essais de collision en vraie grandeur, cette nouvelle approche de conception des postes de conduite.

TABLEAU 5.1 . Spécifications de conception relatives à une locomotive.

Collision	Vitesse (m/s)	Effort de résistance dynamique (kN)	Energie de colli- sion à absorber par véhicule (kJ)	Déformation totale du véhicule (m)
de manoeuvre importante	4	600	80	0,17
légère	7	750	245	0,45
intermédiaire sans chevauchement	12	1500	720	0,85
intermédiaire avec chevauchement	12	1000	720	1,0
importante	16	2000	1280	1,2

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

## 5.2.2 Expérimentation

### 5.2.2.1 Présentation

Le Comité B165 a procédé à la conception de quatre nouvelles cabines de conduite en se basant sur les spécifications mentionnées dans le Tableau 5.1. Ces cabines sont constituées d'éléments structuraux standards, tels que des laminés et des profilés, auxquels sont associés des éléments spécifiques d'absorption d'énergie. Une fois réalisées, ces structures ont été montées sur des locomotives polonaises réformées de type PKP ET 21. Pour l'essai, chaque locomotive a été débarrassée de tous ses équipements et munie de bogies légers. La structure a été chargée de manière à atteindre une masse totale de 40 tonnes [ORE 91b].

La représentation schématique des principaux éléments structuraux et des dispositifs d'absorption d'énergie est présentée à la Fig. 5.1. L'extrémité du châssis a été conçue pour se déformer de manière progressive et orientée en veillant à dissiper une quantité d'énergie maximale. Les véhicules ont été soigneusement instrumentés. Les déformations dans les divers éléments structuraux ont été mesurées par l'intermédiaire d'une centaine de jauges extensométriques. Par ailleurs, une vingtaine d'accéléromètres ont été employés afin de quantifier les déplacements dans chaque véhicule. Une fois les véhicules prêts pour l'essai, ceux-ci ont été dirigés vers le site de Zmigrod en Pologne. Un attelage à désaccouplement rapide a été installé entre la locomotive de propulsion et chaque véhicule d'essai. La locomotive percutante venait impacter un véhicule similaire arrêté, freins non serrés. La vitesse des véhicules était contrôlée à l'aide de cellules photoélectriques et d'un système radar.

### 5.2.2.2 Essais

Le Comité B165 de l'**E.R.R.I.** a procédé à trois essais de collision:

- un essai préliminaire effectué à faible vitesse (2,5 m/s), a permis de vérifier l'ensemble de l'instrumentation et des systèmes de commande. Il est à noter que cet essai n'a donné lieu à aucun endommagement des véhicules impliqués;
- deux autres essais, caractérisés par des vitesses d'impact plus élevées.

Le deuxième essai a été réalisé à la vitesse de 16 m/s. Étant donné que les véhicules étaient similaires, équipés d'attelages centraux et de dispositifs d'anti-chevauchement, l'impact s'est révélé être parfaitement symétrique.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

---

Pendant l'essai, conformément à ce qui avait été prévu, le joint de cisaillement du longeron droit s'est rompu, la traverse frontale a alors été repoussée, et les coussins montés sur la paroi de la cabine de chaque véhicule sont entrés en contact. L'énergie restante a été absorbée par la partie de châssis située sous le poste de conduite. Le principe de conception utilisé pour les cabines de conduite s'est révélé être satisfaisant dans cette configuration de choc. En effet, les véhicules ont été rapidement stoppés et un espace suffisant pour permettre la survie du cheminot a été conservé dans la cabine.

Le troisième essai, a été réalisé à la vitesse de 12 m/s. Dans ce cas, les véhicules sont également similaires, cependant les tampons des véhicules étaient volontairement désaxés de 100 mm dans le plan vertical afin de donner lieu à un chevauchement. Pendant le choc, les tampons se sont déplacés latéralement et de façon asymétrique. Le chevauchement ne s'est pas produit, mais l'un des véhicules a déraillé. Toutefois, l'intégrité de la cabine a été entièrement conservée.

Cette campagne d'essais en vraie grandeur a permis au Comité B165 de l'**E.R.R.I.** de garantir la validité de cette nouvelle approche de conception.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

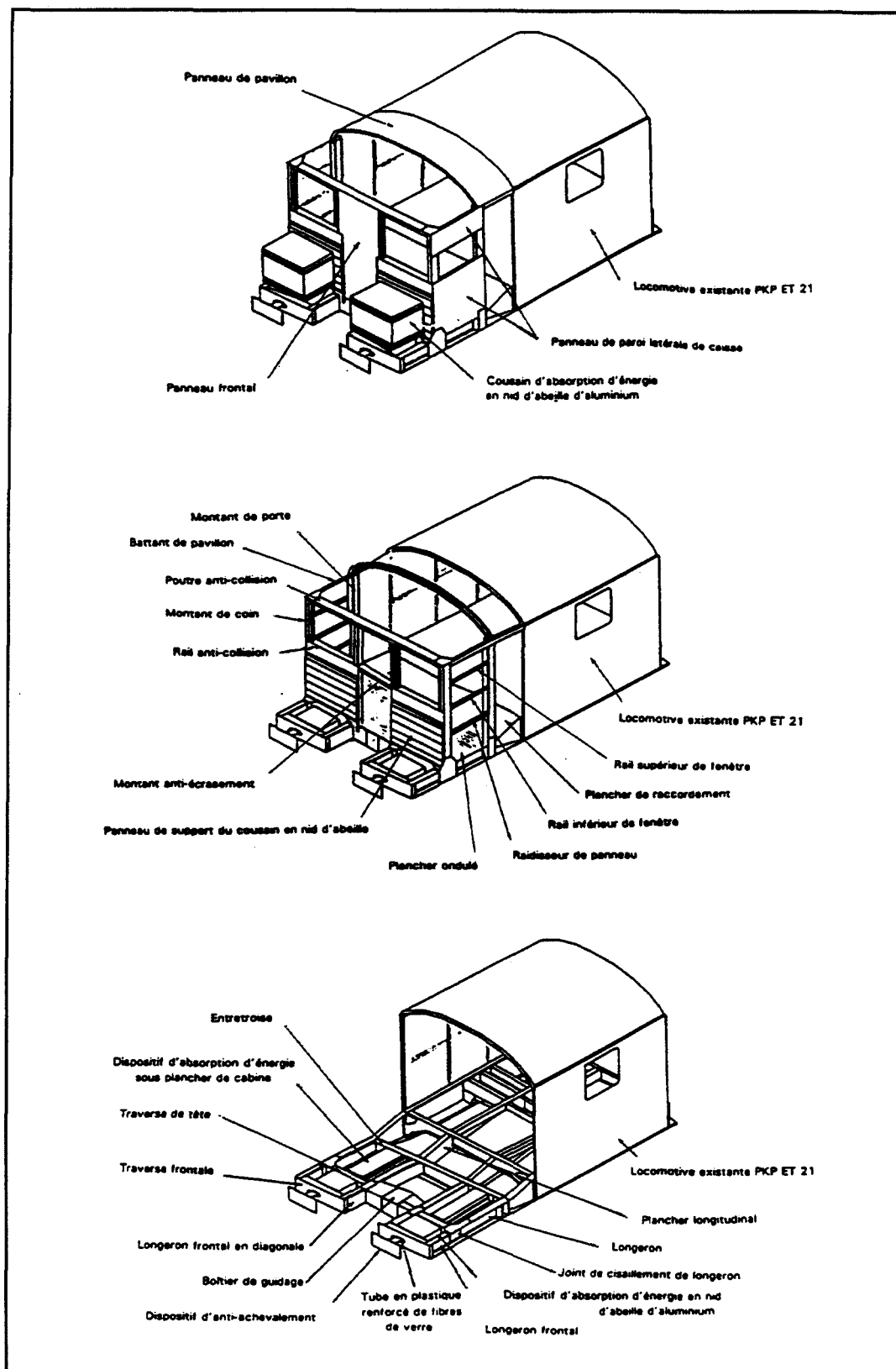


FIG. 5.1. Habillage, ossature et châssis de la cabine de conduite.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

### 5.2.2.3 Descriptif de la structure.

#### 5.2.2.3.1 Généralités

La cabine de conduite testée est constituée d'une ossature et d'un habillage reposant sur un châssis. En ce qui concerne le châssis, nous distinguons une sous-structure frontale et une partie sous plancher correspondant à l'emplacement occupé par le cheminot. Le châssis est constitué de profilés et laminés standards, et comporte des dispositifs d'absorption d'énergie qui se présentent sous forme de structure en nids d'abeilles (Fig. 5.2). Les principales dimensions de la structure ainsi que les conditions d'essai sont synthétisées sur la Fig. 5.3.

#### 5.2.2.3.2 Châssis frontal

Chaque demi structure comprend une traverse frontale sous forme d'une poutre caissonnée supportée par un longeron frontal et un longeron en diagonale de section U. Le longeron frontal de section U est relié au longeron principal de profil identique mais de dimensions légèrement supérieures, afin de permettre le guidage du précédent. Le joint de liaison est constitué de rivets de cisaillement dimensionnés pour céder en cas de choc (500 kN) et ainsi autoriser le déplacement du longeron frontal. Après rupture des rivets, le longeron frontal coulisse dans le longeron principal, ce qui entraîne le pliage du longeron en diagonale. Des usinages ont été réalisés sur la partie frontale de cet élément afin d'amorcer la déformation. Un dispositif d'absorption d'énergie sous forme de nid d'abeille en aluminium est placé entre la traverse de tête et la traverse frontale.

#### 5.2.2.3.3 Châssis sous plancher

Le châssis sous plancher comprend une traverse de tête se présentant sous la forme d'une poutre caissonnée, et abritant le boîtier de guidage de l'attelage joignant les deux longerons principaux. Une résistance longitudinale supplémentaire est apportée par deux longerons en diagonale de section U, situés entre la traverse de tête et l'entretoise. Un dispositif d'absorption d'énergie en nid d'abeille d'acier est également introduit entre ces deux éléments. Le plancher de cabine, lié aux longerons, est constitué d'un panneau mince ondulé. Les caractéristiques géométriques et matérielles des différents profilés sont présentées dans les Tableaux 5.2 et 5.3.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

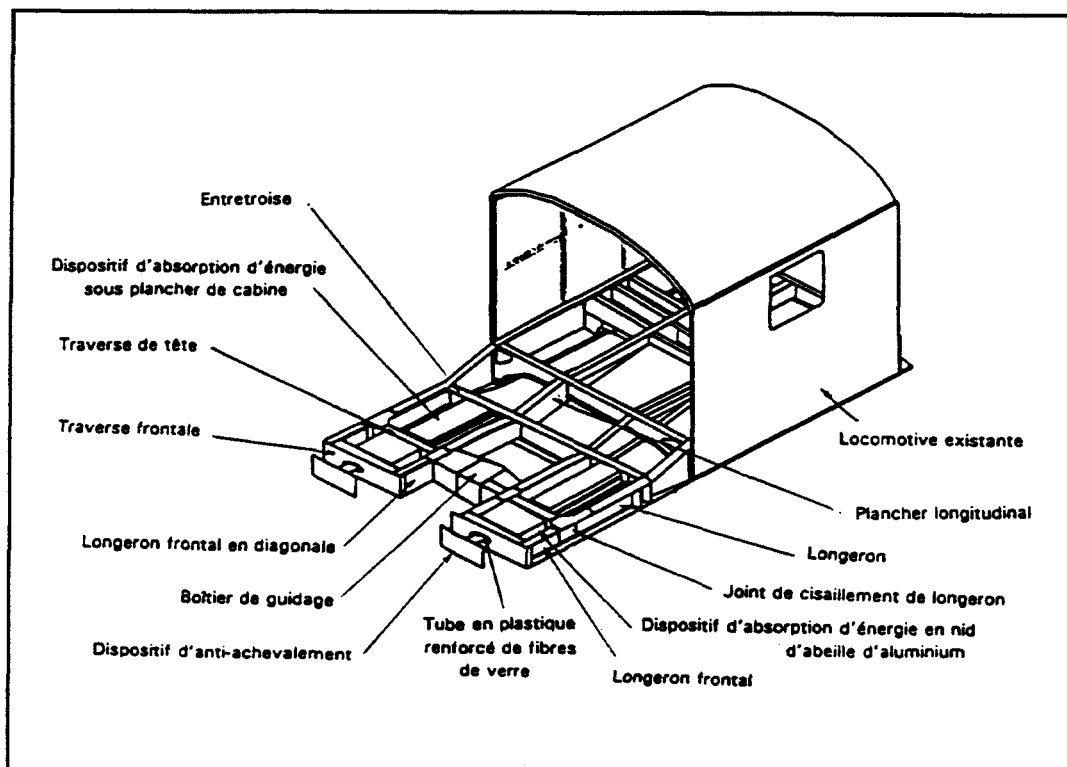


FIG. 5.2. Châssis du poste de conduite.

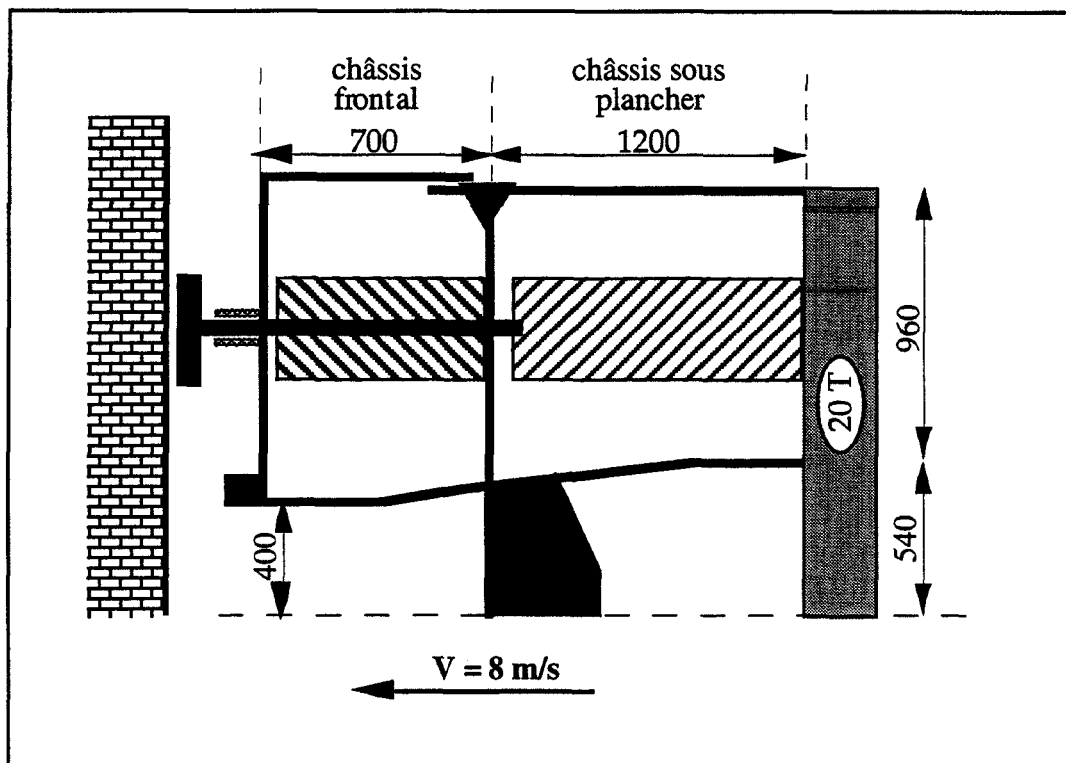


FIG. 5.3. Principales dimensions et conditions expérimentales d'essais.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*



TABLEAU 5.2 . Caractéristiques géométriques des éléments structuraux.

Dénomination	Section	Dimensions (mm)	Matériau
Tube plastique d'absorption d'énergie	Tube épais	∅ : 150; ép. : 12 écrasement max. : 275	composite 60% verre et 40% résine
Traverse frontale (coté longeron diagonal)	Tube rectang.	haut. 300; ép. : 12 larg. : 100; ép. : 6	ST44K
Traverse frontale (coté longeron frontal)	Tube rectang.	haut. 300; ép. : 12 larg. : 75; ép. : 6	ST44K
Longeron frontal	Profil U	haut. : 280; larg. : 110 ép. : 7	ST44K
Longeron frontal en diagonale	Profil U	haut. : 300; larg. : 75 ép. : 7	ST44K
Longeron frontal en diagonal usiné	Profil U	haut. : 300; larg. : 65 ép. : 7	ST44K
Nid d'abeille en aluminium	Bloc	565x200x560 écrasement max. : 420	-
Traverse de tête	Tube rectang.	haut. 300; ép. : 12 larg. : 120; ép. : 6	ST5
Longeron droit	Profil U	haut. : 300; larg. : 120 ép. : 7	ST44K
Longeron en diagonale	Profil U	haut. : 300; larg. : 75 ép. : 7	ST44K
Nid d'abeille en acier	Bloc	bloc fabriqué ép. tôle : 2,5	ST3S

TABLEAU 5.3 . Caractéristiques matérielles des éléments structuraux.

Nuance	ST3S	ST5	ST5	ST44K	ST44K	ST44K
Épaisseur (mm)	-	6	12	6	7	12
Limite élastique (MPa)	235	240	300	350	302	242
Charge de rupture (MPa)	345	407	480	513	467	408

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

### **5.2.3 Simulations numériques**

#### **5.2.3.1 Modélisation par éléments finis**

Afin de valider les méthodes numériques, nous avons considéré l'essai réalisé à 16 m/s. Cette configuration de choc a été retenue du fait de la symétrie des structures et des mécanismes de déformation pendant la collision. Cette caractéristique nous a permis de bâtir un modèle par éléments finis relativement fin avec un nombre d'éléments acceptable.

La cabine de conduite complète est réalisée à partir de l'assemblage de tôles, de plaques et de profilés prismatiques à parois minces. Dans un premier temps, les résultats issus de la simulation sont confrontés aux relevés expérimentaux. Une fois le modèle éléments finis recalé, nous supprimons, dans un deuxième temps, la partie supérieure du poste de conduite, pour ne conserver que le châssis, où apparaissent les mécanismes de déformation les plus importants. A partir du modèle éléments finis du châssis, nous effectuons une nouvelle simulation. Les résultats issus de ce dernier modèle, servent de référence afin de valider l'approche globale 2D multicorps rigides et l'approche hybride 3D EF/SEP.

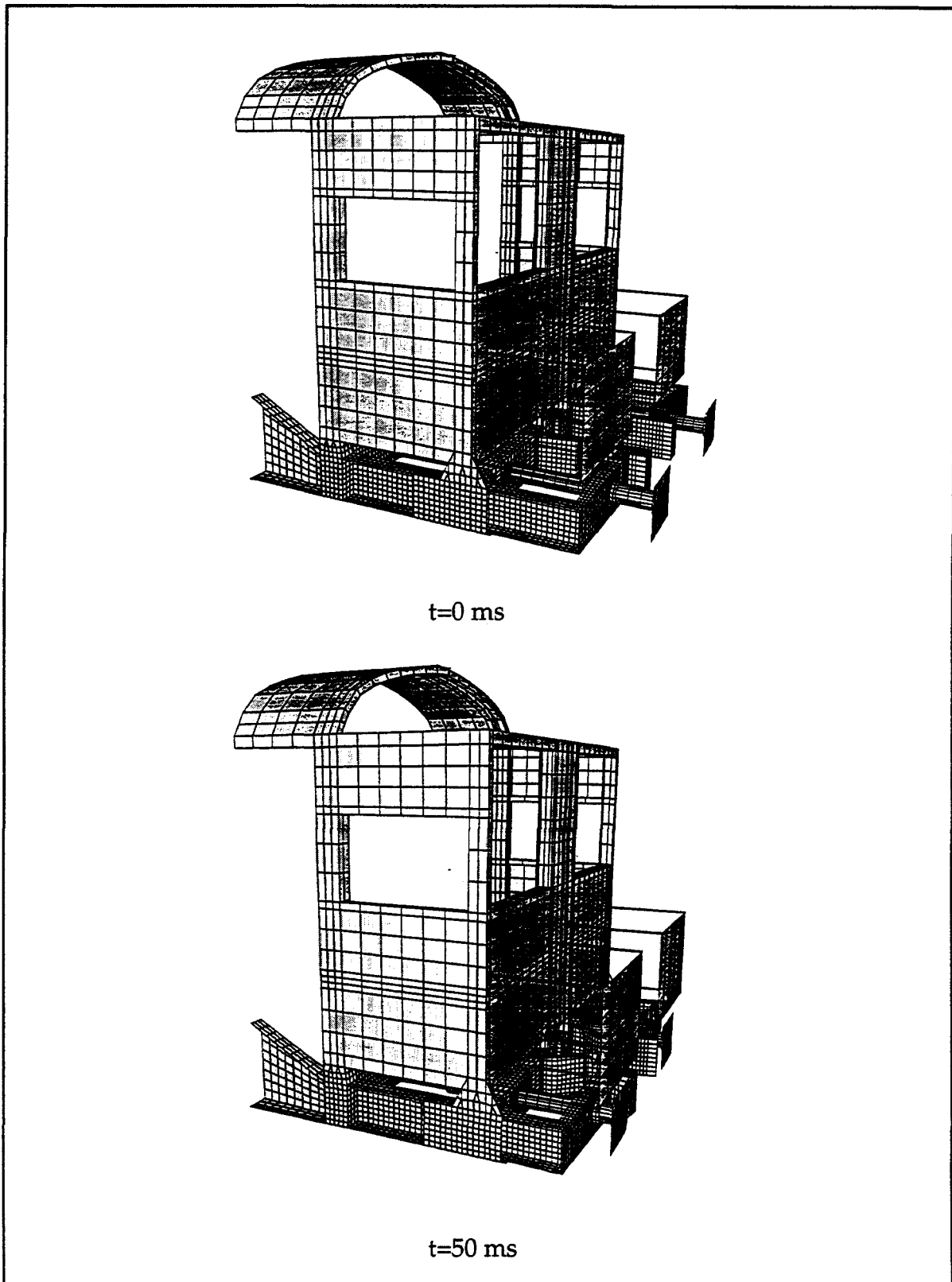
##### **5.2.3.1.1 Modélisation de la cabine de conduite**

Du point de vue expérimental, une structure vient percuter à 16 m/s, une structure identique arrêtée, freins non serrés. Comme le choc est symétrique, nous simulons la collision d'une seule structure à la vitesse de 8 m/s, contre un mur infiniment rigide.

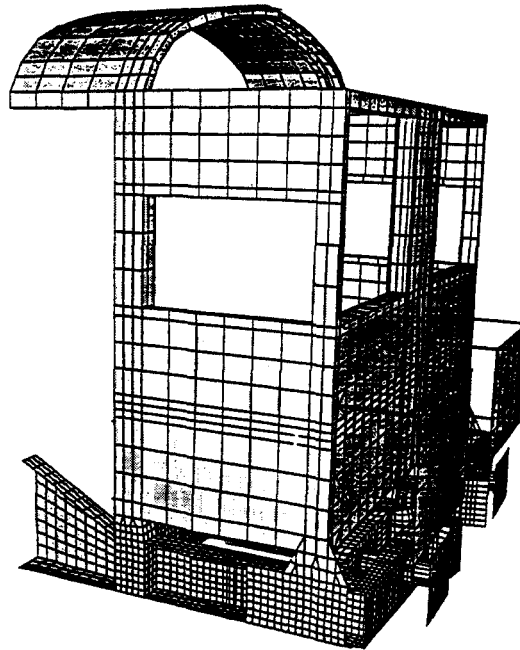
Hormis quelques rares pièces massives, les éléments structurels courants du poste de conduite sont essentiellement modélisés par des éléments coque minces. Le modèle de la demi structure est constitué de 5813 éléments de type coque mince et de 48 éléments volumiques. Les dispositifs d'absorption d'énergie spécifiques comme les nids d'abeilles sont représentés par des barres non-linéaires dont les courbes de comportement en compression (effort-écrasement), sont issues d'essais préalablement effectués par l'**E.R.R.I.**

La cabine possédant un plan de symétrie, seule une demi structure est modélisée. La simulation numérique a été effectuée, avec le code de calcul PAMCRASH™, sur une durée de 200 ms correspondant à l'absorption totale de l'énergie cinétique. Les résultats du modèle éléments finis de la cabine sont présentés à la Fig. 5.4, sous forme de déformées repérées dans le temps.

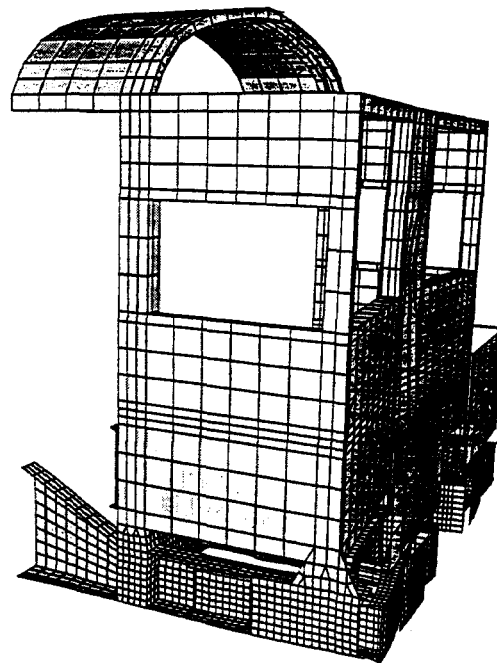
*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*



t=100 ms



t=150 ms

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

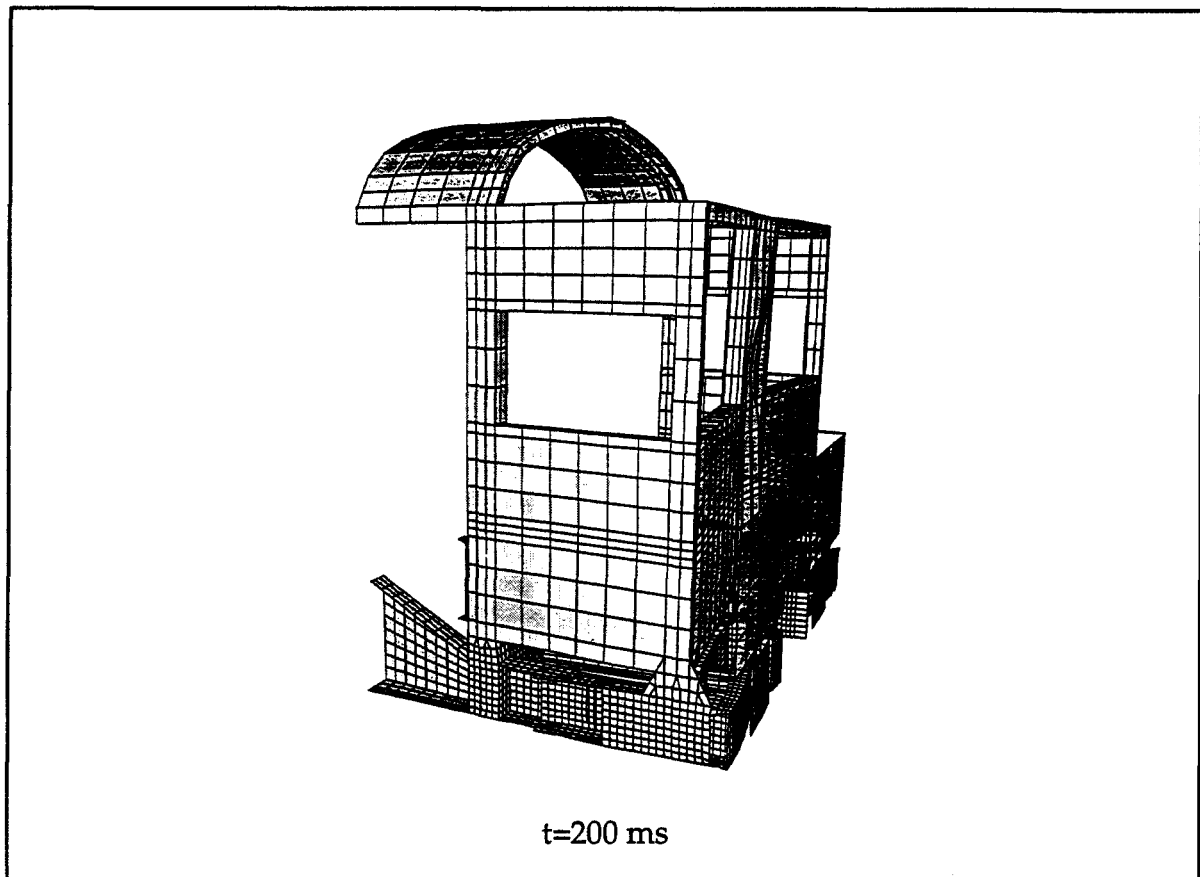


FIG. 5.4. Déformées du modèle éléments finis du poste de conduite.

#### 5.2.3.1.2 Modélisation du châssis de la cabine

Après que le modèle éléments finis de la cabine de conduite complète ait été validé par rapport aux résultats expérimentaux, nous avons constitué un second modèle. Ce dernier, directement issu du précédent, ne prend en considération que le châssis (Fig. 5.5) où sont localisés les mécanismes de déformation les plus importants. Le modèle d'un demi châssis est constitué de 4788 éléments de type coque mince, 48 éléments volumiques et 5 barres non-linéaires représentatives du tube plastique renforcé et des deux nids d'abeille en acier et aluminium.

Les résultats du modèle éléments finis du châssis sont présentés à la Fig. 5.6, sous forme de déformées repérées dans le temps.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

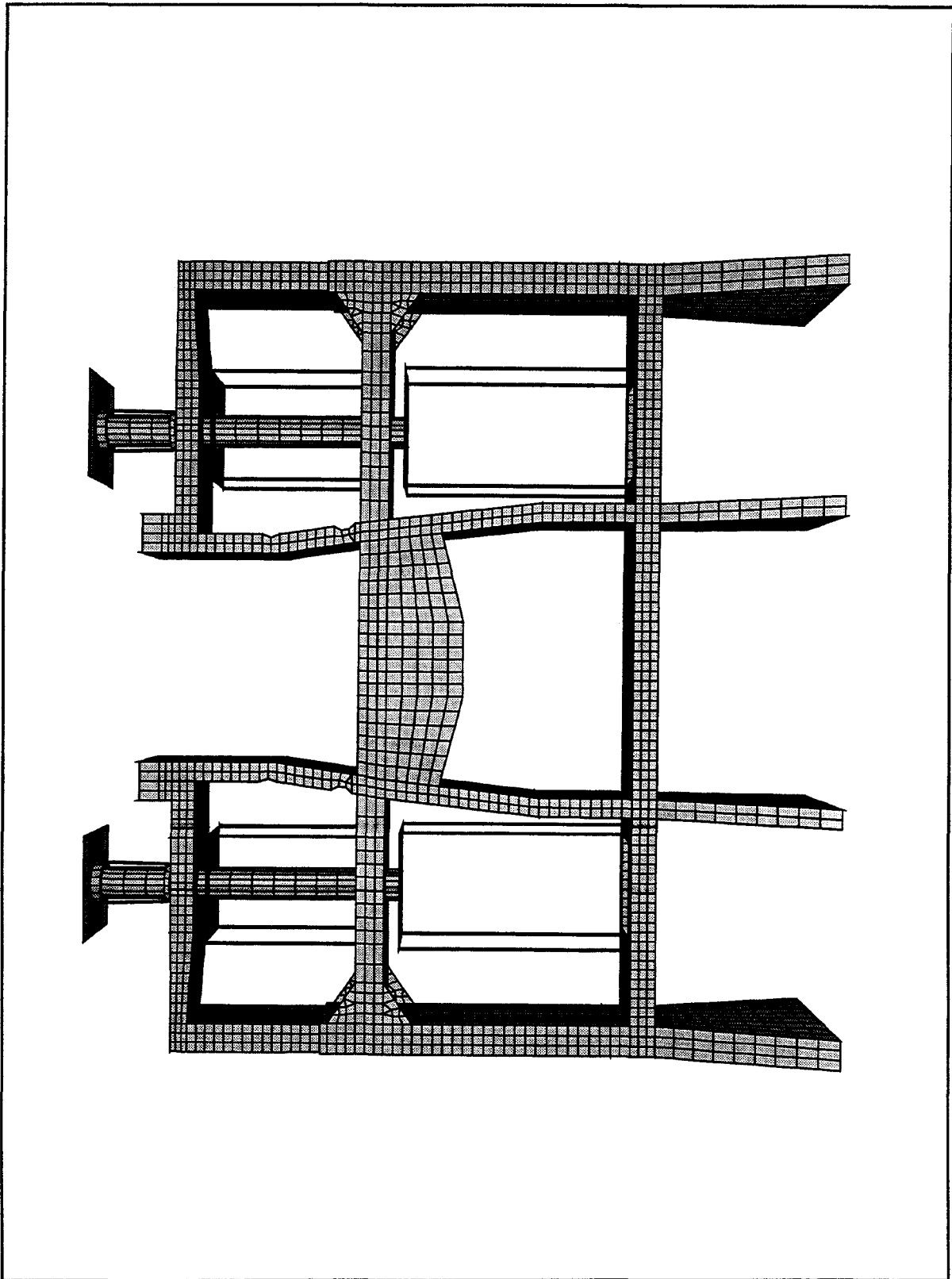


FIG. 5.5. Modèle éléments finis du châssis de la cabine de conduite.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

---

La chronologie des mécanismes de déformation fait apparaître les étapes suivantes :

**0 < temps < 30 ms** - écrasement du tampon jusqu'à la mise en contact de la semelle de ce dernier avec l'extrémité du tube plastique, suivi immédiatement du cisaillement des rivets, d'où le glissement du longeron frontal dans le longeron droit et le début d'écrasement du nid d'abeille en aluminium;

**30 < temps < 80 ms** - poursuite de l'écrasement du nid d'abeille en aluminium par la traverse frontale, accompagné par le pliage du longeron frontal en diagonale;

**80 < temps < 110 ms** - mise en contact de la traverse de tête avec le nid d'abeille en acier accompagnée par le pliage du longeron en diagonale et rigidification des éléments structuraux de la partie frontale du châssis;

**110 < temps < 200 ms** - écrasement du nid d'abeille en acier accompagné du pliage des longerons droit et en diagonale.

Ces différentes étapes apparaissent clairement sur la courbe des efforts-écrasements (Fig. 5.7). Les trois augmentations successives de l'effort sont caractéristiques du comportement décrit précédemment.

### 5.2.3.2 Modélisation par Corps Rigides et Super Eléments de Pliage

#### 5.2.3.2.1 Présentation du modèle

Le modèle bidimensionnel du châssis est constitué de 21 corps rigides, 21 ressorts non-linéaires de rotation et de 6 barres non-linéaires (Fig. 5.7). Les caractéristiques des barres non-linéaires (Fig. 5.8a-d) simulant le comportement, du tube plastique, des absorbeurs d'énergie en nid d'abeille en acier et en aluminium, et du joint de cisaillement ont été déterminés par le biais d'essais statiques réalisés en laboratoire par le Comité B165 de l'E.R.R.I.

Les courbes de comportement des ressorts de rotation (Fig. 5.9a-g) ont été déterminées par l'intermédiaire des modèles cinématiques en flexion [ANC 94b].

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

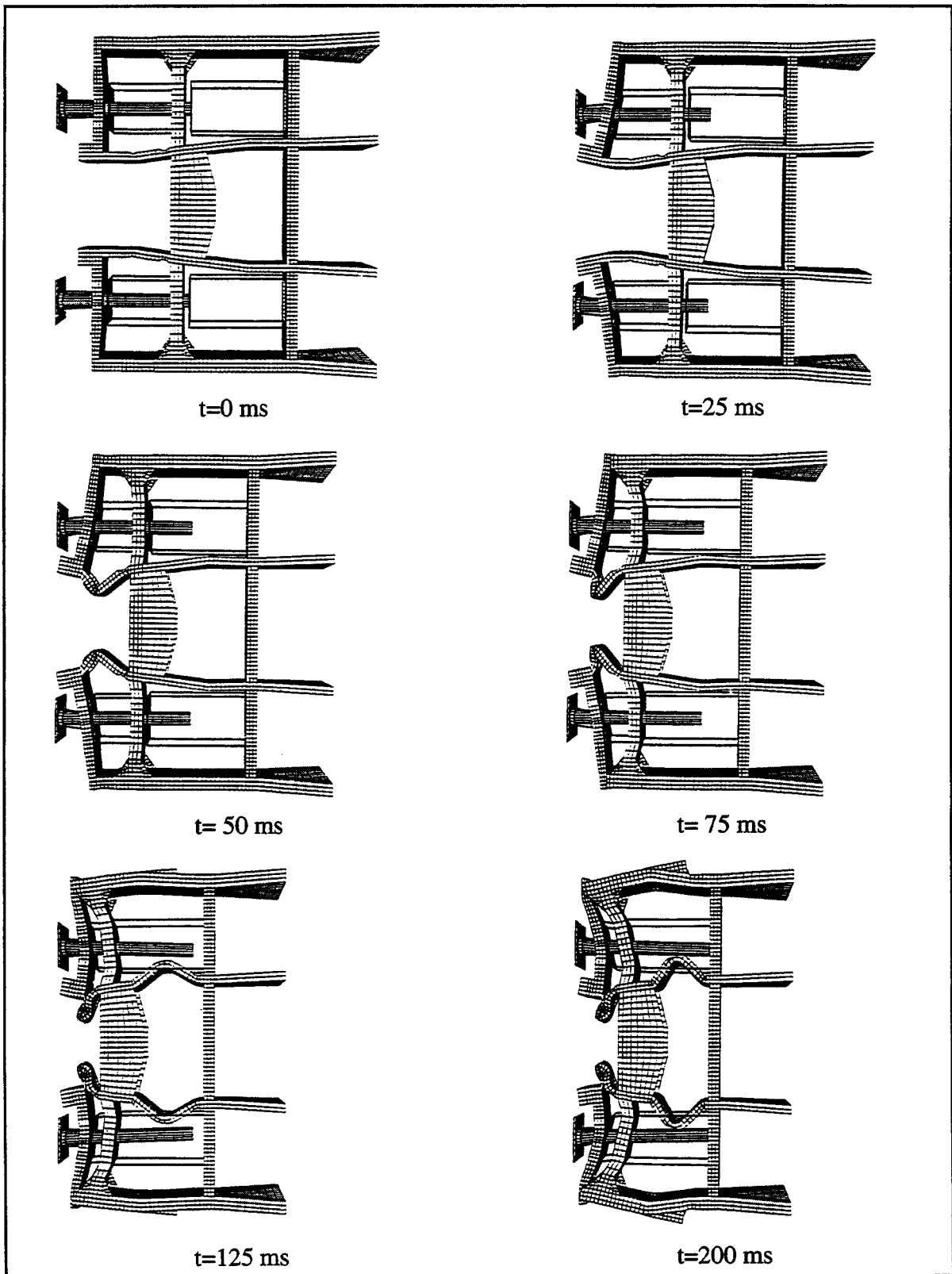


FIG. 5.6. Chronologie de la déformation du châssis.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*



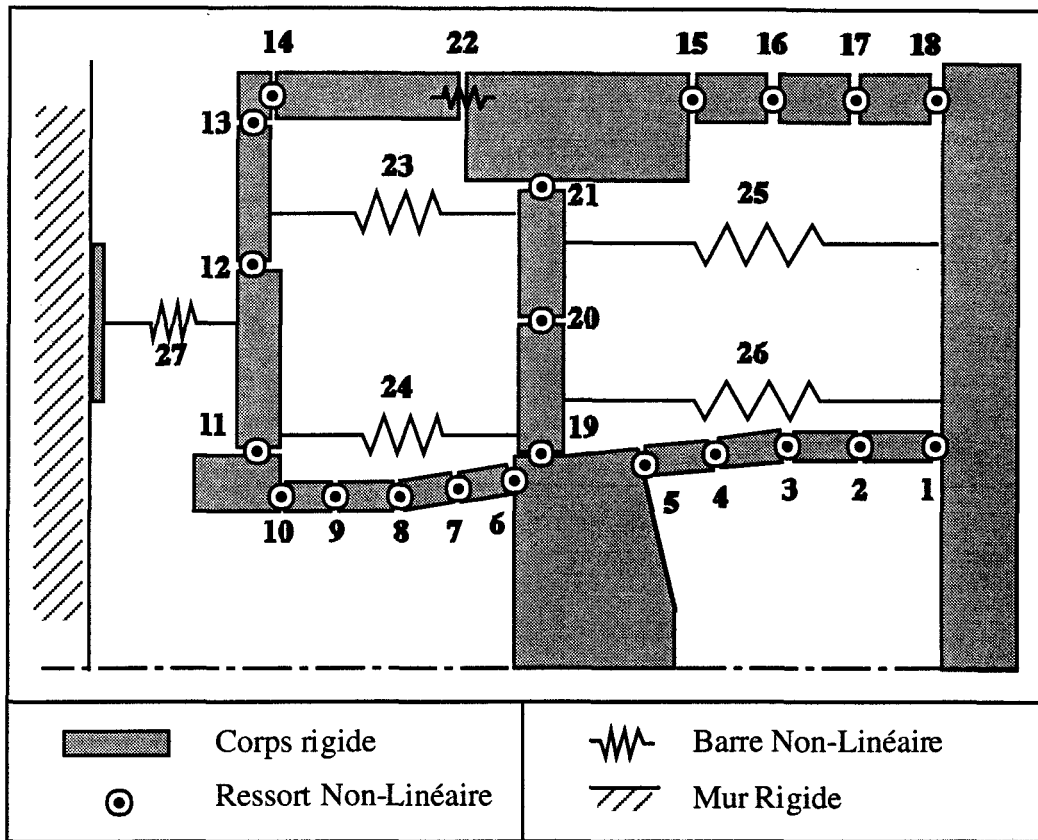


FIG. 5.7. Modèle bidimensionnel du châssis.

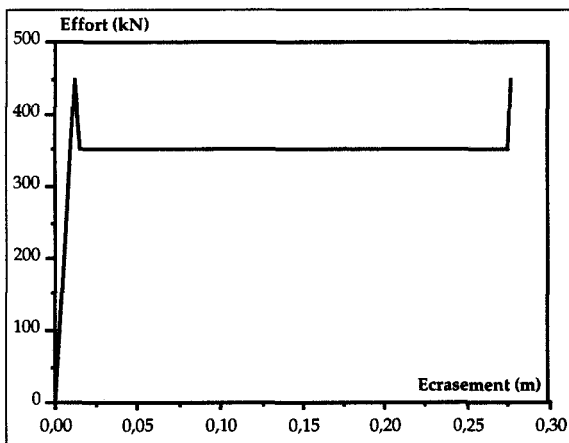


FIG. 5.8a. Tube plastique (élément n° 27).

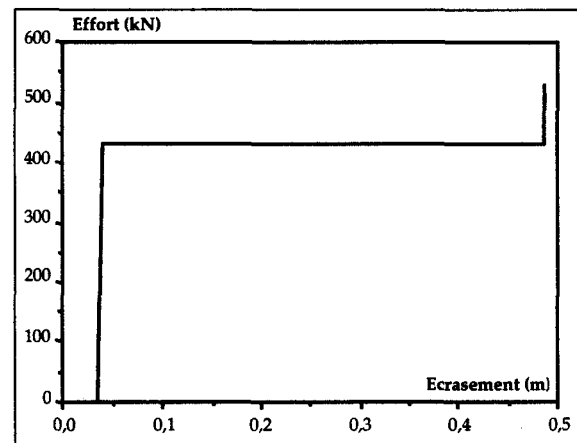


FIG. 5.8b. Nid d'abeille aluminium (éléments n° 23 et 24).

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

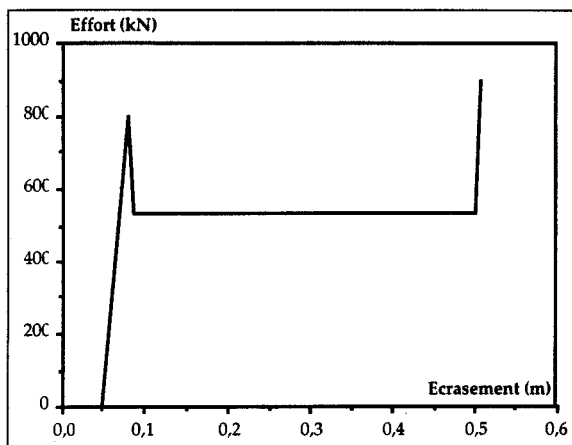


FIG. 5.8c. Nid d'abeille en acier (éléments n° 25 et 26).

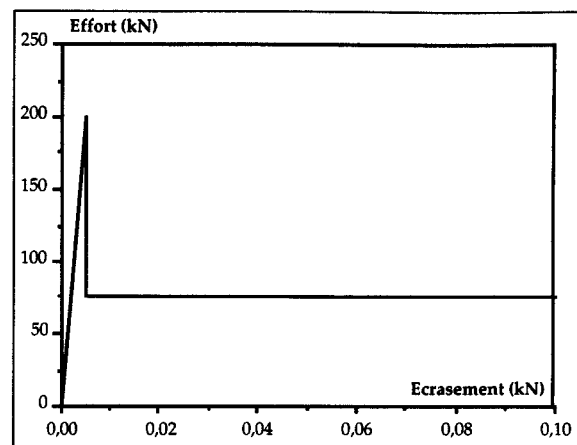


FIG. 5.8d. Rivets (élément n° 22).

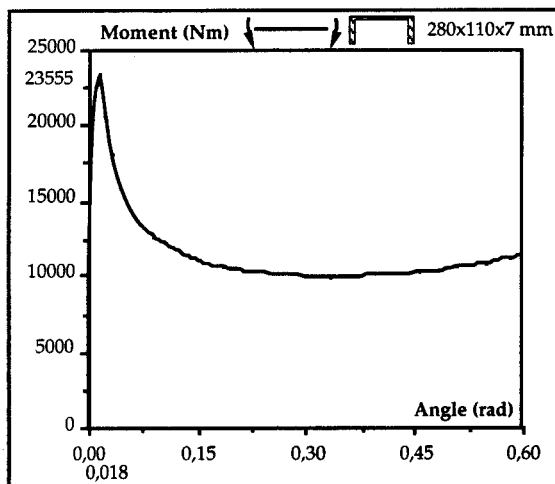


FIG. 5.9a. Longeron droit frontal (élément n° 14).

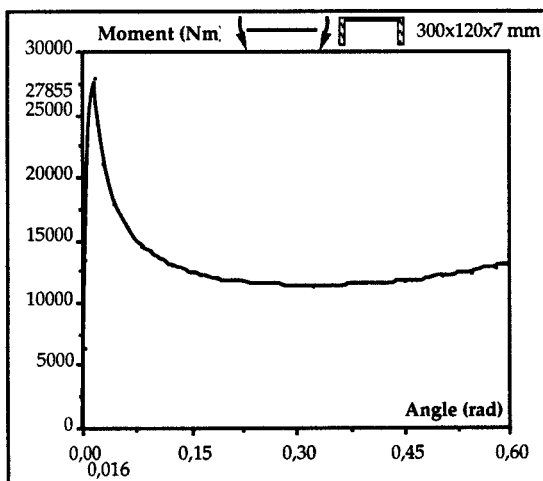
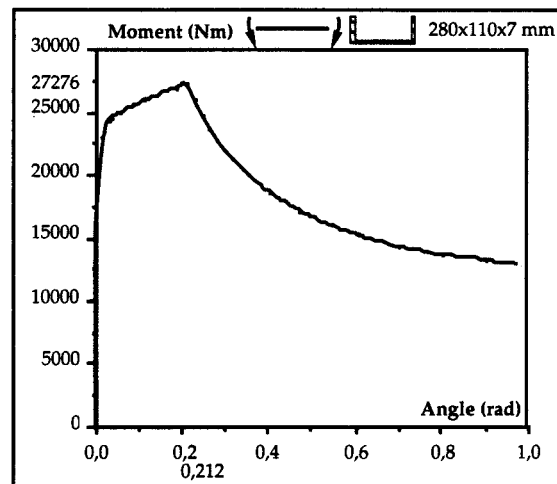
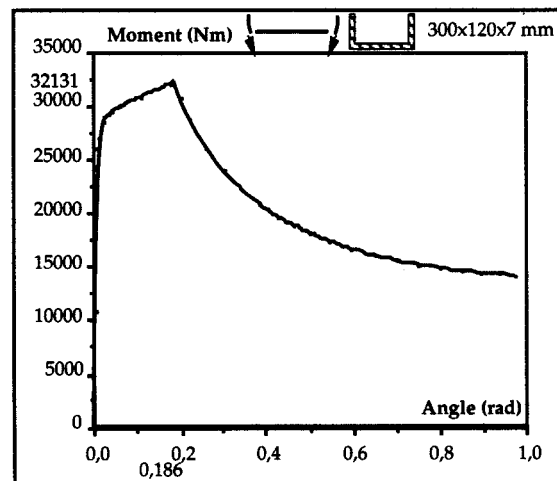


FIG. 5.9b. Longeron droit (éléments n° 15 à 18).



*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

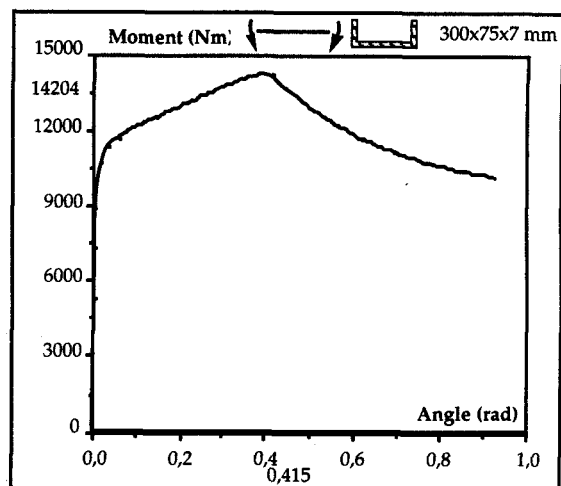
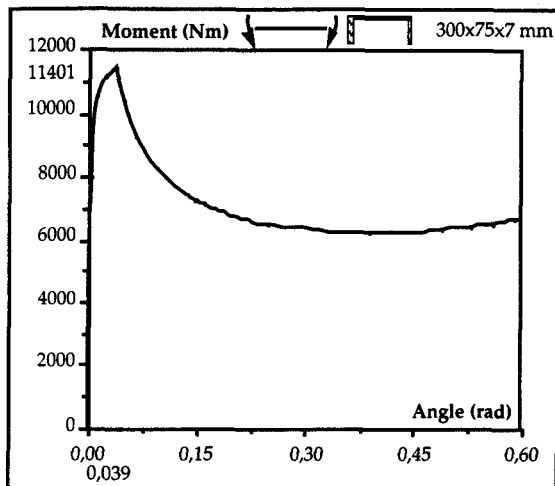


FIG. 5.9c. Longeron diagonal (éléments n° 1 à 5, 7, 9 et 10).

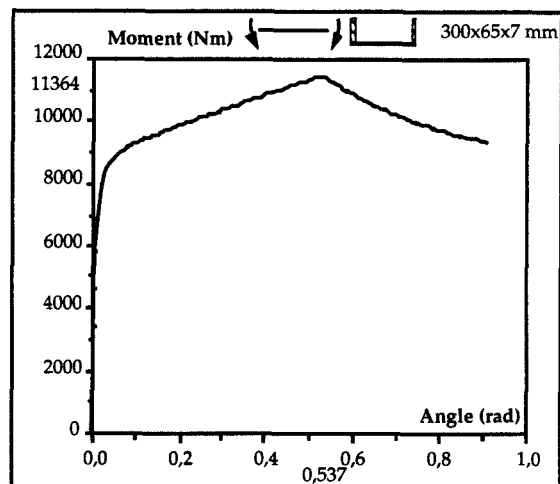
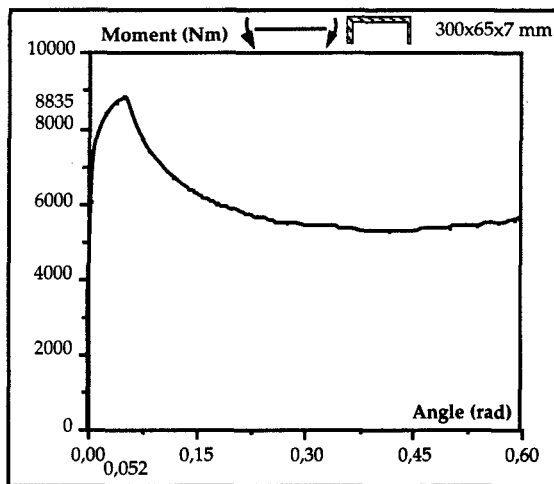


FIG. 5.9d. Longeron diagonal usiné (éléments n° 6 et 8).

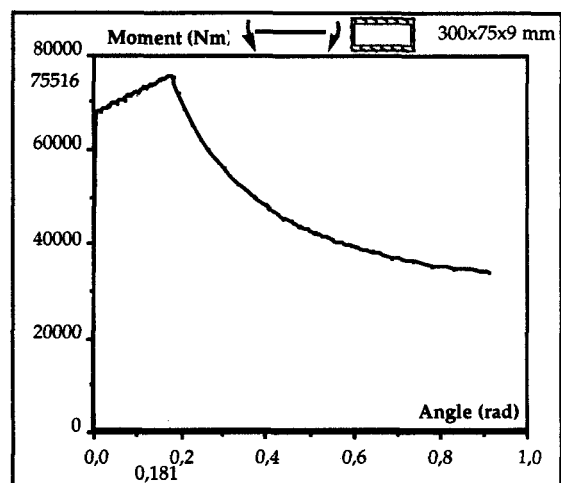
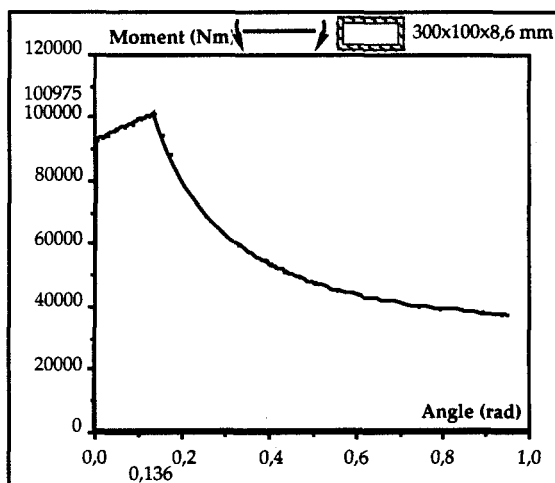


FIG. 5.9e. Traverse frontale (éléments n° 11 et 12).

FIG. 5.9f. Traverse frontale réduite (élément n° 13).

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

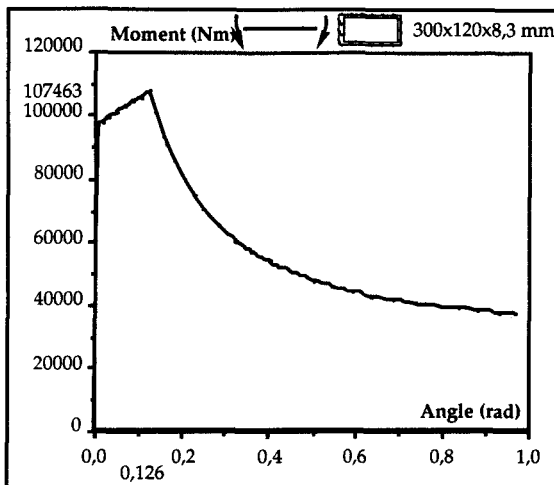


FIG. 5.9g. Traverse de tête (éléments n° 19 à 21).

### 5.2.3.2.2 Résultats

La confrontation avec les résultats issus de la simulation par éléments finis s'effectue de manière qualitative et quantitative. Dans un premier temps, nous comparons les mécanismes de déformation rencontrés pour chaque approche en établissant la correspondance dans le temps (Fig. 5.10). Dans un deuxième temps, nous confrontons, les efforts appliqués sur le mur d'impact en fonction du déplacement de l'extrémité arrière (Fig. 5.11), ainsi que l'évolution de la vitesse de déplacement de l'extrémité arrière en fonction du temps (Fig. 5.12).

Du point de vue qualitatif, l'analogie entre les principaux mécanismes de déformation est parfaite. Nous retrouvons la chronologie suivante :

**0 < temps < 30 ms** - dès que la semelle du tampon entre en contact avec l'extrémité du tube plastique, nous assistons à la rupture du joint de cisaillement. Le longeron frontal glisse alors dans le longeron principal. En parallèle, la traverse frontale écrase la structure en nid d'abeille d'aluminium.

**30 < temps < 80 ms** - le contact sur le mur de la pièce située dans le prolongement du longeron diagonal entraîne le pliage de celui-ci principalement dans sa partie frontale. La flexion de la partie située sous le plancher est limitée par la mise en contact de la traverse de tête et du nid d'abeille en acier. L'écrasement du nid d'abeille en aluminium se poursuit.

**80 < temps < 110 ms** - nous constatons la rigidification de la partie frontale et le début de l'écrasement du nid d'abeille en acier.

**temps > 110 ms** - l'écrasement du nid d'abeille en acier se poursuit, les traverses de tête et frontale se déforment légèrement, l'extrémité du longeron droit vient en contact avec le mur, le longeron droit commence à plier.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Du point de vue quantitatif, nous observons une bonne corrélation au niveau de l'évolution de la vitesse avec un écart final de  $0,35 \text{ ms}^{-1}$ . En ce qui concerne la courbe effort-déplacement, les résultats sont similaires sur la période de déplacement 0 à 0,55 m, qui correspond à l'écrasement du tampon suivi de celui du châssis frontal. Entre 0,55 et 0,73 m, nous observons une instabilité et un écart très important sur les efforts. Cette période correspond à la phase finale de pliage du longeron frontal en diagonale (blocage du mécanisme), ainsi qu'à la mise en contact des traverses de tête et frontale au niveau du longeron droit. Le pic d'effort à 0,73 m correspond à la charge maximale admissible avant que n'apparaissent des mécanismes de déformation sur le châssis sous plancher. Sur le modèle multicorps, ces mécanismes sont initiés simultanément au niveau de la traverse de tête, du longeron droit arrière et du longeron en diagonale arrière. Cette surestimation de l'effort s'explique pour trois raisons simultanées :

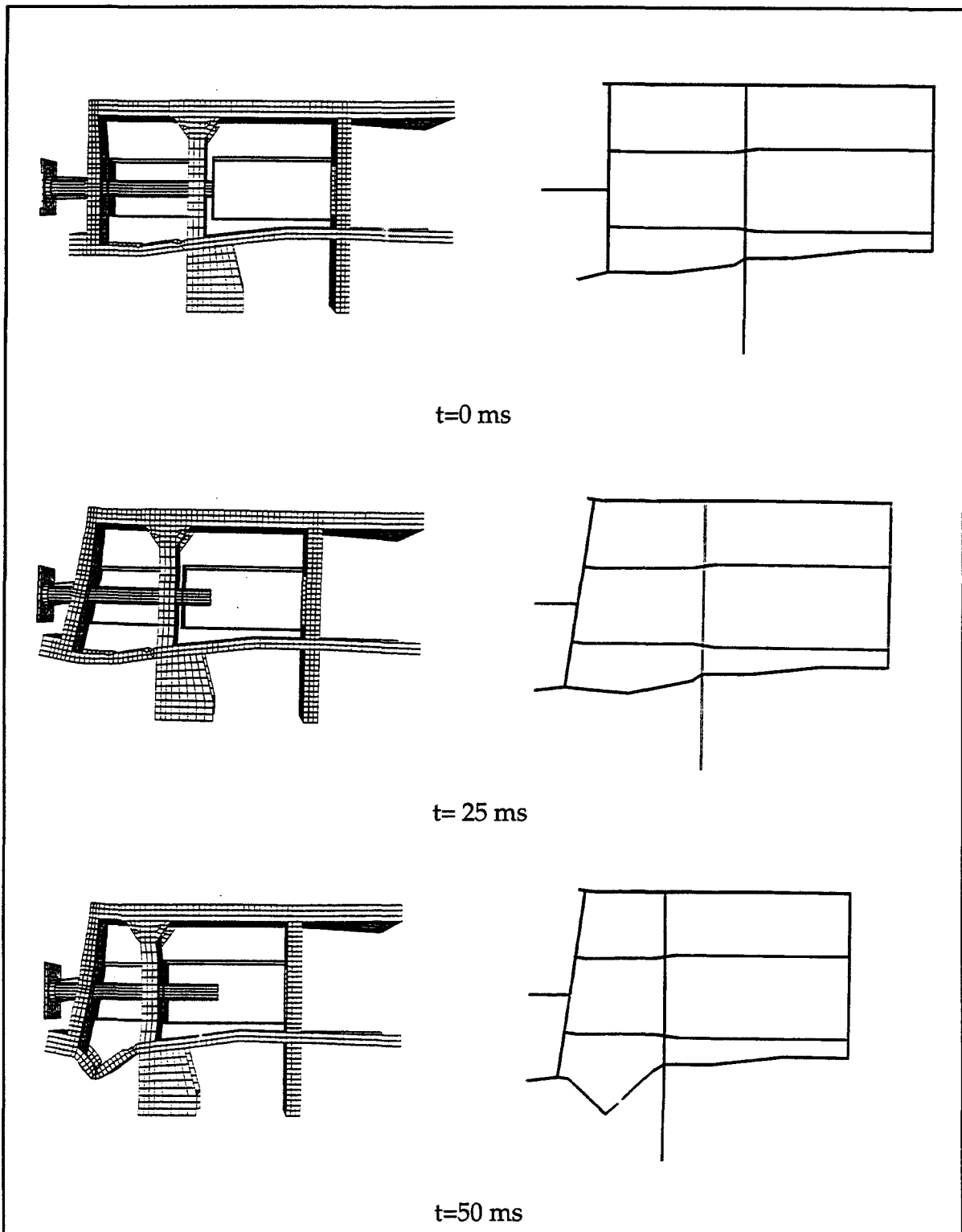
- L'écrasement du longeron frontal en diagonale s'effectue jusqu'à un stade limite qui est modélisé par une pente de pénalité dans la caractéristique  $M(\theta)$  des ressorts de rotation. Sur le modèle coques, le contact entre les deux parties fléchies du longeron donne naissance à une, voire deux rotules adjacentes qui limitent l'accroissement de l'effort et qui ne sont pas initiées dans le modèle multicorps. Des travaux, en phase terminale, ont été menés par Tassin [TAS 94] sur le développement d'une méthodologie de localisation des rotules plastiques dans les modèles multicorps. La même étude a été récemment effectuée sur CRASH2D, couplé à ce nouveau procédé, et le problème d'instabilité a pratiquement disparu.
- en observant les déformées du modèle coques, nous constatons que la traverse de tête subit une déformation continue au niveau de la zone d'appui du nid d'abeille en aluminium. Sur le modèle multicorps, même en multipliant les rotules sur la traverse de tête, au détriment du temps de calcul, ce mécanisme n'est pas apparu. Or, il contribue grandement à amorcer la flexion des longerons arrières bien avant 0,73 m.
- enfin, l'utilisation de corps rigides retire toute flexibilité à la structure, dont une des conséquences est de faciliter l'amorce des rotules plastiques. La seule flexibilité prise en compte se situe au niveau de la caractéristique moment-angle de pliage des ressorts de rotation. Tout comme pour les modèles en compression, les modèles en flexion font appel à une phase de pré-effondrement. Cependant, dans les modèles initiaux utilisés pour cette étude, la recherche du moment ultime d'effondrement est fondée sur l'hypothèse injustifiée que toute la section plastifie uniformément. Cela a pour conséquence, d'une part, de surestimer le moment ultime et, d'autre part, d'accroître la rigidité flexionnelle. Des travaux sont actuellement menés au L.G.M. par Payen [PAY 94], en vue de prendre en compte plus rigoureusement les phénomènes de flambement et de post-flambement avec utilisation d'un critère de plastification de Von-Mises, et de généraliser les modèles flexion aux sections prismatiques arbitraires.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

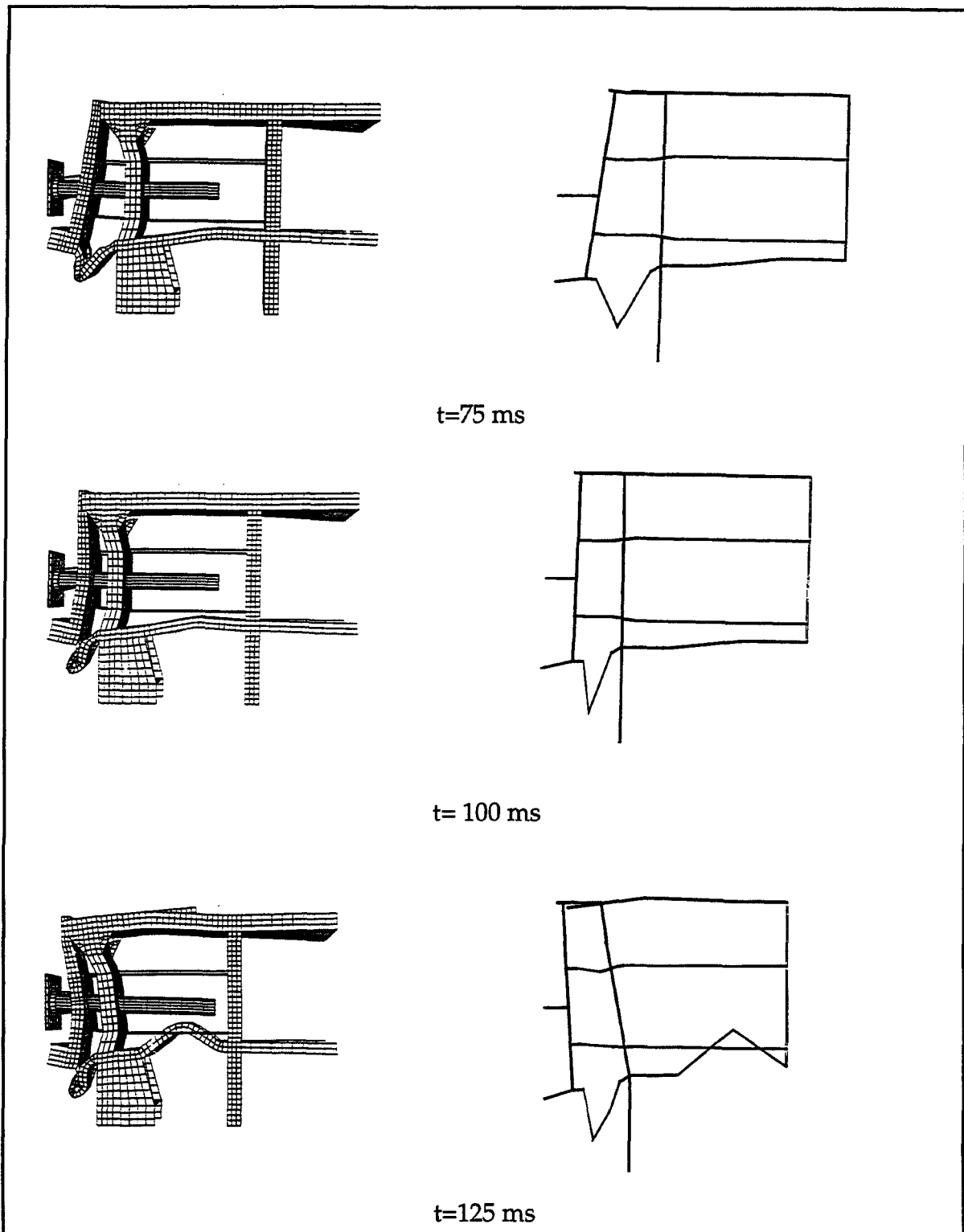
---

Au delà du déplacement 0,73 m, nous constatons que le système s'amortit et que les efforts tendent à corrélérer de nouveau. En terme de dissipation énergétique sur toute la période du choc, obtenue par intégration des courbes effort-déplacement (Fig. 5.11), le châssis éléments finis a consommé 622 kJ et le châssis multicorps rigides 576 kJ, soit une erreur de 7,4%, très acceptable pour une phase de pré-dimensionnement.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*



*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*



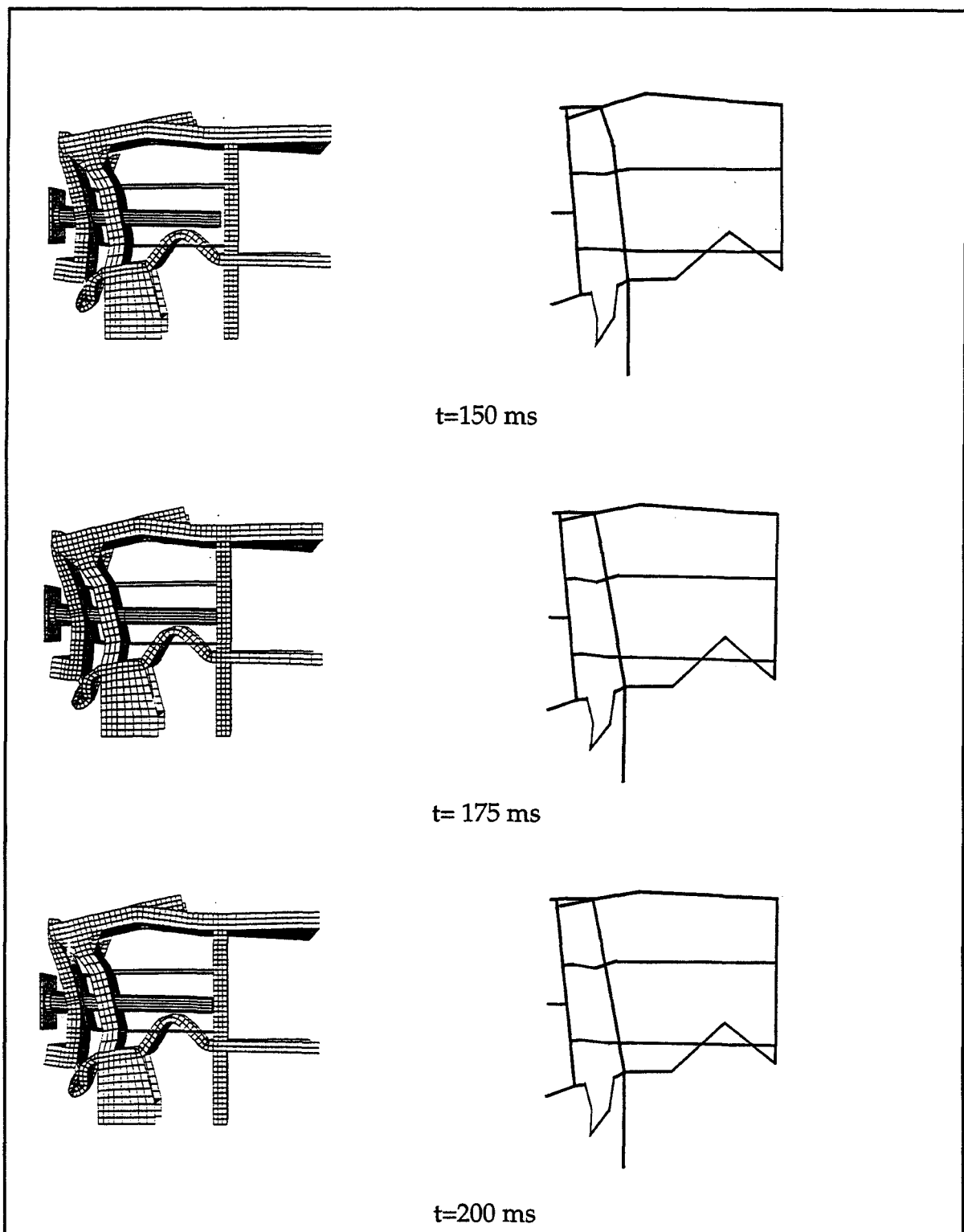


FIG. 5.10. Chronologie des mécanismes de déformation  
 Colonne de gauche : modèle éléments finis coques - Colonne de droite : modèle multicorps rigides.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

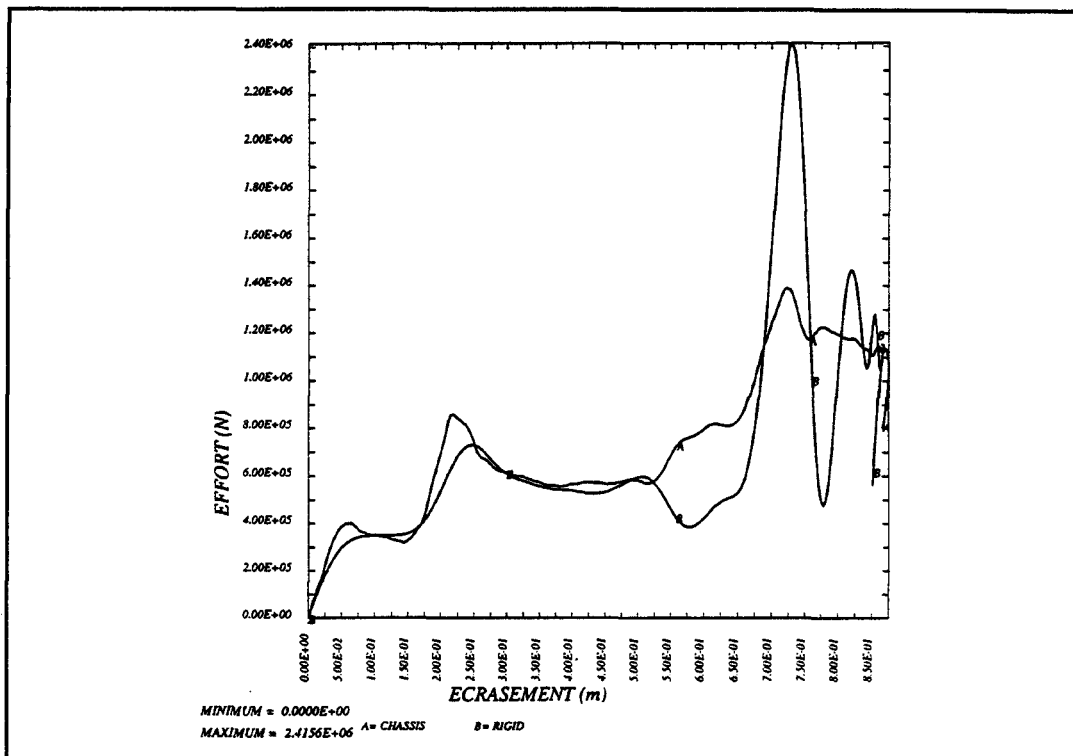


FIG. 5.11. Confrontation de la caractéristique effort-déplacement du modèle multicorps par rapport au modèle EF.

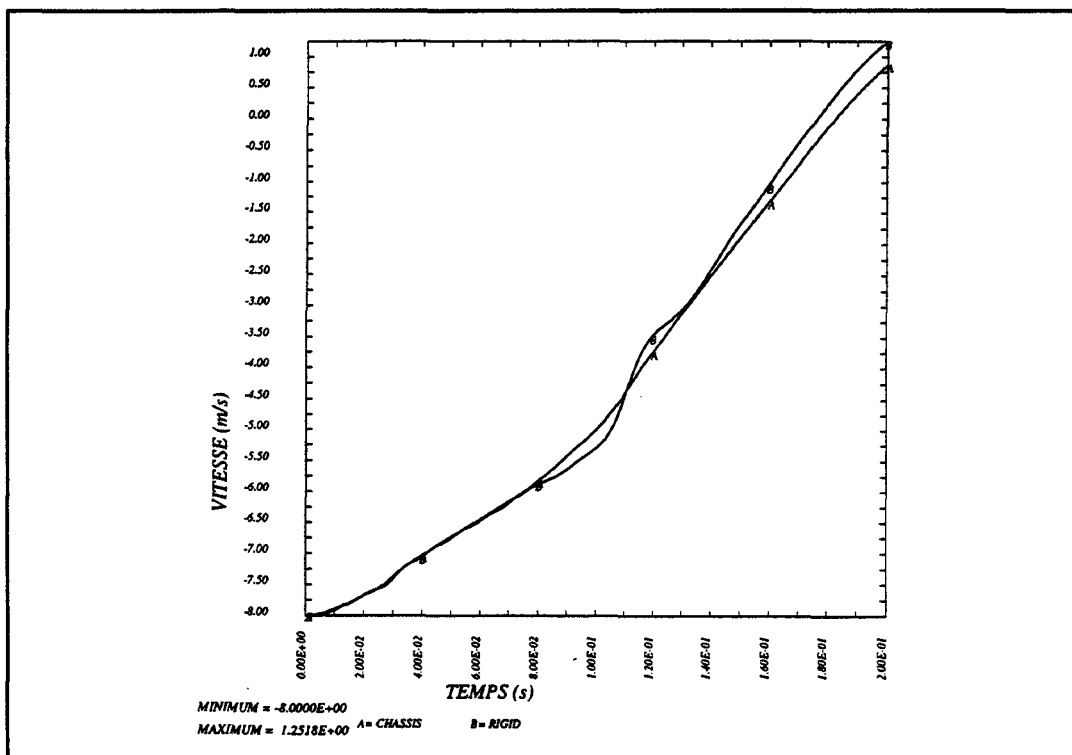


FIG. 5.12. Confrontation de la caractéristique vitesse-temps du modèle multicorps par rapport au modèle EF.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

### 5.2.3.3 Modélisation hybride Eléments Finis et Super Eléments de Pliage

#### 5.2.3.3.1 Présentation du modèle

Pour la constitution du modèle hybride EF/SEP, nous avons décidé de nous placer à une étape de la phase de préconception où seul le design des longerons n'est pas définitif. En partant du modèle coques du châssis, nous avons donc remplacé les sous-structures de pliage à section "U" par des ressorts non-linéaires de rotation interconnectés au moyen de corps rigides. Le modèle hybride ainsi constitué (Fig. 5.13) se compose de 48 éléments volumiques, 2222 éléments de coques minces, 6 barres non-linéaires, 15 ressorts non-linéaires de rotation et 21 corps rigides. Pour alimenter les barres et ressorts, nous utilisons les mêmes caractéristiques que précédemment, représentées aux Figs. 5.8a-d et 5.9a-g.

#### 5.2.3.3.2 résultats

Les résultats issus de la simulation de l'impact du châssis par l'intermédiaire du modèle hybride EF/SEP sont confrontés aux résultats du modèle coques. De manière qualitative nous comparons les mécanismes de déformation (Fig. 5.14) et de manière quantitative nous comparons les caractéristiques effort-déplacement (Fig. 5.15) et vitesse-temps (Fig. 5.16).

Nous constatons que le modèle hybride EF/SEP fournit des résultats très satisfaisants. Du point de vue qualitatif, l'observation des planches de déformées successives fait apparaître une cinématique de déformation rigoureusement identique.

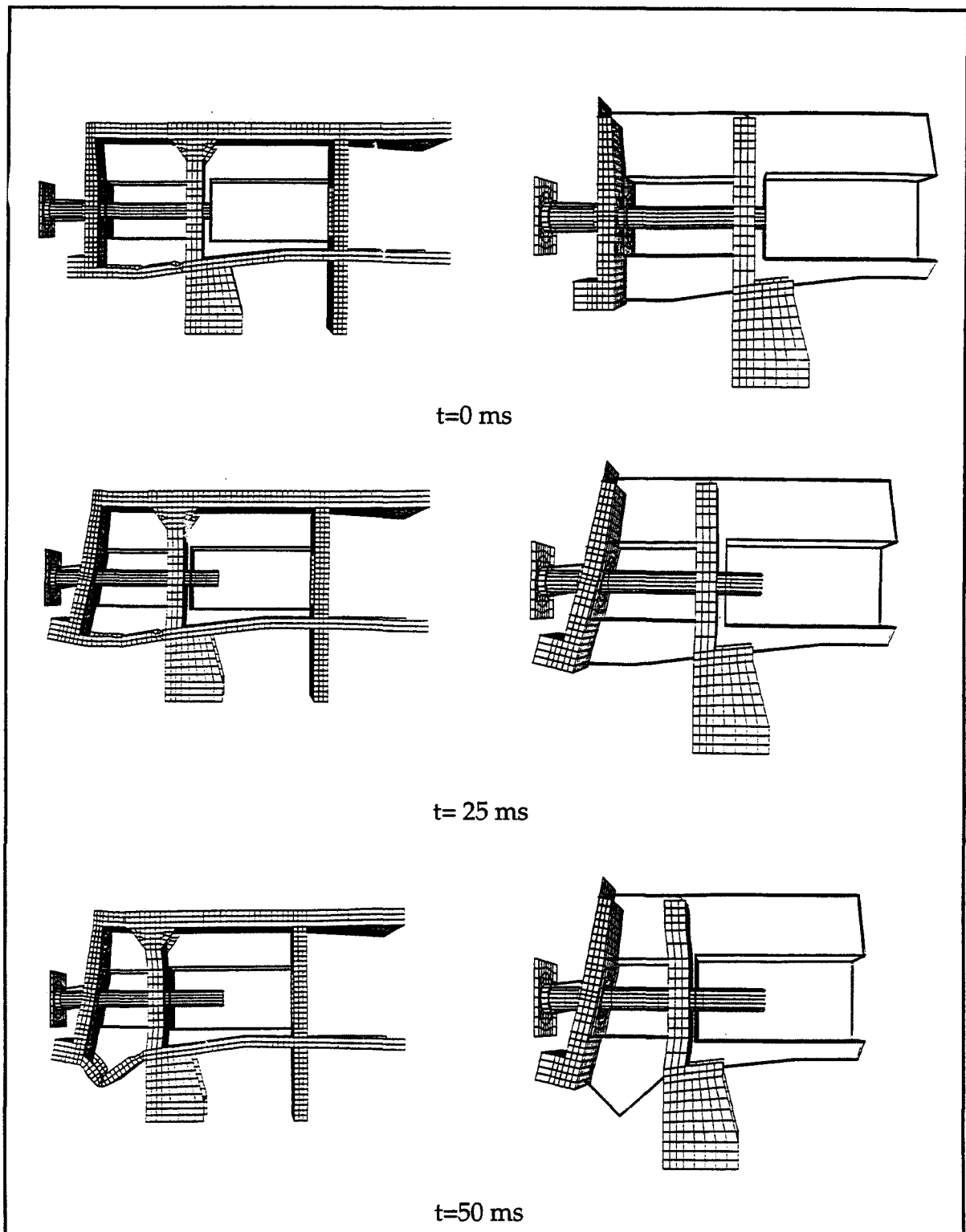
Du point de vue quantitatif, l'évolution de la vitesse corrèle parfaitement, avec un écart final pratiquement nul. En ce qui concerne la courbe effort-déplacement, les résultats sont analogues. Toutefois, nous notons, au déplacement 0,73 m, un phénomène d'instabilité identique à celui rencontré avec le modèle multicorps, mais cette fois-ci avec une amplitude beaucoup plus faible. Dans le cas du modèle hybride, la traverse de tête est modélisée au moyen d'éléments coques. Nous constatons que celle-ci subit une déformation continue identique à celle du modèle coques. Sur les trois raisons évoquées au paragraphe 5.2.3.2.2, il en subsiste donc deux qui peuvent expliquer cette instabilité. A savoir, le problème de verrouillage de la rotule du longeron frontal en diagonale qui est géré par une pénalité, et le problème du manque de flexibilité de la structure dû à l'utilisation de corps rigides et à une mauvaise approximation de la phase de pré-effondrement dans la caractéristique analytique des ressorts de rotation. Au delà du déplacement 0,8 m, la structure est amortie et les efforts sont de nouveau analogues. En

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

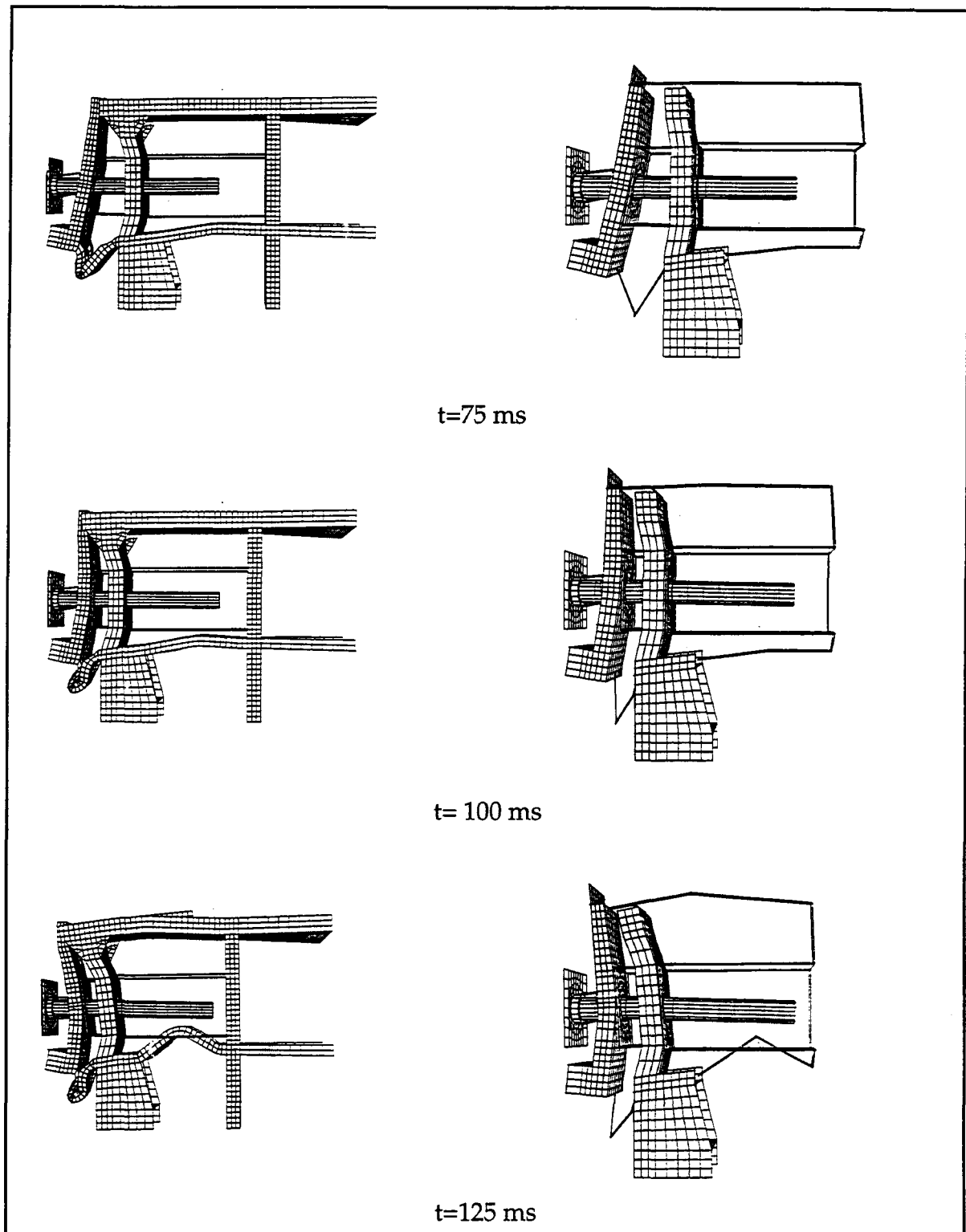
---

terme de dissipation énergétique sur toute la période du choc, obtenue par intégration des courbes effort-déplacement (Fig. 5.15), le châssis éléments finis a consommé 622 kJ et le châssis hybride EF/SEP 608 kJ, soit une erreur très faible de 2,25% qui autorise, sans crainte, le passage à la phase de validation finale par modélisation éléments finis seuls.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*



*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

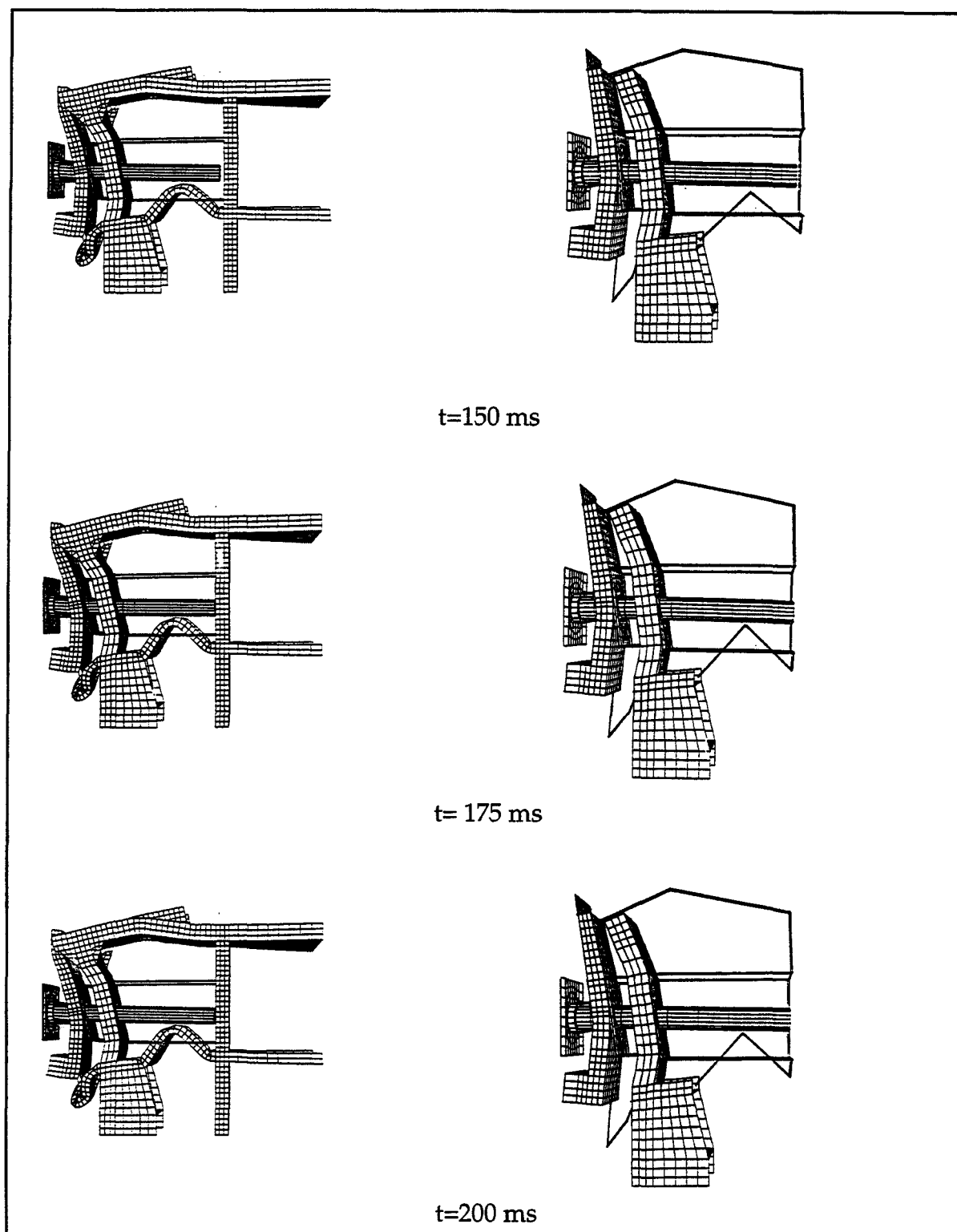


FIG. 5.14. Chronologie des mécanismes de déformation  
 Colonne de gauche : modèle éléments finis coques - Colonne de droite : modèle hybride EF/SEP.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

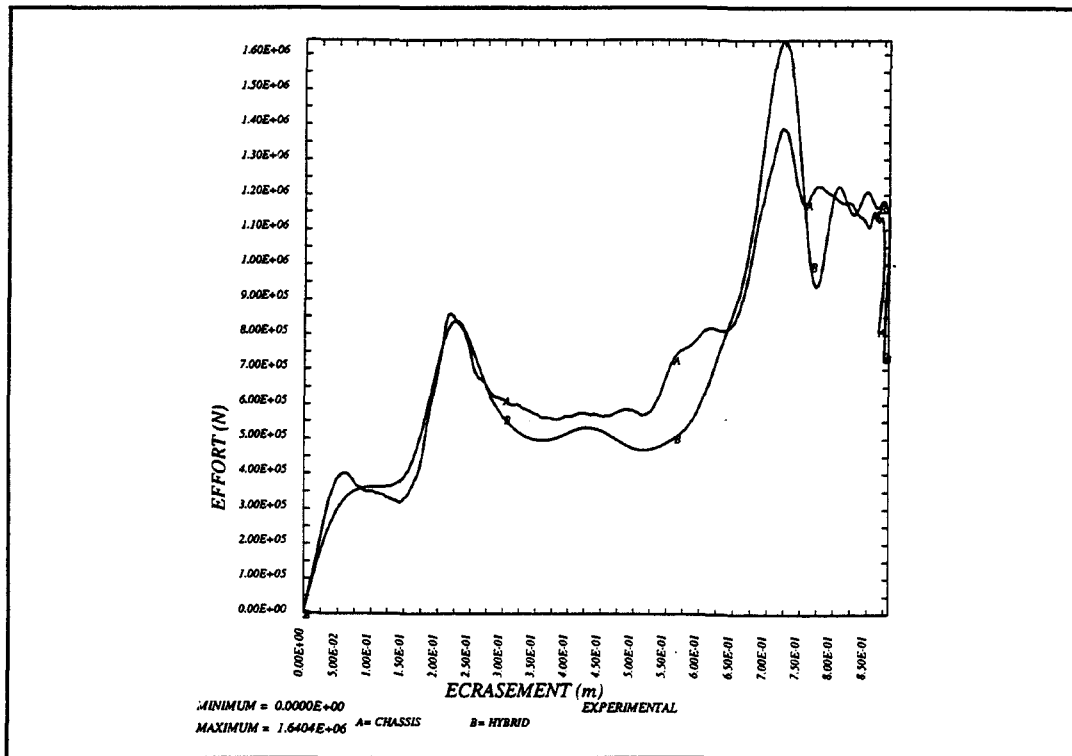


FIG. 5.15. Confrontation de la caractéristique effort-déplacement du modèle hybride par rapport au modèle EF.

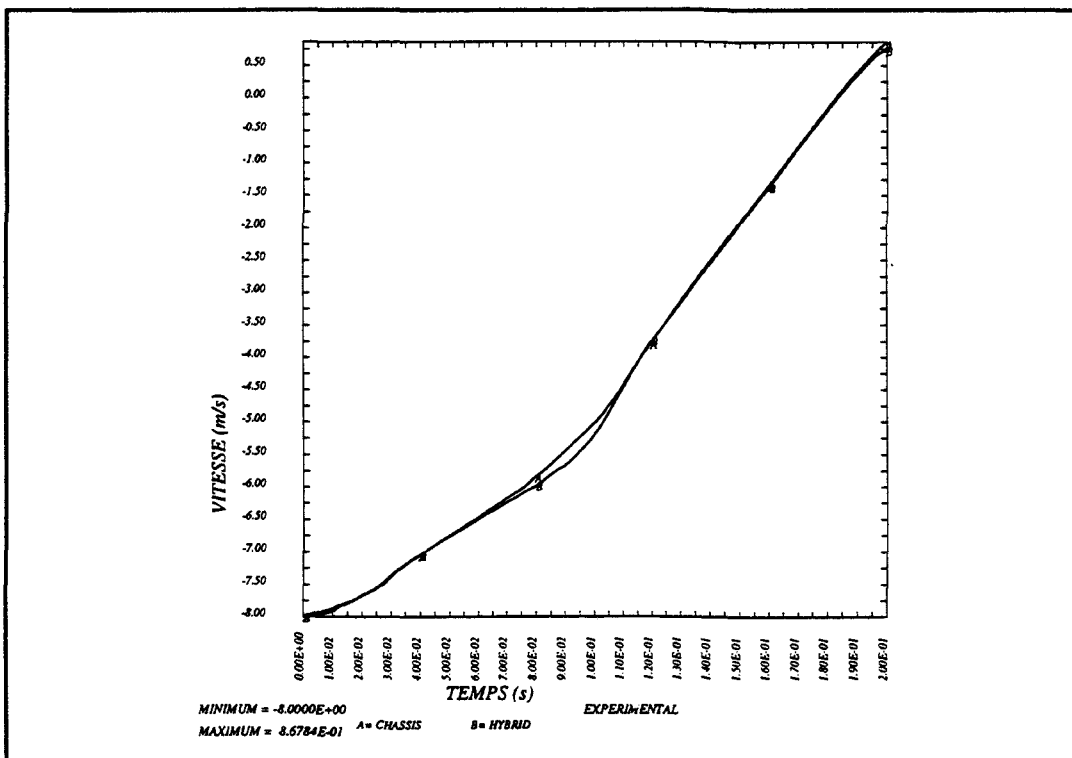


FIG. 5.16. Confrontation de la caractéristique vitesse-temps du modèle hybride par rapport au modèle EF.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*



### **5.2.4 Conclusion**

En dehors des problèmes d'instabilité rencontrés, dont les travaux actuellement menés au L.G.M. devraient réduire les effets, nous pouvons conclure que les modèles multicorps rigides et les modèles hybrides EF/SEP sont aptes à s'insérer dans un schéma de préconception. A titre indicatif, la simulation de l'impact du châssis sur une durée de 200 ms, requiert  $7,529.10^4$  secondes de calcul CPU sur une station de travail HP 9000/730 dans le cas du modèle coques, contre  $3,461.10^4$  secondes pour le modèle hybride EF/SEP et  $1,102.10^2$  secondes pour le modèle multicorps rigides. Pour le modèle hybride, le gain en temps de calcul obtenu ici peut être beaucoup plus élevé. En effet, dans le cadre de cette étude, le modèle hybride a été constitué sur la base du modèle coques de la cabine que nous avons, par nécessité, discrétisé très finement puisque nous devons dans un premier temps le valider par rapport à l'expérimentation. Cependant, si nous nous plaçons dans un contexte réel de préconception, la modélisation des traverses frontale et de tête doit être discrétisée moins finement, en vue d'alléger le modèle hybride tout en conservant une précision suffisante.

Les deux approches étudiées sont donc complémentaires et peuvent être utilisées à deux stades de la phase de préconception. Dans un premier temps, par des temps de modélisation et de calcul très courts qui lui confèrent une interactivité, l'approche multicorps permet de mettre en évidence les zones qui subissent d'importantes déformations et d'avoir une première estimation de la dissipation énergétique. Couplée aux modèles cinématiques, dont les temps de réponse sont quasi-instantanés, pour alimenter les barres et ressorts non-linéaires, cette approche permet au concepteur de faire évoluer son design selon un processus itératif et de retenir les premières solutions technologiques. Dans un deuxième temps, par des temps de modification très courts et des temps de calcul réduits, l'approche hybride EF/SEP, également couplée aux modèles cinématiques, permet au concepteur d'avoir une idée plus précise du comportement de la structure en termes de cinématique de déformation et de dissipation énergétique, et de choisir judicieusement les dernières solutions technologiques. A partir de là, nous rattrapons le schéma classique de conception, avec, pour la validation finale, la constitution d'un modèle éléments finis coques sur la base du modèle hybride affiné, suivie d'essais expérimentaux sur prototypes à échelle réduite ou à échelle 1, pour la qualification.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

### 5.3 Collision d'un longeron simplifié de type poutre en "S" contre un mur rigide

#### 5.3.1 Présentation de l'étude

La structure représentée Fig. 5.17 est un longeron simplifié de véhicule automobile de type poutre en "S" à parois minces. Une première étude a déjà été effectuée par Drazetic et le présent auteur [DRA 93] sur une structure similaire. Mais, la masse additionnelle correspondant au reste du véhicule étant localisée à l'extrémité du longeron, seuls des mécanismes de flexion étaient initiés. Or, les nombreuses études du comportement en collision des véhicules de transport ont mises en évidence au niveau de l'effondrement de certaines sous-structures à parois minces, tels que les longerons, une intervention presque toujours simultanée des chargements de compression et de flexion. C'est pourquoi ici, pour provoquer un départ en compression axiale suivi d'une flexion dans les coudées, nous nous sommes placé dans un contexte réel, en répartissant la masse additionnelle en deux endroits selon un rapport 2/3 et 1/3. 800 kg sont placés sur l'extrémité basse, représentative de la liaison longeron-caisse et 400 kg, correspondant à la masse du moteur complet et de son habitacle, sont placés sur l'extrémité haute représentative de la liaison longeron-traverse. Soit un véhicule de moyenne gamme d'une masse totale de 1200 kg, hors longerons. Comme matériau constituant, nous utilisons les caractéristiques d'un acier moyen issues de nos expérimentations précédentes (Fig. 5.17).

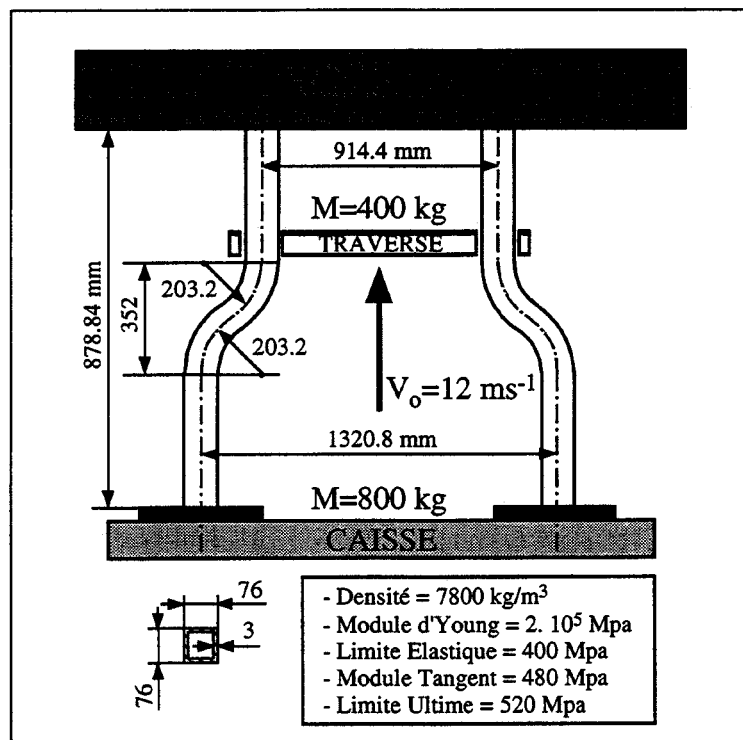


FIG. 5.17. Descriptif du longeron et des conditions d'essais.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

---

En ce qui concerne les conditions d'essais, la structure est initialement animée d'une vitesse de  $12 \text{ ms}^{-1}$  et vient percutée un massif rigide.

L'objectif de cette étude est de vérifier l'intérêt, en termes de gain de temps de modélisation et de calcul, et la validité, en terme de précision des résultats, de l'approche globale multicorps rigides sur PAMCRASH™, par la modélisation de ce longeron simplifié où les composantes de compression et de flexion interviennent en terme de couplage. Notre démarche consiste, dans un premier temps, à effectuer un modèle éléments finis coques minces sur PAMCRASH™ dont les résultats servent de référence. Dans un deuxième temps, le modèle multicorps est réalisé, avec utilisation des modèles cinématiques en compression et en flexion pour alimenter les barres et ressorts non-linéaires, et les résultats sont confrontés à la référence.

### 5.3.2 Modélisation éléments finis coques minces

La structure étant symétrique et chaque longeron possédant un plan de symétrie, seul un demi longeron est modélisé au moyen de 833 élément de coques minces élasto-plastiques (Fig. 5.18). La zone d'impact est modélisée par un mur de dimensions et de rigidité infinies. Pour simuler les liaisons longeron-caisse et longeron-traverse où sont affectées les masses additionnelles, deux corps rigides sont définis et guidés dans le sens de l'impact. Le comportement au choc de cette structure est étudié sur une durée de 80 ms.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

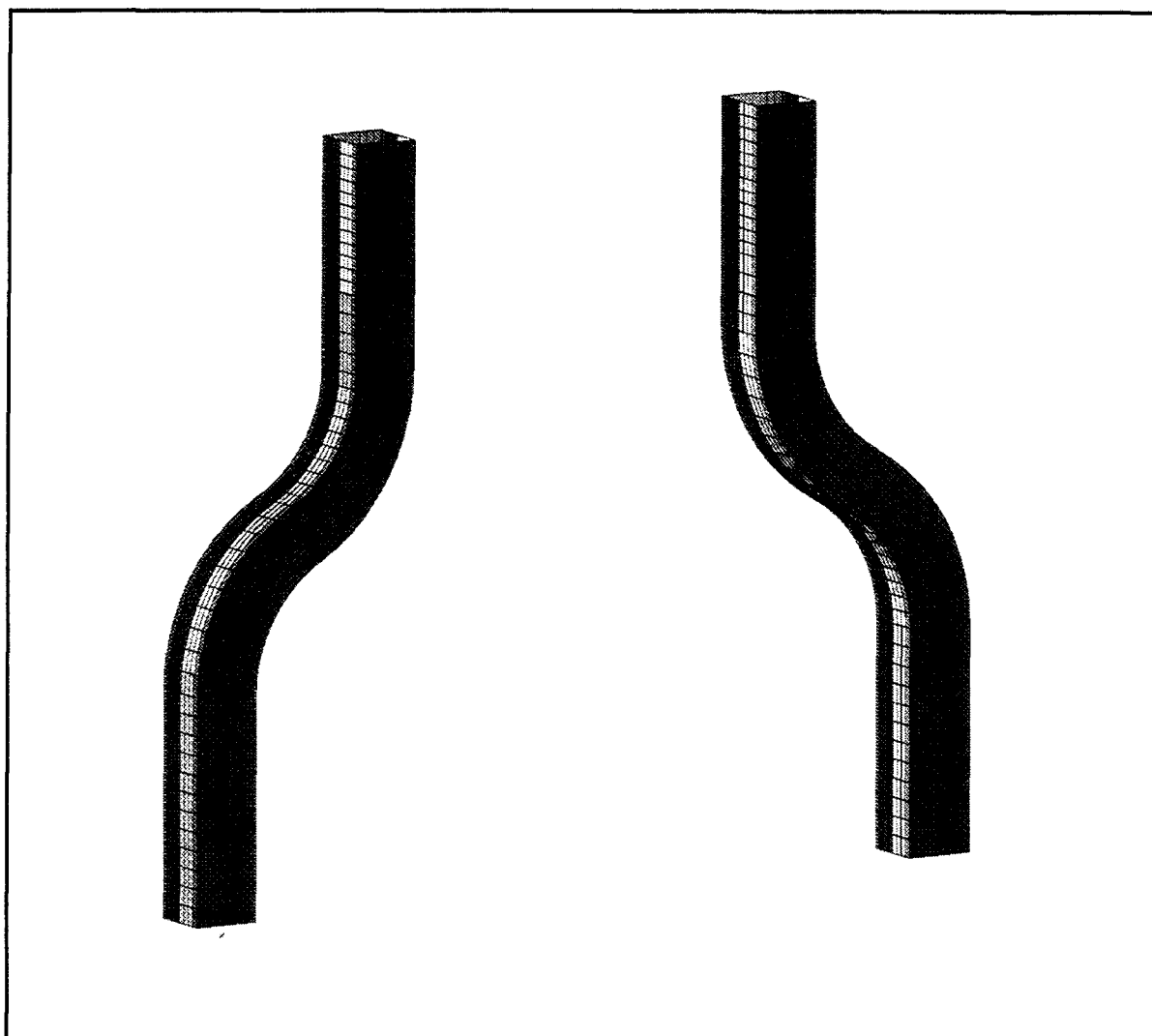


FIG. 5.18. Modèle éléments finis coques minces du longeron.

### 5.3.3 Modélisation multicorps rigides

Le longeron, représenté Fig. 5.19, est modélisé au moyen de six corps rigides connectés à six ressorts non-linéaires de rotation et une barre non-linéaire. Les caractéristiques effort-écrasement et moment-angle de pliage, dont les allures sont représentées aux Figs. 5.20 et 5.21, sont obtenues à partir des modèles cinématiques en compression [DRA 95] et en flexion [ANC 94]. La zone d'impact est modélisée par un mur de dimensions et de rigidité infinies. Les noeuds correspondant aux liaisons longeron-caisse et longeron-traverse sont affectés de masses additionnelles de 800 kg et 400 kg, respectivement, et sont guidés dans le

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

sens de l'impact. Le comportement au choc d'un seul longeron est également étudié sur une durée de 80 ms.

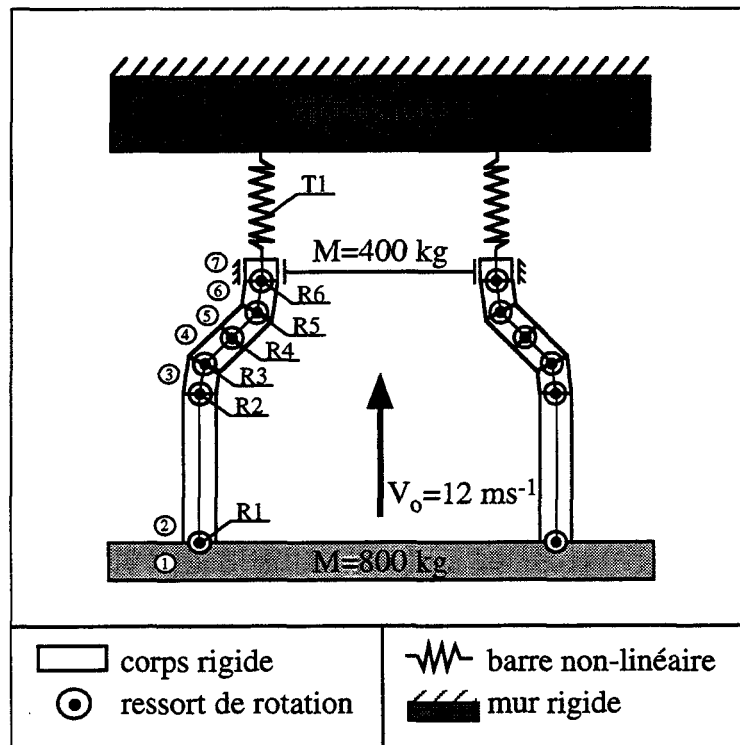


FIG. 5.19. Modélisation multicorps rigides du longeron.

Les résultats issus de la simulation de l'impact du longeron par l'intermédiaire du modèle multicorps rigides sont confrontés aux résultats du modèle coques. De manière qualitative, nous comparons la cinématique de déformation dont l'historique, repéré dans le temps, est représenté Fig. 5.22. De manière quantitative, nous comparons les caractéristiques effort sur le mur d'impact en fonction du déplacement de la liaison longeron-caisse (Fig. 5.23) et l'évolution de la vitesse de cette même liaison en fonction du temps (Fig. 5.24).

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

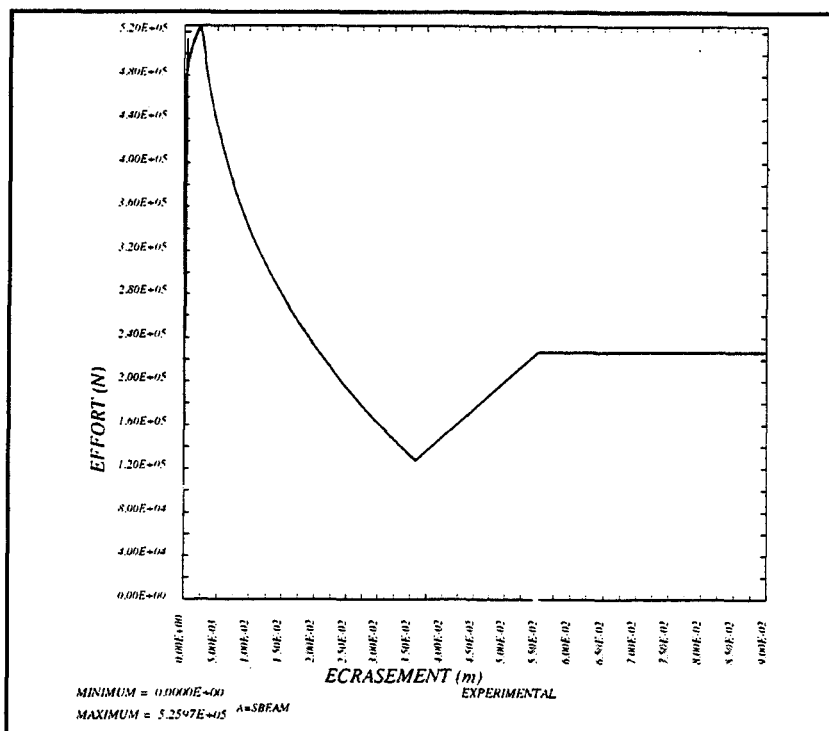


FIG. 5.20. Caractéristique analytique effort-écrasement utilisée dans la barre non-linéaire.

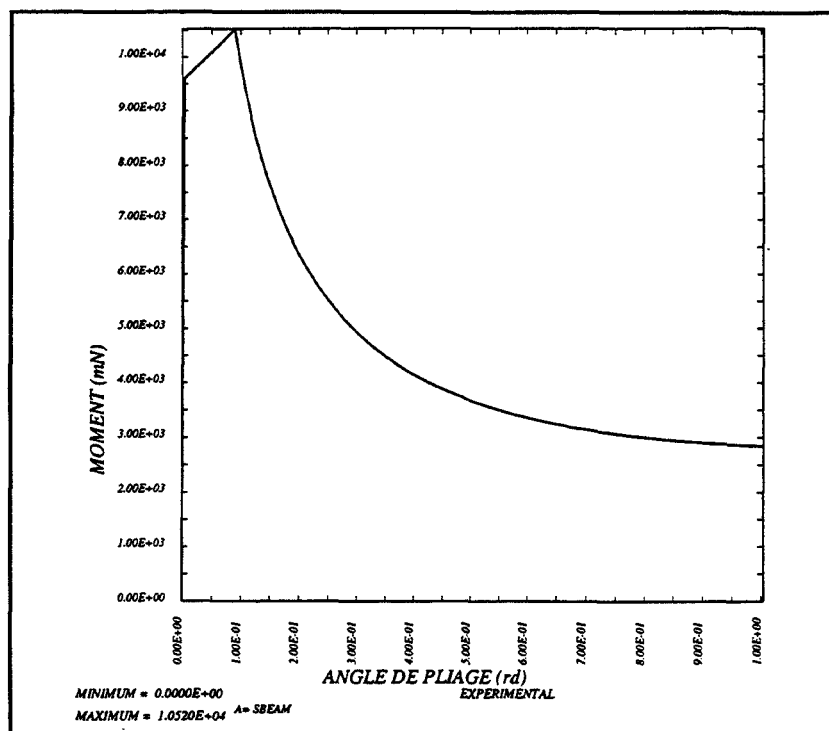
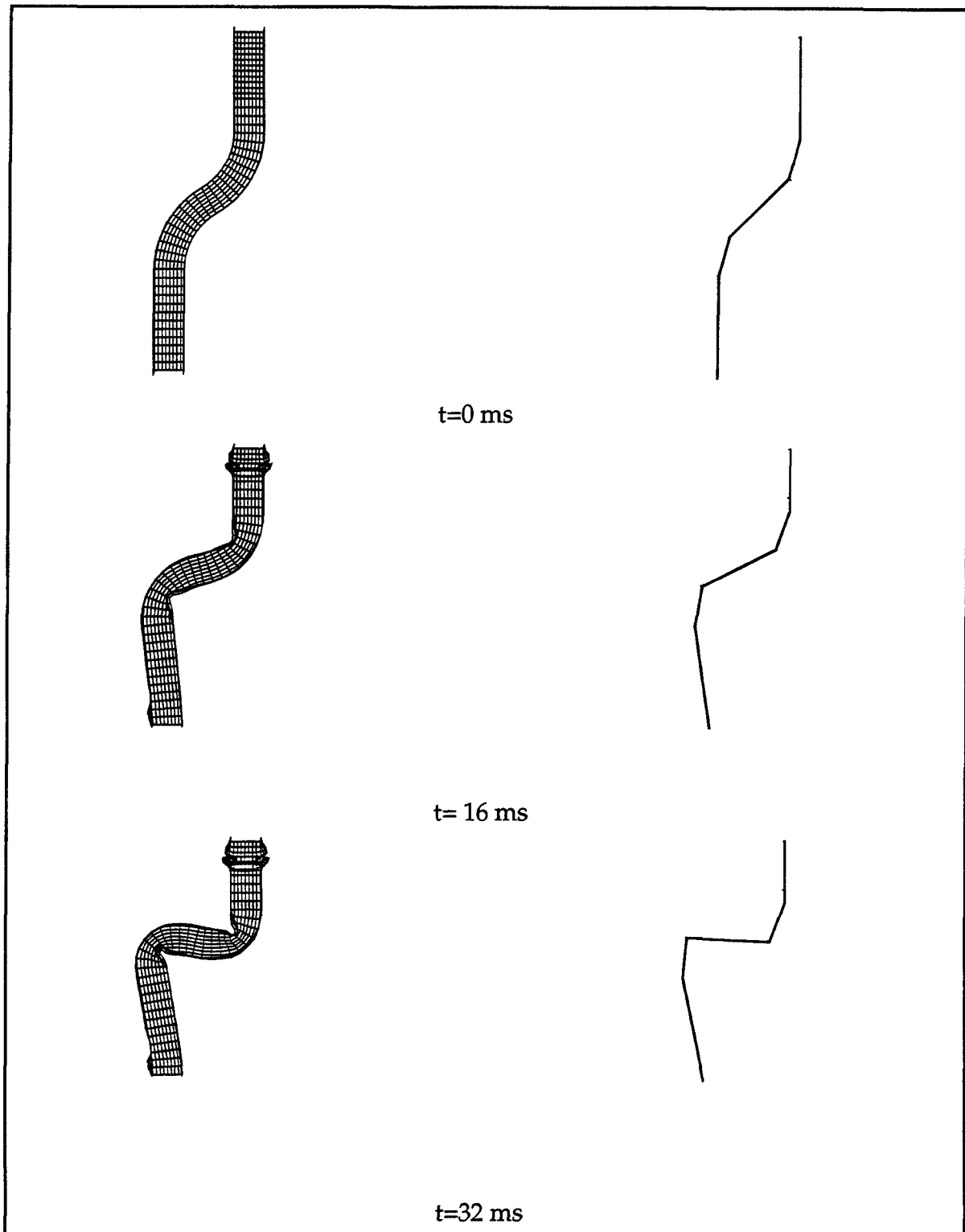


FIG. 5.21. Caractéristique analytique moment-angle de pliage utilisée dans les ressorts non-linéaires de rotation.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*



*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

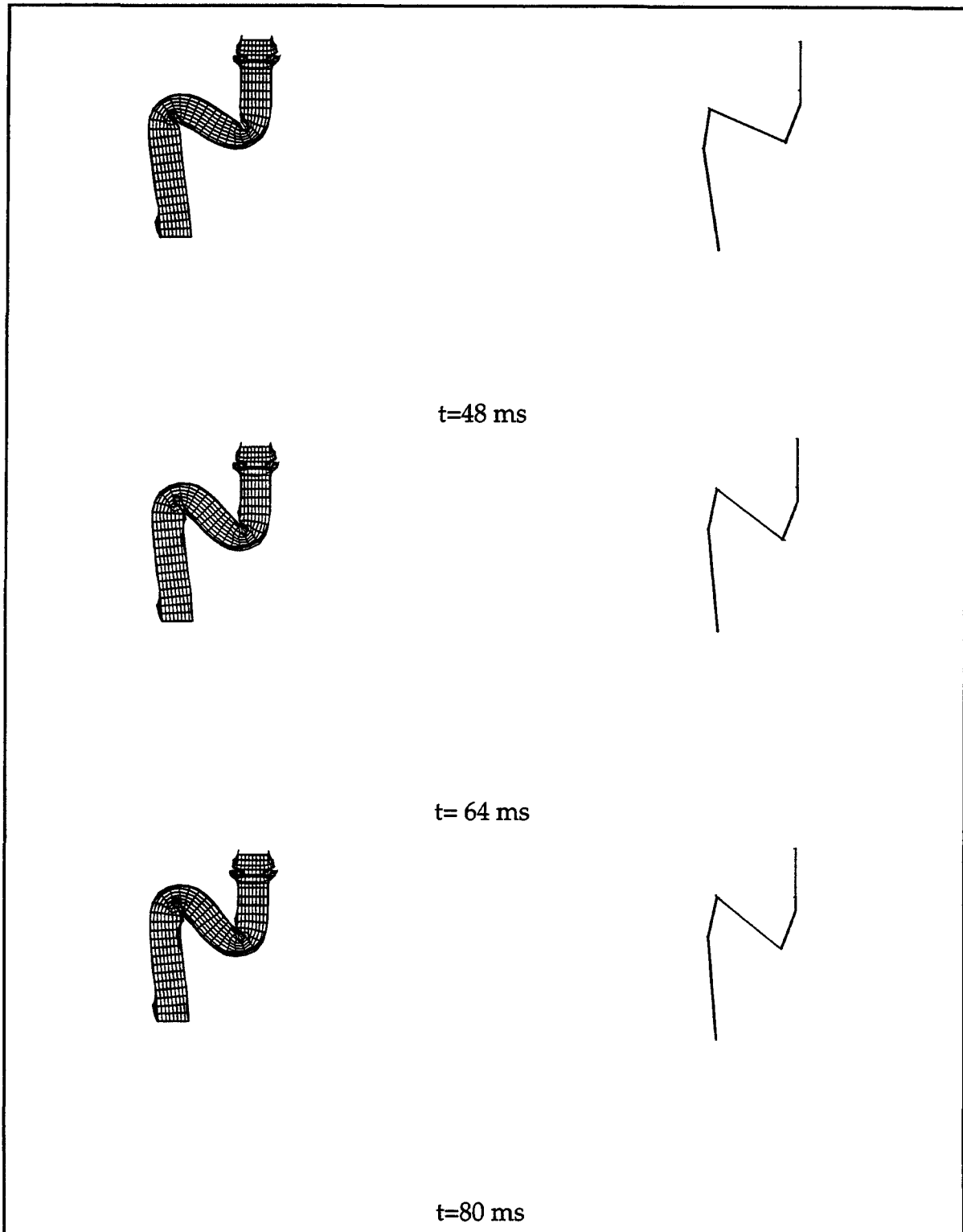


FIG. 5.23. Chronologie des mécanismes de déformation  
Colonne de gauche : modèle éléments finis coques - Colonne de droite : modèle multicorps rigides.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*



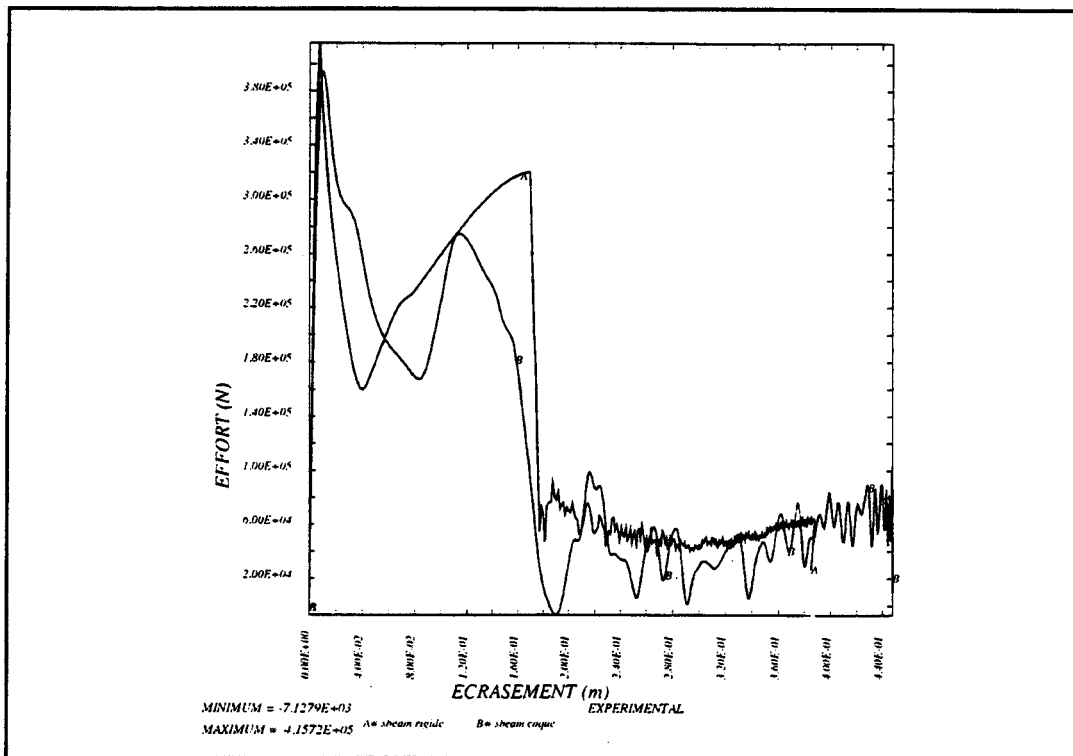


FIG. 5.23. Confrontation de la caractéristique effort-déplacement du modèle multicorps par rapport au modèle EF.

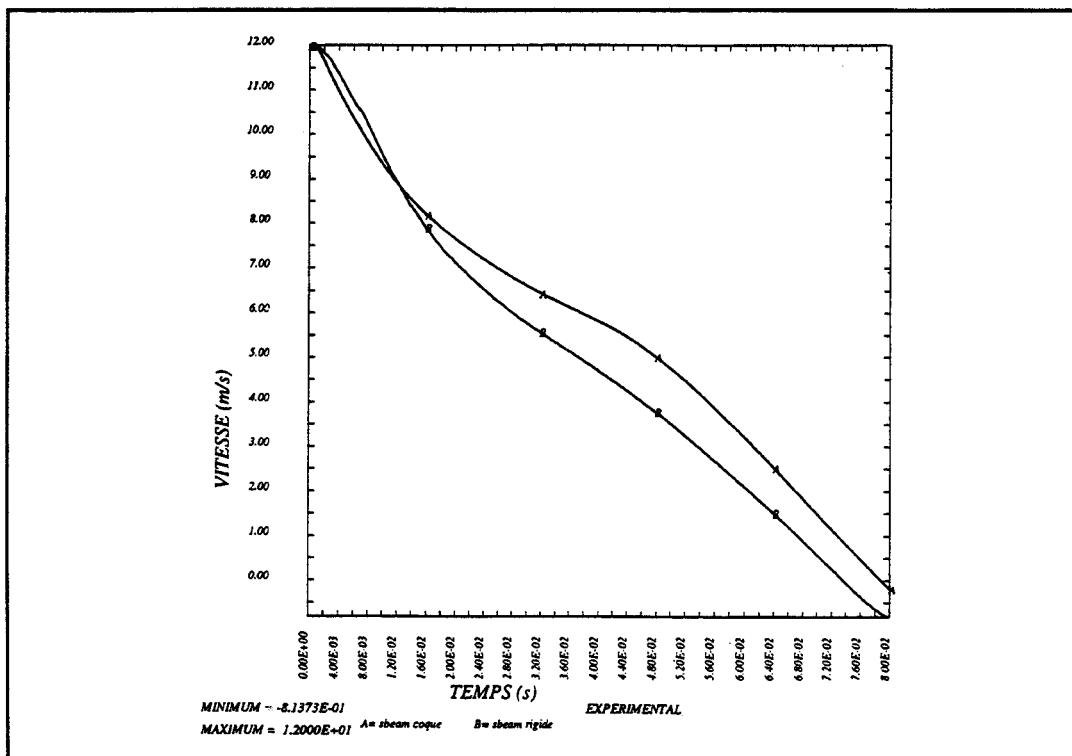


FIG. 5.24. Confrontation de la caractéristique vitesse-temps du modèle multicorps par rapport au modèle EF.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

Nous constatons que le modèle multicorps rigides fournit des résultats satisfaisants. Du point de vue qualitatif, l'observation des planches de déformées successives fait apparaître une bonne corrélation de la cinématique de déformation.

Du point de vue quantitatif, nous observons une bonne corrélation au niveau de l'évolution de la vitesse avec un écart final de  $0,55 \text{ ms}^{-1}$ . En ce qui concerne la courbe effort-déplacement, les résultats sont assez similaires sur la période de déplacement 0 à 0,03 m, qui correspond au début de l'écrasement axial de l'extrémité haute du longeron. Notamment, le pic d'effort en compression est très bien estimé. Entre 0,03 et 0,16 m, nous observons un écart très important sur les efforts et les déplacements. Cette période correspond à la phase d'écrasement axial et à l'initiation des rotules plastiques dans les coudées. Cette différence s'explique pour deux raisons simultanées :

- en observant les déformées du modèle coques, nous constatons que les rotules plastiques dans les coudées sont amorcées dès le début de l'écrasement axial. Autrement dit, nous avons réellement un couplage entre les composantes de compression et de flexion. L'effort nécessaire pour provoquer les rotules plastiques est donc compris dans celui de l'écrasement axial. Sur le modèle multicorps, les composantes sont découplées par l'utilisation différenciée d'une barre non-linéaire pour la compression et de ressorts non-linéaires de rotation pour la flexion.

Cette approche est correcte dans le sens où nous observons très rarement, une intervention simultanée et localisée au même endroit, de grands déplacements en compression et en flexion. Cependant, le passage de l'écrasement axial à la formation d'une rotule plastique est actuellement modélisé, par une pente de pénalité arbitraire sur la caractéristique en compression et par une phase de pré-effondrement, sur la caractéristique en flexion, dont les conditions de chargement pour le calcul ne sont pas réalistes. En effet, actuellement dans les modèles cinématiques en flexion, la structure est considérée encastree et chargée en son extrémité par un effort perpendiculaire. Or, dans le cas de cette étude le chargement est oblique.

- comme pour l'étude précédente, l'utilisation de corps rigides retire presque toute flexibilité à la structure, dont une des conséquences est de faciliter l'amorce des rotules plastiques. La seule flexibilité prise en compte se situe au niveau de la caractéristique moment-angle de pliage des ressorts de rotation qui a tendance, actuellement, à surestimer la rigidité flexionnelle.

Néanmoins, au delà de 0,16 m, les efforts corrént parfaitement jusqu'à la fin du choc. En terme de dissipation énergétique sur toute la période du choc, obtenue par intégration des courbes effort-déplacement (Fig. 5.23), le longeron éléments finis a consommé 52 kJ et le longeron multicorps rigides 56,7 kJ, soit une erreur de 8,3%, très acceptable pour une phase de

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

---

pré-dimensionnement. Nous constatons que le modèle multicorps a tendance à surestimer la consommation énergétique, d'où une erreur de 11% sur le déplacement final.

### **5.3.4 Conclusion**

En dehors du problème de couplage entre les composantes de compression et de flexion, dont les travaux actuellement menés au L.G.M. devraient réduire les effets, nous pouvons conclure, comme pour l'étude précédente, que les modèles multicorps rigides sont aptes à s'insérer dans un schéma de préconception. A titre indicatif, la simulation de l'impact du longeron sur une durée de 80 ms, requiert  $5,347.10^3$  secondes de calcul CPU sur une station de travail HP 9000/730 dans le cas du modèle coques, contre  $1,828.10^1$  secondes pour le modèle multicorps rigides. Par des temps de modélisation et de calcul très courts qui lui confèrent une interactivité, l'approche multicorps permet de mettre en évidence les zones qui subissent d'importantes déformations et d'avoir une première estimation de la dissipation énergétique. Couplée aux modèles cinématiques, dont les temps de réponse sont quasi-instantanés, pour alimenter les barres et ressorts non-linéaires, cette approche permet au concepteur de faire évoluer son design selon un processus itératif et de retenir les premières solutions technologiques avant le passage à une modélisation plus précise, mais plus coûteuse.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

**CHAPITRE VI**

**Conclusion**

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

---

L'objectif de cette recherche, inscrite dans le cadre du programme COLFRONT, a été de contribuer au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception, par l'introduction du concept de Super Eléments de Pliage.

La démarche proposée par le LAMIH (LGM) de l'Université de Valenciennes a pour objectifs de rendre complémentaires, dans le processus de conception au choc, les deux axes principaux d'investigations que sont, l'axe EXPERIMENTATION et l'axe SIMULATION. L'axe EXPERIMENTATION fait appel aux prototypage du véhicule et aux essais de choc à échelle 1 ou à échelle réduite sur banc dynamique. L'axe SIMULATION fait appel à différentes formulations numériques mono-, bi- et tridimensionnelles que nous classons en approche GLOBALE ou HYBRIDE EF/SEP et approche LOCALE. En fonction de la précision souhaitée et des temps d'études alloués, le concepteur a recours à l'une ou à l'autre.

Les travaux que nous avons menés, dans le cadre d'une convention CIFRE avec la Société Engineering Systems International S.A., spécialisée dans le développement de codes de calculs par éléments finis, interviennent principalement au niveau de l'approche GLOBALE ou HYBRIDE EF/SEP. Cette méthodologie simplifiée repose sur la constatation que, lors d'un choc, les composants structuraux ne se comportent pas tous de la même façon. En effet, certains éléments se déforment beaucoup plus que d'autres. Quand aucune solution technologique n'est encore vraiment retenue, l'approche GLOBALE, par des temps de modélisation et de calculs très courts, permet d'estimer rapidement le comportement de la structure et d'effectuer les premiers choix. Dans ce cas, les éléments qui ne se déforment peu ou pas sont assimilés à des corps rigides et les autres, sont assimilés à des liaisons déformables en translation ou en rotation. A un second stade de la préconception, quand la structure commence à prendre forme, l'approche HYBRIDE EF/SEP, par des temps de modifications très courts et des temps de calculs réduits, doit être utilisée pour avoir une idée plus précise du comportement de la structure et effectuer judicieusement les derniers choix technologiques. Dans ce cas, les composants sélectionnés à l'issue de l'étude en approche GLOBALE sont modélisés de façon traditionnelle par des éléments finis de type coques minces, et les éléments structuraux, dont le design reste à optimiser, sont assimilés à un ensemble de corps rigides connectés à des liaisons déformables en translation ou en rotation. Cependant, l'utilisation de liaisons déformables, également appelées Super Eléments de Pliage en compression ou en flexion, nécessite de connaître les caractéristiques effort-écrasement et moment-angle de pliage des sous-structures qu'elles modélisent. Jusqu'à présent, ces caractéristiques étaient obtenues expérimentalement

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

---

ou numériquement par des calculs éléments finis en statique non-linéaire ou en flambement. Or, ces deux méthodologies sont coûteuses en temps et amenuisaient l'intérêt des approches simplifiées. Cette constatation a amenée le L.G.M. à rechercher un moyen d'obtention des courbes de comportement des Super Eléments de Pliage, qui soit rapide et simple d'utilisation, tout en restant relativement fiable. Dans le cas des profilés prismatiques à parois minces, abondamment utilisés dans la fabrication des véhicules de transport, nous avons entrepris d'avoir recours aux modèles cinématiques. Les modèles cinématiques en flexion ayant fait l'objet d'un précédent thème de recherches, le présent travail a eu pour objet de s'intéresser aux modèles cinématiques en compression. Lors du processus d'écrasement axial d'une structure métallique à parois minces, l'énergie est dissipée plastiquement par la formation de plis ou lobes dans lesquels le métal subit une grande déformation irréversible. Les modèles cinématiques reposent sur le principe de l'analyse limite et font plus particulièrement appel à une méthode de type borne supérieure. Cette méthodologie simple, basée sur l'étude des déplacements cinématiquement admissibles à l'intérieur de la zone de pliage, se caractérise par la décomposition du lobe plastique en un ensemble de lignes de pliage et de zones d'extension. A l'issue d'une recherche bibliographique exhaustive sur les modèles existants, qui fait l'objet du premier chapitre, nous avons retenu le modèle mixte généralisé développé par Wierzbicki et Abramowicz. Après avoir énoncé les limitations de ce modèle pour la caractérisation de la majeure partie des profilés actuellement utilisés dans la construction des véhicules de transport, nous avons entrepris trois phases de développement successifs.

L'utilisation croissante des profilés extrudés en alliage d'aluminium, de même que l'utilisation d'assemblages mécano-soudés de tôles préformées, fait que nous sommes de plus en plus souvent confrontés à des sections d'épaisseurs multiples. Le modèle mixte généralisé étant limité au calcul de l'effort moyen d'écrasement et aux sections à épaisseur simple, nous avons entrepris, au second chapitre, d'étendre ce modèle au calcul de l'effort instantané d'écrasement pour des profilés à section prismatiques complexes et à épaisseurs multiples. En suivant la même démarche que Wierzbicki, sur des travaux plus récents mais toujours limités à une certaine gamme de sections, l'historique de l'écrasement a été décomposé en trois phases. Sur la base d'un modèle plaque, pour les phases de pré-effondrement et d'effondrement nous avons fait intervenir les deux comportements de flambement existants. Dans le cas du flambement élastique, la compression uniforme est suivie d'un post-flambement caractérisé par un champ de déplacement continu en flexion et un champ de déplacement en compression tenant compte de la hauteur de la colonne. La charge ultime de flambement élastique est obtenue par le critère de plastification de Von-Mises. Dans le cas du flambement plastique, la compression

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

uniforme est suivie par de la compression plastique et la charge ultime est obtenue en utilisant la relation de contrainte critique de flambement plastique proposée par Stowell. Pour ce qui est de la phase de post-effondrement, le modèle mixte généralisé a été étendu aux profilés à épaisseurs multiples en tenant compte de l'alternance des épaisseurs à la formation de chaque nouveau lobe. Comme restrictions, nous nous sommes limités aux profilés où l'épaisseur est constante sur chaque face et où la rigidité des différentes lignes de coin ne doit pas être telle qu'il y ait instabilité en flexion globale. Cela est le cas de la majeure partie des profilés utilisés. Pour clore ce chapitre, les développements ont été validés par confrontation avec les résultats issus d'une campagne d'essais quasi-statiques. Dans tous les cas, le modèle étendu a estimé correctement la caractéristique d'écrasement du premier lobe et la charge moyenne d'écrasement, avec des erreurs généralement inférieures à 10%, en termes d'efforts ultimes et de consommation énergétique. Par ailleurs, une étude numérique de l'influence de la hauteur de la colonne sur les déplacements ultimes d'effondrement a également permis de valider les hypothèses du modèle, en montrant que celle-ci intervenait à hauteur de 2,5% dans la consommation énergétique du premier lobe. Ne pas prendre en compte la hauteur du profilé en phase de pré-effondrement contribue donc à accroître les erreurs.

Le troisième chapitre a fait l'objet de la seconde phase de développement. En effet, les sections que nous rencontrons dans le domaine des transports automobiles et ferroviaires se classent en deux catégories : les sections monotubulaires et les sections multitubulaires. En découpant une structure multitubulaire en éléments coins, de nouveaux éléments apparaissent, que nous avons qualifié d'éléments coins à face communes. Dans le cas où ces faces communes sont extrudées ou soudées en continu, la rigidité de la ligne de coin est telle que c'est une combinaison de modes symétriques et antisymétriques qui se déclenche au cours de l'écrasement. Le modèle mixte généralisé est donc inefficace dans ce cas. En vue d'étendre le domaine de validité à la gamme des profilés multitubulaires qui connaissent un essor considérable, notamment dans la construction ferroviaire, nous avons entrepris le développement de deux nouveaux modèles cinématiques. Dans un premier temps, une phase d'essais expérimentaux quasi-statiques et de calculs numériques par éléments finis a été menée afin de prendre connaissance des modes d'effondrement possibles. Deux modes de flambement ont été retenus : le mode antisymétrique et le mode symétrique. Dans un second temps, en suivant la même démarche qu'au second chapitre, les phases de pré-effondrement et d'effondrement ont été adaptées à ces modes de flambement sur structures multitubulaires. Pour le mode symétrique, un nouveau champ de déplacement continu en flexion a été introduit. Contrairement au chapitre II, où les plaques étaient considérées parfaitement planes, ici nous

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

avons fait intervenir la possibilité de prendre en compte une imperfection géométrique initiale ou préforme de lobe, dans chaque plaque constituant le profilé. Pour ce qui est de la phase de post-effondrement, en se basant sur l'observation des échantillons testés, nous avons idéalisé le faciès d'écrasement pour chacun des deux modes retenus. Pour le développement du modèle mixte généralisé, nous avons recensé et formulé les différentes zones de dissipation énergétique. Par application du principe des travaux virtuels, nous en avons déduit l'effort moyen élémentaire d'écrasement et la longueur d'onde de pliage plastique. Par application du principe des puissances virtuelles, nous en avons déduit la caractéristique élémentaire d'effort instantané d'écrasement. La caractéristique globale de l'écrasement d'un profilé multitubulaire est obtenue par l'assemblage des contributions élémentaires des éléments coins à faces communes et des éléments coins au sens de Wierzbicki-Abramowicz. Nous avons été amenés à modifier partiellement le modèle mixte généralisé, par l'ajout de deux lignes de pliage inclinées mobiles, pour assurer la continuité cinématique entre ces deux types d'éléments. Les développements ont été validés par confrontation avec des résultats expérimentaux et numériques par éléments finis. Dans tous les cas, les modèles proposés fournissent des résultats très encourageants avec des erreurs de 5% sur la charge ultime et de 12% sur la consommation énergétique.

A l'issue des travaux précédents, nous sommes en mesure de couvrir une grande partie de la gamme des profilés utilisés, mais sous chargement quasi-statique. Le quatrième chapitre a donc eu pour objet d'appliquer les modèles développés sous chargement dynamique. Dans ce cas, un certain nombre de facteurs interviennent et font que la caractéristique effort-écrasement est modifiée, notamment au niveau de la charge ultime. Les vitesses d'impact n'excédant pas  $30 \text{ ms}^{-1}$ , seules les inerties et la vitesse de déformation ont été retenues comme facteurs d'influence. Lors des développements précédents, deux modes de flambement ont été retenus, l'antisymétrique et le symétrique, avec chacun deux comportements, élastique et plastique. Nous avons entrepris de modifier les phases de pré-effondrement et d'effondrement en faisant intervenir, pour le calcul de la charge ultime, les effets d'inertie et de vitesse de déformation, selon les quatre combinaisons possibles de flambement. Au niveau de la phase de post-effondrement, seule l'influence de la vitesse de déformation a été prise en compte, par correction dynamique au moyen de la loi de Cowper-Symonds. La validation des développements a été effectuée par confrontation avec des résultats expérimentaux et numériques par éléments finis. Dans tous les cas, les modèles proposés estiment correctement la caractéristique d'écrasement dynamique, avec des erreurs, en termes d'effort ultimes et de dissipation énergétique, généralement inférieures à 10%. Lors de cette phase de validation,

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



nous avons constaté, pour des profilés en acier moyen, que la charge ultime peut progresser de 50% par rapport à un chargement quasi-statique et que cela est fonction du comportement de flambement, élastique ou plastique. Ce comportement est fonction, du ratio largeur de plaque sur épaisseur de paroi ( $b/t$ ), et de la loi de comportement du matériau, en particulier la limite élastique ( $\sigma_0$ ). Dans le cas d'un flambement fortement élastique, pour lequel  $b/t$  tend vers cent et  $\sigma_0$  est élevée, les inerties sont prédominantes et conduisent à un fort accroissement de l'effort. Dans le cas d'un chargement fortement plastique, pour lequel  $b/t$  tend vers dix et  $\sigma_0$  est faible, c'est la vitesse de déformation qui prédomine et celle-ci ne conduit qu'à un accroissement de l'effort d'environ 20%. A la limite de la frontière entre ces deux comportements, les influences sont partagées et la progression de la charge ultime est de l'ordre de 25 à 30%. Cependant, la précision des résultats est tributaire de la bonne connaissance du comportement dynamique des matériaux et notamment pour la prise en compte des effets de la vitesse de déformation.

Dans le cinquième chapitre, nous avons validé les concepts d'approches GLOBALE et HYBRIDE EF/SEP, avec utilisation des modèles cinématiques pour alimenter les barres et ressorts non-linéaires, grâce à deux applications à caractères industriels. Un essai réalisé par l'European Rail Research Institute en vue de tester la résistance au choc des cabines de conduite ferroviaires [MAR 94] et un essai de choc sur longeron simplifié de type poutre en "S" où les composantes de compression et de flexion interviennent en terme de couplage. Dans les deux cas et pour chacune des deux approches utilisées, nous avons constaté d'une part, une évolution similaire des mécanismes de déformation, et d'autre part, moyennant les problèmes d'instabilité et de couplage rencontrés, une bonne corrélation des résultats en termes d'efforts, de vitesses et d'écrasements.

Pour l'ensemble des raisons énoncées précédemment, l'augmentation des vitesses dans la plupart des moyens de transport a amené les concepteurs à considérer la collision comme facteur de dimensionnement des structures. Dans le secteur automobile, fortement concurrentiel, le raccourcissement permanent des temps de renouvellement des gammes, lié à une nécessité de performance sur les coûts de revient, contraint les constructeurs à s'intéresser de plus en plus aux approches simplifiées durant la phase de préconception, en vue de limiter au maximum les essais expérimentaux à la seule phase de validation. Dans le secteur ferroviaire, du fait de la taille du problème, liée à la notion de rame de véhicules, et de la complexité moindre des conceptions par rapport à celles du secteur automobile, les approches simplifiées ont été rapidement perçus comme un outil indispensable au pré-dimensionnement. Les modèles

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

à base de corps rigides répondent à leurs attentes, mais se trouvent limités, du fait de la nécessité de recourir à des méthodes "lourdes" pour alimenter les barres et ressort non-linéaires. Le programme de la présente recherche a permis de mettre en place une méthode de caractérisation analytique de l'écrasement axial d'une grande partie des profilés employés dans la construction. Cette méthode, qui se présente sous forme de modèles cinématiques, est à la fois, simple, rapide et surtout fiable. Les données requises sont limitées à la description géométrique du profilé, la loi de comportement quasi-statique du matériau et la masse impactante, la vitesse initiale et les coefficients de correction dynamique dans le cas des études au choc. Les travaux effectués sont concrétisés par le développement du programme informatique CRASH-SFE (Super Folding Element) [PCU 94], qui sera interfacé dans la prochaine version de GENERIS, le pré-processeur graphique des produits PAM du Groupe E.S.I. S.A., dont PAMCRASH™ fait partie. Dans une seconde phase et de façon à ce que le produit soit complet, interviendra l'interfaçage des modèles cinématiques en flexion. Ce nouveau produit offrira des performances, en termes de temps d'études et de qualité prévisionnelle, très intéressantes pour les études d'avant-projets.

En conclusion, toutes les méthodes permettant de juger les performances d'une structure soumise au choc, ont des avantages et des inconvénients. Prise les unes après les autres dans le processus complet de conception d'un véhicule, il s'avère que ces méthodes sont toutes complémentaires. Afin de tirer le meilleur parti de chacune d'entre elles, nous conseillons la stratégie d'étude suivante. Dans une première phase, par des temps de modélisation et de calcul très courts qui lui confèrent une interactivité, l'approche GLOBALE permet de mettre en évidence les zones qui subissent d'importantes déformations et d'avoir une première estimation de la dissipation énergétique. Couplée aux modèles cinématiques, dont les temps de réponse sont quasi-instantanés, pour alimenter les barres et ressorts non-linéaires, cette approche permet au concepteur de faire évoluer son design selon un processus itératif et de retenir les premières solutions technologiques. Dans une deuxième phase, par des temps de modification très courts et des temps de calcul réduits, l'approche HYBRIDE EF/SEP, également couplée aux modèles cinématiques, permet au concepteur d'avoir une idée plus précise du comportement de la structure en termes de cinématique de déformation et de dissipation énergétique, et de choisir judicieusement les dernières solutions technologiques. A partir de là, nous rattrapons le schéma classique de conception, avec, pour la validation finale en approche LOCALE, la constitution d'un modèle éléments finis coques sur la base du modèle hybride affiné. Pour clore le processus, l'approche EXPERIMENTALE concrétise la conception par la fabrication de

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

---

prototypes, à échelle réduite ou à échelle 1, à soumettre au banc de tir pour la qualification du véhicule.

Cependant, les travaux doivent être poursuivis en vue d'accroître davantage le domaine de validité des modèles cinématiques aux nouveaux designs de profilés et à d'autres matériaux que l'acier. De même, leur utilisation dans les concepts d'approches simplifiées, réclame des améliorations, notamment dans le cas de structures à comportements complexes combinant la compression et la flexion. Pour ces futures recherches, nous nous proposons de traiter les thèmes suivants :

- Les profilés en alliage d'aluminium, qui connaissent un essor considérable surtout dans la construction ferroviaire, subissent des modes d'écrasement semblables à ceux des aciers. La seule différence, mais qui n'est pas des moindres, concerne l'endommagement structurel auquel ils sont très sensibles selon leur composition et surtout selon le traitement thermique associé. Des campagnes d'essais quasi-statiques et dynamiques doivent donc être menées sur des profilés composés des divers alliages utilisés dans la construction, en vue de localiser les zones sensibles à la rupture et d'en tirer un modèle d'endommagement qui sera pris en compte dans les modèles cinématiques.

- Dans le cas des applications au choc, la prise en compte correcte des effets de vitesse de déformation est tributaire de la bonne connaissance du comportement dynamique des matériaux. Dans ses travaux sur les performances à l'impact des structures en alliage d'aluminium, Mac Gregor [MCG 93] a montré, pour des vitesses de déformation locales de l'ordre de 3 à 64s<sup>-1</sup>, qu'en fonction de la composition de l'alliage et surtout du traitement thermique associé, le matériau peut être pratiquement insensible, ou au contraire, voir sa limite élastique accrue de 25% alors que sa limite ultime (UTS) reste inchangée. Par contre, dans le cas de divers aciers moyens soumis à des vitesses de déformation du même ordre, la limite élastique peut progresser de 60% et la limite ultime de 20%. En introduction du quatrième chapitre, nous avons fait état de plusieurs facteurs de correction dynamique pour une même gamme d'acier et avons pu noter de très grandes dispersions, probablement dues à une non normalisation des conditions d'essais. Sur la base d'une recherche bibliographique, certes non exhaustive, il ne semble pas que la littérature fasse état d'une synthèse du comportement dynamique des matériaux. Comme nous l'avons souligné à plusieurs reprises, la bonne approximation du pic d'impact est primordiale pour la sécurité des passagers, en ce sens qu'il détermine les niveaux de décélérations et la cinématique de déformation globale du véhicule. Des travaux futurs

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

---

doivent donc être engagés sur la caractérisation dynamique des matériaux utilisés dans la construction des véhicules de transport, en vue de constituer la base de données indispensable à tout calcul de structure en dynamique non-linéaire.

- Dans la formulation des modèles cinématiques, nous considérons que le phénomène de déformation est adiabatique. Or, dans le cas des sollicitations dynamiques, le rapide transfert de l'énergie cinétique en énergie de déformation engendre une élévation non négligeable de la température au niveau des zones de pliage. A titre indicatif, pour les profilés testés au chapitre IV, avec une vitesse de  $4 \text{ ms}^{-1}$ , il était difficile de les manipuler à mains nues. Leur température était donc supérieure à  $50^\circ\text{C}$ . Pour des vitesses d'impact plus élevées, la température, au même titre que la vitesse de déformation, constitue donc un paramètre influent sur le comportement des matériaux viscoplastiques. Dans ce domaine, des modèles de lois constitutives existent, cependant, celles-ci requièrent l'utilisation de coefficients rarement publiés. La prise en compte de la température implique, comme pour la vitesse de déformation, la mise en place d'un dispositif et d'une procédure d'essais.

- La nécessité de maîtriser les niveaux de décélérations a conduit les concepteurs à rechercher des solutions pour réduire, voire annuler, le pic d'impact. Le principe consiste à générer, dans les parois du profilé, des imperfections initiales qui lissent la caractéristique effort-écrasement et permettent en plus de piloter le mode flambement pour éviter les instabilités globales. Trois types d'imperfections, également nommées "triggering mechanisms", ont été recensées : la préforme d'un lobe plastique avec le mode d'écrasement souhaité, l'usinage d'entailles sur les lignes de coin pour affaiblir la rigidité et la découpe des parois du profilé selon diverses géométries. Pour le premier procédé, les travaux effectués au chapitre III permettent d'en tenir compte dans les modèles. Pour les deux autres procédés, des essais expérimentaux et numériques par éléments finis doivent être menés, afin de juger des modifications apportées, dans la cinématique de déformation et dans la dissipation énergétique, et en extraire de nouveaux modèles.

- Dans le secteur automobile, les conceptions récentes font apparaître des profilés à géométrie variable, comme par exemple, des longerons à profil trapézoïdal. Ces nouveaux concepts ont pour objectifs de piloter la dissipation énergétique en cas de choc. Plus l'écrasement augmente, plus le longeron consomme de l'énergie et tend à préserver l'intégrité de l'habitacle passagers. Là aussi, des travaux doivent être engagés en vue d'étendre le domaine de validité des modèles

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

---

cinématiques à cette nouvelle gamme de profilés et permettre aux concepteurs d'avoir recours aux approches simplifiées en phase de préconception.

- Enfin, l'application effectuée au chapitre V, sur la modélisation multicorps du comportement au choc d'un longeron simplifié de type poutre en "S", a mise en évidence des problèmes de couplage entre les composantes de compression et de flexion. En effet, actuellement ces deux composantes sont modélisées en série par les introductions distinctes d'une caractéristique effort-écrasement dans les barres non-linéaires et d'une caractéristique moment-angle de pliage dans les ressorts non-linéaires. Cette approche est correcte dans le sens où nous observons très rarement, une intervention simultanée et localisée au même endroit, de grands déplacements en compression et en flexion. Cependant, le passage de l'écrasement axial à la formation d'une rotule plastique est actuellement modélisé, par une pente de pénalité arbitraire sur la caractéristique en compression et par une phase de pré-effondrement, sur la caractéristique en flexion, dont les conditions de chargement pour le calcul ne sont pas réalistes. Les futures recherches doivent donc également concerné le développement d'un modèle cinématique de transition entre la compression et la flexion.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

**Références**

- [ABR 79] W. ABRAMOWICZ, T. WIERZBICKI, : "A Kinematic Approach to Crushing of Shell Structures", SAE paper 790992, 1979.
- [ABR 81] W. ABRAMOWICZ, : "Simplified Crushing Analysis of Thin-Walled Columns and Beams", Engineering Transactions, Vol. 29, No. 1, pp. 5-26, 1981.
- [ABR 83] W. ABRAMOWICZ, : "The Effective Crushing Distance in Axially Compressed Thin-Walled Metal Columns", Int. J. Impact Engng, Vol. 1, No. 3, pp. 309-317, 1983.
- [ABR 84a] W. ABRAMOWICZ, N. JONES, : "Dynamic Axial Crushing of Circular Tubes", Int. J. Impact Engng, Vol. 2, pp. 263-281, 1984.
- [ABR 84b] W. ABRAMOWICZ, N. JONES, : "Dynamic Axial Crushing of Square Tubes", Int. J. Impact Engng, Vol. 2, pp. 179-208, 1984.
- [ABR 84c] W. ABRAMOWICZ, S. IMIELOWSKI and O. WASOWSKI, : "Quasi-Static Crushing of Multi-Corner Metal Column (in Polish)", Report of the Institute of Fundamental Technological Research, Warszawa, ISSN 0208-56, 1984.
- [ABR 86] W. ABRAMOWICZ, N. JONES : "Dynamic Progressive Buckling of Circular and Square Tubes", Int. J. Impact Engng, Vol. 4, pp. 243-270, 1986.
- [ABR 88] W. ABRAMOWICZ, T. WIERZBICKI, : "Axial Crushing of Foam-Filled Columns", Int. J. Mech. Sci., Vol. 30, No. 3/4, pp. 263-271, 1988.
- [ABR 89] W. ABRAMOWICZ, T. WIERZBICKI, : "Axial Crushing of Multi-Corner Sheet Metal Columns", J.Appl. Mech., Vol. 56, pp. 113-120, 1989.
- [ABR 91a] W. ABRAMOWICZ, : "The Superfolding Element - A New Concept in Calculations and Design for Crash", X Polish Conference "Computer methods in Mechanics", Swinoujscie, Poland, 14-17 May, 1991.
- [ABR 91b] W. ABRAMOWICZ, : "On the Development and Implementation of Superbeam Element", PAM'91, Seminaire International ESI en Dynamique Non-Linéaire, Paris-La Villette FOREST HILL, 7-8 Novembre, 1991.
- [AGR 86] O.-P. AGRAWAL, A.-A. SHABANA, : "Application of Deformable-Body Mean Axis to Flexible Multibody Systems Dynamics", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 56, pp. 217-245, 1986.
- [ANC 92] J.-H. ANCEAU, P. DRAZETIC, Y. RAVALARD, : "Comportement des Rotules Plastiques dans les Systèmes Multi-Corps", Mécanique Matériaux Electricité, Revue du GAMI, No. 444, pp. 30-33, 1992.
- [ANC 94a] J.-H. ANCEAU, : "Modèles Cinématiques en Flexion, : "Contribution au Développement d'une Méthodologie Simplifiée de Détermination des Courbes Caractéristiques du Comportement Bidimensionnel", Thèse de Doctorat de Génie Mécanique, Janvier 1994.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

- [ANC 94b] J.-H. ANCEAU, E. MARKIEWICZ, P. DRAZETIC et Y. RAVALARD : "Modélisation 2D Multi-Corps Rigides : Etude du Comportement en Collision d'une Structure de Cabine de Conduite Ferroviaire", Mécanique, Matériaux, Electricité (GAMI) , parution en sept. 94.
- [ANT 86] R.-J. ANTOUN, P.-B. HACKERT, M.-C. O'LEARY, A. SITCHIN, : "Vehicle Dynamic Handling Computer Simulation - Model Development, Correlation, and Application Using ADAMS", SAE paper 860574, International Congress and Exposition, Detroit, February 24-28, 1986.
- [ALE 60] J. M. ALEXANDER, : "An Approximate Analysis of the Collapse of Thin Cylindrical Shells Under Axial Loading", Q. J. Mech. Appl. Math., No. 13, pp. 10-15, 1960.
- [AYA 74] N. AYA, K. TAKAHASHI, : "Energy Absorption Characteristics of Vehicle Body Structure", Transactions of the Society of Automotive Engineers of Japan, No. 7, 1974.
- [BUD 64] B. BUDIANSKY, J. W. HUTCHINSON, : "Dynamic Buckling of Imperfection-Sensitive Structures", Proc. 11th Int. Congress of Applied Mechanics, Springer Verlag, Munich, 1964.
- [CAR 89] A. CARDONA, : "An Integrated Approach to Mechanism Analysis", Thèse de Docteur en Sciences Appliquées, Université de Liège, 1989.
- [CAR 84] B.-L. CARNELL, M. PRAMANIK, : "Advanced Composite Airframe Program Crashworthiness Analysis by Krash", Journal of the American Helicopter Society, pp. 38-42, 1984.
- [CHA 71] M.-A. CHACE, D.-A. SMITH, : "DAMN-A Digital Computer Program for the Dynamic Analysis of Generalized Mechanical Systems", SAE paper 710244, 1971.
- [CHA 82] D.-C. CHANG, C.-M. NI, : "Plastic Deformation Analysis", in Modern Automotive Structural Analysis, M. M. KAMAL & J. A. WOLF, ed. Van Nos Reinhold, pp. 356-386, 1982.
- [CHE 88] D. CHEVALLIER, J.-P. LEBACQUE, J.-P. MIZZI, : "Modélisation Bidimensionnelle du Compartiment Avant d'un Véhicule au Choc", VII<sup>ème</sup> Colloque Vibrations Chocs, Lyon 14-15 et 16 juin, 1988.
- [DAC 93] F. DACHEUX, : "Développement d'une Technique de Similitude Indirecte sur Modèles Réduits : Application à l'Etude du Comportement en Collision des Véhicules de Transport Guidés", Thèse de Doctorat de Génie Mécanique, Octobre 1993.
- [DOW 85] H.-J. DOWLER, T.-P. SOANES, E.-P. TUFTON, : "Horizontal Crash Testing and Analysis of Model Flatrols", pp. 135-147, Resistance to Impact of Spent Magnox Fuel Transport Flasks, London, 30 April-1 May, 1985.
- [DRA 88] P. DRAZETIC, Y. RAVALARD, : "Techniques Actuelles de Simulation du Comportement en Collision de Véhicules Ferroviaires", journée organisée par le Club  $\Phi^2$ AS, 22 novembre 1988.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception : Introduction du concept de super éléments de pliage.*

- [DRA 89] P. DRAZETIC, A. MARISSAL, Y. RAVALARD, J. OUDIN, : "Modèles Approchés de la Collision de Rames de Transports Guidés", StruCoMe, Paris, 14-16 novembre 1989.
- [DRA 90] P. DRAZETIC, : "Comportement au Choc de Véhicules Guidés: Contribution à la Validation de Modèles Numériques par Confrontation avec des Résultats Expérimentaux", Thèse de Doctorat de Génie Mécanique, Février 1990.
- [DRA 92] P. DRAZETIC, Y. RAVALARD, A. MARISSAL, : "Analysis and Simulation of Railroad Structure to Barrier Impact", Forum SCGM "Transport 1992+", Montréal, Canada, 1-5 Juin, 1992.
- [DRA 93] P. DRAZETIC, E. MARKIEWICZ, Y. RAVALARD, : "Application of Kinematic Models in Compression and Bending in Simplified Crash Calculations", Int. J. of Mech. Sci., Vol. 35, No. 3/4, pp. 179-191, 1993.
- [DRA 95] DRAZETIC P., MARKIEWICZ E., RAVALARD Y., : "Application of the Generalized Mixed Kinematic Model to the Calculation of Crushing Response of Complex Prismatic Sections", to be published in Int. J. Impact Engng, Vol. 16, No. 2, 1995.
- [DRE 79] C.-J. DRESSLER, R.-E. SCHORRY, : "High Speed Impact and Agressivity Analysis of the Calspan/Chrysler Research Safety Vehicles", SAE paper 790993, 1979.
- [DUT 76] J. DUTHEIL, G. VALBERT, : "Le Voilement des Plaques dans la Période Post-Critique", Construction Métallique, No. 1, pp. 5-39, 1976.
- [FIS 84] R.-G. FISCHER, J.-A. HAERTLE, : "Computer Modeling in New Vehicle Design", SAE paper 840863, 1984.
- [FLO 68] A. L. FLORENCE, J. N. GOODIER , : "Dynamic Plastic Buckling of Cylindrical Shells in Sustained axial Compressive Flow", J. Applied Mechanics, pp. 80-86, March, 1968.
- [GAR 80] G. GARY, : "Modélisation et Etude Expérimentale du Flambement Dynamique", Thèse de Doctorat d'Etat Es Science Physique, Octobre 1980.
- [GER 89] M. GERADIN, A. CARDONA, D. GRANVILLE, : "Numerical Simulation in the Deployment of Space Structures", Symposium on Computational Experiments at the PVP Conference organized by ASME, Honolulu, Hawaii, July 22-27, 1989.
- [GER 62] G. GERARD, : "Introduction to Structural Stability Theory", Mc GRAW-HILL BOOK COMPANY, INC., 1962.
- [GOO 68] J. N. GOODIER , : "Dynamic Buckling of Rectangular Plates in Sustained Plastic Compressive Flow", Proc. Symp. on Plasticity, Cambridge U. Eng. Laboratory, April, 1968.
- [HAU 89] E. HAUG, D. ULRICH, : "The Pam-Crash Code as an Efficient Tool for Crashworthiness Simulation and Design", Second European Cars/Trucks Simulation Symposium, Schliersee, West Germany, May 22-24, 1989.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



- [HAY 84] J. R. HAYDUK, T. WIERZBICKI, : "Extensional Collapse Modes of Structural Members", Computers & Structures, Vol. 18, No. 3, pp. 447-458, 1984.
- [HIK 86] F. HIKMAT, H. F. MAHMOOD and A. PALUSZNY, : "Analytical Technique for Simulating Crash Response of Vehicle Structures Composed of Beam Elements", Sae paper 860820, 1986.
- [HIL 86] R. HILL, : "Extremal Paths of Plastic Work and Deformation", Journal Mechanics and Physics of Solids, Vol. 39, No. 5, pp. 551-523, 1986.
- [HOO 65] W.-W. HOOKER, G. MARGOULIS, : "The Dynamical Attitude Equations for an  $n$ -Body Sattelite", The Journal of the Astronautical Sciences, Vol. 12, No. 4, pp. 123-128, 1965.
- [HUI 86] D. HUI, : "Design of Beneficial Geometric Imperfections for Elastic Collapse of Thin-Walled Box Columns", Int. J. of Mechanical Sciences, Vol. 28, No. 3, pp. 163-172, 1986.
- [ILY 47] A. A. ILYUSHIN, : "The Elasto-Plastic Stability of Plates", NACA TM No. 1188, 1947.
- [IMB 84] J. F. IMBERT, : "Analyse des Structures par Eléments Finis", Cepadues Editions, 1984.
- [JOH 77] W. JOHNSON, P. D. SODEN and S. T. S. AL-HASSANI, : "Inextensional Collapse of Thin-Walled Tubes Under Axial Compression", J. Strain Analysis, Vol. 12, No. 4, 1977
- [JON 80] N. JONES, H. L. M. DOS REIS: "On the Dynamic Buckling of a Simple Elastic-Plastic Model", Int. J. Solids Structures, Vol. 16, pp.969-989, 1980.
- [JON 84] N. JONES, : "Dynamic Elastic and Inelastic Buckling of Shells", In Developments in Thin-Walled Structures - 2, Edited by J. RHODES and A. C. WALKER, Vol. 2, pp. 49-91, Elsevier Applied Science Publishers, 1984.
- [JON 85] N. JONES, W. ABRAMOWICZ, : "Static and Dynamic Axial Crushing of Circular and Square Tubes", Metal Forming and Impact Mechanics, ed. S. R. REID , pp. 225-247, Pergamon Press Oxford 1985.
- [JON 92] N. JONES, D. KARAGIOZOVA : "Dynamic Pulse Buckling of a Simple Elastic-Plastic Model Including Axial Inertia", Int. J. Solids Structures, Vol. 29, No. 10, pp. 1255-1272, 1992.
- [KAM 70] M.-M. KAMAL, Research Labs, General Motors Corp, : "Analysis and Simulation of Vehicle to Barrier Impact", SAE paper 700414, 1970.
- [KAM 91] A. KAMINSKI, : "Etude de la Résistance au Choc du Poste de Conduite d'une Locomotive : Essais et Calculs", Strucome, pp. 287-298, 1991.
- [KAR 32] T. VON KARMAN, E. E. SECHLER and L. H. DONNEL, : "Strength of Thin Plates in Compression", Trans ASME, No. 54, 1932.
- [KEC 79] D. KECMAN, : "Bending Collapse of Rectangular Section Tubes in Relation to the Bus Roll Over Problem", PhD Thesis, Cranfield Institute of Technology, U. K., 1979.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

- [KEC 83a] D. KECMAN, : "Bending Collapse of Rectangular and Square Section Tubes", Int. J. of Mech. Sci., Vol. 25, No. 9-10, pp.623-636, 1983.
- [KEC 83b] D. KECMAN, : "Analysis of Framework-Type Safety Structures in Road Vehicles", Structural Crashworthiness, Chap. 13, éd. N. Jones & T. Wierzbicki, Butterworths and Co., London, pp. 371-396, 1983.
- [KEC 90] D. KECMAN, PERIC D., SADEGHI M., SUTHURST G., MAHMOOD H, : "Prediction of Deep Bending Collapse Characteristics of Car Body Beams by Regression Analysis", 23th Int. Congress FISITA, Turin 1990.
- [KUR 81] K. KURIMOTO, H. NAKAYA, K. OKADA, : "Modeling and Simulation of Frontal Crash Impact Response", SAE paper 810793, 1981.
- [LI 90] S. LI, S. R. REID, : "Relationship Between the Elastic Buckling of Square Tubes and Rectangular Plates", Trans. ASME, Vol. 57, pp. 969-973, 1990.
- [LI 92] S. LI, S. R. REID, : "The Plastic Buckling of Axially Compressed Square Tubes", Trans. ASME, Vol. 59, pp. 276-282, 1992.
- [LIN 65] H. E. LINDBERG, : "Impact Buckling of a Thin Bar", J. Applied Mechanics, pp. 315-322, June, 1965.
- [LUP 90] H.-A. LUPKER, : "LPG Rail Tank Cars Under Head-On Collisions", International Journal of Impact Engineering, Vol. 9, No. 3, pp. 359-376, 1990.
- [MAG 78] C. L. MAGEE, P. H. THORNTON, : "Design Considerations in Energy Absorption by Structural Collapse", SAE paper 780434, 1978.
- [MAH 91] M. MAHENDRAN, N. W. MURRAY, : "Effect of Initial Imperfections on Local Plastic Mechanism in Thin Steel Plates with In-Plane Compression", Int. Conf. on Steel and Aluminium Structures, ICSAS 91, Singapore, 22-24 May, 1991.
- [MAH 81] H. F. MAHMOOD, A. PALUSZNY, : "Design of Thin-Walled Columns for Crash Energy Managment - Their Strength and Mode of Collapse", Proc. 4th International Conference Vehicle Struct. Mech., SAE Paper 811302, pp. 7-18, 1981.
- [MAH 82] H. F. MAHMOOD, A. PALUSZNY, : "Stability of Plate-Type Box Columns Under Crush Loading", Proc. ASME Winter Session Computational Methods in Ground Transportation Vehicles, November 14, 1982.
- [MAH 84] H. F. MAHMOOD, A. PALUSZNY, : "Axial Collapse of Thin-Walled Cylindrical Column", Proc. 5th International Conference Vehicle Struct. Mech., SAE paper 840727, pp. 45-56, 1984.
- [MAH 85] H. F. MAHMOOD, N. K. SAHA and A. PALUSZNY, : "Stiffness and Crash Strength Characteristics of Thin-Walled Plate Components", Computers in Engineering, Vol. 1, Book No. G0286A, pp. 501-508, 1985.
- [MAH 86] H. F. MAHMOOD, A. PALUSZNY and X. D. TANG, : "A 3-D Computer Program for Crashworthiness Analysis of Vehicle Structures Composed by Thin-Walled Beam Components (elements)", Proc. ASME Winter Annual Meeting Anaheim Calif., pp. 141-154, 1986.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

- [MAH 88] H. F. MAHMOOD, A. PALUSZNY and X. D. TANG, : "Crash Analysis of Thin-Walled Beam-Type Structures", SAE paper 880894, 1988.
- [MAR 91a] A. MARISSAL, P. DRAZETIC, Y. RAVALARD, : "Modélisation Bidimensionnelle du Comportement au Choc des Véhicules de Transports Guidés", A.U.M., 10e Congrès Français de Mécanique, Vol. 4, pp. 209-212, Septembre, 1991.
- [MAR 91b] A. MARISSAL, P. DRAZETIC, Y. RAVALARD, : "Comportement au Choc de Véhicules Guidés : Approches Globales et Locales", StruCome, Paris, Novembre, 1991.
- [MAR 92a] A. MARISSAL, P. DRAZETIC, Y. RAVALARD, : "Absorption d'Energie d'un Choc à Faible Vitesse", IXe Colloque Vibrations Chocs et Bruits, G.A.M.I., Lyon, 3-5 Juin 1992.
- [MAR 93a] A. MARISSAL, : "Collision Bidimensionnelle dans les Transports Guidés : Expérimentation et Modélisation des Risques de Chevauchement", Thèse de Doctorat de Génie Mécanique, Juin 1993.
- [MAR 92b] E. MARKIEWICZ, G. MILCENT, P. DRAZETIC, Y. RAVALARD, : "Couplage Série des Modèles Cinématiques en Compression et en Flexion", StruCome, Paris, Novembre, 1992.
- [MAR 93b] E. MARKIEWICZ, P. DRAZETIC, Y. RAVALARD, : "Modèles Cinématiques en Compression : Calcul de l'Effort Instantané d'Effondrement", 11<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Vol. 4, Lille-Villeneuve d'Ascq, 1993.
- [MAR 94] E. MARKIEWICZ, P. DRAZETIC, G. MILCENT, Y. RAVALARD, : "Comportement au Choc des Véhicules de Transport Ferroviaire - Approche Hybride", PAM'94 - PAM Users Congress, Paris, 5-7 Octobre, 1994.
- [MCG 93] I. J. MC GREGOR, D. J. MEADOWS, C. E. SCOTT and A. D. SEEDS, : "Impact Performance of Aluminium Structures", Structural Crashworthiness and Failure, Edited by. N. Jones and T. Wierzbicki, Elsevier Applied Science Publishers, 1993.
- [MCI 77] I.-K. MC IVOR, W.-J. ANDERSON, : "Dynamic Validation of a Computer Simulation for Vehicle Crash", SAE paper 770591, 1977.
- [MEN 83] Q. MENG, S. T. S. AL-HASSANI and P. D. SODEN, : "Axial Crushing of Square Tubes", Int. J. Mech. Sci., Vol. 25, No. 9-10, pp. 747-773, 1983.
- [NIK 83] P.-E. NIKRAVESH, I.-S. CHUNG, R.-L. BENEDICT, : "Plastic Hinge Approach to Vehicle Crash Simulation", Comp. & Struc., Vol. 16, No. 1-4, pp. 395-400, 1983.
- [NG 86] P. NG, G.-H TIDBURY, : "The Development of a Vehicle Angled Side Collision Computer Simulation Program", SAE paper 860822, 1986.
- [OHK 74] Y. OHKUBO, T. AKAMATSU and K. SHIRASAWA, : "Mean Crushing Strength of Closed-Hat Section Members", SAE paper 740040, 1974.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

- [ORE 85] ORE, : "Méthodes de Calcul des Structures pour la Résistance aux Chocs", question ORE B165 (Résistance Dynamique aux Impacts Frontaux des Postes de Conduite), Rapport No. 1, Utrecht, Avril, 1985.
- [ORE 87a] ORE, : "Philosophie Proposée pour la Conception Structurale de Postes de Conduite", question ORE B165, rapport No. 5, Utrecht, Septembre, 1987.
- [ORE 87b] ORE, : "Essais de Panneautages", Question ORE B165, Rapport No. 3, Utrecht, Septembre 1987.
- [ORE 88] ORE, : "Eléments absorbant l'Energie", Question ORE B165, Rapport No. 6, Utrecht, Septembre 1988.
- [ORE 91a] ORE, : "Etude concernant les Déflecteurs d'Obstacles", Question ORE B165, Rapport No. 7, Utrecht, Avril 1991.
- [ORE 91b] ORE, : "Description Technique de la Conception des Véhicules", Question ORE B165, Rapport No. 8, Utrecht, Avril 1991.
- [ORL 77] N. ORLANDEA, M.-A. CHACE, D.-A. CALAHAN, : "A Sparsity-Oriented Approach to the Dynamic Analysis and Design of Mechanical Systems, Parts 1 et 2", ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 99, pp. 773-784, 1977.
- [PAY 94] F. PAYEN, : "Rapport Interne de Développement", L.A.M.I.H./L.G.M., 1994.
- [PCU 94] P. CULIERE, E. MARKIEWICZ, G. MILCENT, A. TRAMECON, : "Dedicated Crashworthiness Simulation Software for the Rolling Stock Industry", WCRR'94 - World Congress on Railway Research, Paris, 14-16 Novembre, 1994.
- [PUG 79] A. G. PUGSLEY, : "On the Crumpling of Thin Tubular Struts", Quart. J. Mechanics and Applied Mathematics, No. 32, pp. 1-7, 1979.
- [RED 93] T. Y. REDDY, S. T. S. AL-HASSANI, : "Axial Crushing of Wood-Filled Square Metal Tubes", Int. J. of Mech. Sci., Vol. 35, No. 3/4, pp. 231-246, 1993.
- [REI 86] S. R. REID, T. Y. REDDY and M. D. GRAY, : "Static and Dynamic Axial Crushing of Foam-Filled Sheet Metal Tubes", Int. J. Mech. Sci., Vol. 28, No. 5, pp. 295-322, 1986.
- [REI 93] S. R. REID, : "Plastic Deformation Mechanisms in Axially Compressed Metal Tubes Used as Impact Energy Absorbers", Int. J. Mech. Sci., Vol. 35, No. 12, pp. 1035-1052, 1993.
- [RHO 81] J. RHODES, : "On the Approximate Prediction of Elasto-Plastic Plate Behaviour", Proc.Instn Civ Engrs, Part 2, 71, Mar., pp. 165-183, 1981.
- [SHA 83] A.-A. SHABANA, R.-A. WEHAGE, : "Variable Degree-of-Freedom Component Mode Analysis of Inertia Variant Flexible Mechanical Systems", ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 105, pp. 371-378, September, 1983.
- [SHE 72] P.-N. SHETH, J.-J. UICKER, : "IMP (Integrated Mechanisms Program), A Computer-Aided Design Analysis System for Mechanisms and Linkages", ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 94, pp. 454-464, 1972.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

- [SIM 84] J.-C. SIMO, : "A Finite Strain Beam Formulation. The Three Dimensional Dynamic Problem. Part 1", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 49, pp. 55-70, 1984.
- [SON 80] J.-O. SONG, E.-J. HAUG, : "Dynamic Analysis of Planar Flexible Mechanisms", Computation Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 24, pp. 359-381, 1980.
- [STO 48] E. Z. STOWELL, : "A unified Theory of Plastic Buckling of Columns and Plates", NACA, TR898, 1948.
- [SUT 84] A. SUTTON, J.-H. LEWIS, : "Elastic-Plastic Interaction of Rakes of Rail Vehicles", International Conference on Structural Impact and Crashworthiness, London, Vol. 2, pp. 783-796, 1984.
- [TAN 70] M. TANI, R.-I. EMORI, : "A Study on Automobile Crashworthiness", SAE paper 700175, 1970.
- [TAS 94] R. TASSIN, : "Modèles de Prédimensionnement des Véhicules de Transport Guidés : Méthode de Localisation des Rotules Plastiques", Thèse de Doctorat de Génie Mécanique, Novembre 1994.
- [TIM 69] S. TIMOSHENKO , S. WOINOWSKY-KRIEGER, : "Theory of Plates and Shells", Mac Graw- Hill, New York, 1969.
- [TOM 84] J.-E. TOMASSONI, : "Simulation of a Two Car Oblique Side Impact Using a Simple Crash Analysis Model", SAE paper 840885, 1984.
- [TON 83] P. TONG, : "Rail Vehicule Structural Crashworthiness", in Structural Crashworthiness, N. Jones & T. Wierzbicki, ed. Butterworth and Co, pp. 397-416, London 1983.
- [UIC 66] UIC, : "Règles concernant la Capacité de Résistance aux Chocs en Service des Automotrices ou des Trains Automoteurs à Moteurs à Combustion", Fiche 625-7 OR, Paris, 1<sup>ère</sup> édition, 1-1-1966.
- [UIC 77] UIC, : "Règles particulières en vue d'assurer la Protection du Personnel dans les Cabines de Conduite des Matériels de Traction", Fiche 617-5 OR, Paris, 2<sup>ème</sup> édition, 1-1-1977.
- [UIC 84] Fiche Union Internationale des Chemins de Fer, : "Voitures, sollicitations", No. 566, 1984.
- [UIC 86] UIC, : "Constitution des Cabines de Conduite des Locomotives, Automotrices, Rames Automotrices et Voitures Pilotes", Fiche 651 OR, Paris, 1<sup>ère</sup> édition, 1-1-1986.
- [VUK 82] M. VUKOBRATOVIC, V. POTKONJAK, : "Dynamics of Manipulation Robots", Springer-Verlag, Berlin, 1982.
- [WAL 69] A. C. WALKER A, : "The Post-Buckling Behaviour of Simply-Supported Square Plates", The Aeronautical Quarterly, Vol.XX, pp. 203-222, 1969.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*

- [WAN 91] X. WANG, : "Comportement à l'Ecrasement des Structures Tubulaires en Multi-Matériaux", Thèse de Doctorat de Génie Mécanique, LCB - INRETS, Juillet 1991.
- [WIE 77] T. WIERZBICKI, T. AKERSTRÖM : "Dynamic Crushing of Strain Rate Sensitive Box Columns", SAE paper 770592, 1977.
- [WIE 82] T. WIERZBICKI, : "On the formation and growth of folding modes in compressed thin-walled structures", Proc. IUTAM Symposium on Collapse "The Buckling of Structures in Theory and Practice", University College London, August 31 - Sept. 3, 1982.
- [WIE 83a] T. WIERZBICKI, W. ABRAMOWICZ, : "On the crushing mechanics of thin-walled structures", J.Appl. Mech., Vol. 50, pp. 727-734, 1983.
- [WIE 83b] T. WIERZBICKI, : "Crushing analysis of metal honeycombs", Int. J. Impact Engng., Vol. 1, No. 2, pp. 157-174, 1983.
- [WIE 87] T. WIERZBICKI, W. ABRAMOWICZ, : "Quasi-static progressive crushing", Manual of Crashworthiness Engineering, Vol. 1, M.I.T., 1987.
- [WIE 88] T. WIERZBICKI, W. ABRAMOWICZ, : "Theoretical foundations", Manual of Crashworthiness Engineering, Vol. 1, M.I.T., 1988.
- [WIE 89a] T. WIERZBICKI, W. ABRAMOWICZ, : "The Mechanics of Deep Plastic Collapse of Thin Walled Structures", in Structural Failure, ed. T. WIERZBICKI & N. JONES, pp. 281-329, New York, 1989.
- [WIE 89b] T. WIERZBICKI, L. RECKE, : "Ultimate Strength of Box Columns Subjected to Impact Loading", Int. Conf. Mech. Prop. Materials at High Rates of Strain", Oxford, 1989.
- [WIE 90] T. WIERZBICKI, : "Failure and Post-Failure Behavior of Box Columns", Inelastic Solids and Structure, Pineridge Press Ltd., pp. 385-403, 1990.
- [WIE 91] T. WIERZBICKI, J. HUANG, : "Initiation of Plastic Folding Mechanism in Crushed Box Columns", Thin-Walled Structures, Vol. 13, pp. 115-143, 1991.
- [WIE 92] T. WIERZBICKI, S. U. BHAT, W. ABRAMOWICZ and D. BRODKIN, : "Alexander Revisited - A Two Folding Elements Model of Progressive Crushing of Tubes", Int. J. Solids Structures, Vol. 29, No. 24, pp. 3269-3288, 1992.
- [WIE 93] T. WIERZBICKI, W. ABRAMOWICZ, : "A Computer Program for Design of Columns for Optimal Crash", Crash-Cad Manual, 1993.
- [YAM 86] S. YAMAGUCHI, H. KATO and T. OSAKI, : "Efficient Energy Absorption of Automobile Side Rails", Proc. Experimental Safety Vehicle, 1986.
- [YU 92] T. X. YU, F. L. CHEN, : "The Large Deflection Dynamic Plastic Response of Rectangular Plates", Int. J. Impact Engng, Vol. 12, No. 4, pp. 603-616, 1992.

*Contribution au développement d'une méthodologie simplifiée d'aide au design  
collision des véhicules de transport pendant la phase de préconception :  
Introduction du concept de super éléments de pliage.*



Bibliothèque Universitaire de Valenciennes



00904312