



HAL
open science

Estimation de canaux sélectifs en fréquence par interpolation pour les systèmes DMT : application aux PLC

David Buèche

► **To cite this version:**

David Buèche. Estimation de canaux sélectifs en fréquence par interpolation pour les systèmes DMT : application aux PLC. Electronique. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2006. Français. NNT : 2006VALE0012 . tel-03441446

HAL Id: tel-03441446

<https://uphf.hal.science/tel-03441446v1>

Submitted on 22 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 06/02



THESE

Présentée à

L'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis

Pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université

Spécialité : **Electronique**

Par

David BUECHE

***ESTIMATION DE CANAUX SELECTIFS EN
FREQUENCE PAR INTERPOLATION
POUR LES SYSTEMES DMT
APPLICATION AUX PLC***

Soutenue le 12 Juillet 2006 devant la commission d'examen :

<i>Rapporteurs</i>	J. SAILLARD	Professeur, Université de Nantes
	J. LIENARD	Professeur, Université de Grenoble
<i>Examineur</i>	B. SEMAIL	Professeur, Université de Lille
<i>Co-Directeur de thèse</i>	P. CORLAY	Maître de conférences, Université de Valenciennes
<i>Directeur de thèse</i>	M. GAZALET	Professeur, Université de Valenciennes

Institut d'Electronique, de Microélectronique et de Nanotechnologies (UMR CNRS 8520)
Département O.A.E, Le Mont Houy, 59313 Valenciennes

N° d'ordre : 06/02



THESE

Présentée à

L'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis

Pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université

Spécialité : **Electronique**

Par

David BUECHE



***ESTIMATION DE CANAUX SELECTIFS EN
FREQUENCE PAR INTERPOLATION
POUR LES SYSTEMES DMT
APPLICATION AUX PLC***

Soutenue le 12 Juillet 2006 devant la commission d'examen :

<i>Rapporteurs</i>	J. SAILLARD	Professeur, Université de Nantes
	J. LIENARD	Professeur, Université de Grenoble
<i>Examineur</i>	B. SEMAIL	Professeur, Université de Lille
<i>Co-Directeur de thèse</i>	P. CORLAY	Maître de conférences, Université de Valenciennes
<i>Directeur de thèse</i>	M.GAZALET	Professeur, Université de Valenciennes

Institut d'Electronique, de Microélectronique et de Nanotechnologies (UMR CNRS 8520)
Département O.A.E, Le Mont Houy, 59313 Valenciennes



Remerciements

Je remercie le Professeur Marc Gazalet, responsable de l'équipe Transmission Numérique des Signaux et des Images, qui a dirigé cette thèse. Son encadrement a été sans faille.

Patrick Corlay, Maître de conférences, a co-encadré ce travail avec un enthousiasme et une bonne humeur hors du commun. Qu'il reçoive toute ma gratitude !

Les conseils et remarques des membres de l'équipe TNSI, Marie Zwingelstein-Colin, Mohamed Gharbi, François-Xavier Coudoux, furent pertinents et bénéfiques. Je leur en suis reconnaissant.

Je suis très honoré que Mrs Joseph Saillard, Professeur à l'Université de Nantes et Joël Lienard, Professeur à l'Université de Grenoble aient accepté la tâche de rapporteurs.

J'adresse mes remerciements à Madame Betty Semail, Professeur à l'Université de Lille de m'avoir fait l'honneur de présider ce jury.

Il y a aussi tous ces acteurs - ô combien indispensables - d'une efficacité incontestable et qui agissent dans une totale discrétion : un Merci tout spécial à Francis et Marc pour toute la partie mesures, Anne et Edith pour la gestion administrative, sans oublier le personnel de la bibliothèque ainsi que celui de la reprographie !

Ce travail a vu le jour grâce aux décharges de service accordées par le Conseil Scientifique de l'Université de Valenciennes et je l'en remercie grandement.

à *Christel,*
Audrey & Silvain

Tables des matières

<i>Introduction</i>	1
Chapitre 1 <i>Modulations multi-porteuses OFDM et DMT</i>	4
1.1 Introduction	4
1.2 OFDM	5
1.2.1 Modèle continu	5
1.2.2 Modèle discret	8
1.3 DMT	9
1.3.1 Séquences temporelles émises	10
1.3.2 Séquences fréquentielles reçues	13
1.3.3 Estimation, à la réception du point de la constellation émis	13
1.3.4 Structure de la chaîne DMT	16
1.3.5 Allocation des bits et de la puissance (relations et grandeurs fondamentales)	17
1.3.6 Les principaux algorithmes d'allocation.	20
1.4 Conclusion	25
Chapitre 2 <i>Communication sur le réseau électrique PLC</i>	26
2.1 Introduction	26
2.2 Réseaux de distribution électrique et communications	27
2.2.1 Communications "outdoor" et "indoor"	27
2.2.2 Communications "indoor" et régulations	27
2.3 Le canal indoor	28
2.3.1 Fonction de transfert et réponse impulsionnelle	29
2.3.2 Bruits.....	38
2.4 Canal PLC et DMT	40
2.4.1 Modulations multiporteuses adaptatives et PLC	40
2.4.2 De l'ADSL aux PLC...	40
2.4.3 DMT et sous-porteuses pilotes	42
2.5 Conclusion	46
Chapitre 3 <i>Estimation du canal PLC assistée de sous-porteuses pilotes. Principales techniques et comparaisons</i>	47
3.1 Introduction	47
3.2 Positionnement des pilotes et techniques associées.	47

3.3	Interpolations polynomiales par morceaux	50
3.3.1	Présentation unifiée	50
3.3.2	Décomposition de l'erreur d'estimation	53
3.3.3	Analyse de l'erreur d'interpolation (Sous-porteuses pilotes sans bruit)	53
3.3.4	Analyse de l'erreur due à la présence de bruit	58
3.4	Interpolation utilisant les transformées de Fourier discrètes	60
3.4.1	Présentation	60
3.4.2	Analyse de l'erreur d'interpolation (Sous-porteuses pilotes sans bruit)	63
3.4.3	Analyse de l'erreur due à la présence de bruit	65
3.5	Comparaison des différentes techniques d'estimation de canal	66
3.5.1	Cas de figures envisageables.	67
3.5.2	Situation pratique élémentaire	67
3.6	Conclusion	70
Chapitre 4 Un indicateur de performances dédié aux systèmes de transmission DMT avec une estimation de canal non parfaite		71
4.1	Introduction	71
4.2	Impact de l'erreur d'estimation sur la dégradation du taux d'erreur par symbole QAM	72
4.2.1	Analyse de la dégradation du taux d'erreur symbole	74
4.2.2	Approximation de la dégradation du taux d'erreur symbole	77
4.3	Impact de l'erreur d'estimation sur les performances de l'ensemble de transmission DMT	78
4.3.1	Approximation de la dégradation relative du taux d'erreur binaire	79
4.3.2	Un indicateur de performances	80
4.4	Simulations	81
4.4.1	Paramètres de simulation	81
4.4.2	Simulations avec différentes valeurs d'indicateur à valeur moyenne quadratique constante	83
4.4.3	Exemple d'optimisation de symbole pilote	85
4.5	Cas particulier d'une erreur d'estimation variable dans le temps (Estimation itérative)	88
4.6	Conclusion	90
Chapitre 5 Quelques considérations sur l'optimisation des techniques d'estimation de canal par interpolation. Exemples d'applications de l'indicateur aux PLC		91
5.1	Introduction	91
5.2	Cas où l'erreur due au bruit sur les pilotes est prépondérante	92
5.2.1	Approche théorique	92
5.2.2	Simulation	99
5.3	Cas où l'erreur d'interpolation est prédominante	105
5.3.1	Contexte de l'étude (positionnement des pilotes)	105
5.3.2	Présentation des deux "types" d'erreur quadratique d'interpolation.	106

Table des matières

5.3.3	Analyse des performances associées au déplacement d'un ou plusieurs pilotes	109
5.4	Conclusion	113
	<i>Conclusion générale et perspectives</i>	114
	<i>Annexes</i>	115
	<i>Glossaire</i>	119
	<i>Liste des figures</i>	120
	<i>Liste des tableaux</i>	123
	<i>Bibliographie</i>	124

Introduction

De nos jours, le développement exponentiel des applications multimédia engendre la nécessité de communications entre différentes entités, mobiles et fixes. Les réseaux haut débit sont devenus indispensables. Ils peuvent se décomposer en deux grandes familles :

- Les boucles locales (Les liaisons terminales “derniers kilomètres” vers les abonnés d’un réseau de télécommunications) avec comme principal exemple l’ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line) pour les accès internet haut débit.
- Les réseaux locaux (LAN Local Area Network) à l’intérieur d’un bâtiment.

D’un point de vue pratique, pour les réseaux câblés, on peut, soit déployer de nouvelles infrastructures (fibres optiques, câbles) moyennant un coût certain, soit envisager l’utilisation de structures existantes, initialement non prévues à cet effet. Ces structures sont, essentiellement, la paire téléphonique torsadée (avec comme application phare l’ADSL) et le réseau de distribution électrique donnant naissance aux communications de type PLC (Power Line Communications). Cette dernière idée n’est pas nouvelle, puisque les premiers travaux remontent aux années 1920...

Le contexte de travail de cette thèse est celui des réseaux locaux haut débit sur le secteur (indoor). L’objectif final est de proposer une solution venant compléter les offres classiques filaires (Ethernet) ou sans fils (WiFi) actuelles. De plus, le domaine d’application pourra être étendu à celui de l’électronique embarquée dans le cadre de systèmes de communication spécifiques pour les moyens de transport (voitures, avions...).

Afin de répondre aux attentes, différents types de modulations sont envisageables pour communiquer sur le secteur. Suite à des travaux relatifs à l’optimisation d’un système DMT (Discrete MultiTone) –ADSL, au sein du laboratoire, il s’avère que les points forts de cette modulation multiporteuse résident dans son aptitude à s’approcher de façon efficace de la capacité du canal, ainsi que dans sa simplicité d’implémentation matérielle. Ces deux caractéristiques en font donc une modulation privilégiée pour les PLC, laissant entrevoir la réalisation de modems haut débit fiables et de faible coût.

Cependant, le canal PLC ne présente pas les mêmes caractéristiques que la paire torsadée cuivrée utilisée par le téléphone. La DMT, telle qu’on la rencontre dans l’ADSL, se doit donc d’être “adaptée” au canal PLC afin d’exploiter au maximum toute sa potentialité.

Au cours du premier chapitre, après un bref rappel sur les modulations multiporteuses, nous présentons la DMT. Elle peut être perçue comme un cas particulier de L'OFDM (orthogonal Frequency Division multiplex) constitué de plusieurs sous-porteuses orthogonales modulées en quadrature où les caractéristiques de chaque sous-porteuse, nombre de bits et puissance, sont données par un algorithme spécifique (algorithme d'allocation) en fonction de la réponse en fréquence du canal et de la densité spectrale du bruit additif. Nous verrons que les principaux algorithmes rencontrés dans la littérature imposent un taux d'erreur symbole identique sur chaque sous-porteuse. Une présentation des constellations, forme et codage, retenues par la norme ADSL et l'expression du taux d'erreur binaire associé seront proposées.

Les propriétés du canal PLC font l'objet du second chapitre. Une approche physique assortie de mesures, ainsi que la présentation des principaux modèles (réponse en fréquence et impulsionnelle, bruit) rencontrés dans la littérature sont proposées. Les caractéristiques du canal évoluent dans le temps. Il s'agit d'une succession d'états stationnaires –constitués d'un canal sélectif en fréquence à bruit additif coloré-, de durées variables, séparés par des phases transitoires. Une adaptation possible de la DMT aux PLC consiste à introduire des sous-porteuses pilotes afin d'estimer la densité spectrale de bruit ainsi que la réponse en fréquence du canal, pendant les phases stationnaires, et de détecter les phases transitoires. On abordera uniquement l'estimation de la réponse en fréquence du canal nécessaire pour l'égalisation fréquentielle. Des premiers résultats de simulations avec un canal mesuré et des sous-porteuses pilotes (idéalement filtrées, *i.e.* sans bruit) associées à des techniques d'interpolation nous confortent dans le choix de l'adaptation retenue.

Afin d'effectuer une comparaison des principales techniques d'interpolation, nous montrons, au chapitre trois, que l'erreur d'estimation peut être décomposée en une somme de deux termes :

- Une erreur d'interpolation, à savoir l'erreur obtenue avec des sous-porteuses pilotes sans bruit.
- Une erreur due à la présence de bruit sur les sous-porteuses pilotes.

Après avoir étudié séparément ces deux termes d'erreur, nous démontrons que la meilleure technique d'interpolation -au sens de l'erreur quadratique moyenne minimale- est fonction du rapport signal à bruit sur les pilotes pour un écartement fréquentiel (entre pilotes) donné.

Dans le cadre du canal PLC, nous constatons que l'interpolation linéaire présente une potentialité certaine, lorsque le terme d'erreur dû à la présence de bruit sur les pilotes est prédominant.

Pour une modulation DMT, les caractéristiques (nombre de bits et puissance) des constellations de chaque sous-porteuse sont variables en fonction de l'état du canal (c'est d'ailleurs ce qui en fait sa force !). Par conséquent, une erreur d'estimation donnée, portant sur la réponse en fréquence utilisée pour l'égalisation fréquentielle, n'engendrera pas la même dégradation de performances en fonction de la sous-porteuse considérée. L'erreur quadratique moyenne s'avère donc "insuffisante" pour traduire la perte de performances puisqu'elle

attribue à chaque erreur quadratique un poids unitaire indépendamment de sa localisation fréquentielle. C'est pour cette raison que nous avons établi, au chapitre 4, un indicateur de performances qui est simplement la moyenne des erreurs quadratiques d'estimation pondérées par un coefficient qui dépend de la sous-porteuse considérée. La détermination de cet indicateur est aisée. Des simulations montrent une bien meilleure adéquation de l'indicateur avec la dégradation du taux d'erreur binaire par rapport à l'erreur quadratique moyenne. Il pourra être utilisé comme un outil de comparaison ou comme un critère d'optimisation, évitant ainsi le recours à de nombreuses simulations...

Enfin, au cinquième chapitre, nous rechercherons une répartition optimale de la puissance sur les sous-porteuses pilotes - lorsque que l'erreur d'estimation due au bruit est prépondérante - en minimisant la valeur de l'indicateur. On constate que la répartition optimale est très proche de la répartition uniforme, indépendamment de la technique d'interpolation retenue, et cela, malgré la présence d'un bruit additif coloré ! Des simulations dans le contexte des PLC valident, en terme de taux d'erreur binaire, les différents résultats.

Chapitre 1

Modulations multi-porteuses

OFDM et DMT

1.1 Introduction

Pour transmettre en OFDM des données à haut débit sur un canal doublement sélectif, temps et fréquence, on émet en parallèle, sur différentes sous-porteuses, des données avec un débit plus faible et un encombrement spectral restreint. L'origine de cette technique remonte aux années 1960 [CHA66]. Les principales applications étaient alors des systèmes militaires fonctionnant en hautes fréquences (KINEPLEX, ANDEFT, KATHRYN). En 1971, Weinstein et Ebert [WEI71] suggèrent d'utiliser la transformée de Fourier discrète (TFD) ainsi que la transformée de Fourier discrète inverse (TFDI) pour l'élaboration du récepteur et de l'émetteur. Les bases théoriques des modulations d'amplitude en quadrature multiplexées orthogonalement (O-QAM) ont été données par Hirosaki en 1981 [HIR81]. De nos jours, l'OFDM est utilisée pour la transmission terrestre numérique de la radio DAB (Digital Audio Broadcasting), ainsi que de la télévision DVB. Elle a été retenue comme couche physique de réseaux sans fils tels que HIPERLAN (High PERformances Local Area Network) et MMAC (Multimedia Mobile Access Communication systems).

Il existe cependant quelques variantes :

- Lorsque le canal n'est que faiblement variable dans le temps, ce qui est le cas généralement des liaisons câblées, on optimise la transmission en adaptant le nombre de bits ainsi que la puissance par sous-porteuse en fonction du rapport signal à bruit (SNR) [KAL89] [BIN90]. Cette technique a été appliquée avec succès à la paire téléphonique torsadée dans le cadre de l'ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line) [ANS97][STA99]. Elle porte le nom de DMT(Discrete multi-Tone)[CIO91]. D'un point de vue pratique, cela nécessite un retour entre le récepteur et l'émetteur pour l'estimation « fine » du SNR réclamée par l'algorithme d'allocation (algorithme délivrant le nombre de bits et le niveau de puissance par sous-porteuse).

- De nombreux travaux portent sur l'association des techniques à étalement de spectre et de l'OFDM [ZEE00] [VAN00] à des fins de téléphonie mobile, entre autres.

Quand il sera question d'OFDM, dans ce mémoire, on supposera que les caractéristiques des différentes sous-porteuses (nombre de bits et puissance) sont identiques. L'allocation des bits et de la puissance en fonction du SNR est la spécificité de la DMT et de certaines techniques d'OFDM dites "adaptatives".

On se propose, dans ce chapitre, de présenter un modèle continu et discret d'un ensemble de transmission OFDM avec préfixe cyclique. La DMT sera alors abordée en s'appuyant sur cette modélisation. Après une description des constellations utilisées dans le cadre de l'ADSL, et de la structure de l'ensemble de réception, le taux d'erreur binaire sera analysé. Le chapitre se termine sur la présentation des principaux algorithmes d'allocation.

1.2 OFDM

1.2.1 Modèle continu

1.2.1.1 Signal émis

Le signal émis est constitué dans le temps d'une succession de symboles. Un symbole temporel OFDM de durée T consiste en une somme de N sous-porteuses, dont les fréquences sont situées de part et d'autre de la fréquence centrale f_c dans une largeur de bande totale $W = \frac{N}{T}$. Des modulations d'amplitude en quadrature sont réalisées sur chaque sous-porteuse (M -QAM & PSK) [HAN00]. Si X_k correspond à l'amplitude complexe de la modulation de la sous-porteuse d'indice k et de fréquence $f_k = f_c + \frac{k}{T}$, alors le symbole émis $x(t)$ a pour expression :

$$x(t) = \begin{cases} RE \left\{ \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} X_{k+\frac{N}{2}} \cdot \exp(i2\pi \left(f_c + \frac{k}{T} \right) t) \right\} & \text{pour } t \in [0, T] \\ 0 & \text{Ailleurs} \end{cases} \quad (1.1)$$

C'est la grandeur X_k qui est susceptible de changer d'un symbole à l'autre en fonction des données à émettre.

Pour des raisons de commodité, on utilise la représentation en bande de base. Nous garderons cependant les mêmes notations, ce qui ne devrait pas porter à confusion.

$$x(t) = \begin{cases} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} X_k \cdot \exp(+i2\pi \frac{k}{T} t) & \text{pour } t \in [0, T] \\ 0 & \text{Ailleurs} \end{cases} \quad (1.2)$$

L'orthogonalité est assurée puisque le produit scalaire de deux sous-porteuses se résume à :

$$\int_0^T \exp(i2\pi \frac{k_1}{T} t) \cdot \exp(-i2\pi \frac{k_2}{T} t) dt = \delta_{k_1, k_2} \quad (1.3)$$

où δ_{k_1, k_2} correspond au symbole de Kronecker défini par :

$$\delta_{k_1, k_2} = \begin{cases} 1 & \text{pour } k_1 = k_2 \\ 0 & \text{pour } k_1 \neq k_2 \end{cases}$$

En guise d'illustration, nous avons représenté quelques sous-porteuses dans le domaine temporel à la figure 1.1. La propriété d'orthogonalité découle du fait que les sous-porteuses, sur l'intervalle de temps $[0, T]$, présentent des périodes qui sont des sous-multiples de T .

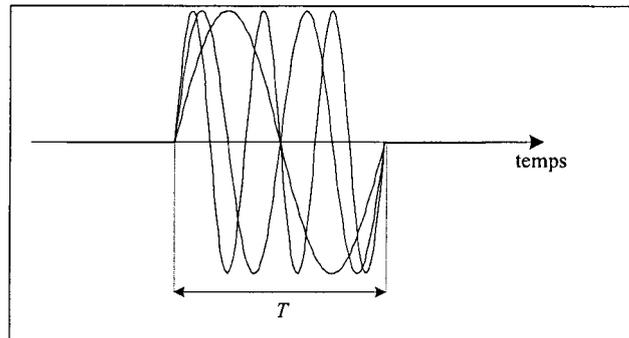


Fig. 1.1: Représentation de trois sous-porteuses dans le domaine temporel pour un symbole

Le signal émis (un symbole) est constitué d'une somme de sinusoïdes multipliée par une fenêtre temporelle rectangulaire de durée T . Cela se traduira dans le domaine fréquentiel par une somme de Dirac (décalés de $1/T$ les uns par rapport aux autres) convoluée avec la fonction $T \cdot \text{sinc}(\pi \cdot f \cdot T)$. Comme le montre la figure 1.2, le spectre du signal émis est, de ce fait, une somme de sinus cardinaux décalés de $1/T$. Les sinus cardinaux sont à support infini et, de plus, les fonctions ne sont pas disjointes entre elles. C'est ce dernier point qui avantage l'OFDM par rapport aux techniques FDM à spectres disjoints puisque l'encombrement spectral global s'en trouve réduit. Cependant, la densité spectrale de puissance du signal hors bande n'est pas nulle, elle décroît en $1/f^2$. Cela peut éventuellement créer quelques problèmes. Les principales solutions consistent alors, soit à ne pas utiliser un certain nombre de sous-porteuses de part et d'autre de la bande de fréquence utile, ou à utiliser un autre type de fenêtre temporelle [NEE00].

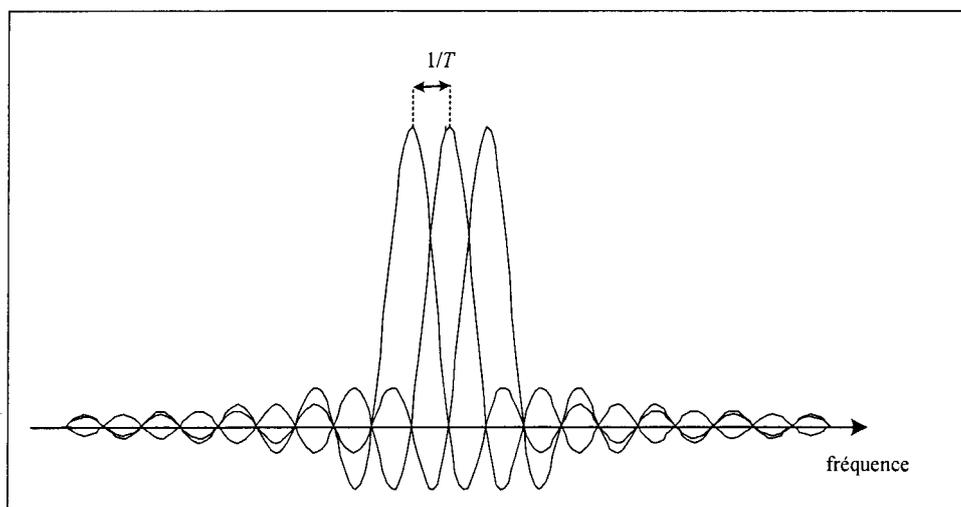


Fig. 1.2 : Représentation de trois sous-porteuses dans le domaine fréquentiel

1.2.1.2 Suppression des interférences entre symboles (dans le cas d'un canal multi-trajet stationnaire)

Le signal reçu correspond au bruit près à la convolution du signal émis avec la réponse impulsionnelle du canal. Puisque la convolution avec une impulsion de Dirac retardée se traduit par un décalage égal au retard, la durée du symbole reçu correspondra donc à la durée du symbole émis allongée du retard maximal de la réponse impulsionnelle τ_{\max} . Comme le montre la figure 1.3, il suffit d'introduire un intervalle de garde de durée supérieure à τ_{\max} , entre deux symboles consécutifs, pour supprimer les interférences entre symboles. Bien évidemment, l'introduction de cet intervalle de garde se traduit par une diminution de débit dans un rapport $\frac{\tau_{\max}}{T + \tau_{\max}}$.

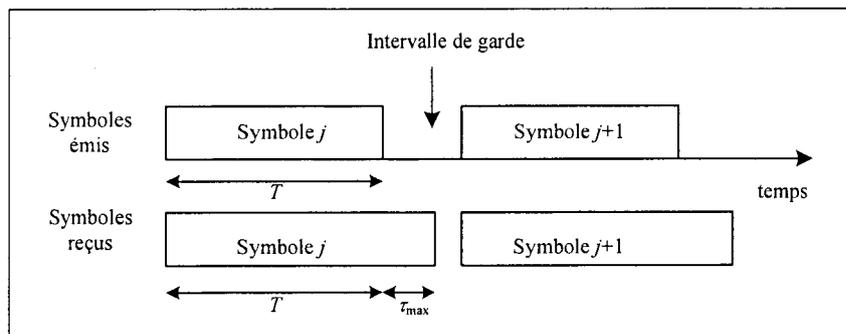


Fig. 1.3 : Illustration de l'intervalle de garde

1.2.1.3 Suppression des interférences entre porteuses (dans le cas d'un canal multi-trajet stationnaire)

Nous avons représenté à la figure 1.4 la partie réelle d'une sous-porteuse non-retardée ainsi que celle d'une autre sous-porteuse retardée de τ_{\max} . En considérant l'intervalle d'intégration proposé comme étant celui utilisé pour le calcul du produit scalaire (1.3), il y a donc perte d'orthogonalité puisque nous n'avons pas un nombre entier de périodes de la sous-porteuse 2 pendant la durée d'intégration. Ce problème peut être résolu en plaçant à l'émission, la fin du symbole à la place des zéros de l'intervalle de garde précédent. C'est ce que l'on appelle le préfixe cyclique. La sous-porteuse 2 retardée avec extension cyclique est représentée au bas de la figure 1.3 et l'on constate qu'il y a de nouveau orthogonalité entre les sous-porteuses.

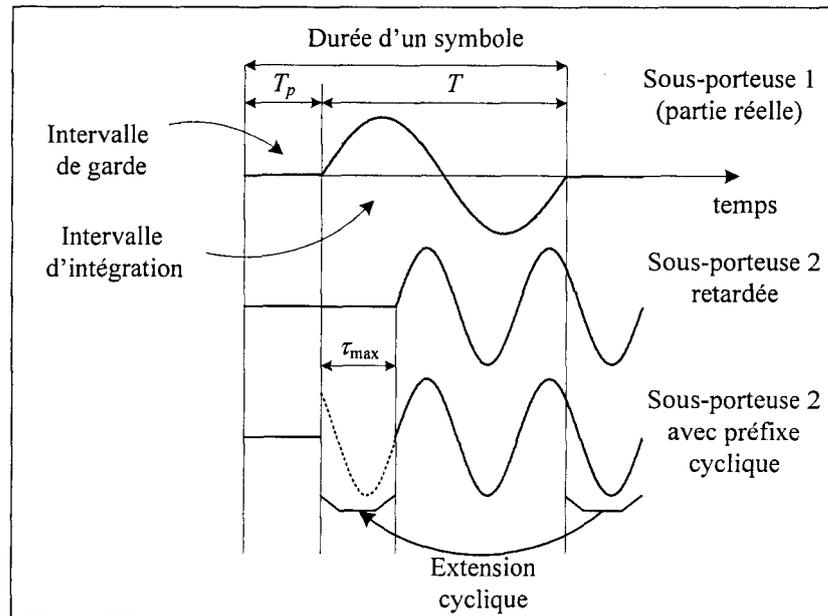


Fig. 1.4 : Illustration du préfixe cyclique

1.2.2 Modèle discret

En pratique, l'émetteur et le récepteur sont réalisés respectivement à l'aide d'une transformée de Fourier discrète inverse (TFDI) et d'une transformée discrète (TFD). Dans le cas où le nombre de sous-porteuses est une puissance de deux, on utilise des transformées de Fourier rapides. Le nombre d'opérations nécessaires passe ainsi d'un facteur N^2 à un facteur $N \log_2 N$ [MIT93]. Il est donc légitime de travailler avec un modèle discret faisant intervenir les grandeurs d'entrées de la TFDI (\mathbf{X}) ainsi que les signaux de sorties de la TFD (\mathbf{Y}). Le système élémentaire que l'on se propose de modéliser est représenté à la figure 1.5. Il sous-entend une conversion analogique numérique et numérique analogique idéale ainsi qu'une synchronisation parfaite entre l'émetteur et le récepteur. La séquence discrète temporelle émise est obtenue par l'intermédiaire d'une transformation parallèle série des N valeurs la TFDI ainsi que de l'ajout du préfixe cyclique. Le canal réalise une convolution linéaire discrète dans le domaine temporel avec le signal émis. Le fait d'avoir ajouté un préfixe cyclique fait que le récepteur *perçoit* cette convolution linéaire comme une convolution cyclique [IOU04]. Pour le $j^{\text{ième}}$ symbole OFDM dans le temps, nous pouvons écrire la relation suivante portant sur des vecteurs de dimension N :

$$\mathbf{Y}_j = TFD(TFDI(\mathbf{X}_j) \otimes \mathbf{h} + \mathbf{n}_j) \quad (1.4)$$

avec \mathbf{h} le vecteur contenant la réponse impulsionnelle discrète du canal, \mathbf{n}_j le bruit additif Gaussien et \otimes l'opérateur de convolution cyclique.

Si l'on considère maintenant la $k^{\text{ième}}$ sous-porteuse du $j^{\text{ième}}$ symbole OFDM, la relation (1.4) nous permet d'écrire :

$$Y_{j,k} = X_{j,k} \cdot H_k + \eta_{j,k} \quad (1.5)$$

avec H_k le $k^{\text{ième}}$ élément de la TFD à N points de la réponse impulsionnelle discrète du canal et $\eta_{j,k}$ le $k^{\text{ième}}$ élément de la TFD à N points de la séquence temporelle de bruit \mathbf{n}_j .

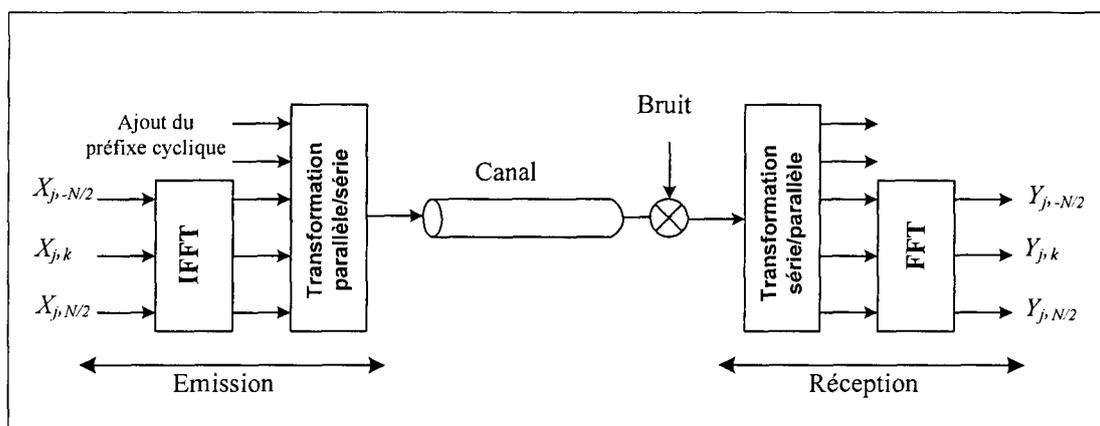


Fig. 1.5: Structure élémentaire d'un ensemble OFDM avec préfixe cyclique

L'ensemble $\{\eta_{j,k}\} = TFD(\mathbf{n}_j)$ représente un bruit gaussien décorrélé. Le système OFDM peut donc être considéré comme N canaux Gaussien "indépendants" les uns des autres en parallèle. De plus, dans le domaine fréquentiel, il sera facile de compenser les effets du canal par une simple division par H_k . Cette opération porte le nom d'égalisation fréquentielle. Elle suppose cependant la connaissance de la réponse en fréquence du canal. Il existe de nombreuses méthodes pratiques permettant d'en obtenir une estimée, elles seront présentées au chapitre 3.

1.3 DMT

La DMT est un cas particulier de l'OFDM pour lequel :

- Les caractéristiques des différentes sous-porteuses (nombre de bits et puissances) dépendent du SNR. Pour ce faire, des algorithmes spécifiques ont été développés.
- La bande utile s'étend de 0 à W sur l'axe des fréquences. La fréquence centrale f_c est égale alors à $W/2$. De ce fait, le signal réel émis peut-être obtenue par une symétrie Hermitienne associée à un TFDI à $2N$ points et ne nécessite pas l'utilisation d'un

oscillateur sinusoïdal de fréquence f_c . On gardera les mêmes notations que celles utilisées pour l'OFDM

1.3.1 Séquences temporelles émises

1.3.1.1 Obtention du signal réel

Le signal réel discret émis, sans son préfixe cyclique, est une version discrète du signal à temps continu proposé en (1.1) avec, comme condition sur la fréquence centrale : $f_c = W/2 = N/2T$. Le temps prend des valeurs discrètes $t = nT_e$ et la fréquence d'échantillonnage $f_e = \frac{1}{T_e}$ est égale à deux fois la fréquence maximale $W = \frac{N}{T}$. Un symbole de durée T est donc constitué de $2N$ échantillons temporels. De ce fait :

$$x[n] = x(nT_e) = RE \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot \exp(i2\pi \left(\frac{k}{2NT_e} \right) \cdot nT_e) \right\} \text{ pour } 0 \leq n \leq 2N-1 \quad (1.6)$$

La partie réelle s'obtient simplement en ajoutant à chaque terme de la sommation son expression conjuguée. En exploitant la périodicité des exponentielles complexes, nous obtenons finalement :

$$x[n] = \sum_{k=0}^{2N-1} X'_k \cdot \exp(i2\pi \left(\frac{k}{2N} \right) \cdot nT_e) \text{ avec } \begin{cases} X'_k = X_k & \text{pour } 1 \leq k \leq N-1 \\ X'_k = \bar{X}_{2N-k} & \text{pour } N-2 \leq k \leq 2N-1 \end{cases}$$

\bar{X}_{2N-k} représente l'expression conjuguée de X_{2N-k}

A une constante multiplicatrice près, la séquence $\{x[n]\}$ correspond à une TFDI à $2N$ points, portant sur l'ensemble des X_k ($1 \leq k \leq N-1$) et de sa symétrie hermitienne, associée à une transformation parallèle série cadencée à la fréquence f_e .

En posant $X_k = \rho_k e^{i\theta_k} = A_k + iB_k$, l'expression (1.6) se réécrit de la façon suivante :

$$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} \rho_k \cos(2\pi \frac{kn}{2N} + \theta_k) = \sum_{k=0}^{N-1} A_k \cos(2\pi \frac{kn}{2N}) - B_k \sin(2\pi \frac{kn}{2N})$$

Pour la sous-porteuse d'indice k , véhiculant b_k bits, nous aurons donc une modulation à 2^{b_k} états. A chaque mot de b_k bits correspond une valeur particulière du couple (A_k, B_k) . Cette opération est réalisée par l'ensemble de mise en constellation.

1.3.1.2 Mise en constellation

Dans ce paragraphe, nous nous limiterons à la présentation de la solution retenue par la norme ADSL. La valeur de b_k est comprise entre 2 (un bit par dimension au moins) et 15 pour les sous-porteuses sélectionnées. La constellation est caractérisée par sa géométrie et son codage. Ces deux paramètres sont importants, ils ont une incidence directe sur le taux d'erreur binaire. Nous nous proposons de les aborder successivement.

- Géométrie de la constellation [ANS97]

La géométrie de la constellation est la façon dont les 2^{b_k} valeurs possibles de $X_k = \rho_k e^{i\theta_k} = A_k + iB_k$ sont réparties dans le plan complexe (cf. figure 1.6).

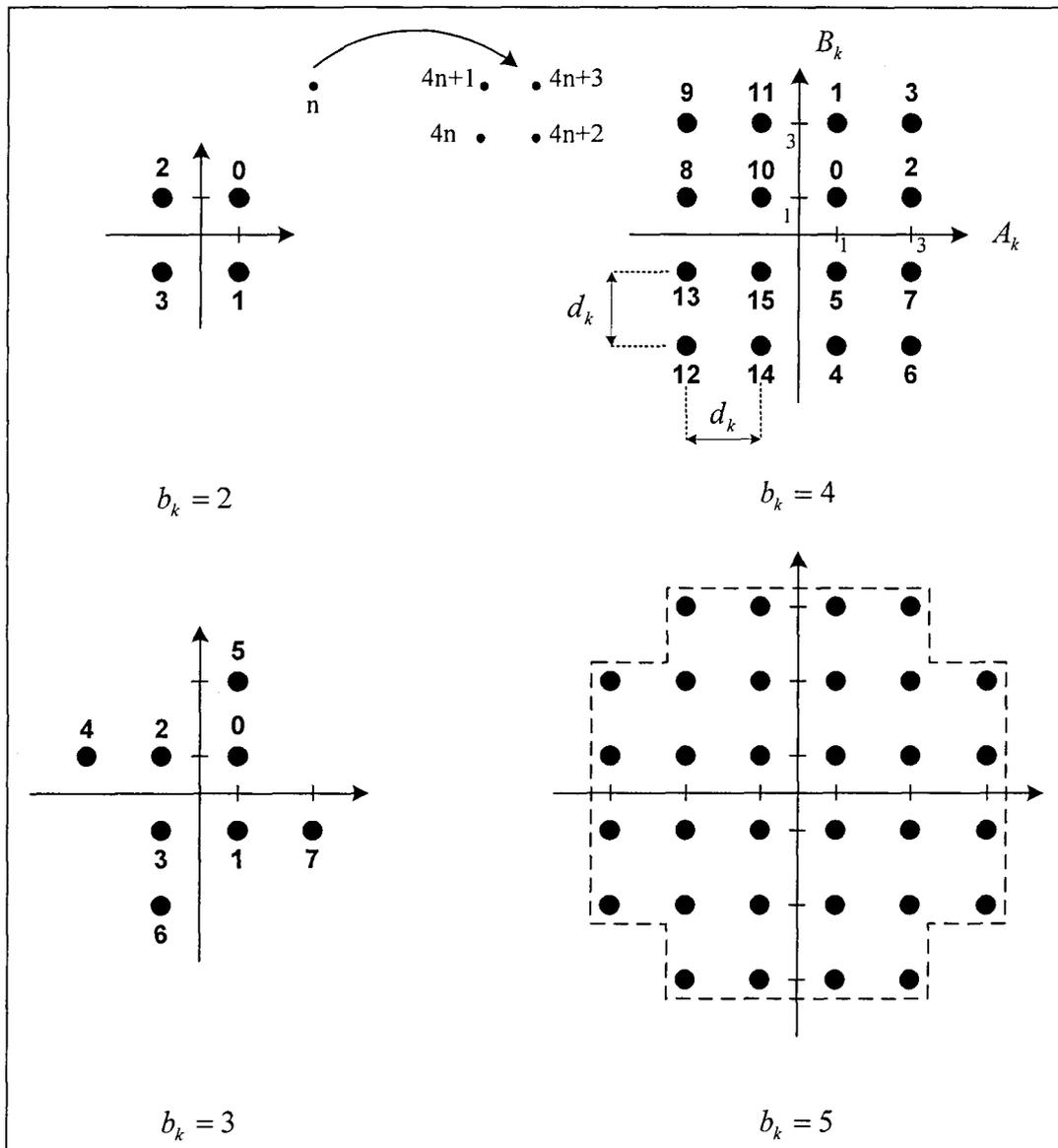


Fig. 1.6 : Constellations pour $b_k=2, 3, 4$ et 5 .

Lorsque b_k est une grandeur paire, nous avons des constellations carrées. La distance Euclidienne minimale d_k entre deux points voisins est constante. L'avantage d'une telle répartition est que chaque point émis, à l'exception de ceux situés à l'extérieur, présente la même probabilité d'erreur en présence de bruit, dans l'hypothèse où à la réception on associe au point reçu le point le plus proche de la constellation. Lorsque b_k est impair, les constellations sont en forme de croix. (constellations dites « croisées »). La valeur $b_k=3$ est un cas particulier.

La géométrie de la constellation impose l'amplitude du signal et donc sa puissance, que l'on notera P_k . Cette dernière est fonction de la distance d_k et du nombre de bits b_k . Si $X_{k,l}$ avec $0 \leq l \leq 2^{b_k} - 1$ représente les 2^{b_k} valeurs susceptibles d'être prises par X_k avec une égale probabilité, alors :

$$P_k = \frac{1}{2^{b_k}} \sum_{l=0}^{2^{b_k}-1} |X_{k,l}|^2 = \begin{cases} d_k^2 \left(\frac{2^{b_k} - 1}{6} \right) & \text{pour } b_k \text{ pair} \\ d_k^2 \left(\frac{31 \cdot 2^{b_k} - 1}{6} \right) & \text{pour } b_k \text{ impair et } \neq 3 \\ \frac{3}{2} d_k^2 & \text{pour } b_k = 3 \end{cases} \quad (1.7)$$

Par la suite, la variation de la puissance se fera par l'application d'un facteur d'échelle. On parlera d'ajustement de puissance.

- Codage de la constellation [ANS97]

Cette étape consiste à associer un mot binaire de b_k bits à chaque point de la constellation. Dans l'hypothèse d'une valeur de bruit telle, qu'en présence d'une erreur, on attribue à la réception un point voisin du point émis, le nombre de bits erronés sera minimal si les mots associés aux deux points ne diffèrent que d'un bit. Cela conduit donc tout naturellement au choix du code adjacent de GRAY. Cependant, pour un tel code, il n'y a pas de relation directe entre sa valeur, par exemple en décimale, et la position du point dans le plan complexe, engendrant de ce fait des difficultés en terme de réalisation. La solution retenue par la norme est donc un compromis entre la minimisation du nombre de bits erronés pour deux points voisins et la simplicité de mise en œuvre. La valeur décimale de chaque mot de b_k bits (c_{k-1}, \dots, c_0) codés en binaire naturel est donnée à côté des différents points à la figure 1.6. Il existe une relation entre le mot code et les coordonnées du point. Par exemple, pour un nombre de bits pair :

$$\begin{cases} A_k = \text{valeur décimale } (c_{k-1}, c_{k-3}, \dots, c_1, 1) \text{ codée en complément à deux} \\ B_k = \text{valeur décimale } (c_{k-2}, c_{k-4}, \dots, c_0, 1) \end{cases}$$

De plus, les constellations sont construites de façon récursive. Le passage de la 4 QAM à la 16 QAM est illustré à la figure 1.6, n représente la valeur décimale du mot binaire. Les deux spécificités précédentes sont utilisées à bon escient pour l'implantation de la mise en constellation. En ce qui concerne maintenant le nombre de bits du mot code qui diffère entre deux points voisins, on raisonne en terme de nombre de bits moyen par constellation bm_k [COL99]. Les valeurs numériques sont proposées au tableau 1.1. On constate que ces valeurs varient peu en fonction de la taille de la constellation.

b_k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
bm_k	1	1.5	1.4	1.8	1.7	1.8	1.8	1.9	2	1.9	2	2	2

Tableau 1.1 : Nombre moyen de bits en erreur pour différentes tailles de constellations

En guise de synthèse, nous pouvons dire que si l'on impose la géométrie et le codage des constellations, seuls deux paramètres sont alors à préciser pour définir totalement ces dernières. Il s'agit, bien sûr, du nombre de bit b_k et de la puissance p_k (facteur d'ajustement) qui seront fournis par un algorithme d'allocation.

1.3.2 Séquences fréquentielles reçues

Sous réserve d'un canal et d'un bruit additif Gaussien stationnaire, ainsi que l'ajout d'un préfixe cyclique de longueur suffisante, nous vérifions les hypothèses nécessaires à l'élaboration du modèle discret de l'OFDM. Après avoir effectué une TFD à $2N$ points portant sur la séquence temporelle reçue (après élimination du terme introduit par le préfixe cyclique) nous pouvons à nouveau écrire dans le domaine fréquentiel pour le $j^{\text{ème}}$ symbole :

$$Y_{j,k} = X_{j,k} \cdot H_k + \eta_{j,k} \text{ avec } 0 \leq k \leq N-1 \quad (1.8)$$

1.3.3 Estimation, à la réception du point de la constellation émis

Le récepteur connaissant b_k et P_k , connaît donc parfaitement les constellations émises. Comme nous l'avons mentionné précédemment, pour une sous-porteuse donnée, on compense simplement les effets du canal par une division de $Y_{j,k}$ avec H_k . Il s'agit de l'égalisation fréquentielle qui, dans la pratique, sera réalisée à l'aide d'une estimée de la réponse en fréquence du canal. Le récepteur considère comme point émis le plus probable, le point le plus proche dans la constellation de celui obtenu après FEQ. On se propose

maintenant de déterminer le taux d'erreur binaire, seul véritable indicateur de performance, pour cette technique d'estimation.

1.3.3.1 Expression du taux d'erreur symbole pour une sous-porteuse

Nous avons représenté à la figure (1.7) les points intérieurs d'une constellation carrée. A cause du bruit, le point reçu (après FEQ) diffère du point émis. Une erreur se produira s'il se situe en dehors de la zone de décision. Le taux d'erreur symbole TES_k correspond à la probabilité pour le bruit par dimension de présenter une valeur supérieure à $d_k/2$. Ce taux d'erreur symbole peut aussi être défini comme $1 - P_N$ avec P_N la probabilité de non-erreur. Cette dernière est la probabilité pour les composantes horizontale et verticale du bruit ($bruit_H, bruit_V$) d'être simultanément inférieures à $d_k/2$. Dans l'hypothèse où le bruit équivalent ramené à l'entrée s'apparente à une gaussienne centrée de puissance par dimension $\sigma_k^2/2$, nous obtenons [PRO95] :

$$TES_k = 1 - P_N = 1 - P\left(|bruit_H| < \frac{d_k}{2}\right) \cdot P\left(|bruit_V| < \frac{d_k}{2}\right) = 1 - \left[1 - 2Q\left(\frac{d_k}{\sqrt{2} \cdot \sigma_k}\right)\right]^2 \quad (1.9)$$

avec $Q(x) = \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du$, s'interprétant comme la probabilité qu'une grandeur aléatoire

Gaussienne centrée d'écart type unité soit supérieure à la valeur x (cf. Annexe 1).

Cette relation (1.9) n'est valable que si tous les points de la constellation présentent des zones de décision carrées. Cela correspond à une constellation de taille infinie. Pour les constellations de taille finie, il faut tenir compte des spécificités des points situés sur les côtés et dans les coins. Nous rappelons, ci-dessous, les principaux résultats [COL99] :

$$TES_k \approx \alpha_k \cdot Q\left(\sqrt{\frac{P_k}{\beta_k \cdot \sigma_k^2}}\right) \quad (1.10)$$

avec

	b_k pair	b_k impair	$b_k = 3$
α_k	$4(1 - 2^{-(b_k)/2})$	$4(1 - 2^{-(b_k+1)/2})$	2.5
β_k	$(2^{b_k} - 1)/3$	$(\frac{31}{32} 2^{b_k} - 1)/3$	3

De façon à introduire le SNR , la distance d_k a été remplacée par son expression en fonction de P_k et b_k (relation 1.7). L'expression approchée a été obtenue en négligeant les termes en $Q^2(x)$. De part le caractère fortement non-linéaire de la fonction $Q(x)$, la relation précédente

met en évidence toute l'importance de P_k et b_k (par l'intermédiaire de β_k) sur les performances de la transmission.

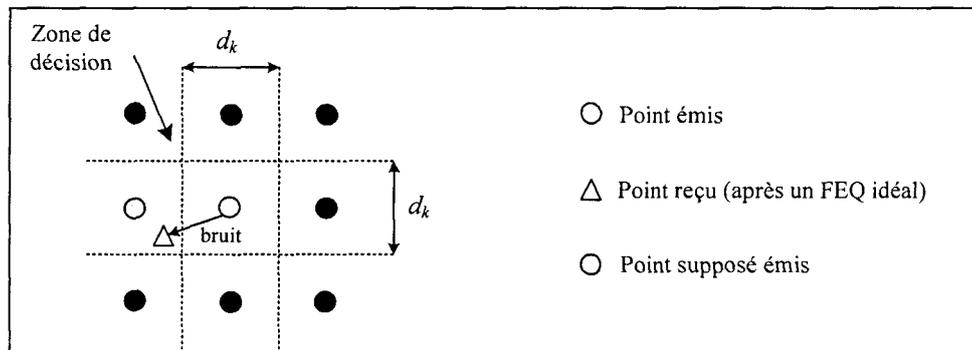


Fig. 1.7 : Représentation partielle d'une constellation. (réception)

1.3.3.2 Expression du taux d'erreur binaire global

Ce que l'on souhaite établir, c'est le taux d'erreur binaire, qui correspond pratiquement au nombre de bits erronés sur le nombre total de bits transmis. On émettra une hypothèse restrictive sur le bruit. Il sera supposé tel que, quelle que soit la sous-porteuse considérée, lors d'une erreur, c'est un des points voisins du point émis qui sera détecté. De ce fait, le nombre de bits erronés est directement lié à la technique de codage. Il correspond au nombre de bits modifiés entre les mots codes de deux points voisins. Pour le codage retenu par la norme ADSL cette valeur n'est pas constante et dépend des points considérés et de la taille de la constellation. Une solution simple consiste à travailler avec le nombre moyen de bits modifiés entre deux points voisins (bm_k) dont les valeurs ont été données au tableau 1.1

Pour la sous-porteuse d'indice k , la relation entre taux d'erreur symbole et taux d'erreur binaire est la suivante :

$$TEB_k = \frac{bm_k}{b_k} \cdot TES_k$$

Si l'on considère maintenant l'ensemble des N sous-porteuses, le taux d'erreur binaire TEB global est donné par :

$$TEB = \frac{\sum_{k=0}^{k=N-1} bm_k \cdot TES_k}{\sum_{k=0}^{k=N-1} b_k}$$

1.3.4 Structure de la chaîne DMT

Avant d'aborder les techniques d'allocation des bits et des puissances et afin de mieux percevoir leurs implications dans le système, nous allons présenter sommairement la structure de la chaîne DMT décrite dans la norme ADSL. L'ensemble de transmission est représenté à la figure 1.8.

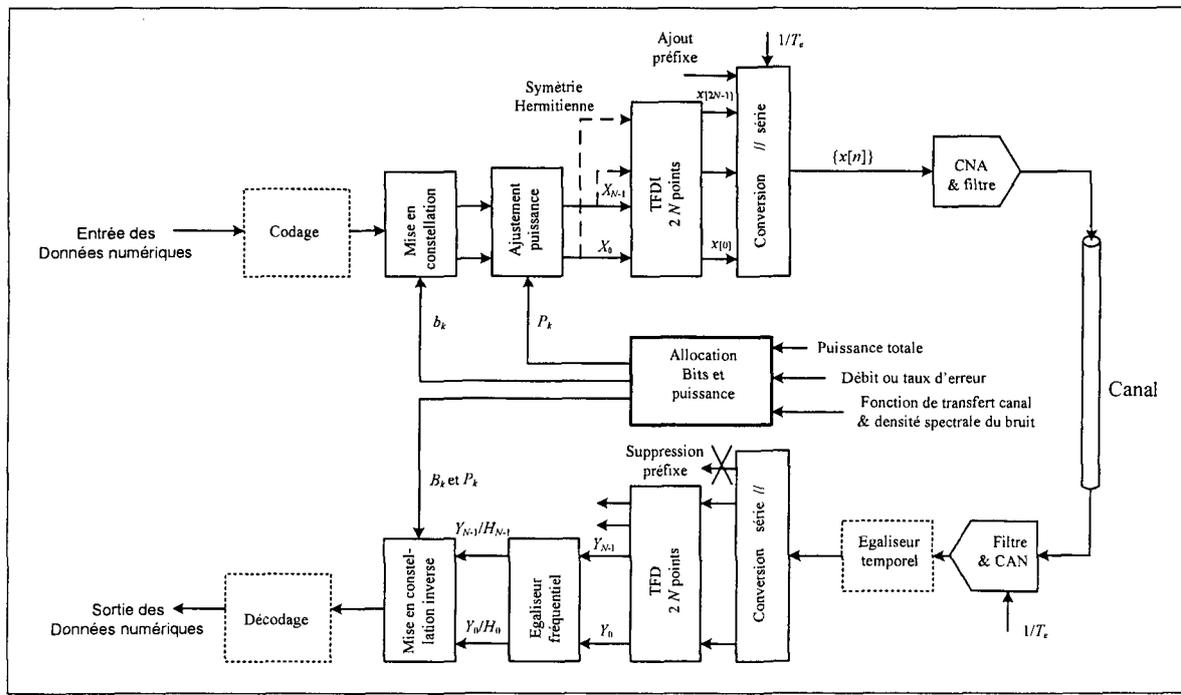


Fig. 1.8 : Chaîne de transmission DMT (contexte ADSL)

Deux fonctionnalités (blocs en pointillés), non-présentées précédemment, apparaissent dans cette chaîne. Il s'agit du « Codage / décodage » et de l'égalisation temporelle.

Le but de l'égalisation temporelle est de diminuer la durée de la réponse impulsionnelle du canal équivalent (Canal physique et égaliseur). Cette diminution est nécessaire lorsque la réponse du canal est relativement longue, ce qui engendre un intervalle garde élevé, et donc, une dégradation du débit importante. Par exemple, pour l'ADSL, on peut se fixer une longueur de préfixe de 32 échantillons alors que la réponse du canal physique peut être de 200 échantillons ! Il existe différents critères pour ajuster les coefficients réels de l'égaliseur temporel [HEN00] [VAN04]. Quoi qu'il en soit, l'égalisation temporelle a une répercussion directe sur l'égalisation fréquentielle puisque cette dernière doit compenser les effets du canal équivalent. Il est d'ailleurs possible de combiner les deux égalisations en une seule que l'on place après la TFD. Cette technique porte le nom d'égalisation par sous-porteuse [ACK01] [VAN05].

En ce qui concerne le codage et le décodage du canal, on trouve les éléments suivants [MOU01] :

- Un codage et un décodage de type Reed-Solomon [PRO95]. Cette technique de codage par bloc permet de détecter et de corriger des paquets d'erreurs assez courts en introduisant de la redondance ($N-K$ octets) à l'information utile (K octets). Un tel code est capable de corriger un maximum de $t = (N - K)/2$ octets erronés par mot code RS (N octets). Le fait de travailler avec des octets (pour l'ADSL) impose une valeur maximale de 255 à N .

- Un "entrelaceur" et un "désentrelaceur". L'objectif est de lutter contre les salves d'erreurs (bruit impulsif, par exemple). A l'émission, le contenu de D (profondeur d'entrelacement) mots codes RS est entrelacé. De ce fait, à la réception, après le désentrelacement, la salve d'erreurs est "équitablement répartie" sur chaque mot code (décorrélation). Deux types d'entrelaceurs sont couramment utilisés : l'entrelaceur par bloc où les octets des mots codes sont rentrés dans un "buffer" par ligne et lus par colonnes, et l'entrelaceur convolutif où les octets subissent un retard en fonction de leur position dans le mot code. L'association entrelaceur /codeur permet de corriger $D.t$ octets erronés moyennant un retard à l'émission.

- Un contrôle de redondance cyclique, détectant les erreurs après décodage RS.

1.3.5 Allocation des bits et de la puissance (relations et grandeurs fondamentales)

La répartition des bits et de la puissance sur les sous-porteuses est le point clé de la DMT. Cela nécessite la mise en œuvre d'un algorithme dit « d'allocation » basé sur certaines relations et grandeurs fondamentales que l'on va introduire dans ce paragraphe.

Les algorithmes travaillent avec trois paramètres :

- Le débit R en bits/s ou le nombre de bits par symbole DMT $b = R.T = \sum_{k=1}^{k=N-1} b_k$
- Le taux d'erreur symbole TES ou le gap Γ assorti d'une marge γ_m
- La puissance totale disponible $P_{tot} = \sum_{k=1}^{k=N-1} P_k$

D'une façon générale, deux, parmi ces trois paramètres sont fixés et le troisième est optimisé. On suppose que l'on dispose d'une connaissance parfaite de l'ensemble de la puissance de

bruit équivalente ramenée à l'entrée $\left\{ \sigma_k^2 = \frac{\sigma_{a_k}^2}{|H_k|^2} \right\}$. On posera $g_k = \frac{|H_k|^2}{\sigma_{a_k}^2}$ l'inverse du bruit

équivalent ramené à l'entrée que l'on retrouve aussi sous l'appellation "rapport canal à bruit" dans la littérature.

1.3.5.1 Relation puissance / débit / taux d'erreur

Pour un canal de réponse en fréquence uniforme H et à bruit additif blanc et Gaussien de puissance σ_a^2 , la capacité C que l'on peut atteindre, pour une puissance P émise, avec une fiabilité totale est donnée par [SHA48] :

$$C = \log_2(1 + SNR) \quad \text{bits/symbole}$$

Le rapport signal à bruit correspond à $P|H|^2 / \sigma_a^2$. Pour l'ensemble de transmission DMT, sous réserve d'un nombre de sous-porteuses suffisamment élevé, nous serons en présence de N canaux indépendants (sans interférences) de réponse en fréquence constante H_k et à bruit additif blanc de puissance $\sigma_{a_k}^2$. Sous la contrainte d'une puissance totale constante, il existe une distribution de la puissance sur chaque sous-porteuse (puissance théorique notée $P_{k_{th}}$) conduisant à la maximalisation de la somme des capacités des différents canaux. La capacité totale -limite théorique- pour l'ensemble de transmission DMT correspond à cette valeur maximale :

$$C = \text{MAX} \sum_{k=0}^{k=N-1} C_k = \sum_{k=0}^{k=N-1} \log_2(1 + SNR_{k_{th}}) \quad \text{avec } SNR_{k_{th}} = P_{k_{th}} \cdot g_k \text{ et } \sum_{k=0}^{k=N-1} P_{k_{th}} = \text{constante}$$

Afin d'introduire la notion de gap, on considère la sous-porteuse d'indice k , pour laquelle nous avons comme capacité :

$$C_k = \log_2(1 + SNR_{k_{th}}) \quad (1.11)$$

Pour un débit égal à la capacité (*i.e.* $C_k = b_k$), on utilisera en pratique un niveau de puissance P_k supérieur à $P_{k_{th}}$. Le procédé de modulation (géométrie et codage des constellations) étant entièrement défini, le fait de se fixer une valeur de puissance P_k pour un nombre de bits donné, impose alors le taux d'erreur symbole. En effet, si l'on considère l'équation (1.10) avec les approximations suivantes $\alpha_k \approx 4$ et $\beta_k \approx \frac{2^{b_k} - 1}{3}$, nous avons :

$$TES_k \approx 4Q\left(\sqrt{\frac{3}{2^{b_k} - 1} \cdot SNR_k}\right) \quad \text{avec } SNR_k = P_k \cdot g_k$$

En exprimant le nombre de bits b_k en fonction du rapport signal à bruit théorique, on obtient finalement une expression du taux d'erreur symbole en fonction des rapports signal à bruit :

$$TES_k \approx 4Q\left(\sqrt{3 \cdot \frac{SNR_k}{SNR_{k_{th}}}}\right)$$

Le gap Γ est défini comme étant le rapport des SNR pratique et théorique : $\Gamma = SNR_k / SNR_{k_{th}}$. Sa valeur impose directement celle du taux d'erreur symbole. De plus, elle permet de se "situer" par rapport à la limite théorique.

En réécrivant la relation (1.11), le nombre de bits peut être exprimé en fonction du rapport signal à bruit (pratique) et du gap :

$$b_k = \log_2 \left(1 + \frac{SNR_k}{\Gamma} \right) \quad (1.12)$$

La relation (1.12) revêt un intérêt tout particulier pour l'allocation des bits et de la puissance puisqu'elle établit un lien entre les trois grandeurs fondamentales. On peut cependant remarquer que le gap n'est pas indiqué, donc supposé identique pour les sous-porteuses sélectionnées, ce qui se traduit par un taux d'erreur symbole constant.

1.3.5.2 Répartition optimale de la puissance

En se référant toujours à (1.12) et dans l'hypothèse d'un gap constant, le nombre total de bits par symbole DMT $b = \sum b_k$ va dépendre de la façon dont est répartie la puissance totale disponible. Il existe une répartition optimale qui maximise la valeur de b . Elle est donnée par une technique [KAL89] qui s'apparente à celle du "water filling" définie en théorie de l'information [GAL68] :

$$P_k = \begin{cases} L - \frac{\Gamma}{g_k} & \text{pour } k \text{ tel que } \Gamma / g_k < L \\ 0 & \text{pour les autres valeurs de } k \end{cases} \quad (1.13)$$

avec $L = \frac{1}{N_s} \left(P_{tot} + \Gamma \sum_{k \in I} \frac{1}{g_k} \right)$ et I l'ensemble, de cardinal N_s , constitué des indices des sous-porteuses sélectionnées.

Une interprétation graphique est donnée à la figure (1.9). Le niveau L est tel que la somme des puissances allouées aux sous-porteuses sélectionnées ($L - \Gamma / g_k > 0$) coïncide avec la puissance totale disponible. Lorsque le terme $L - \Gamma / g_k$ est inférieur ou égal à zéro, la sous-porteuse n'est pas sélectionnée et se voit assigner une valeur nulle de puissance. Le niveau L peut donc être considéré comme un niveau d'eau obtenu après en avoir suffisamment versé pour respecter la contrainte sur la puissance totale.

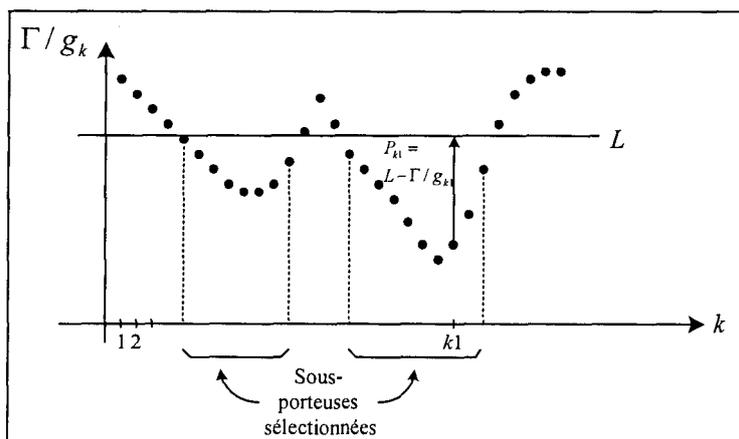


Fig. 1.9 : Répartition de la puissance avec la technique du “Water filling”

1.3.5.3 Quelques considérations pratiques sur les algorithmes d'allocation

Les algorithmes que nous allons présenter au paragraphe 1.3.6 sont susceptibles d'être utilisés pour une liaison mono-utilisateur et ont été développés dans leur grande majorité pour l'ADSL. Ils revêtent donc un caractère pratique. De ce fait, la complexité qui a une incidence directe sur le temps de calcul, est à prendre en considération et le choix d'un algorithme relèvera bien souvent d'un compromis complexité/performances. L'algorithme doit, de plus, fournir un nombre entier de bits par sous-porteuse. La réalité présentant plus de sources d'imperfections que le modèle utilisé, les concepteurs ont assorti le taux d'erreur symbole d'une marge γ_m , pouvant ainsi garantir en pratique un certain taux d'erreur (sous réserve d'une marge suffisante...). Concrètement, le gap Γ est multiplié par la marge γ_m . L'optimisation de la marge consiste à la maximaliser pour un gap ou un TES donné. En fait, cela revient, de façon équivalente, à minimiser le taux d'erreur symbole relatif au modèle. Taux d'erreur symbole théorique ou taux d'erreur symbole garanti en pratique, la différence est là.....

1.3.6 Les principaux algorithmes d'allocation.

Il existe de nombreux algorithmes que l'on pourrait classer en fonction du paramètre optimisé, de leur complexité ou des techniques algorithmiques mises en œuvre. L'objectif de notre présentation – outre la compréhension des algorithmes- est de mettre en évidence une caractéristique commune que l'on utilisera au chapitre 4 pour établir un indicateur de performance dédié DMT indépendant de l'algorithme utilisé. Nous nous proposons donc d'effectuer une présentation quasi-chronologique en commençant par l'algorithme de Hugues Hartogs qui reste une référence en terme de performances atteintes.

1.3.6.1 Algorithme de Hughes/Hartogs [HUG87] et quelques variantes...

Cet algorithme optimise la marge γ_m sous la contrainte d'une puissance totale, d'un nombre de bits par symbole DMT et d'un gap donnés. L'allocation des bits se fait de façon itérative, un bit supplémentaire est assigné au sous-canal présentant l'incrément de puissance $\Delta P'_k$ minimum pour maximiser la marge. Cet incrément est défini comme l'ajout nécessaire de puissance pour passer de b_k à $b_k + 1$ bits, tout en conservant le même gap. Il a pour expression $\Delta P'_k = \Gamma g_k (2^{b_k+1} - 2^{b_k}) = \Gamma g_k \cdot 2^{b_k}$. La répartition des bits est obtenue après b itérations, avec un niveau de puissance P'_k correspondant à la somme des incréments. La distribution de la puissance s'effectue alors avec une marge constante $\gamma_m = \frac{P_{tot}}{\sum P'_k} = \frac{P_k}{P'_k}$ pour $k \in I$. L'un des points forts de cet algorithme est de fournir un nombre entier de bits par sous-porteuse et d'excellentes performances. Il nécessite cependant b itérations (400 à 2000 pour l'ADSL comportant 256 sous-porteuses) avec, pour chacune d'elle, un maximum de N comparaisons.

Lai [LAI99] puis Piazza [PIA99] ont proposé des techniques algorithmiques permettant de réduire de façon significative le nombre de comparaisons.

Contrairement à l'algorithme de Huges/Hartogs, Sonalkar [SON00] propose de travailler avec la puissance gagnée lorsque l'on soustrait un bit $\Delta P'_k = \Gamma g_k (2^{b_k} - 2^{b_k-1}) = \Gamma g_k \cdot 2^{b_k-1}$. La puissance totale, le masque de puissance ainsi que le TEB (ou Γ) souhaité sont des données. Initialement, chaque sous-porteuse se voit attribuer sa valeur maximale de bits qui correspond au minimum de la valeur de bits associée à la plus grande des constellations que l'on s'autorise ou de la valeur de bits obtenue à partir du masque de puissance. Des bits sont alors soustraits, de façon itérative, jusqu'à ce que la condition sur la puissance totale soit vérifiée. Dans de nombreuses situations pratiques (ADSL), le nombre d'opérations nécessaires est moindre que celui obtenu avec l'ajout d'un bit.

Plus récemment, afin d'accroître la rapidité, Papandreou [PA05] suggère, pour un débit et un gap donné, de partir d'une répartition initiale des bits basée uniquement sur g_k . L'ajout ou le retrait d'un bit est alors utilisé de façon itérative jusqu'à l'obtention du débit souhaité.

1.3.6.2 Algorithme de Chow [CHO95]

L'objectif est d'obtenir des répartitions proches de celles de Huges Hartogs mais avec une complexité moindre. Bien que sous-optimal au regard du "water filling", la puissance est distribuée de façon uniforme pour effectuer la sélection des sous-porteuses. Cela engendre une faible perte de performances largement "compensée" par une réduction significative de la complexité. La puissance totale et le débit sont donnés et l'on cherche à optimiser la marge pour un gap fixé. La sélection des sous-porteuses, l'allocation des bits

ainsi que la détermination de la marge s'effectuent de façon itérative. Initialement, $\gamma_m = 1$. Dans l'hypothèse d'une puissance uniforme et unitaire par sous-porteuse, l'allocation binaire b_k est donnée par l'arrondi à l'entier le plus proche de la grandeur $\log_2 \left(1 + \frac{g_k}{\Gamma \cdot \gamma_m} \right)$. S'ensuit alors l'actualisation du nombre de porteuses sélectionnées N_s et de la marge $\gamma_m = \gamma_m \cdot 2^{\frac{\sum b_k - b}{N_s}}$. Tant que le débit n'est pas atteint ($\sum b_k \neq b$) une nouvelle allocation binaire est effectuée. Lorsque la condition sur le débit est satisfaite, la puissance est alors distribuée avec une marge et un gap constants.

1.3.6.3 Algorithme de Fisher & Huber [FIS96]

Pour cet algorithme, le taux d'erreur symbole est fixé à la même valeur pour les sous-porteuses sélectionnées, ce qui revient - en vertu de (1.9) - à imposer le rapport $\frac{d_k^2}{2\sigma_k^2} = \text{cte} = SNR_0$. Dans l'hypothèse d'une puissance totale donnée, ce rapport se réécrit de la façon suivante : $SNR_0 = 3P_{tot} / \sum_{k=1}^N \sigma_k^2 \cdot 2^{b_k}$. Les auteurs optimisent alors le taux d'erreur symbole en maximisant le rapport SNR_0 sous la contrainte d'un débit donné. Cela aboutit à une répartition spécifique, indépendante de la puissance, pour les bits :

$$b_k = \frac{b}{N} + \frac{1}{N} \log_2 \left(\frac{\prod_{l=1}^{l=N} \sigma_l^2}{\sigma_k^{2N}} \right) \quad (1.14)$$

Cette relation fournit des valeurs réelles, positives et négatives, pour le nombre de bits. Elle doit être utilisée de façon itérative pour déterminer les sous-porteuses sélectionnées. A chaque itération, les sous-porteuses pour lesquelles le nombre de bits est négatif sont éliminées et N est remplacé par le nombre de sous-porteuses sélectionnées et ceci, jusqu'à ce que l'on n'obtienne que des valeurs positives pour les b_k . La seconde étape consiste à allouer des valeurs entières aux nombres bits tout en respectant la condition sur le débit. Finalement, la puissance est répartie de façon à garantir un taux d'erreur symbole identique pour les sous-porteuses sélectionnées : $p_k = P_{tot} \cdot \sigma_k^2 \cdot 2^{b_k} / \sum_{l \in I} \sigma_l^2 \cdot 2^{b_l}$, $k \in I$. En ce qui concerne la complexité, elle est réduite en exploitant les propriétés du logarithme pour l'équation (1.14). Il suffit de calculer initialement les N valeurs de $\log_2(\sigma_k^2)$ pour $1 \leq k \leq N$ et de les mémoriser. Seules des additions et une division par un entier seront nécessaires à chaque itération.

1.3.6.4 Algorithme de Leke & Cioffi [LEK97]

Cet algorithme, contrairement aux précédents, optimise le débit pour une puissance et une marge (et gap) donnés. La première étape consiste à effectuer la sélection des sous-porteuses à l'aide de la technique du "water filling". La sous-porteuse k sera éliminée si $\frac{1}{g_k} > \frac{1}{N_s} \left(\frac{P}{\Gamma} + \sum_{l \in I} \frac{1}{g_l} \right)$. Cette opération s'effectue de façon itérative. Initialement $N_s = N$ et l'ensemble I contient tous les indices. A chaque itération, N_s et I sont actualisés jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de porteuse à éliminer. La seconde étape, qui consiste à répartir la puissance peut être effectuée à l'aide du "water filling" (1.13) ou plus simplement, en dépit d'une certaine "sous-optimalité", de façon uniforme. Pour finir, les bits sont alloués dans l'hypothèse d'un gap et d'une marge constants : $b_k = \log_2 \left(1 + \frac{p_k \cdot g_k}{\Gamma \cdot \gamma_m} \right)$ Le nombre de bits est alors arrondi et la puissance est recalculée, puis ajustée pour garantir la condition sur la puissance totale.

1.3.6.5 Algorithme de M. Colin [COL99] [ZWI03]

Sous la contrainte d'un débit et d'une puissance donnée, l'auteur optimise, non pas le taux d'erreur symbole, mais le taux d'erreur binaire global, qui est la grandeur représentative en terme de performance. Afin de simplifier le problème, l'allocation des bits ainsi que celle de la puissance sont séparées. Les bits sont distribués selon la technique du water filling conformément à la figure 1.10. Le niveau L est cherché de façon itérative pour que la condition sur le débit soit vérifiée, le nombre de bits étant donné par l'arrondi de $b_k = \log_2(1 + Pw_k \cdot g_k)$. La puissance, quant à elle, est répartie pour optimiser le TEB. Elle doit vérifier la relation suivante obtenue par la technique des multiplicateurs de Lagrange :

$$p_k = \frac{\beta_k \sigma_k^2}{\sum_{l \in I} \beta_l \sigma_l^2} \left[P_{tot} + 2 \sum_{l \in I} (\beta_l \sigma_l^2) \cdot \ln \left(\frac{C_k}{C_l} \right) \right] \text{ pour } k \in I \text{ avec } C_k \text{ une fonction de } bm_k \text{ (tableau$$

1.1), b , α_k et β_k (relation 1.10). Des simulations dans un contexte de transmission ADSL, donnent de meilleures performances que les algorithmes de Hugues Hartogs et Chow pour une complexité inférieure. L'auteur propose une méthode alternative qui, moyennant une légère dégradation du TEB, simplifie l'allocation des puissances. La répartition des bits reste inchangée, quant à la puissance, elle est répartie dans l'hypothèse d'un gap constant :

$$P_k = Pw_k \cdot \Gamma \text{ avec } \Gamma = \frac{P_{tot}}{\sum_{k \in I} Pw_k} \text{ et } Pw_k \text{ la puissance réclamée par la technique du "water$$

filling" lors de l'allocation binaire.

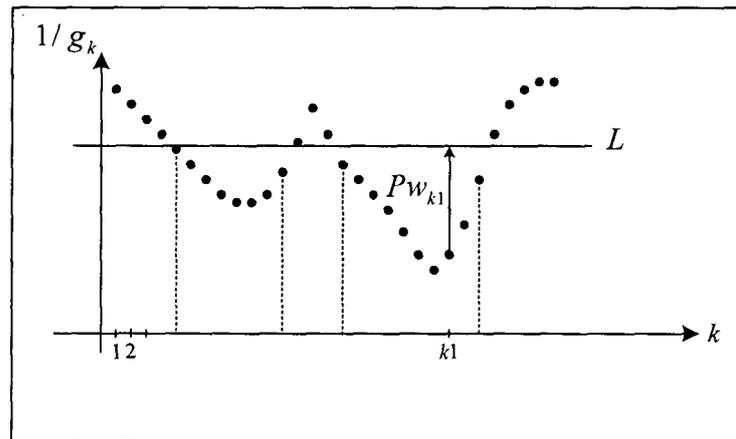


Fig. 1.10 : Répartition des bits avec la technique du "Water filling"

1.3.6.6 Algorithmes de Krongold [KRO00] et Baccarelli[BAC02] [BAC04]

Ces algorithmes revêtent un caractère mathématique plus poussé.

Krongold maximise le débit sous la contrainte d'une puissance totale par la technique des multiplicateurs de Lagrange. Cela conduit à $\frac{\partial b_k}{\partial P_k} = \frac{\partial b_k(SNR_k)}{\partial SNR_k} g_k = \lambda = \text{cte } \forall k$. De plus, la

relation liant b_k et P_k est telle que le taux d'erreur symbole est identique pour les différentes sous-porteuses. Le problème se résume alors à chercher la valeur de λ pour que la condition sur la puissance totale soit vérifiée. Cette recherche peut être effectuée rapidement par la méthode de bisection. Elle nécessite la mise en mémoire de la fonction $b_k = f(\lambda / g_k)$ cf. figure 1.11.

En ce qui concerne l'algorithme de Baccarelli, c'est à nouveau le débit qui est optimisé (conditions de Kuhn-Tucker, entre autres...) sous la contrainte d'une puissance totale donnée dans l'hypothèse d'un gap constant tout en respectant, en plus, un masque de puissance. Toutefois, de façon à réduire le nombre d'opérations, l'auteur propose un algorithme « low cost » pour lequel l'hypothèse relative au gap n'est plus vérifiée.

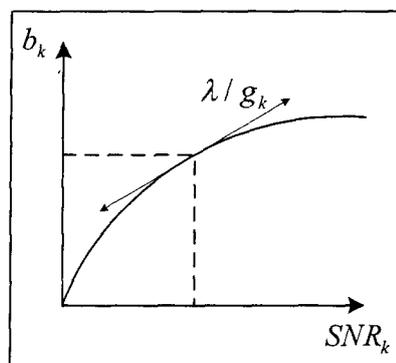


Fig. 1.11 : Illustration de " b_k fonction de λ / g_k "

1.3.6.7 Caractéristique commune aux principaux algorithmes d'allocation

Mis à part l'algorithme principal de M. Colin et l'un de ceux proposé par Baccarelli, nous constatons que tous les autres font l'hypothèse d'un gap constant ou de façon équivalente, l'hypothèse d'un taux d'erreur symbole identique pour les différentes sous-porteuses sélectionnées. Bien qu'a posteriori non optimale en terme de performance [COL99], c'est cette spécificité qui est donc retenue par la quasi-totalité des algorithmes et que nous utiliserons pour établir un indicateur de performance spécifique à la DMT et compatible avec la majorité des algorithmes.

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté successivement l'OFDM puis la DMT. Les structures sont relativement simples grâce à l'utilisation de transformées de Fourier discrètes. De plus, l'ajout d'un préfixe cyclique fait que l'égalisation fréquentielle se résume à une simple division nécessitant cependant la connaissance de la réponse fréquentielle du canal. Après avoir abordé les caractéristiques des constellations utilisées par l'ADSL, le taux d'erreur binaire a été analysé. Finalement, nous avons présenté les principaux algorithmes d'allocation et mis en évidence l'hypothèse commune du taux d'erreur symbole constant. Au cours du second chapitre, nous allons aborder l'adaptation de la DMT (ADSL) aux transmissions sur le réseau électrique (PLC). Les chapitres suivants porteront sur la dégradation du taux d'erreur binaire en présence d'une égalisation fréquentielle non-parfaite. Des optimisations de méthodes d'estimation de canal seront alors proposées dans le contexte DMT/PLC.

Chapitre 2

Communication sur le réseau électrique

PLC

Notre objectif est de présenter les communications sur le réseau électrique “indoor” que l’on désignera par l’acronyme anglo-saxon PLC (**P**ower **L**ine **C**ommunications). Les caractéristiques du canal, réponses impulsionnelle et fréquentielle ainsi que le bruit, seront appréhendés sous les aspects physique, mesure et modélisation. L’adaptation de la DMT au canal PLC ainsi que nos premiers résultats seront ensuite abordés

2.1 Introduction

De nos jours, avec l’émergence d’Internet et d’une façon générale du multimédia, il est impératif de pouvoir communiquer de façon fiable à haut débit. Le canal de transmission peut être un réseau câblé (câble coaxial – fibre optique) ou une liaison sans fil (liaison Hertzienne). Dans le second cas, impératif pour les communications mobiles, on se retrouve confronté au problème d’encombrement spectral [COL03]. De plus, les répercussions des rayonnements sur le corps humain sont sujets à controverses ou, du moins, à polémiques... Les réseaux câblés, ne présentent pas, a priori, ce genre d’inconvénients. Leur point faible réside dans la nécessité d’acquérir et d’installer le support physique ce qui engendre un surcoût non négligeable. Une alternative consiste à utiliser un réseau câblé existant. Il peut s’agir du réseau téléphonique – qui est utilisé avec succès grâce à l’ADSL pour les accès internet – ou du réseau de distribution électrique. Il est à noter que, dès les années 1920, la communication sur le réseau électrique avait été suggérée pour suppléer au réseau téléphonique, qui n’était que partiel... Quoi qu’il en soit, le réseau de distribution électrique n’a pas été prévu pour des transmissions numériques à haut débit et c’est un véritable challenge scientifique (et économique !) pour de nombreux chercheurs et ingénieurs que d’aboutir à des solutions viables.

2.2 Réseaux de distribution électrique et communications

2.2.1 Communications "outdoor" et "indoor"

La distribution de l'énergie électrique entre le lieu de production et le particulier s'effectue sur la plus grande distance possible en haute tension (110 – 380 kV) afin de limiter les pertes, puis, est successivement transformée en moyenne (10 – 30 kV) et basse tension (230 – 400 V) pour des raisons de commodité et de sécurité (*cf.* figure 2.1). Les communications peuvent avoir lieu sur le réseau basse tension entre le transformateur de quartier et les groupes d'habitations pour les PLC "outdoor". Lorsque c'est le réseau de distribution d'électricité propre à une habitation qui est utilisé pour transformer chaque prise en point d'accès à une liaison haut débit, nous nous trouvons alors dans le cadre des PLC "indoor" [DOS01].

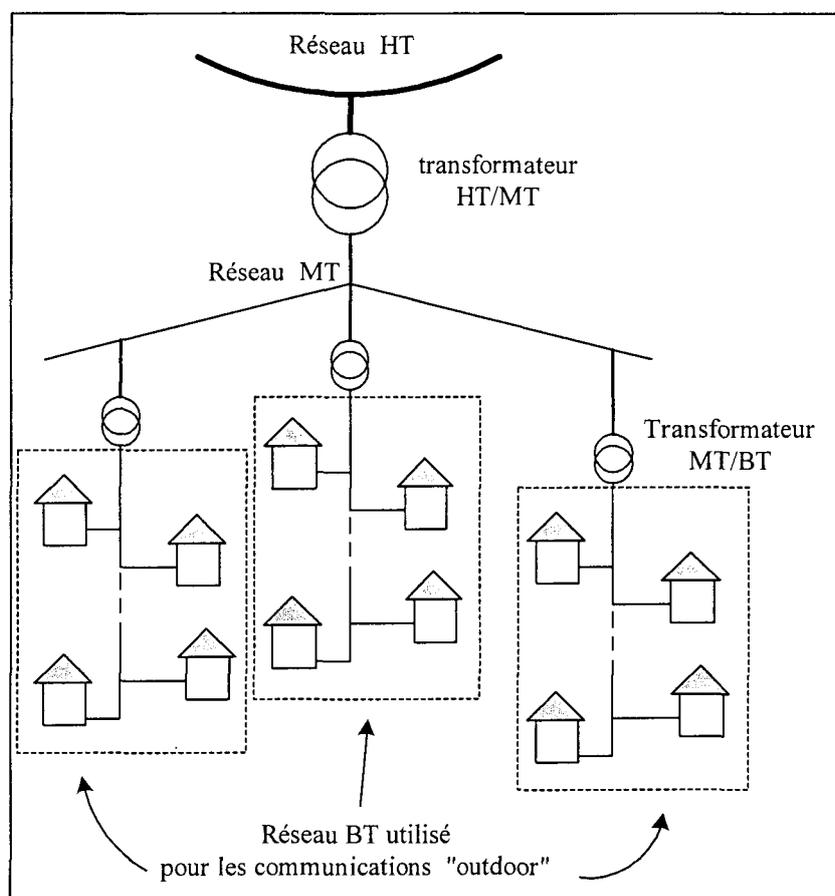


Fig. 2.1 : Représentation schématique du réseau de distribution électrique

2.2.2 Communications "indoor" et régulations

La communication sur le réseau indoor doit se faire en bonne entente avec les différents appareils électriques, connectés ou non au réseau, susceptibles de se trouver à l'intérieur de l'habitation sans oublier les systèmes de communication tels que ceux utilisés par les radios amateurs. Cela implique le respect de certaines normes de compatibilité

électromagnétique [GEB03]. Il existe une norme européenne (EN 50 065), datant de 1991, régissant les communications sur le réseau dans la gamme de fréquence 3-148.5 kHz. L'ETSI (European Telecommunications Standards Institute) a initié un projet PLC pour de nouvelles réglementations. Les matériels dédiés PLC indoor se doivent aussi d'être compatibles entre eux. C'est, entre autres, pour cette raison que "l'alliance" HomePlug (www.homeplug.org) a été créée en 2000 par un groupement d'industriels. Pour être plus complet, il faut également citer PLCforum pour l'Europe, UPLC (United Power Line Council) et PLCA (Power Line Communication Association) aux USA, PLC-J au Japon et APTEL en Amérique du Sud... La directive HomePlug1.0, qui est une référence, porte sur les protocoles ainsi que sur la couche physique [LEE03]. La modulation retenue est de type OFDM à 128 porteuses dans la bande de fréquence 0-25 MHz. Seules, les sous-porteuses situées dans la bande 4.49-20.7 MHz sont utilisées, abstraction faite de celles se trouvant dans les bandes dédiées aux radios amateurs, ce qui donne un total de 76 sous-porteuses utilisables pour les USA. La modulation présente un caractère adaptatif puisque, suite à une estimation du canal, certaines sous-porteuses peuvent se voir éliminées. Pour les autres, le type de modulation (modulation de phase à deux ou quatre états, différentielle ou non), sera fonction de l'état du canal. L'estimation du canal est effectuée toutes les quatre secondes. Afin de limiter les problèmes de CEM (niveaux de rayonnement), une densité spectrale de puissance de -50 dBm/Hz à l'émission a été retenue. Le débit est de l'ordre de 10 Mb/s. De nombreux produits "compatible HomePlug 1.0" sont d'ores et déjà commercialisés [LAN06]. Une évolution de la directive HomePlug avec des débits plus importants est en cours d'élaboration. Pour obtenir des débits plus conséquents, il est indispensable de développer ou d'adapter des systèmes de transmission tenant compte au maximum des spécificités du canal. C'est dans ce contexte que s'inscrivent nos travaux.

2.3 Le canal indoor

Sans perte de généralités, le canal indoor peut être considéré comme un système linéaire à temps variable, caractérisé par sa fonction de transfert $H(f,t)$ (ou sa réponse impulsionnelle) et un bruit additif $n(t)$, conformément à la figure 2.2.

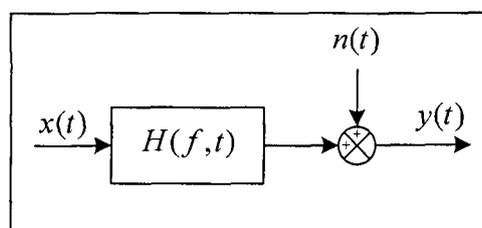


Fig. 2.2 : Modélisation du canal indoor

On se propose d'analyser séparément les spécificités de la fonction de transfert, puis, celles du bruit.

2.3.1 Fonction de transfert et réponse impulsionnelle

2.3.1.1 Considérations physiques et mesures

L'alimentation électrique en milieu résidentiel, s'effectue à partir de la sortie du compteur d'énergie, entre la phase et le neutre, via des protections (disjoncteurs, fusibles) situées au niveau du tableau de distribution. Généralement, les circuits d'éclairage et d'alimentation (prises) sont séparés. Une représentation schématique vous est proposée à la figure 2.3. Le nombre de circuits ainsi que leurs dimensions sont extrêmement variables sans oublier la grande diversité des "impédances d'entrées" des différents appareils branchés.....

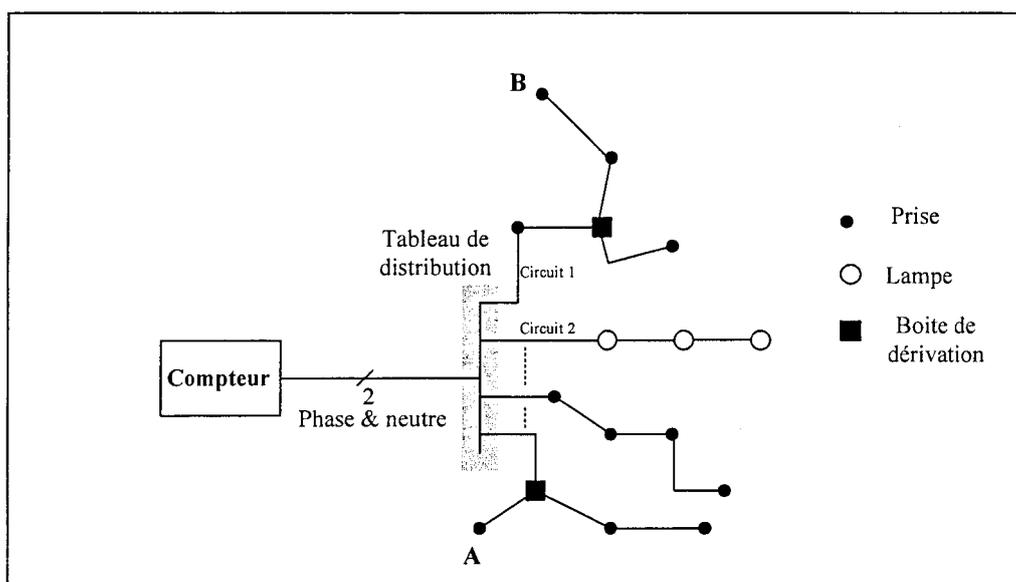


Fig. 2.3 : Représentation simplifiée de la distribution électrique en milieu résidentiel

On considère le canal PLC compris entre les points A et B et on le suppose dans une phase stationnaire (*ie.* les différentes charges électriques connectées sont dans un état stationnaire). Si l'on émet une impulsion en A, celle-ci va se propager à vitesse finie et empruntera différents trajets. De plus, à chaque rupture d'impédance, des phénomènes de réflexion vont se produire. Au niveau du point B, on récupérera une impulsion ayant emprunté le trajet direct puis la somme des diverses impulsions réfléchies. Le canal PLC est donc un canal multitrajet. Dans l'hypothèse d'un canal PLC linéaire, non dispersif et sans pertes, la réponse impulsionnelle s'exprime simplement de la façon suivante :

$$h(t) = \sum_{k=1}^{N_c} \alpha_k \cdot \delta(t - \tau_k)$$

Le coefficient α_k traduit l'atténuation engendrée par les différentes réflexions et τ_k les retards induits par les trajets de longueurs différentes.

La figure 2.4 donne un exemple de réponse impulsionnelle relevée dans un bureau du laboratoire avec une technique spécifique [COR01].

On constate que les différentes impulsions (trajet direct et échos) présentent des déformations. Ceci est dû aux pertes (cuivre et diélectrique) qui induisent un retard dépendant de la fréquence conférant ainsi un caractère dispersif au canal. De plus, si l'on considère le domaine fréquentiel (qui sera abordé ultérieurement), l'atténuation croît avec la fréquence, ce qui a tendance à "arrondir" les impulsions...

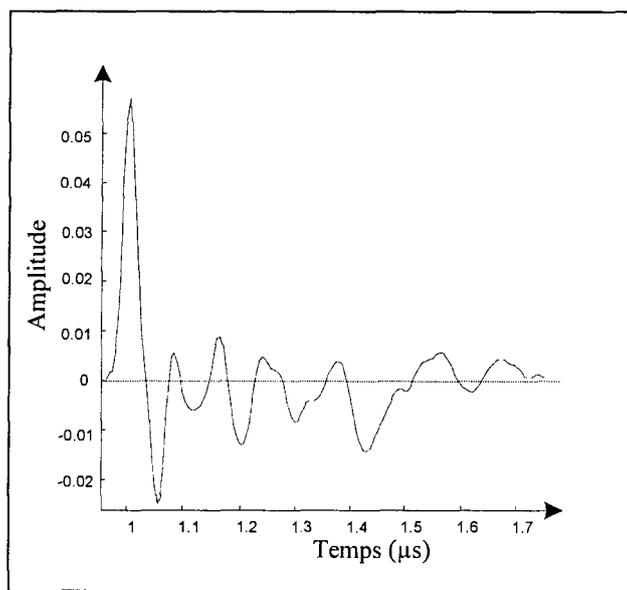


Fig. 2.4 : Réponse impulsionnelle mesurée

Quant à la réponse en fréquence, $H(f)$, elle correspond à la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle. Dans le cas idéal, nous obtenons :

$$H(f) = \sum_{k=1}^{N_c} \alpha_k \cdot e^{-i2\pi \cdot f \cdot \tau_k}$$

La fréquence f étant la variable, nous en déduisons que les parties réelle et imaginaire sont des sommes de N_c grandeurs sinusoïdales (cosinus, sinus) de périodes τ_k qui vont se combiner de différentes manières engendrant ainsi une sélectivité en fréquence. Un exemple de réponse en fréquence est proposé à la figure 2.5. La mesure a été effectuée, dans un bureau du laboratoire, avec un analyseur de réseau dans la bande de fréquence 0-25MHz.

Le caractère sélectif du canal est bien vérifié. Les atténuations sont comprises entre 10dB et 50dB.

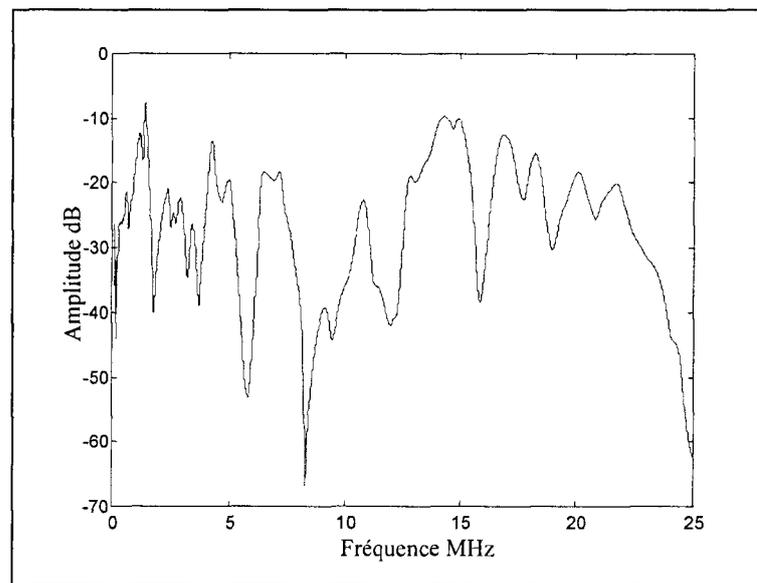


Fig. 2.5 : Réponse en fréquence mesurée.

Jusqu'à présent, nous avons considéré le canal comme stationnaire. En pratique, le canal sera modifié chaque fois qu'un nouvel appareil électrique sera connecté ou qu'un appareil déjà connecté verra son mode de fonctionnement changer. A des fins d'illustration, et puisque nous nous proposons d'utiliser ultérieurement une modulation multi-porteuse, nous avons relevé la réponse temporelle du canal à une sinusoïde d'amplitude et de fréquence constante lorsqu'une lampe est connectée au réseau par l'intermédiaire d'un interrupteur. L'enregistrement de la réponse est donné à la figure 2.6.

Bien évidemment, nous retrouvons deux états stationnaires séparés par une phase transitoire de quelques millisecondes exhibant, entre autres, les rebonds de l'interrupteur. Le canal PLC peut donc être considéré comme quasi-stationnaire par morceaux.

Toutes les mesures précédentes effectuées sur le réseau ont été réalisées par l'intermédiaire de coupleurs (*cf.* annexe 2). Le rôle du coupleur est d'assurer un isolement galvanique, de "filtrer" la composante à 50 Hz et de limiter d'éventuelles surtensions risquant d'endommager l'appareillage de mesure.

Dans le paragraphe qui suit, nous nous proposons de présenter les principaux modèles de canal en phase stationnaire. Ces modèles peuvent être regroupés en deux catégories :

- Les modèles basés sur la théorie des lignes en régime sinusoïdal, nécessitant la connaissance des paramètres primaires ou secondaires des différents tronçons de câbles.
- Les modèles s'appuyant sur les phénomènes physiques mis en jeu et dont les paramètres sont obtenus par l'intermédiaire de mesures

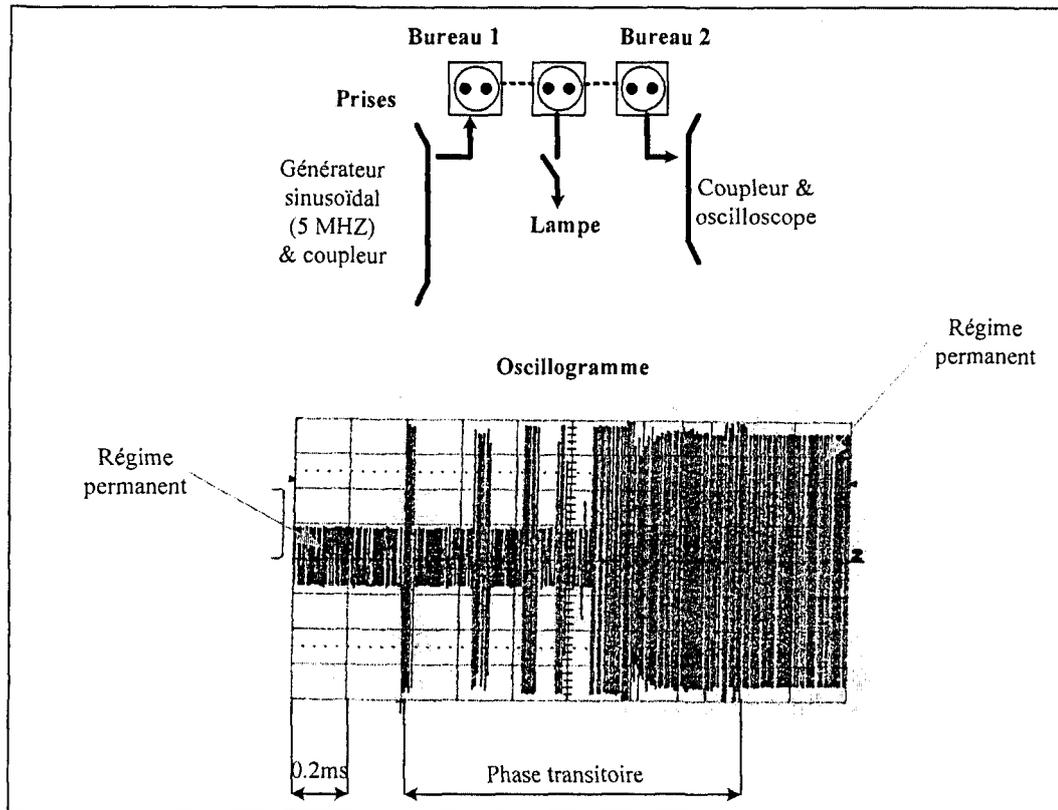


Fig. 2.6 : Réponse du canal à un sinus lors de la mise sous tension d'une lampe

2.3.1.2 Les principaux modèles

- Méthode basée sur la théorie des lignes en régime sinusoïdal ([BAN01] [ISS02]....)
Chaque tronçon de ligne peut être caractérisé par ses paramètres secondaires, à savoir son impédance caractéristique Z_c et sa fonction de propagation γ . (cf. Annexe 3)

Afin de trouver la fonction de transfert du canal, on peut décomposer ce dernier en une association de quadripôles caractérisés par leur matrice de chaîne. On considère, à titre d'exemple, le réseau élémentaire représenté à la figure 2.7a [ESM03]. Il est constitué de deux tronçons de câbles, de longueur l_1 et l_3 et de paramètres secondaires différents $(\gamma_1, \gamma_3, Z_{c_1}, Z_{c_3})$, associés à une dérivation (bridge tap) définie par l_p, γ_p, Z_{c_p} et Z_p .

Un schéma équivalent est proposé à la figure 2.7b, mettant en évidence trois tronçons (T1, T2, et T3) caractérisés par les matrices de chaîne (ϕ) suivantes :

- pour le tronçon T1,
$$\phi_1 = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_1 \cdot l_1) & Z_{c_1} \cdot \sinh(\gamma_1 \cdot l_1) \\ (Z_{c_1})^{-1} \cdot \sinh(\gamma_1 \cdot l_1) & \cosh(\gamma_1 \cdot l_1) \end{bmatrix}$$

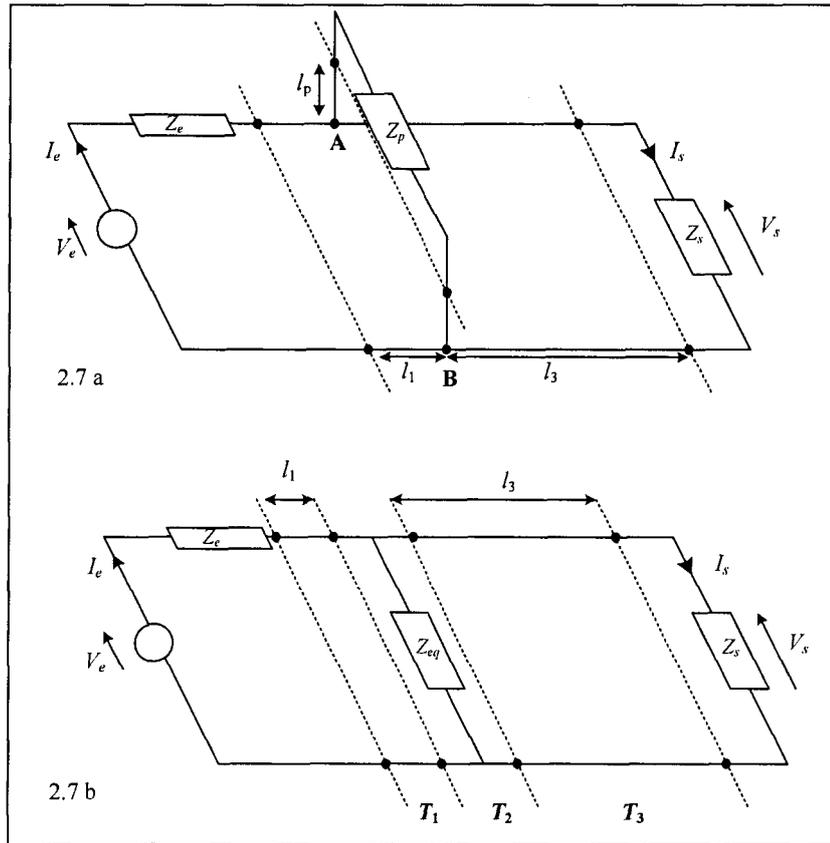


Fig. 2.7 : Réseau "indoor" élémentaire

- pour la dérivation, définie par son impédance équivalente (vue des bornes **A** et **B**)

$$Z_{eq} = Z_{c_p} \cdot \frac{Z_p + Z_{c_p} \cdot \tanh(\gamma_p \cdot l_p)}{Z_{c_p} + Z_p \cdot \tanh(\gamma_p \cdot l_p)}, \text{ nous avons simplement } \phi_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (Z_{eq})^{-1} & 1 \end{bmatrix}$$

- pour le tronçon T3, ϕ_3 identique à ϕ_1 mais avec l'indice 3.

Dans l'hypothèse où la matrice de chaîne équivalente s'écrit de la façon suivante,

$$\phi = \phi_1 \cdot \phi_2 \cdot \phi_3 = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

on vérifie que:

$$H(f) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{Z_s}{A \cdot Z_s + B + C \cdot Z_e \cdot Z_s + D \cdot Z_e} \text{ avec}$$

$$A = \cosh(\gamma_3 \cdot l_3) \cdot (\cosh(\gamma_1 \cdot l_1) + \frac{Z_e}{Z_{c_1}} \cdot \sinh(\gamma_1 \cdot l_1)) + \frac{1}{Z_{c_3}} \cdot \sinh(\gamma_3 \cdot l_3) \cdot (Z_e \cdot \cosh(\gamma_1 \cdot l_1) + Z_{c_1} \cdot \sinh(\gamma_1 \cdot l_1))$$

Les autres termes, **B**, **C** et **D**, sont du même ordre de complexité.

Cette méthode est relativement calculatoire, surtout pour un nombre de branches élevé. L'interprétation physique des différents termes intervenant dans la fonction de transfert n'est pas des plus simples et l'obtention d'une expression analytique de la réponse impulsionnelle, par transformation inverse, s'avère délicate.....

Les trois modélisations suivantes ne résultent pas de mises en équations. Elles sont simplement le reflet des principaux phénomènes physiques mis en jeu, traduits avec le moins de paramètres possibles. Nous allons les aborder par ordre de raffinement.

- Modèle de Hensen et schulz [HEN00].

Les auteurs ont proposé un modèle relativement élémentaire pour la fonction de transfert traduisant l'accroissement de l'atténuation avec la fréquence et la longueur des câbles. La réponse fréquentielle est approximée par les relations suivantes :

$$\begin{cases} |H(f)|_{dB} = a + b \cdot f \\ \arg(H(f)) = -2\pi \cdot f \cdot t_0 \end{cases}$$

Les grandeurs a et b sont des réels négatifs dépendant linéairement de la longueur. La durée t_0 est une constante assimilable à un retard moyen. Un tel modèle ne reflète donc pas le caractère sélectif du canal en fréquence. Des mesures effectuées par les auteurs toutes les trois minutes pendant une durée de 24 heures, valident l'hypothèse de quasi-stationnarité.

- Modèle basé sur les échos (première version) dit "modèle de Philipps" [PHI99]

L'idée majeure consiste à introduire un facteur d'atténuation complexe pour les différents échos causés par les réflexions. Nous avons donc pour la réponse impulsionnelle :

$$h(t) = \sum_{k=1}^{N_e} \alpha_k \cdot \delta(t - \tau_k) \text{ avec } \alpha_k = |\alpha_k| \cdot e^{i\varphi_k}$$

La transformée de Fourier de la réponse précédente fournit l'expression de la fonction de transfert :

$$H(f) = \sum_{k=1}^{N_e} |\alpha_k| \cdot e^{i\varphi_k} \cdot e^{-i2\pi \cdot f \cdot \tau_k}$$

Chaque écho de ce modèle est caractérisé par trois paramètres, α_k , φ_k et τ_k . A partir d'une mesure de fonction de transfert, l'auteur a montré qu'un nombre de cinq échos (15 paramètres) permettait d'obtenir de bons résultats. Un exemple de valeurs numériques des différents paramètres est donné au tableau 2.1 et la courbe de gain associée est représentée à la figure 2.8

k	$ \rho_k $	φ_k (rad)	τ_k (μ s)
1	0.151	0.691	0.110
2	0.047	-0.359	0.154
3	0.029	0.591	0.205
4	0.041	2.913	0.311
5	0.033	1.012	0.427

Tableau 2.1 : Exemple de valeurs numériques pour les paramètres du modèle de Philipps

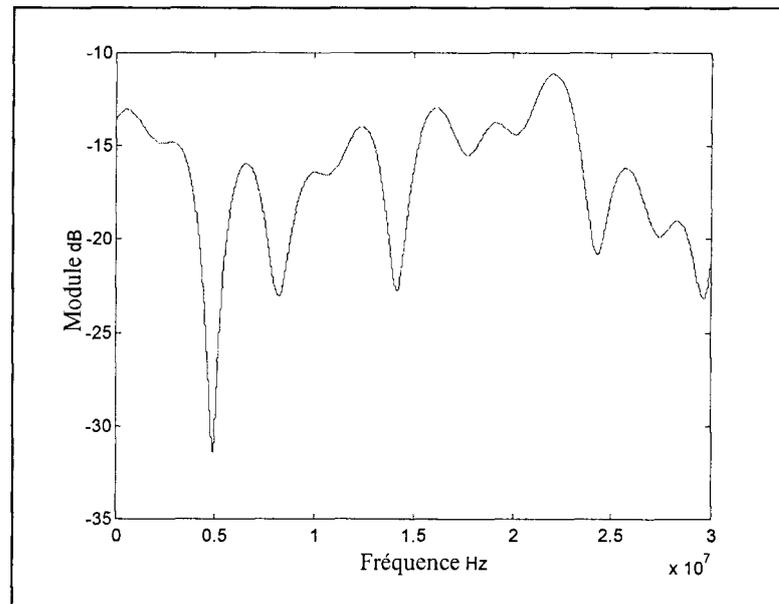


Fig. 2.8 : Module de la réponse en fréquence (Modèle de Philipps)

Le caractère sélectif du canal est bien vérifié. La courbe est cependant assez régulière (moins accidentée que la mesure proposée à la figure 2.5 par exemple) à cause du nombre réduit d'échos. Quant au module de la réponse impulsionnelle, il montre bien que l'aspect dispersif du canal n'est pas pris en considération.

- Modèle basé sur les échos (seconde version)[ZIM02]

Ce modèle a été développé pour le canal "outdoor". Les processus physiques mis en jeu sont identiques à ceux du canal indoor, seules varient les distances, le nombre de circuits ainsi que leurs paramètres secondaires. La plage de fréquence s'étend de 500 KHz à 20 MHz. D'une façon très générale, nous pouvons écrire pour la fonction de transfert :

$$H(f) = \sum_{k=1}^{N_c} \alpha_k \cdot A(f, l_k) \cdot e^{-i \cdot 2\pi \cdot f \cdot \tau_k}$$

Comme précédemment, le terme exponentiel traduit les retards et le coefficient complexe α_k l'atténuation liée aux différentes réflexions. Les pertes introduisent des atténuations de valeurs croissantes avec la fréquence (effet de peau au niveau de R' qui se caractérise par une augmentation en \sqrt{f} et une dissipation dans le diélectrique qui se traduit par une variation de G' proportionnelle à f) et la longueur des câbles. Elles sont prises en compte par l'intermédiaire du terme $A(f, l_k)$. Dans le "formalisme" des lignes de transmission en régime sinusoïdal, cette atténuation est prise en compte par la partie réelle de la fonction de propagation γ intervenant dans l'expression $e^{-\gamma l}$. Sous l'hypothèse de lignes à faibles pertes et après de très nombreuses mesures, les auteurs proposent de modéliser l'atténuation due aux pertes par la relation suivante :

$$A(f, l_k) = e^{-(a_0 + a_1 \cdot f^m) l_k} \text{ avec } 0.5 \leq m \leq 1$$

ce qui donne finalement pour la fonction de transfert :

$$H(f) = \sum_{k=1}^{N_c} \alpha_k \cdot e^{-(a_0 + a_1 \cdot f^m) l_k} \cdot e^{-i \cdot 2\pi \cdot f \cdot \tau_k} \quad (2.1)$$

Des valeurs pour les différents paramètres ont été proposées pour valider le modèle (cf. tableau 2.2) à partir des mesures des réponses en fréquence et impulsionnelle d'un canal particulier.

Le module de la courbe de gain est représenté à la figure 2.9. La valeur de la racine carrée de la permittivité relative ϵ_r , a été fixée à 1,1.

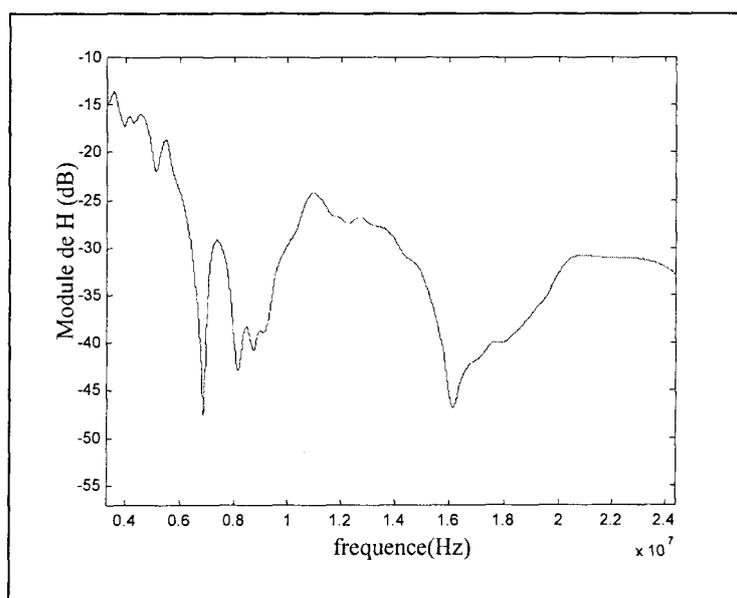


Fig. 2.9 : Module de la réponse en fréquence - Modèle de Zimmermann et Dostert

Dans l'hypothèse où l'on considère toujours les paramètres donnés au tableau 2.2, la relation (2.1) s'inverse facilement et fournit une expression analytique de la réponse impulsionnelle :

$$h(t) = \sum_{k=1}^{15} \alpha_k \cdot \Lambda_k(t - \tau_k) \text{ avec } \Lambda_k(u) = \frac{2 \cdot a_1 \cdot l_k}{(a_1 \cdot l_k)^2 + 4\pi^2 \cdot u^2}$$

La représentation graphique associée à $h(t)$ est donnée à la figure 2.10. Cette réponse impulsionnelle est beaucoup plus "réaliste" que celle du modèle de Philipps

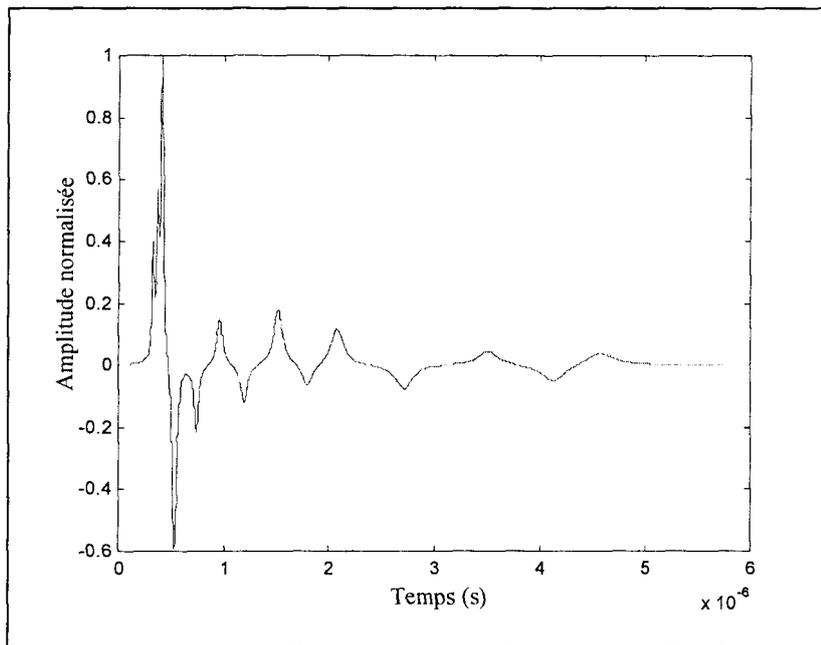


Fig. 2.10 : Réponse impulsionnelle - modèle de Modèle de Zimmermann et Dostert

Paramètres des chemins						Paramètres de l'atténuation
k	α_k	$l_k (m)$	k	α_k	$l_k (m)$	
1	0.029	90	9	0.071	411	$a_0=0$ $a_1=7.8 \cdot 10^{-10}$ m/s $m=1$
2	0.043	102	10	-0.035	490	
3	0.103	113	11	0.065	567	
4	-0.058	143	12	-0.055	740	Retards
5	-0.045	148	13	0.042	960	
6	-0.040	200	14	-0.059	1130	$\tau_k = l_k / v_p$ avec $v_p = c_0 / \sqrt{\epsilon_r}$
7	0.038	260	15	0.049	1250	
8	-0.038	322				

Tableau 2.2 : Exemple de valeurs numériques pour les paramètres du modèle de Zimmermann et Dostert

Pour clore ce paragraphe relatif aux modèles de canal, on se doit de souligner le fait qu'il n'existe pas de modèles de références (unanimentement reconnus) comme ceux que l'on utilise pour l'ADSL (lignes CSA) ou la téléphonie mobile. On trouvera un exemple de proposition dans [GOT04].

Ultérieurement, nous travaillerons avec le modèle de Zimmermann qui a l'avantage de donner des résultats assez proches des mesures avec des expressions analytiques, pour la fonction de transfert et la réponse impulsionnelle, "exploitables". Dans certains cas, la réponse fréquentielle mesurée, dont le module est représenté à la figure 2.5, sera aussi utilisée.

2.3.2 Bruits.....

Il existe, malheureusement, différentes sources de bruit que l'on classe généralement en trois catégories. Il s'agit du bruit de fond, du bruit à bande étroite et du bruit impulsif [ZIM00].

2.3.2.1 Origine physique

Le bruit de fond est dû aux différents appareils connectés sur le réseau. Comme le mettent en évidence de très nombreuses mesures, il s'agit d'un bruit coloré dont la densité spectrale de puissance (DSP) décroît avec la fréquence pour tendre vers la DSP d'un bruit quasiment blanc pour des fréquences supérieures à 15 MHz. Ce type de bruit peut être considéré comme stationnaire sur des intervalles de temps allant de quelques minutes à quelques heures.

Quant au bruit à bande étroite, il provient de la diffusion d'émissions radiophoniques situées typiquement dans la bande de fréquence 1-22 MHz. Les formes d'onde sont des sinusoïdes modulées qui se caractérisent par des niveaux de puissance importants autour des fréquences porteuses. Ces niveaux de puissances sont relativement stables sur une journée.

Le résultat d'une mesure de DSP de bruit effectuée par l'intermédiaire d'un analyseur de réseau dans un bureau du laboratoire est représenté à la figure 2.11.

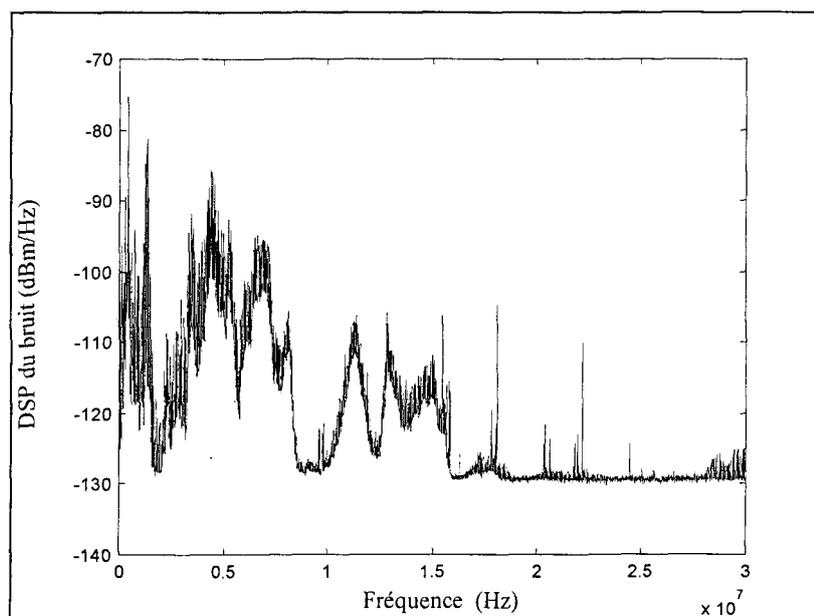


Fig. 2.11 : Densité spectrale de bruit mesurée

Cette mesure, en plus du bruit de fond coloré, inclut du bruit à bande étroite. Le niveau est compris entre -80dBm/Hz dans les basses fréquences et tend vers une constante de -130dbm/Hz au delà de 15MHz.

Le bruit impulsif est, quant à lui, scindé en deux sous-types, le bruit impulsif périodique et le bruit impulsif apériodique. Les bruits périodiques sont majoritairement générés par les convertisseurs d'électronique de puissance. Par exemple, un appareil comportant un redresseur ou un gradateur engendrera des impulsions synchrones avec la fréquence du réseau. Ils sont généralement de courte durée (quelques microsecondes) avec une densité spectrale de puissance décroissante avec la fréquence. En revanche, les hacheurs, que l'on retrouve dans les alimentations à découpage travaillent avec des fréquences supérieures à 20KHz pour des raisons auditives. Les impulsions parasites engendrées auront toujours un caractère périodique mais ne seront plus synchrones avec la fréquence du réseau.

Le bruit impulsif apériodique est lié aux phases transitoires tels que le branchement d'un appareil via un interrupteur ou non, ou son changement de mode de fonctionnement (réfrigérateur, machine à laver.....). Sa durée est de l'ordre de la microseconde voire de la milliseconde et sa densité spectrale de puissance peut présenter des valeurs supérieures à 50dB par rapport à celle du bruit de fond.

Bien que les trois types de bruit soient présents au niveau du canal PLC, nous ne prendrons en considération, dans la suite de nos travaux, que le bruit de fond coloré. C'est pour cela que nous ne nous limiterons qu'à la présentation d'un modèle relatif à ce type de bruit.

2.3.2.2 Modélisation du bruit de fond

Basé sur de nombreuses mesures en "indoor", Esmailian [ESM00] propose de modéliser la DSP du bruit par une relation décrivant la décroissance du niveau de bruit en fonction de la fréquence :

$$P_b = a + b \cdot |f|^c \text{ dBm/Hz} \quad (\text{L'unité de } f \text{ est le MHz})$$

L'auteur fournit des valeurs extrêmes pour les différents paramètres. Ces valeurs sont données au tableau 2.3. Le résultat d'une mesure ainsi que la densité spectrale du modèle sont représentés à la figure 2.12. La densité de probabilité du bruit sera considérée Gaussienne. Cela a été validé à partir d'une distribution expérimentale comparée à une Gaussienne par la méthode du "chi carré".

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Meilleur cas	-140	38.75	-0.720
Pire cas	-145	53.23	-0.337

Tableau 2.3 : Valeurs numériques des coefficients du modèle de la DSP de bruit (Esmailian)

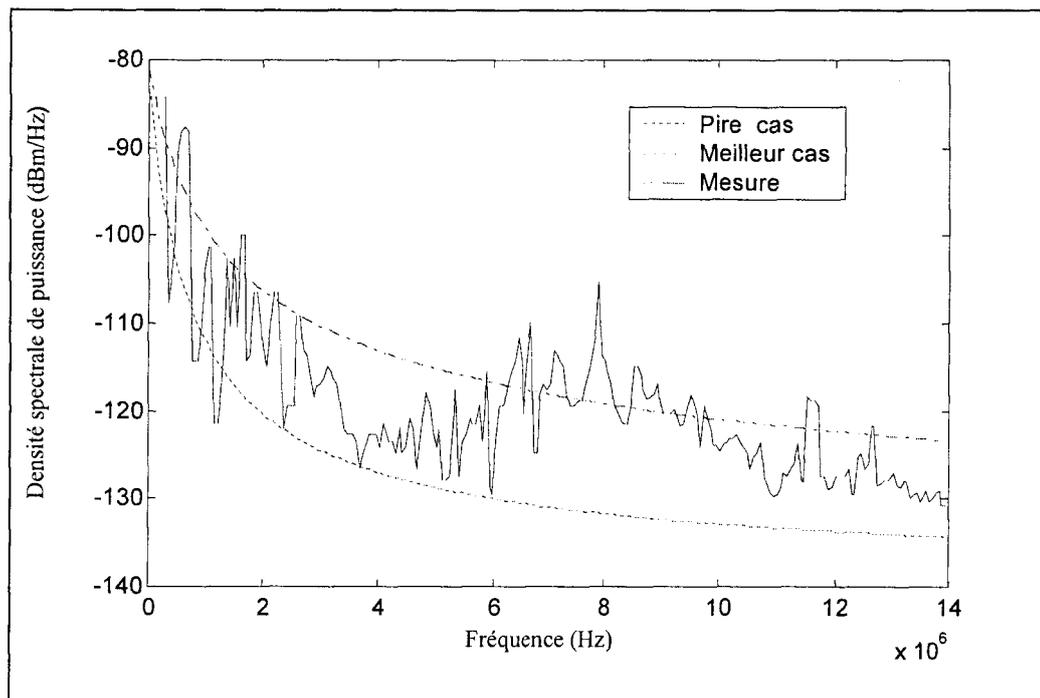


Fig. 2.12 : Densité spectrale de bruit- Mesure et modèle (Esmailian)

2.4 Canal PLC et DMT

Différents types de modulations (mono-porteuse, étalement de spectre, OFDM adaptative ou non, combinaison de l'étalement de spectre et de l'OFDM....) peuvent être envisagées pour effectuer des transmissions sur le réseau électrique [GOT04]. Les modulations multiporteuses adaptatives présentent cependant des potentialités certaines.

2.4.1 Modulations multiporteuses adaptatives et PLC

De part l'aspect adaptatif (allocation de bits et de la puissance en fonction de " l'état " du canal), ce type de modulation permet d'atteindre des débits élevés sur un canal sélectif en fréquence à bruit additif coloré et Gaussien tant que ce dernier est supposé stationnaire au regard de la durée d'un symbole. De plus, le respect d'un masque de puissance incluant certaines bandes interdites (réservées aux radios amateurs par exemple) est une chose relativement aisée. Un autre point fort réside dans la simplicité de la structure de l'émetteur et du récepteur. Ces différents points positifs ont cependant un prix : il faut une connaissance de la fonction de transfert (gain et phase) pour l'égalisation fréquentielle et celle du rapport canal à bruit pour l'algorithme d'allocation. Des techniques de codage canal sont impératives pour limiter l'impact du bruit impulsif.

Une première approche consiste à transposer les techniques ADSL au canal PLC.

2.4.2 De l'ADSL aux PLC...

Le canal indoor peut être considéré comme une succession d'états stationnaires séparés par des phases transitoires que l'on se propose d'aborder séparément.

2.4.2.1 Canal stationnaire (hors bruit impulsif)

Dans ce cas de figure, la transposition de l'ADSL à la DMT est directe. Pour une bande passante donnée et une longueur de préfixe cyclique en adéquation avec la longueur de la réponse impulsionnelle, le seul degré de liberté reste le choix de l'algorithme d'allocation. En terme de performances, nous avons comparé l'algorithme rapide (hypothèse du gap) de M. Colin (§ 1.3.6.5) à l'algorithme de Leke et Cioffi avec un canal et une DSP mesurés [BUE01]. En travaillant dans la bande de fréquence 0-14MHz avec 256 porteuses et un préfixe cyclique de 40 échantillons, nous avons obtenu des débits allant de 6 à 12 Mb/s pour une puissance comprise entre 1 et 4 μW et un TEB de 10^{-7} . Ces débits sont supérieurs à ceux fournis par l'algorithme de Leke et Cioffi. Une étude de différents algorithmes (Hughes-Hartogs, Piazza, Leke-Cioffi et Fisher-Hubert) appliqués à un canal "indoor" mesuré dans la bande de fréquence 0-30 MHz avec 512 porteuses [ASS02] montre que les performances obtenues sont quasiment identiques avec, toutefois, une légère prédominance de Hughes-Hartogs en ce qui concerne le TEB et de Leke-Cioffi pour le débit.

Les résultats précédents supposent une connaissance parfaite du canal. Pratiquement, pour l'ADSL, l'estimation de la fonction de transfert et de la puissance de bruit est réalisée, pendant la phase d'initialisation, de la façon suivante :

- Une succession d'une quarantaine de symboles DMT, connue du récepteur, est transmise. Pour chaque symbole, le récepteur peut déterminer une estimée de la réponse en fréquence en divisant simplement le signal de sortie de la FFT par le signal d'entrée de l'IFFT. (cf. figure 1.8 sans égalisation temporelle). De ce fait, et dans l'hypothèse de symboles DMT émis identiques, nous avons comme estimée pour le $j^{\text{ième}}$ symbole DMT et la $k^{\text{ième}}$ sous-porteuse

$$\hat{H}_{j,k} = \frac{Y_{j,k}}{X_k} = H_k + \frac{\eta_{j,k}}{X_k}$$

L'estimée finale correspond à la moyenne des estimées sur quarante symboles afin de minimiser l'erreur due au bruit.

- La puissance de bruit est déterminée en utilisant l'estimée de la réponse en fréquence conformément au schéma de la figure 2.13.

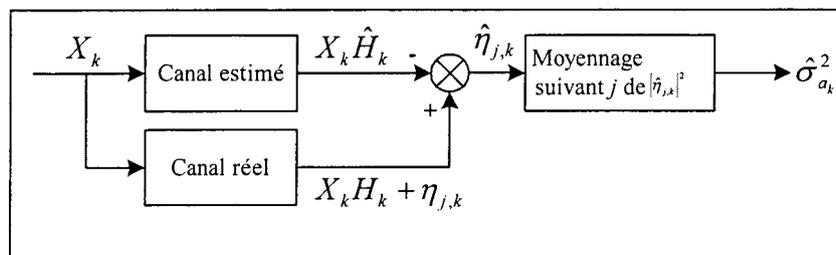


Fig. 2.13 : Estimation de la puissance de bruit - Cas de l'ADSL.

2.4.2.2 Canal en phase transitoire

On suppose, durant cette phase, que la variation du canal est telle qu'il ne peut plus être considéré comme stationnaire pour un symbole DMT. Nous sommes confrontés à trois problèmes spécifiques :

- La présence d'interférences entre porteuses.
- La non-pertinence des algorithmes d'allocation et de l'égalisation fréquentielle avec une hypothétique réponse en fréquence estimée.
- La présence, inévitable, de bruits impulsifs aperiodiques.

2.4.2.3 Un premier bilan

La DMT (telle que définie dans la norme ADSL) est particulièrement bien adaptée pour les phases stationnaires. La technique d'estimation du canal est cependant à modifier. L'estimation ayant lieu après chaque changement d'état du canal, elle se doit d'être la plus rapide possible. Quant aux phases transitoires, le problème est tout autre....

Une solution, pour tenter de minimiser les points négatifs précédents, consiste à introduire des sous-porteuses pilotes, dont les caractéristiques (amplitude, phase, fréquence) sont connues du récepteur. Cette technique est couramment utilisée en OFDM.

2.4.3 DMT et sous-porteuses pilotes [BUE04]

2.4.3.1 Présentation

Le schéma de principe de l'ensemble de transmission est représenté à la figure 2.14.

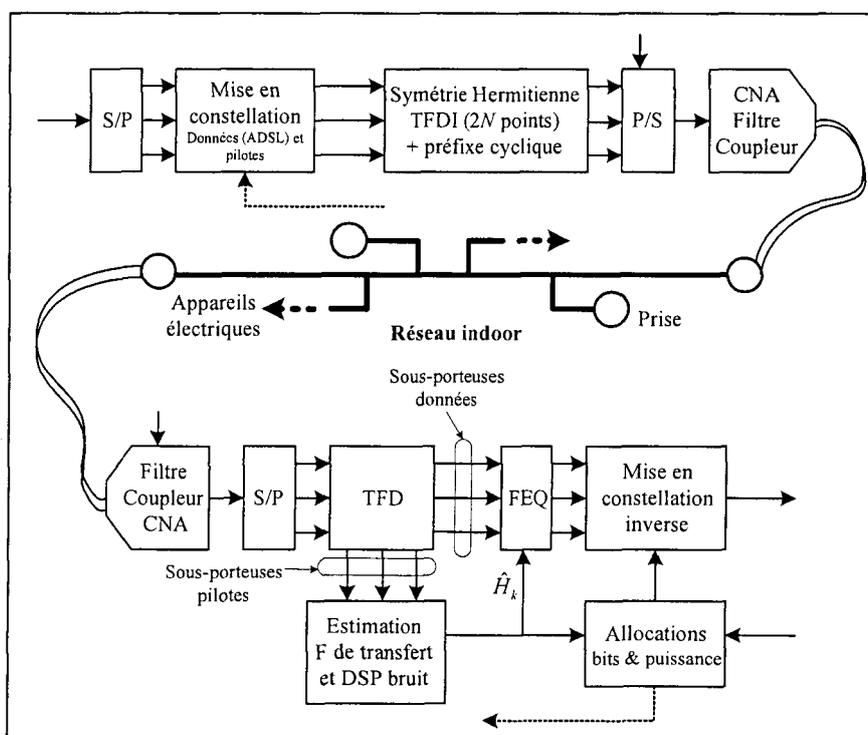


Fig. 2.14 : Ensemble de transmission sur le canal PLC

A l'émission, pour chaque symbole, des sous-porteuses pilotes sont insérées. Elles sont uniformément réparties suivant la fréquence. Après la TFD, au niveau du récepteur, on exploite l'information reçue aux fréquences pilotes pour :

- Estimer la réponse en fréquence du canal (FEQ et algorithme d'allocation)
- Estimer la DSP du bruit additif (algorithme d'allocation)
- Déterminer "l'état" du canal, à savoir, stationnaire ou transitoire. Dans le cas où une phase transitoire est détectée, on pourra, soit envisager une retransmission des données ou une transmission en mode dégradé utilisant des modulations différentielles, par exemple.

Dans la suite de nos travaux, seul le premier point sera abordé. Nous ne considérerons que l'estimation de la réponse en fréquence du canal en phase stationnaire pour l'égalisation fréquentielle. On supposera une connaissance parfaite de la fonction de transfert et du bruit pour l'allocation des bits et de la puissance.

2.4.3.2 Principaux paramètres

La bande de fréquence s'étend de 0 à 25 MHz (conformément aux directives de HomePlug 1) ce qui fixe la durée entre deux échantillons temporels à $T_e = 0.02 \mu\text{s}$. La longueur du préfixe cyclique est de 200 échantillons. Elle a été déterminée sur la base d'une durée maximale de $T_{max} = 4 \mu\text{s}$ pour la réponse impulsionnelle. L'estimation de la réponse en fréquence est obtenue par une interpolation portant sur les valeurs fréquentielles données par les sous-porteuses pilotes. La réponse impulsionnelle étant finie, une interpolation idéale avec des sinus cardinaux conduirait à une estimée sans erreur sous réserve de respecter un écartement fréquentiel maximal $\Delta f_{p_{max}}$, entre deux sous-porteuses pilotes consécutives, donné par le théorème d'échantillonnage :

$$\Delta f_{p_{max}} = \frac{1}{2 \cdot T_{max}} = 125 \text{ KHz} \geq E_f \cdot \Delta f \quad (2.2)$$

avec $E_f - 1$ le nombre de sous-porteuses entre deux pilotes consécutifs et Δf l'écartement fréquentiel entre deux sous-porteuses.

Le tableau 2.4 donne l'évolution de la valeur maximale de E_f en fonction du nombre de sous-porteuses total N . Il est évident que, plus N sera élevé, moins la dégradation de débit liée à l'utilisation de pilotes sera importante. Sachant qu'en pratique, nous utiliserons une valeur inférieure à celle donnée au tableau 2.4, nous avons donc choisi un nombre de 4096 sous-porteuses. Technologiquement parlant, les contraintes sur les composants croissent avec N . Cette valeur est cependant acceptable puisqu'elle correspond à celle retenue pour les transmissions de type VDSL [BIN00]. La durée d'un symbole DMT, hors préfixe cyclique, est de 8192 échantillons. Les 200 échantillons du préfixe cyclique n'auront qu'une faible incidence sur la dégradation du débit. L'égalisation temporelle n'est donc pas indispensable.

N	256	512	1024	2048	4096
$E_{f\max-1}$	0	1	4	9	19

Tableau 2.4 : Nombre de sous-porteuses entre deux pilotes consécutifs en fonction du nombre total de sous-porteuses

Les constellations sont carrées ou croisées (§1.3.1.2) et le nombre de bits est compris entre deux et treize pour les sous-porteuses sélectionnées.

2.4.3.3 Premiers résultats (Etat stationnaire)

Des simulations numériques de transmissions, relatives à l'ensemble décrit à la figure 2.14, ont été réalisées avec une fonction de transfert mesurée (Fig. 2.5) et le modèle théorique de bruit de fond proposé par Esmailian (Fig. 2.12). Différentes techniques d'interpolation élémentaires ont été envisagées : Linéaire, cubique, spline cubique et DFT (zero padding). Ces techniques seront abordées au prochain chapitre. La puissance totale a été fixée à $P_{tot} = 150 \mu W$ de façon à obtenir des débits de l'ordre de la centaine de MB/s avec des TEB de 10^{-5} dans le cas d'un FEQ idéal. L'allocation des bits ainsi que celle de la puissance, résultent de l'emploi de l'algorithme rapide de M. Colin. Les répartitions (bits et puissance) sont représentées aux figures 2.15 et 2.16.

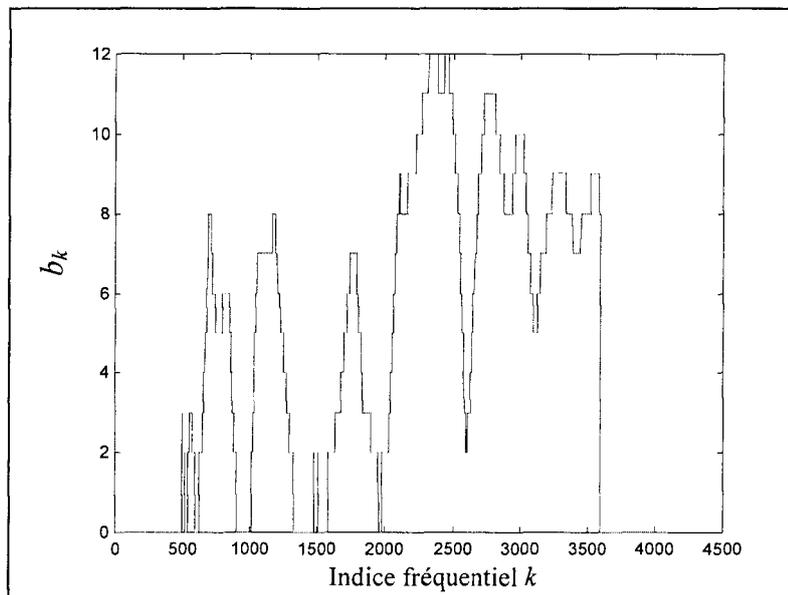


Fig. 2.15 : Répartition des bits avec l'algorithme de M. Colin

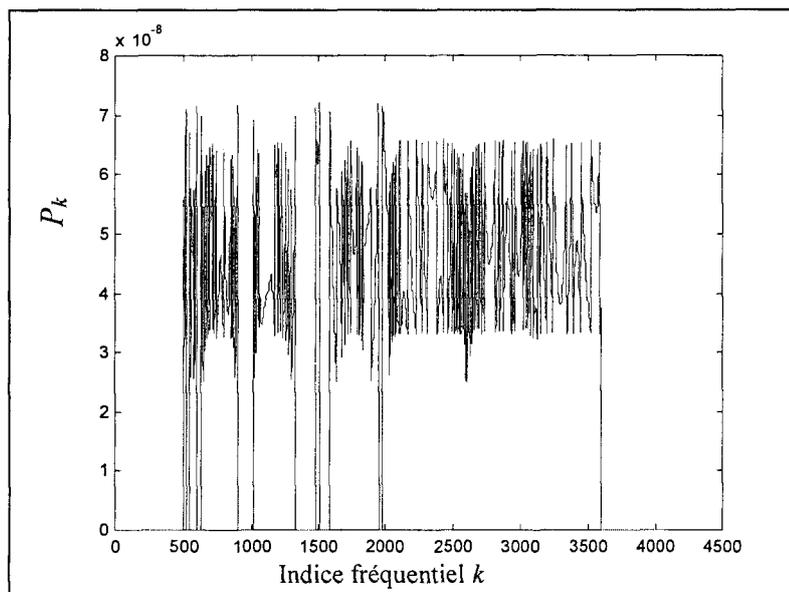


Fig. 2.16 : Répartition de la puissance avec l'algorithme de M.Colin

Les résultats des simulations sont donnés au tableau 2.4 en terme de TEB en fonction du type d'interpolation utilisé et de l'écartement entre les pilotes. Les sous-porteuses pilotes ont été supposées parfaitement filtrées (sans bruit additif)

Pour un espacement de 20 entre les pilotes, qui correspond à la valeur limite donnée par 2.2, nous constatons que la dégradation du TEB est relativement conséquente quelle que soit la technique d'interpolation utilisée. En divisant par deux cet espacement, nous obtenons alors des dégradations insignifiantes du TEB avec les techniques spline cubique et DFT. En ce qui concerne le débit, sa diminution est de l'ordre de 6 % .

E_f	Débit (Mbits/s)	$\hat{H}(k) = H(k)$ FEQ idéale	TEB				
			Linaire	Cubique	Spline cubique	DFT	DFT apodisée
20	105	$9 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$6.8 \cdot 10^{-3}$	$3.8 \cdot 10^{-3}$	$4.6 \cdot 10^{-3}$	$3.6 \cdot 10^{-3}$
15	103	$9 \cdot 10^{-6}$	$15 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$1.4 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-5}$
10	99	$8.8 \cdot 10^{-6}$	$1.5 \cdot 10^{-3}$	$1.8 \cdot 10^{-5}$	$9.8 \cdot 10^{-6}$	$8.9 \cdot 10^{-6}$	$8.9 \cdot 10^{-6}$

Tableau 2.5 : Taux d'erreur binaire pour les principales techniques d'interpolation avec différents écartements entre les pilotes

2.5 Conclusion

Après avoir présenté les spécificités du canal PLC et les principaux modèles, l'adéquation DMT & communications sur le réseau a été abordée. Moyennant l'augmentation du nombre total de sous-porteuses (4096) et l'utilisation de pilotes associés à des techniques simples d'interpolation pour l'égalisation fréquentielle, des simulations ont validé la faisabilité d'une transmission DMT sur le canal PLC. Les sous-porteuses pilotes étaient supposées idéalement filtrées. Nous analyserons, au chapitre 3, l'incidence du bruit sur la "qualité de la réponse en fréquence estimée" en comparant, de façon originale, les principales techniques d'interpolation.

Chapitre 3

Estimation du canal PLC assistée de sous-porteuses pilotes.

Principales techniques et comparaisons

3.1 Introduction

Les techniques d'estimation de canal utilisant des sous-porteuses pilotes sont couramment utilisées pour les démodulations cohérentes dans le cadre de transmission OFDM sur des canaux mobiles. Après avoir présenté le positionnement des sous-porteuses pilotes, parmi les symboles DMT, retenus ainsi que les principales techniques d'estimation, nous nous proposons de comparer ces dernières lorsqu'elles sont appliquées au canal PLC en terme d'erreur quadratique et d'erreur quadratique moyenne en fonction de différents paramètres.

3.2 Positionnement des pilotes et techniques associées.

Une représentation très générale du positionnement des sous-porteuses dans le treillis temps fréquence, précisant clairement les notations, est donnée à la figure 3.1. Différentes organisations peuvent-être envisagées en fonction du type de canal et de la technique d'estimation associée. Nous avons représenté quelques exemples à la figure 3.2. Les sous-porteuses pilotes sont, soit réparties en bloc (Fig. 3.2(a)) ou en peigne (Fig. 3.2(b,c,d)). En ce qui concerne la seconde répartition, les techniques d'estimations associées peuvent porter sur plusieurs symboles DMT consécutifs - on parle alors de techniques à deux dimensions (temps et fréquence) – ou sur chaque symbole séparément, ce qui revient à travailler seulement suivant l'axe des fréquences. Au regard de la spécificité du canal PLC, nous ne considérerons que l'organisation en peigne représentée à la figure 3.2(d). Cela correspond à la figure 3.1 avec un écartement temporel entre deux symboles contenant des pilotes de un ($E_f = 1$). Si l'on suppose que pour l'indice fréquentiel $k=0$ nous avons une sous-porteuse pilote, alors l'ensemble des indices des pilotes est donné par :

$$k = n \cdot E_f \text{ avec } 0 \leq n \leq N_p - 1$$

Le nombre de pilotes, N_p , dépend du nombre total de sous-porteuses et de l'écartement fréquentiel E_f . Dans notre contexte, nous avons : $N_p = 4096/E_f$.

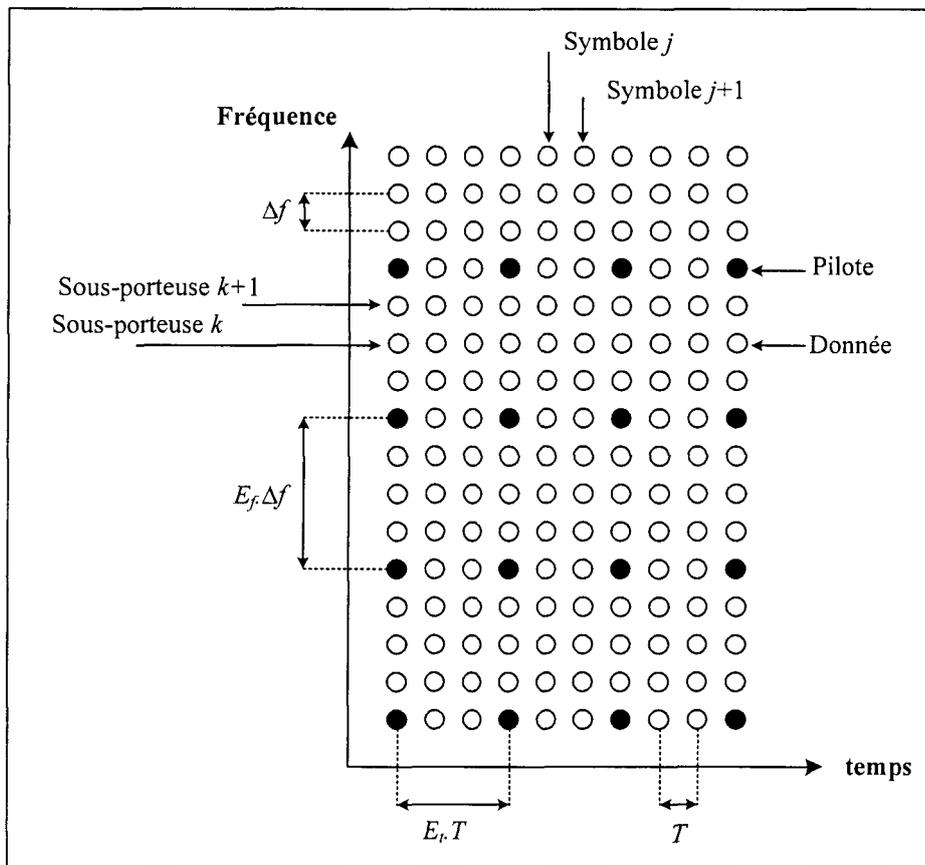


Fig. 3.1 : Positionnement des sous-porteuses pilotes

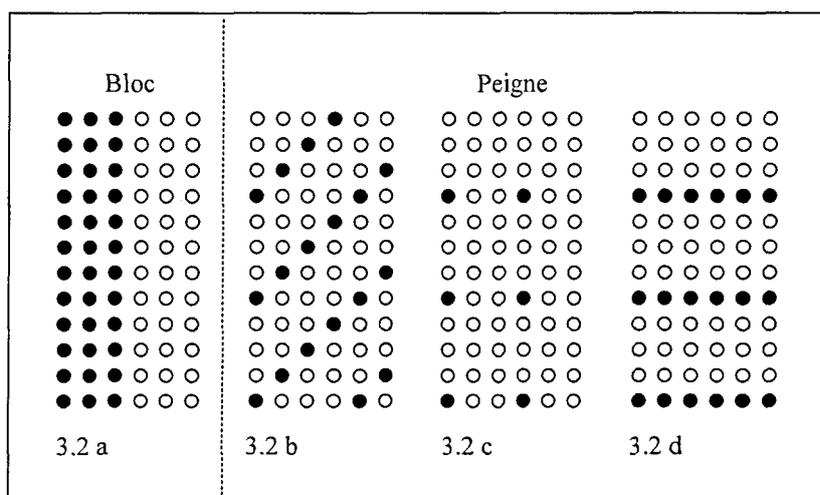


Fig. 3.2 : Exemples de répartitions des sous-porteuses pilotes

Les principales techniques d'estimation de canal rencontrées dans la littérature, pour une organisation de pilotes en peigne, peuvent être regroupées en deux grandes familles :

- L'interpolation polynomiale par morceaux.
- Les techniques basées sur la TDF.

Concernant la première famille, la réponse en fréquence est estimée, entre deux pilotes consécutifs, par un polynôme dont le degré est compris entre zéro et trois (interpolations constante, linéaire, Gaussienne, cubique, cubique spline) [RIN96],[HSI98],[MOO00]. Les coefficients de ces polynômes sont déterminés à partir des estimées de la réponse du canal aux fréquences des pilotes. Ces estimations, aux fréquences pilotes, peuvent être réalisées au sens des moindres carrés (LS) ou au sens de l'erreur quadratique moyenne minimale (MMSEE) [COL02]. Il est possible de minimiser les erreurs d'estimation en effectuant un "filtrage" par changement de domaine (TFD, TFDI) [MOO00].

La seconde famille regroupe toutes les techniques utilisant des transformées de Fourier discrètes. La technique de base consiste à effectuer une interpolation par "zero padding" [FRA89] à partir de la réponse estimée (LS ou MMSE) aux fréquences pilotes. L'utilisation de fenêtres spécifiques permet de minimiser les erreurs [YAN00]. Le changement de domaine introduit par la transformée de Fourier peut être mis à profit pour effectuer :

- un "filtrage" (minimisation) de certaines erreurs [ZHA97] [YAN01].
- l'estimation de la réponse temporelle du canal (qui contient peu d'échantillons !) au sens du MMSE [EDF00] ou au sens du maximum de vraisemblance [MOR01][DEN03]. La réponse en fréquence totale est alors obtenue par une transformation de Fourier.

Les estimations au sens du MMSE nécessitent la connaissance de la matrice de covariance du canal, matrice dont nous ne disposons généralement pas. En revanche, la technique basée sur le maximum de vraisemblance, réclame seulement une information sur la durée de la réponse impulsionnelle du canal.

On se propose de comparer les différentes techniques en analysant l'erreur d'estimation en valeur quadratique (Eq_k), puis, en valeur quadratique moyenne (Eqm). Ces erreurs sont définies de la manière suivante :

$$Eq_k = E \left[\left| H_k - \hat{H}_{j,k} \right|^2 \right] \text{ et } Eqm = \frac{\sum_k Eq_k}{N_u}$$

avec N_u le nombre de sous-porteuses sélectionnées

3.3 Interpolations polynomiales par morceaux

L'estimation de la réponse du canal, aux fréquences des sous-porteuses pilotes, est réalisée au sens des moindres carrés. Le signal obtenu après la DFT est simplement divisé par le signal complexe émis.

Nous avons donc d'après (1.8) :

$$\hat{H}_{j,n \cdot E_f} = \frac{Y_{j,n \cdot E_f}}{X_{n \cdot E_f}} = H_{n \cdot E_f} + \varepsilon_{j,n \cdot E_f} \text{ avec } \varepsilon_{j,n \cdot E_f} = \frac{\eta_{j,n \cdot E_f}}{X_{n \cdot E_f}} \quad (3.1)$$

On définit le rapport bruit sur signal pilote NPR de la façon suivante :

$$NPR_{n \cdot E_f} = E \left[\left| \varepsilon_{j,n \cdot E_f} \right|^2 \right] = \frac{\sigma_{n \cdot E_f}^2}{P_{n \cdot E_f}}$$

Ce rapport correspond à l'erreur d'estimation quadratique pour les sous-porteuses pilotes.

3.3.1 Présentation unifiée

Une première façon de présenter les différents types d'interpolation consiste à donner des relations sur un intervalle fréquentiel spécifique.

Pour l'interpolation polynomiale de degré zéro, nous avons :

$$\hat{H}_k = \hat{H}_{n \cdot E_f} \text{ avec } (n - 0.5) \cdot E_f < k \leq (n + 0.5) \cdot E_f$$

En ce qui concerne l'interpolation de degré un, nous pouvons écrire :

$$\hat{H}_k = \hat{H}_{n \cdot E_f} + \frac{\hat{H}_{(n+1) \cdot E_f} - \hat{H}_{n \cdot E_f}}{E_f} \cdot (k - n \cdot E_f) = \hat{H}_{n \cdot E_f} \cdot \left(1 - \frac{k - n \cdot E_f}{E_f}\right) + \hat{H}_{(n+1) \cdot E_f} \cdot \frac{k - n \cdot E_f}{E_f}$$

avec $n \cdot E_f \leq k \leq (n+1) \cdot E_f$ ou $0 \leq \frac{k - n \cdot E_f}{E_f} \leq 1$.

Si les relations précédentes ont le mérite d'être relativement explicites, elles ne permettent pas une approche globale. Une alternative consiste à utiliser une écriture "convolutive" [SCH73] portant sur les informations pilotes et un noyau d'interpolation spécifique $u(x)$:

$$\hat{H}_k = \sum_n \hat{H}_{n \cdot E_f} \cdot u\left(\frac{k - n \cdot E_f}{E_f}\right) \quad (3.2)$$

Cette écriture est couramment utilisée en traitement d'image et peut être généralisée [THE00] [BLU03] avec l'emploi de noyaux a priori non-interpolants (comme nous le verrons pour les

splines) ouvrant ainsi de nouveaux horizons. Les expressions analytiques des noyaux d'interpolation utilisés sont données au tableau 3.1. Les représentations graphiques associées sont proposées aux figures 3.3(a) à 3.3(f).

L'interpolation de degré deux est obtenue par la méthode de Gauss (dite, improprement, "Gaussienne"). Le noyau associé présente la particularité –pénalisante- d'être dissymétrique (cf. Fig. 3.3 c).

Quant à l'interpolation de degré trois, nous avons envisagé différentes solutions :

- Noyau de KEYS [KEY81] : on peut considérer qu'il s'agit d'une réécriture particulière du polynôme d'Hermite. Le noyau est symétrique et présente deux lobes négatifs pour une valeur de support de quatre. C'est la technique utilisée par la commande Interp de Matlab.

- B-splines : Il s'agit toujours d'une approche polynomiale (de degré trois) par morceaux, mais, comme le montre la figure 3.3(f), le noyau présente des caractéristiques particulières : $u(0) \neq 1$ et $u(1) = u(-1) \neq 0$. De ce fait, l'emploi d'un tel noyau ne conduit pas à une interpolation mais à un lissage. C'est pour cette raison que nous avons retenu cette solution qui nous semble adaptée, au cas où le niveau de bruit sur les pilotes n'est pas négligeable.

- Splines: Contrairement aux B-splines, cette solution est interpolante. D'un point de vue mathématique, on recherche des polynômes de degré trois avec des conditions particulières aux points d'interpolations (valeur du polynôme correspondant à la valeur de la fonction et continuité des dérivées première et seconde). Pratiquement, cela conduit à la résolution d'un système linéaire assez conséquent [QUA00] (Commande spline Matlab). Une approche complètement différente pour construire ces polynômes est de les considérer comme des combinaisons linéaires de B-splines (de degré trois) décalées [COH01] :

$$\hat{H}_k = \sum_n C_n \cdot \beta^3\left(\frac{k - n \cdot E_f}{E_f}\right) \text{ avec } \beta^3(x) \text{ le noyau non-interpolant de la B-spline. Il s'agit}$$

d'une écriture généralisée pour l'interpolation. Pratiquement, la détermination des coefficients C_n peut se ramener à la résolution d'un problème de filtrage inverse [UNS99]. La relation

précédente peut être réécrite de la façon suivante, $\hat{H}_k = \sum_n \hat{H}_{n \cdot E_f} \cdot \eta^3\left(\frac{k - n \cdot E_f}{E_f}\right)$, faisant

apparaître un "noyau équivalent interpolant", $\eta^3(x)$, portant le nom de spline cardinale. Une représentation graphique de ce noyau est proposée à la figure 3.3(e). La valeur de son support correspond au domaine d'interpolation.

D'une façon générale, en ce qui concerne la complexité, le nombre d'opérations nécessaires pour effectuer l'interpolation est intimement lié à la valeur du support du noyau.

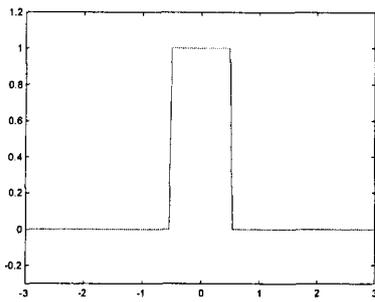


Fig. 3.3 (a) Interp. Constante

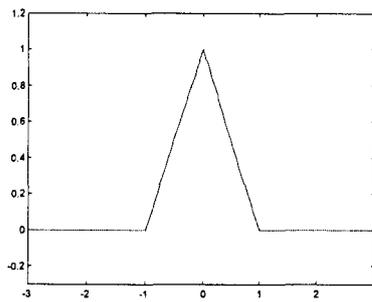


Fig. 3.3 (b) Interp. Linéaire

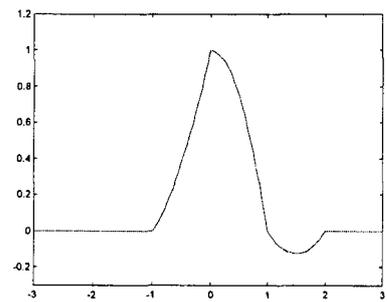


Fig. 3.3 (c) Interp. Gaussienne

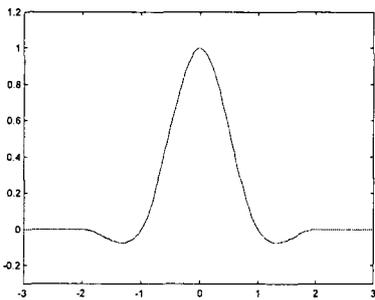


Fig. 3.3 (d) Interp. Cubique

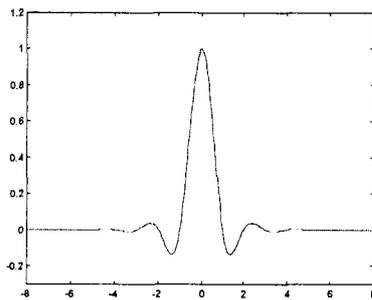


Fig. 3.3 (e) Spline cardinale

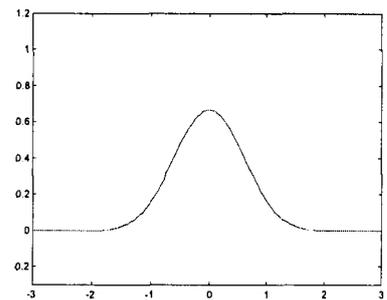


Fig. 3.3 (f) B-spline

Fig. 3.3 : Représentations graphiques des noyaux d'interpolation ($u(x)$)

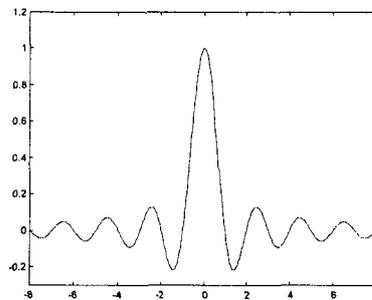


Fig. 3.4 : Sinus cardinal

Gaussienne	Cubique (Keys)	Linéaire
$u(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x^2 + 3x + 2) & -1 \leq x \leq 0 \\ 1 - x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{2}(x^2 - 3x + 2) & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{Ailleurs} \end{cases}$	$u(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} x ^3 - \frac{5}{2} x ^2 + 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ -\frac{1}{2} x ^3 + \frac{5}{2} x ^2 - 4 x + 2 & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{Ailleurs} \end{cases}$	$u(x) = \begin{cases} 1 - x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{Ailleurs} \end{cases}$
	B-spline	Constante
	$u(x) = \beta^3(x) = \begin{cases} \frac{2}{3} - \frac{1}{2} x ^2(2 - x) & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{6} \cdot (2 - x)^3 & 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{Ailleurs} \end{cases}$	$u(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 0.5 \\ 0 & \text{Ailleurs} \end{cases}$

Tableau 3.1 : Expression des principaux noyaux d'interpolation

3.3.2 Décomposition de l'erreur d'estimation

A partir des relations (3.1) et (3.2), nous pouvons écrire pour l'erreur d'estimation :

$$e_{j,k} = H_k - \hat{H}_{j,k} = \left\{ H_k - \sum_n H_{n \cdot E_f} \cdot u\left(\frac{k - n \cdot E_f}{E_f}\right) \right\} - \sum_n \varepsilon_{j,n \cdot E_f} \cdot u\left(\frac{k - n \cdot E_f}{E_f}\right)$$

L'erreur se décompose en une somme de deux termes :

$$\text{- une erreur d'interpolation (pilotes sans bruit), } e_{\text{int}_k} = H_k - \sum_n H_{n \cdot E_f} \cdot u\left(\frac{k - n \cdot E_f}{E_f}\right) \quad (3.3)$$

$$\text{- une erreur due à la présence de bruit sur les pilotes, } e_{\text{bruit}_{j,k}} = \sum_n \varepsilon_{j,n \cdot E_f} \cdot u\left(\frac{k - n \cdot E_f}{E_f}\right) \quad (3.4)$$

Puisque les deux termes d'erreur ne sont pas corrélés, nous obtenons finalement pour l'erreur d'estimation quadratique:

$$Eq_k = E\left[|e_{\text{int}_k}|^2\right] + E\left[|e_{\text{bruit}_{j,k}}|^2\right] = Eq_{\text{int}_k} + Eq_{\text{bruit}_k} \quad (3.5)$$

Nous nous proposons d'aborder séparément les deux termes d'erreur.

3.3.3 Analyse de l'erreur d'interpolation (Sous-porteuses pilotes sans bruit)

La réponse impulsionnelle du canal étant finie, nous nous trouvons dans la condition d'application du théorème de Shannon (spectre borné). Sous réserve de ne pas dépasser un écartement maximal entre deux pilotes consécutifs (§ 2.4.3.2), la reconstruction - ou l'interpolation - idéale est obtenue avec un noyau de type $\sin(\pi \cdot x)/(\pi \cdot x)$ représenté à la figure 3.4.

Bien qu'une analyse à caractère mathématique soit envisageable [BLU99], on supposera que l'erreur d'interpolation est d'autant plus faible que le noyau utilisé se "rapproche" d'un sinus cardinal. Dans notre cas, cette "comparaison" est à effectuer seulement pour les valeurs discrètes suivantes : $x = k/E_f$.

Afin d'analyser et de dégager certaines tendances pour l'erreur d'interpolation, nous avons appliqué les différentes techniques à deux canaux PLC de réponses en fréquence différentes. Nous considérerons un canal correspondant au modèle proposé par Zimmermann et Dostert (§2.3.1.2, Fig. 2.9) ainsi qu'un canal dont la réponse en fréquence est issue d'une mesure (Fig. 2.5). Les parties réelles et imaginaires, en échelles linéaires, de la réponse théorique (modèle) et mesurée, en fonction de k , sont données respectivement aux figures 3.5 et 3.6. On constate, pour un canal donné, que la partie réelle ainsi que la partie imaginaire présentent des évolutions sensiblement identiques. Le canal théorique présente de fortes variations pour $1000 < k$, et la réponse devient relativement régulière pour les valeurs supérieures de k . En ce qui concerne la réponse mesurée, son évolution est beaucoup plus homogène. Nous avons représenté, sous chacune des réponses, la partie réelle de l'erreur d'interpolation pour les

différentes approximations polynomiales ($E_f=10$). Les deux cents premières sous-porteuses ainsi que les deux cents dernières correspondent aux “bandes de gardes” (marges).

Réponses en fréquence :

(- - partie réelle de H_k en fonction de k , - partie imaginaire)

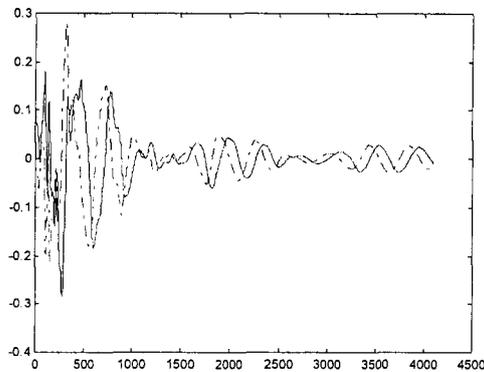


Fig. 3.5 : Canal théorique

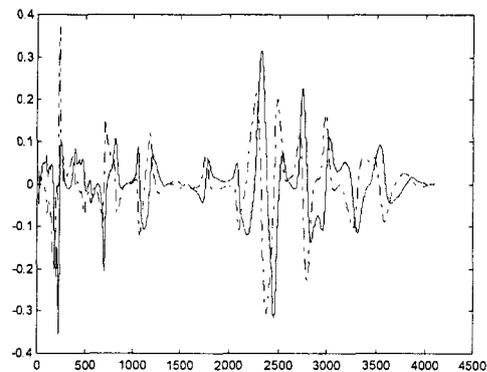
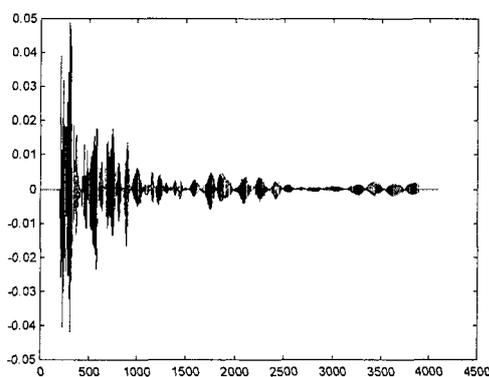
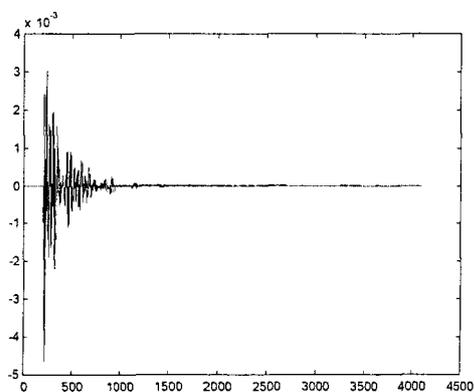
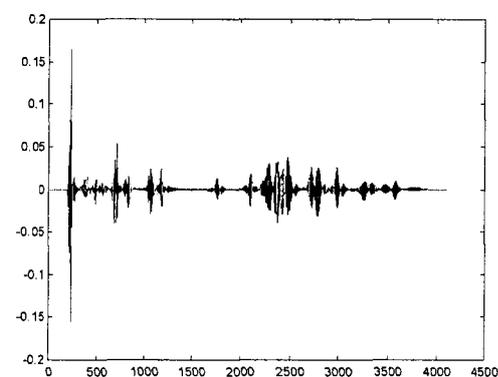


Fig. 3.6 : Canal mesuré

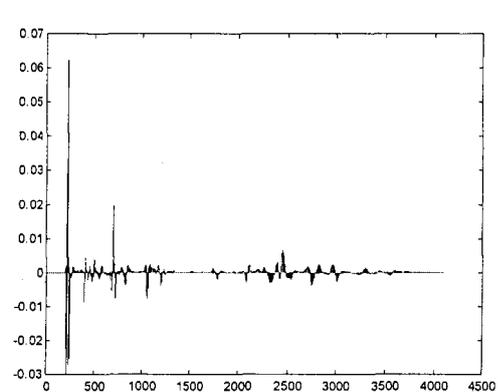
Partie réelle de l'erreur d'interpolation en fonction de k :



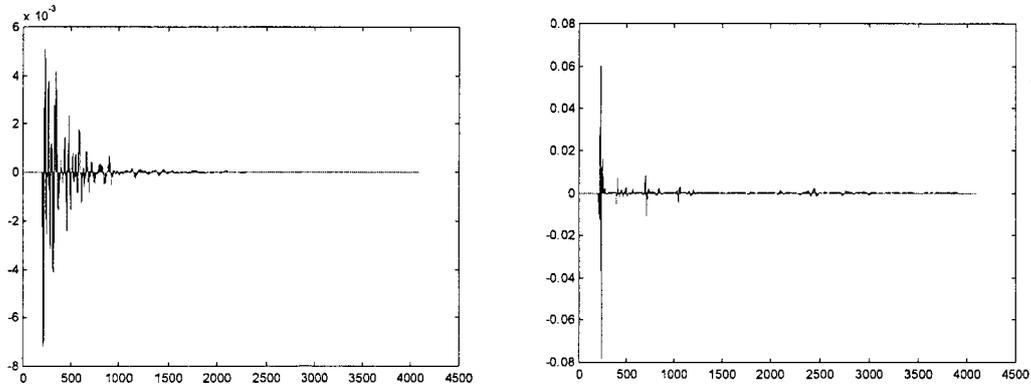
(a) : Interpolation constante.



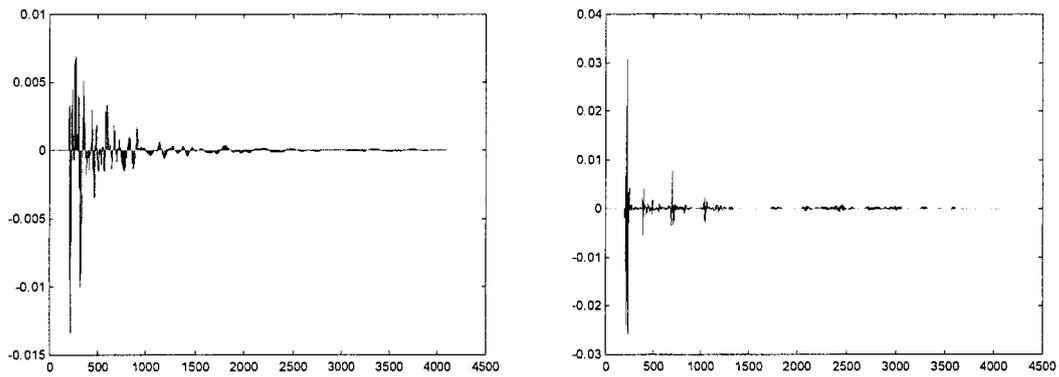
(b) : Interpolation linéaire.



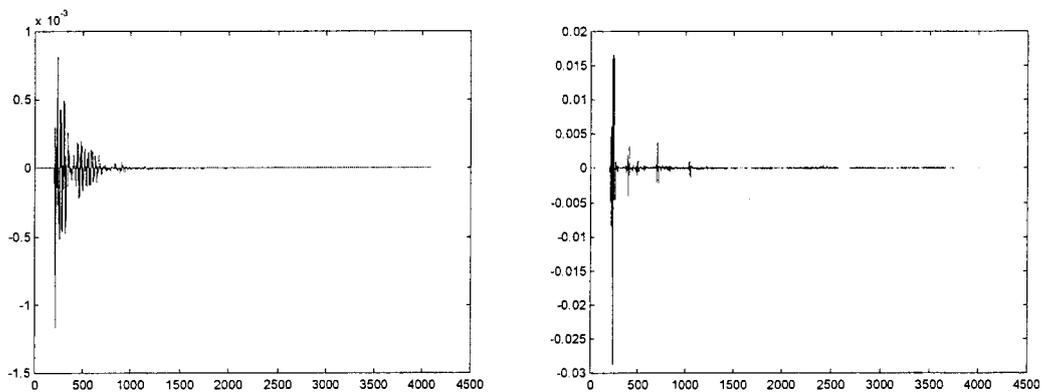
Partie réelle de l'erreur d'interpolation en fonction de k (suite)



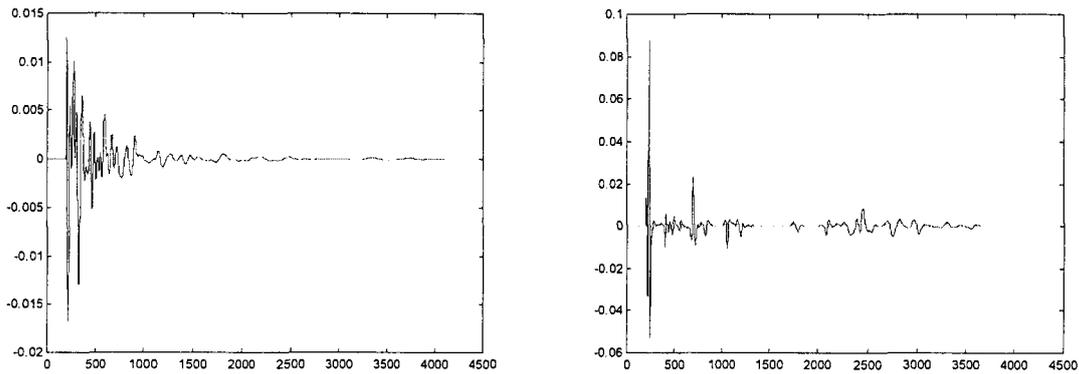
(c) : Interpolation Gaussienne.



(d) : Interpolation cubique (Keys).



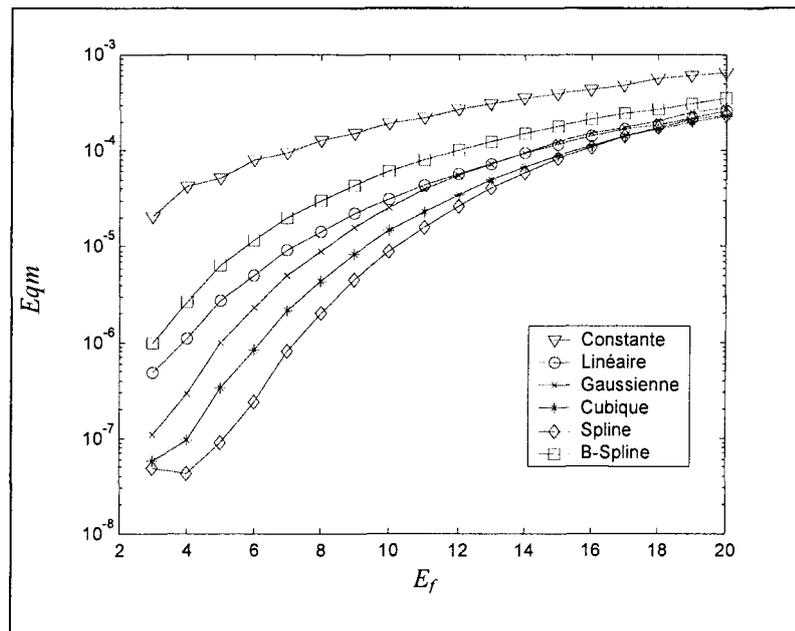
(e) : Interpolation par splines

Partie réelle de l'erreur d'interpolation en fonction de k (fin)

(f) : "Lissage" par B-splines

Force est de constater, pour un canal donné, que la répartition de l'amplitude de l'erreur en fonction de k est quasiment identique pour les différentes techniques. Cette répartition dépend fortement de l'amplitude du canal. En effet, si l'on considère la relation (3.3), le fait de multiplier H_k par une constante se répercute directement sur l'erreur d'interpolation dans la même proportion. Afin de pouvoir effectuer une comparaison à caractère quantitatif des différentes approximations polynomiales et d'appréhender l'incidence de l'écartement entre les sous-porteuses pilotes (E_f) sur la précision de l'estimation, nous avons représenté l'évolution de l'erreur quadratique moyenne d'interpolation en fonction de E_f pour :

- Le canal mesuré (avec des marges de 200), à la figure 3.7.
- Le canal théorique (avec des marges de 200), à la figure 3.8.
- Le canal théorique dans sa partie "régulière" (marge basse 1200, marge haute 200), à la figure 3.9.

Fig. 3.7: Canal mesuré, évolution de l' Eqm en fonction de l'écartement fréquentiel

Quel que soit le canal, ainsi que l'écartement entre les pilotes considérés, les meilleures performances au sens de l'erreur quadratique moyenne sont obtenues par l'interpolation de type spline, puis, viennent l'interpolation cubique, Gaussienne, linéaire, B-spline puis finalement constante. Effectivement, l'erreur d'interpolation est d'autant plus faible que le noyau utilisé se rapproche d'un sinus cardinal. L'écart de performance entre les différentes techniques tend à s'accroître au fur et à mesure que l'écartement E_f diminue. Les erreurs les plus faibles sont obtenues dans la partie régulière du canal théorique et nous constatons une augmentation légitime lorsque l'on considère l'ensemble du canal. Par contre, nous avons un écart important entre les valeurs obtenues pour le canal mesuré et le canal théorique. Par exemple, pour $E_f = 10$ et une interpolation de type spline, l'erreur quadratique moyenne

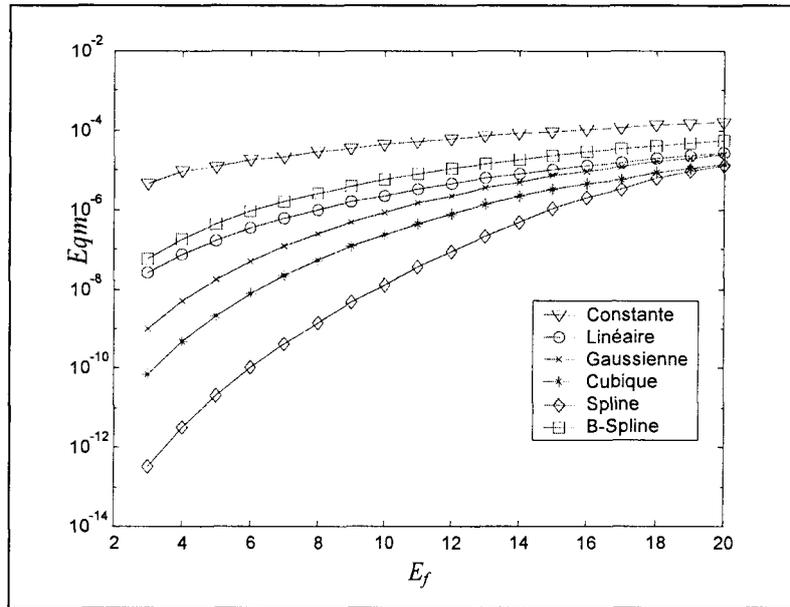


Fig. 3.8 : Canal théorique, évolution de l'Eqm en fonction de l'écartement fréquentiel

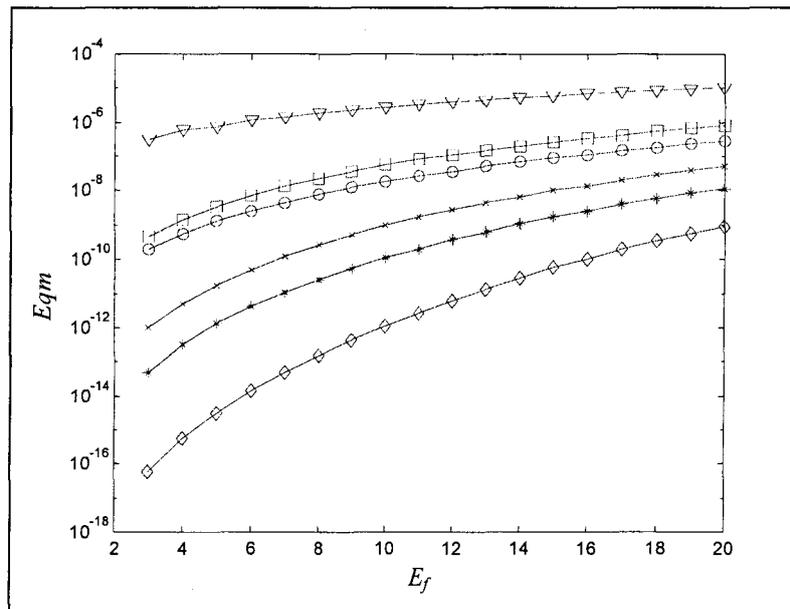


Fig. 3.9 : Canal théorique (partie régulière), évolution de l'Eqm en fonction de l'écartement E_f

passer de 10^{-5} à 10^{-9} . Une partie de cet écart s'explique par la "différence" de gain entre les deux réponses (cf. fig. 2.5 et fig. 2.8). Le fait que la réponse mesurée soit plus accidentée (plus grande richesse de la réponse impulsionnelle) que la réponse théorique contribue certainement de façon significative à cette différence.

3.3.4 Analyse de l'erreur due à la présence de bruit

En se référant à la relation (3.4), l'erreur due à la présence de bruit ne dépend donc que de la transformée de Fourier de la séquence temporelle de bruit du $j^{\text{ième}}$ symbole pondérée par la valeur des pilotes ($\varepsilon_{j,n \cdot E_f}$) ainsi que du noyau d'interpolation utilisé.

Si l'on considère maintenant cette erreur en valeur quadratique (moyenne suivant j), sachant que les termes $\varepsilon_{j,n \cdot E_f}$ ne sont pas corrélés entre eux suivant l'indice n , nous pouvons écrire :

$$Eq_{bruit_k} = E \left[\left| \sum_n \varepsilon_{j,n \cdot E_f} \cdot u \left(\frac{k - n \cdot E_f}{E_f} \right) \right|^2 \right] = \sum_n NPR_{n \cdot E_f} \cdot u^2 \left(\frac{k - n \cdot E_f}{E_f} \right) \quad (3.6)$$

A des fins de comparaison, nous pouvons nous limiter à l'analyse de cette erreur pour une valeur de l'indice fréquentiel k compris entre $N \cdot E_f$ et $(N+1) \cdot E_f$. Nous obtenons donc une sommation restreinte dont le nombre de terme dépend de la valeur du support positif (S^+) et du support négatif (S^-) du noyau d'interpolation :

$$\left(Eq_{bruit_k} \right)_{N \cdot E_f \leq k \leq (N+1) \cdot E_f} = \sum_{n=N-S^-}^{n=N+S^+-1} NPR_{n \cdot E_f} \cdot u^2 \left(\frac{k - n \cdot E_f}{E_f} \right)$$

Nous avons représenté à la figure (3.10) l'évolution de cette erreur quadratique, pour un rapport bruit à pilote unitaire et constant, en fonction de $Z = (k - N \cdot E_f) / E_f$. La courbe relative à l'interpolation constante n'a pas été tracée puisqu'elle fournit une valeur unitaire indépendamment de Z . Par rapport à l'erreur quadratique d'interpolation, nous pouvons dire que la tendance est inversée (mis à part l'interpolation constante) avec une très nette prédominance pour les B-splines qui effectuent un lissage.

Des simulations dans un contexte plus réaliste ont été réalisées avec le modèle de bruit théorique (§ 1.3.2.2) et une puissance identique sur toutes les sous-porteuses pilotes. L'erreur quadratique a été estimée en faisant une moyenne sur mille symboles. L'écartement entre les pilotes est de dix. Nous avons tracé à la figure 3.11 une partie de l'erreur quadratique en fonction de k . Les pilotes sont situés aux indices 280, 290, 300 et 310. Le premier point ($k = 280$) a été normalisé afin de faciliter la lecture. Malgré la présence d'un bruit coloré, on retrouve les mêmes formes d'ondes que celles représentées à la figure 3.10. Cela est dû à la faible valeur des supports des noyaux d'interpolation. Puisqu'aux indices des sous-porteuses nous avons $Eq_{bruit_k} = NPR_k$ (facteur 0.5 pour les B-splines) la répartition de l'erreur

quadratique en fonction de k dépendra donc de la densité spectrale du bruit ainsi que de la façon dont est distribuée la puissance sur les pilotes.

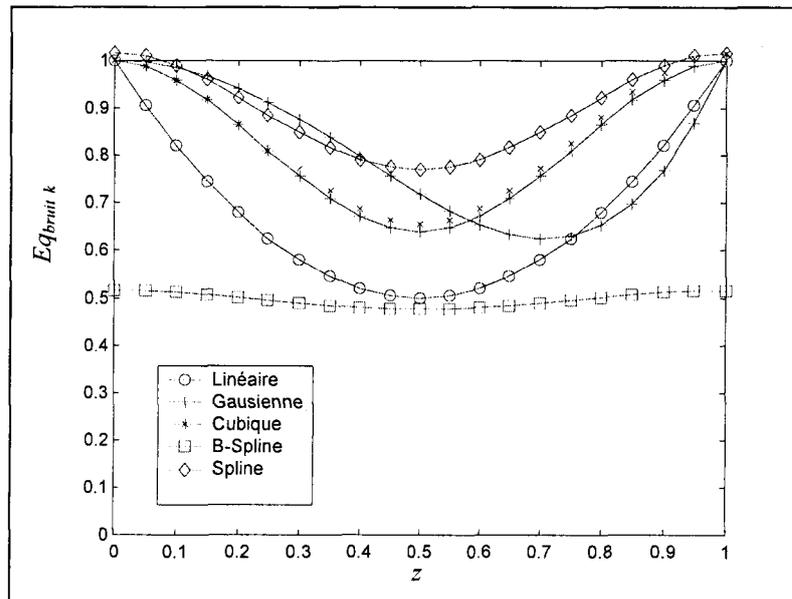


Fig. 3.10 : Valeur quadratique de l'erreur, pour un rapport NPR unitaire, en fonction de $Z = (k - N \cdot E_f) / E_f$

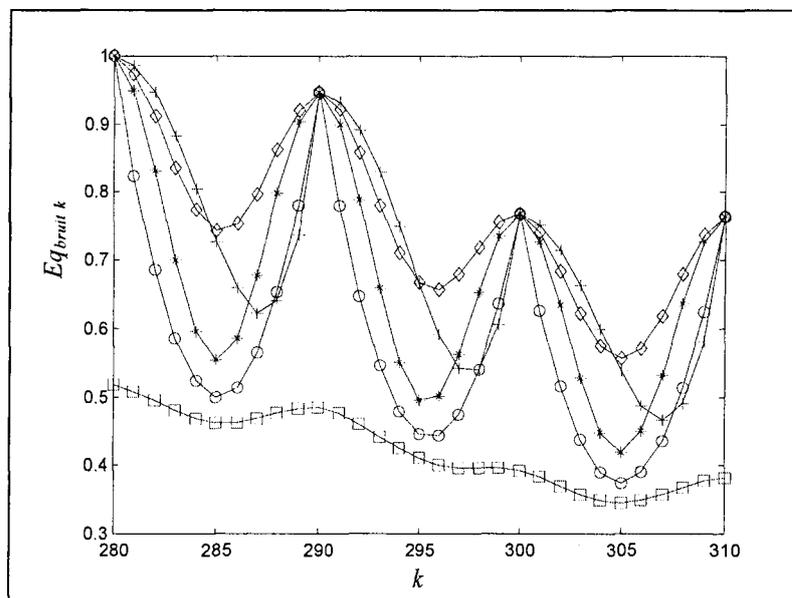


Fig. 3.11 : Valeur quadratique de l'erreur due à un bruit coloré en fonction de k

A la figure 3.12, nous avons représenté l'évolution de l'erreur quadratique moyenne (Eqm_{bruit}) en fonction de l'écartement E_f pour une puissance unitaire et identique sur les pilotes. L'écartement E_f n'a pratiquement pas de répercussion sur l'erreur. Les valeurs numériques de l'erreur Eqm_{bruit} (fig. 3.12) ne peuvent pas être comparées telles quelles à

celles de l'erreur d'interpolation (fig. 3.7 & 3.8). L'erreur Eqm_{bruit} se doit d'être divisée par le niveau réel de puissance sur les pilotes, niveau inférieur à l'unité qui engendrera une augmentation substantielle de sa valeur.

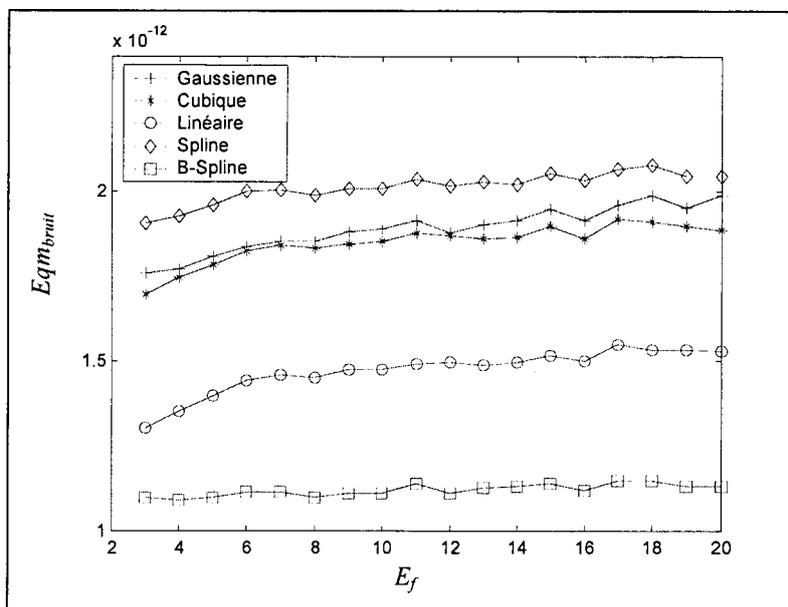


Fig. 3.12 : Evolution de l'erreur quadratique moyenne due au bruit en fonction de l'écartement fréquentiel

3.4 Interpolation utilisant les transformées de Fourier discrètes

Nous n'aborderons, dans ce paragraphe, que la technique du "zéro padding" et nous l'étudierons en terme d'erreur d'interpolation et d'erreur due au bruit.

3.4.1 Présentation

La technique du "zéro padding" repose uniquement sur les propriétés spectrales d'un signal provenant de l'échantillonnage d'une grandeur continue à spectre borné en respectant la condition de Shannon. Comme illustré à la figure 3.13, une première transformée de Fourier de N_p points porte sur l'ensemble des réponses estimées aux fréquences des sous-porteuses pilotes. La réponse en fréquence estimée totale est alors obtenue par une transformée de Fourier discrète inverse de $L = N_p \cdot E_f$ points portant sur les séquences suivantes (au facteur multiplicateur E_f près dans l'hypothèse où le coefficient $1/L$ est inclus dans la TFDI) :

$$- \text{ pour } N_p \text{ impair, } \left\{ \hat{h}_0, \hat{h}_1, \dots, \hat{h}_{(N_p-1)/2}, 0, 0, \dots, 0, 0, \hat{h}_{(N_p-1)/2+1}, \hat{h}_{(N_p-1)/2+2}, \dots, \hat{h}_{N_p-1} \right\} \quad (3.7)$$

$$- \text{ pour } N_p \text{ pair, } \left\{ \hat{h}_0, \hat{h}_1, \dots, \hat{h}_{N_p/2-1}, (0,5) \cdot \hat{h}_{N_p/2}, 0, 0, \dots, 0, 0, (0,5) \cdot \hat{h}_{N_p/2}, \hat{h}_{N_p/2+1}, \dots, \hat{h}_{N_p-1} \right\} \quad (3.8)$$

Les transformées de Fourier discrète et inverse étant des transformations linéaires, nous pouvons en déduire que $\{\hat{H}_k\}_{0 \leq k \leq L-1}$ correspond à la somme de deux séquences. La première séquence résulte de l'interpolation des estimées sans bruit de la réponse du canal aux fréquences des sous-porteuses pilotes et la seconde correspond uniquement à l'interpolation du bruit des pilotes. La décomposition, en deux termes, de l'erreur d'estimation (§ 3.3.2) est donc toujours possible. Afin de faciliter la comparaison avec les autres techniques d'estimation ainsi que l'analyse de l'erreur, il est préférable de travailler avec une approche de type convolution pour l'interpolation par TFD.

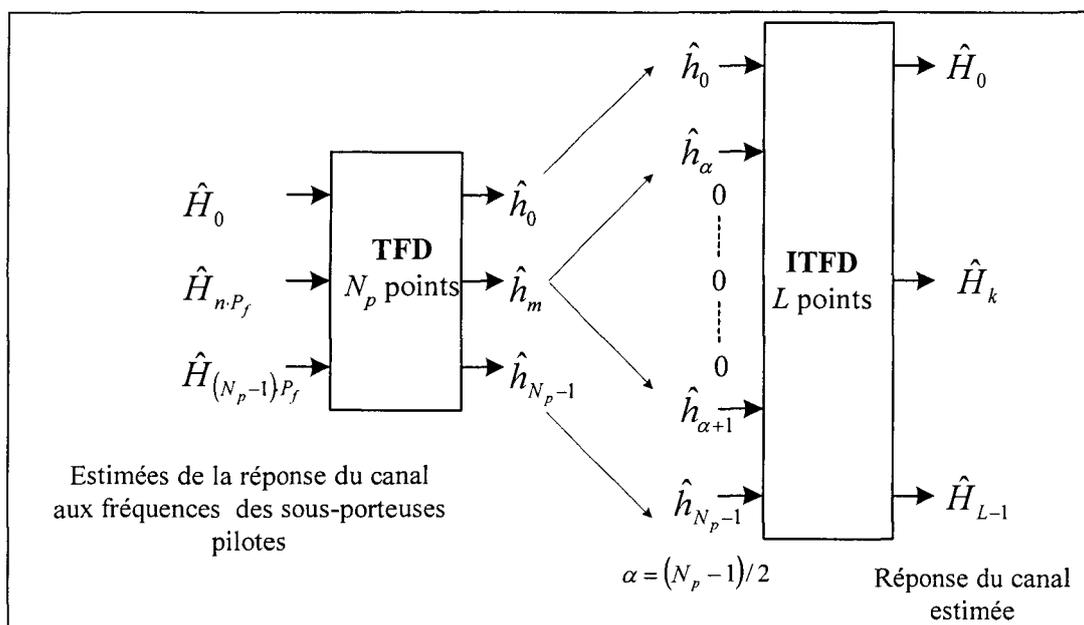


Fig. 3.13 : Illustration du principe de la technique du “zero padding”

En s'inspirant des techniques d'élévation de cadence, bien connues en traitement du signal, les séquences (3.7) et (3.8) peuvent être considérées comme la séquence $\{\hat{h}_m\}_{0 \leq m \leq L-1}$ (extension périodique de $\{\hat{h}_m\}_{0 \leq m \leq N_p-1}$ sur L points) “fenêtrée” par des fonctions spécifiques. Cela se traduit, après l'ITFD, par une convolution cyclique portant sur la séquence de longueur L constituée des N_p estimées de la réponse du canal aux fréquences pilotes assortie d'une insertion de $E_f - 1$ zéros entre deux estimées consécutives et la transformée inverse de la fonction fenêtre.

On aboutit finalement à la relation suivante [YAR??] :

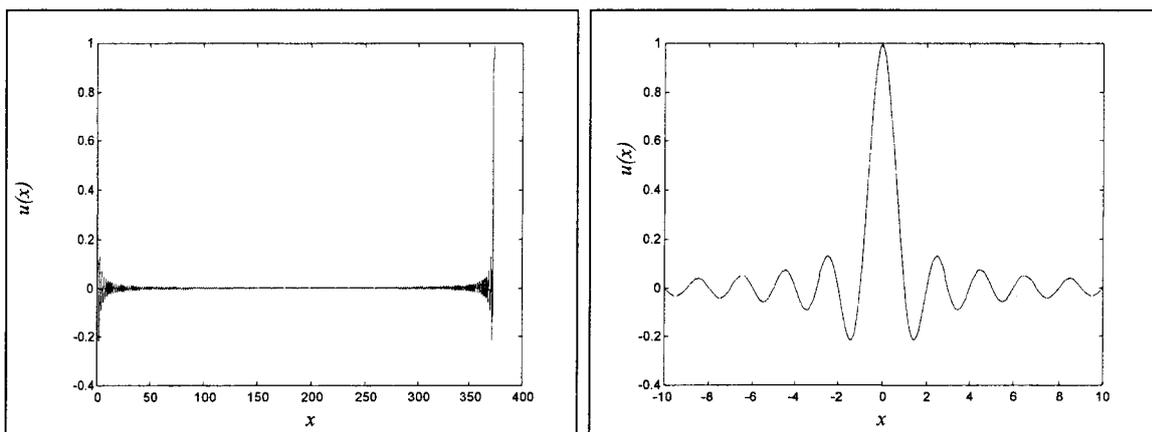
$$\hat{H}_k = \sum_n \hat{H}_{n \cdot E_f} \cdot u\left(\left(\frac{k - n \cdot E_f}{E_f}\right)\right) \quad ()$$

avec

$$((x)) = (x)_{\text{modulo } N_p} = \begin{cases} x & \text{pour } x \geq 0 \\ x + N_p & \text{pour } x < 0 \end{cases}$$

$$\text{et } u(x) = \begin{cases} \frac{1}{N_p} \cdot \frac{\sin(\pi \cdot x)}{\sin(\frac{\pi \cdot x}{N_p})} & \text{pour } N_p \text{ impair} \\ \frac{1}{N_p} \cdot \frac{\sin(\pi \cdot x)}{\sin(\frac{\pi \cdot x}{N_p})} \cdot \cos(\frac{\pi \cdot x}{N_p}) & \text{pour } N_p \text{ pair} \end{cases}$$

Pour un écartement fréquentiel $E_f = 11$, le nombre de sous- porteuses pilotes est de $N_p = 373$ et le nombre de points de la TFDI s'élève à $L = 4103$. Nous avons représenté à la figure 3.14(a) le noyau $u(x)$ pour x allant de 0 à $4102/11$ avec un pas de $1/11$. Nous sommes en présence d'un noyau de Dirichlet portant aussi le nom de sinus cardinal périodisé (cf. figure 3.14(b)).



(a) : $(0 \leq x \leq 4102/11)$

(b) : $(-10 \leq x \leq 10)$

Fig. 3.14 : Noyau de Dirichlet

3.4.2 Analyse de l'erreur d'interpolation (Sous-porteuses pilotes sans bruit)

Bien que le noyau d'interpolation se rapproche d'un sinus cardinal, l'interpolation fréquentielle est sujette à deux problèmes liés à l'utilisation d'une fenêtre rectangulaire pour "prélever" les N_p valeurs de la réponse estimée aux fréquences pilotes. Le premier problème est dû à une augmentation de la durée de la réponse impulsionnelle, lorsque les retards des échos ne sont pas des multiples entiers de la période d'échantillonnage, qui risque de causer un phénomène de repliement spectral après la TFD engendrant ainsi une erreur d'interpolation supplémentaire. Le second problème est lié à la discontinuité introduite lors de l'extension périodique de la séquence d'entrée, discontinuité que l'on retrouvera assortie du phénomène de Gibbs au niveau de la séquence de sortie (effets de bords). Une solution simple consiste à utiliser une fenêtre de nature différente pour "prélever" les N_p valeurs de la réponse estimée aux fréquences pilotes [YAN00]. Bien évidemment, un fenêtrage inverse sera appliqué sur la séquence de sortie.

L'estimation porte sur L points avec $L \geq 4096$ (on travaille avec l'ensemble des pilotes, marges incluses). En pratique, il faudra se ramener à une transformée à 4096 points afin de pouvoir utiliser une transformation rapide.

Nous avons représenté aux figures 3.15(a) et (b) l'erreur d'interpolation relative à la partie réelle du canal théorique (cf. Fig. 3.5) lorsque les interpolations sont réalisées respectivement sans fenêtre spécifique, puis, avec une fenêtre de Hanning. On constate la présence d'effets de bord, effets fortement réduits par l'emploi d'une fenêtre.

Les résultats des mêmes techniques appliquées au canal réel (cf. Fig. 2.5) sont données aux figures 3.16 (a) et (b). Ce ne sont pas les effets de bord, liés à la discontinuité de la réponse lors de son extension périodique, qui sont la principale source d'erreur. Nous sommes en présence de phénomènes de Gibbs lorsque nous "tentons de reconstruire une discontinuité" contenue dans la partie réelle ou imaginaire de la réponse. Ce phénomène est illustré à la figure 3.17 où nous avons représenté sur un même graphe la partie réelle du canal ainsi que l'erreur pour $150 \leq k \leq 400$. Bien évidemment, l'emploi d'une fenêtre spécifique ne permet pas d'adoucir les discontinuités propres à la réponse, ce qui explique la forte ressemblance des courbes 3.16 (a) et (b).

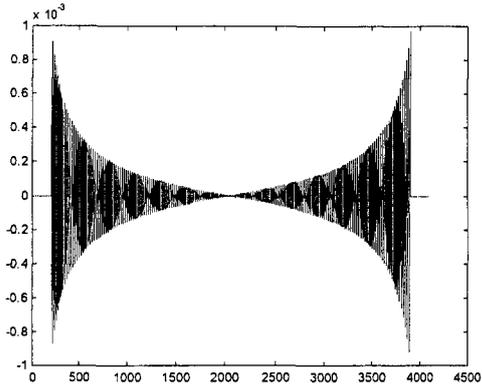


Fig. 3.15(a) : sans fenêtre

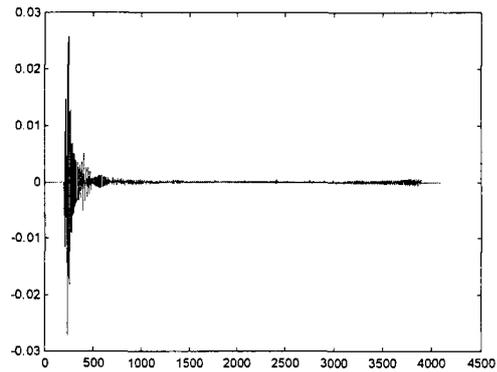


Fig. 3.16(a) : sans fenêtre

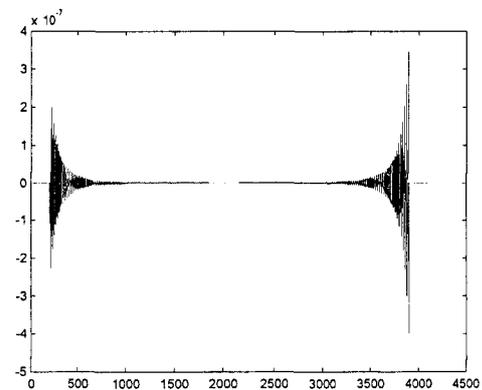


Fig. 3.15(b) : avec fenêtre

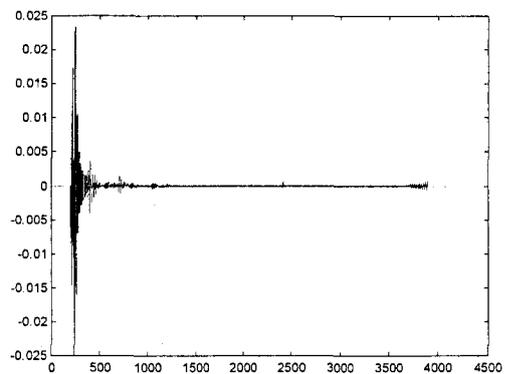


Fig. 3.16(b) : avec fenêtre

Fig. 3.15: Partie réelle de l'erreur d'interpolation en fonction de k -Canal théorique-

Fig. 3.16 : Partie réelle de l'erreur d'interpolation en fonction de k -Canal mesuré-

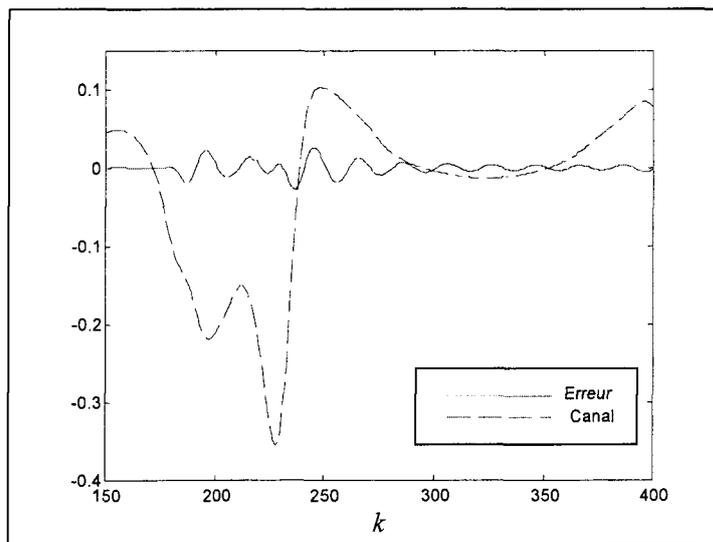


Fig. 3.17: Partie réelle du canal mesuré et erreur d'interpolation associée pour $150 \leq k \leq 400$

Les évolutions de l'erreur quadratique moyenne d'interpolation, en fonction de E_f sont proposées à la figure 3.18 pour le canal théorique et à la figure 3.19 pour le canal mesuré. Ces courbes sont dans un premier temps à comparer entre elles, à la lumière des remarques précédentes. Elles doivent aussi être comparées aux résultats obtenus avec les interpolations polynomiales par morceaux (Fig. 3.8 et 3.7).

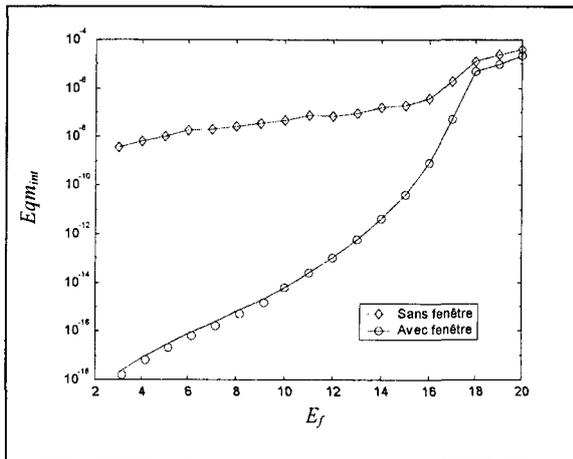


Fig. 3.18: Evolution de l' Eqm_{int} en fonction de E_f pour le canal théorique

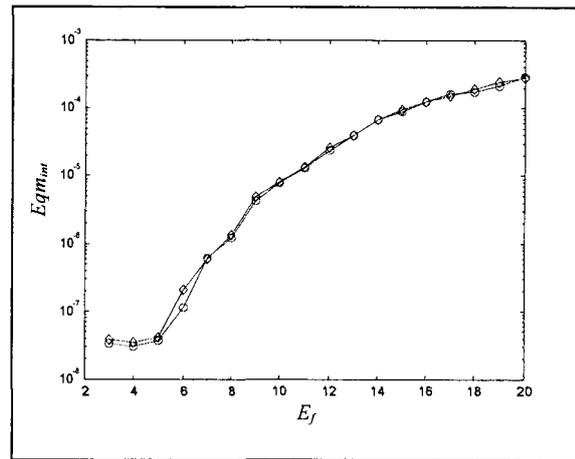


Fig. 3.19: Evolution de l' Eqm_{int} en fonction de E_f pour le canal mesuré

On observe de meilleurs résultats, pour le canal théorique, avec la technique TFD et fenêtre. Nous avons quasiment un facteur 10^5 sur l' Eqm_{int} par rapport à l'erreur provenant de l'utilisation de splines cubiques lorsque l'écartement entre pilotes est inférieur ou égal à dix. Si l'on considère maintenant le canal réel, ce facteur tend vers l'unité et nous avons une évolution de l'erreur en fonction de E_f presque identique pour les techniques basées sur les splines cubiques, la TFD et la TFD fenêtrée.

3.4.3 Analyse de l'erreur due à la présence de bruit

L'analyse théorique de cette erreur s'avère délicate à cause de la longueur du support du noyau. Si l'on considère à nouveau que la puissance est uniforme sur les pilotes, nous pouvons en déduire que l'évolution de l'erreur quadratique due à la présence de bruit en fonction de k s'apparentera à celle de la DSP de bruit à deux sources d'erreur près :

- une erreur liée à la discontinuité introduite lors de l'extension périodique
- une erreur due au repliement spectral puisque -a priori- la transformée de Fourier de la séquence $\{\varepsilon_{j,k}\}$ n'est pas à spectre borné.

Nous avons donc seulement déterminé par simulation l'évolution de l' Eq_{bruit_k} (moyenne suivant j) en nous plaçant dans les mêmes conditions que celles utilisées pour les interpolations polynomiales par morceaux (§3.3.4). Les résultats sont donnés à la figure 3.20 et sont à comparer à ceux de la figure 3.11. Il est clair que les deux courbes obtenues par la

TFD sont situées au dessus de celles résultant de l'emploi des autres techniques. C'est donc sans surprise que nous avons à la figure 3.21 des erreurs quadratiques moyennes en fonction de l'écartement E_f , pour une puissance uniforme et unitaire sur les sous-porteuses pilotes, supérieures à celles représentées à la figure 3.11.

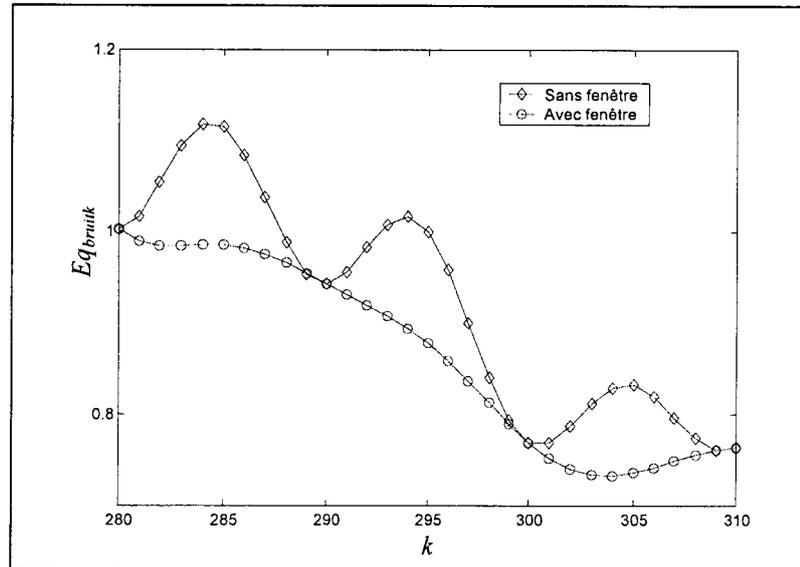


Fig. 3.20 : Erreur quadratique due au bruit en fonction de k

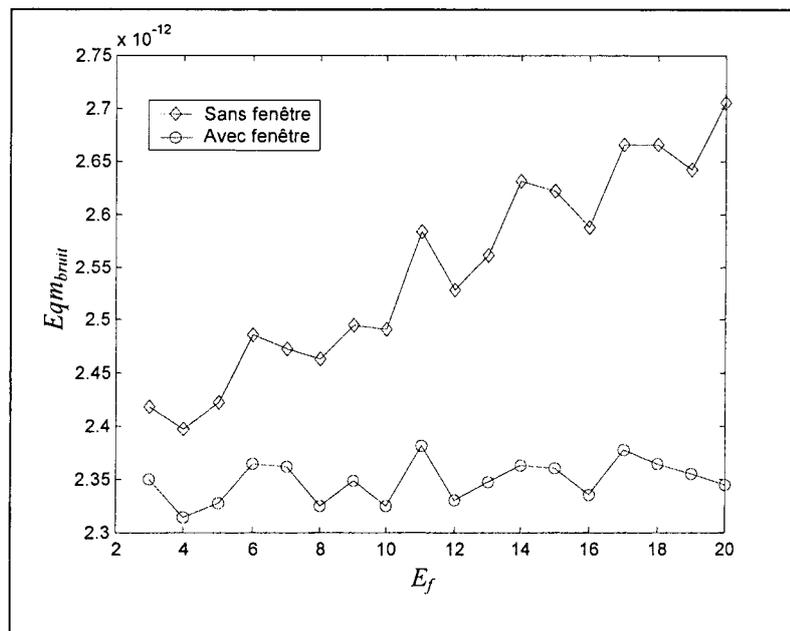


Fig. 3.21 : Erreur quadratique moyenne due au bruit en fonction de E_f

3.5 Comparaison des différentes techniques d'estimation de canal

Cette comparaison sera effectuée selon le critère de l'erreur quadratique moyenne d'estimation (E_{qm}) minimale. D'après la relation (3.4), cette erreur se décompose en deux termes, $E_{qm_{int}}$ et $E_{qm_{bruit}}$, que nous avons étudiés séparément pour les différentes techniques d'interpolation.

3.5.1 Cas de figures envisageables.

Trois cas de figures, concernant le rapport entre Eqm_{int} et Eqm_{bruit} , aboutissant à des conclusions différentes sont envisageables.

- Premier cas : On suppose que l' Eqm_{int} est très supérieure à l' Eqm_{bruit} pour les différentes techniques. Les meilleurs résultats sont donc obtenus avec l'emploi de splines ou de techniques basées sur la TFD. La réduction de l'écartement entre les pilotes E_f permet de diminuer de façon substantielle Eqm_{int} . Il est à noter cependant, qu'en pratique, plus Eqm_{int} sera faible, moins l'hypothèse de départ sera probable.....
- Deuxième cas : Pour ce cas de figure, on considère que Eqm_{bruit} prédomine sur Eqm_{int} . Si cette hypothèse est vérifiée, quelle que soit la technique considérée, alors l'utilisation de B-splines fournira l'erreur la plus faible suivie de près par l'interpolation linéaire qui ne présente qu'une faible complexité algorithmique.
- Troisième cas : Ce troisième et dernier cas englobe toutes les situations pour lesquelles l'une ou l'autre des hypothèses émises, pour les deux cas précédents, ne se vérifient pas. La détermination du meilleur procédé d'estimation est alors spécifique à chaque situation....

Puisque l'erreur Eqm_{bruit} dépend de la puissance au niveau des sous- porteuses pilotes, la comparaison des techniques d'estimation, dans notre contexte de transmission, ne peut se faire que pour une stratégie donnée de distribution de puissance sur les pilotes.

3.5.2 Situation pratique élémentaire

La stratégie retenue consiste à répartir de façon uniforme la puissance sur les sous-porteuses pilotes. Cette hypothèse sera discutée au cinquième chapitre. De plus, le niveau de puissance est fixé à la valeur moyenne de puissance par sous-porteuse,

$$P_{n-E_f} = \frac{P_{tot}}{4096 - (\text{marges})}, \text{ par souci d'homogénéité.}$$

3.5.2.1 Canal théorique

En se fixant un taux d'erreur binaire théorique (connaissance parfaite du canal - réponse en fréquence et DSP de bruit - pour le bit et power loading ainsi que l'égalisation fréquentielle) de 10^{-7} et un débit de 100 Mbits/s, la puissance totale nécessaire s'élève à $440 \mu\text{W}$ par application de l'algorithme de M. Colin (§ 1.3.6.5). Le niveau de puissance par sous-porteuse pilote est donc de $1.2 \cdot 10^{-7} \text{W}$. Nous avons représenté aux figures 3.22 et 3.23 l'évolution des erreurs quadratiques totales $Eqm = Eqm_{int} + Eqm_{bruit}$ ainsi que celle des rapports Eqm_{bruit}/Eqm_{int} en fonction de l'écartement entre les pilotes.

Pour $E_f \leq 10$, l'erreur due au bruit est prédominante sur l'erreur d'interpolation et ceci, d'autant plus que E_f diminue, sauf pour l'interpolation constante. Les erreurs quadratiques moyennes les plus faibles résultent de l'emploi de B-splines ou d'interpolations linéaires. Il

est à noter que la valeur dix, pour E_f , serait la valeur maximale d'écartement retenue en pratique (facteur de sur-échantillonnage de deux). Puisque nous sommes dans un cas de figure où $Eqm_{bruit}/Eqm_{int} > 1$, un moyen d'optimisation pourrait résider dans une répartition judicieuse de la puissance sur les pilotes.

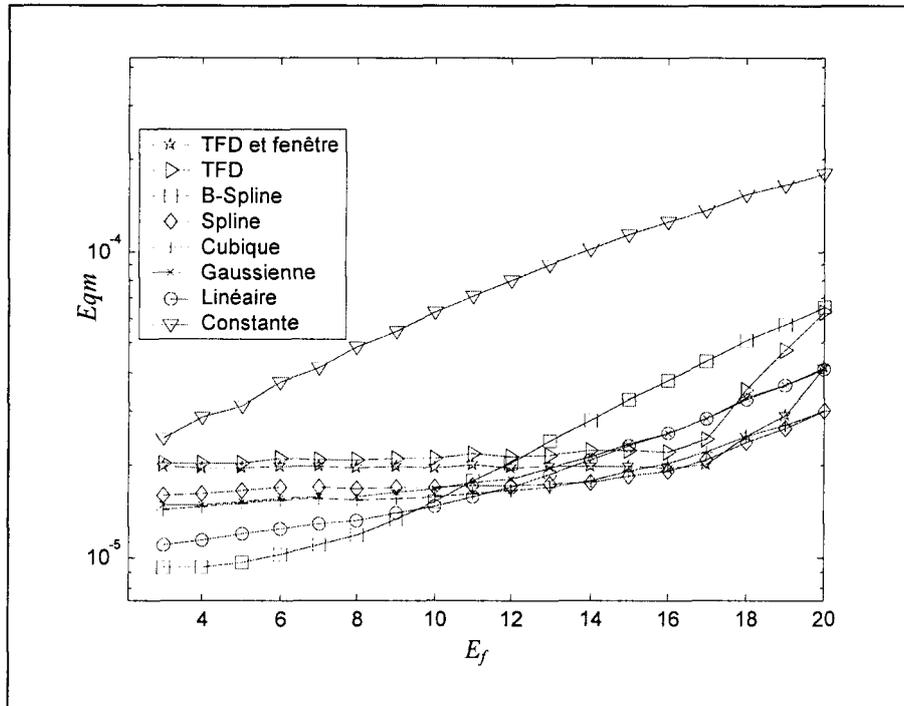


Fig. 3.22 : Canal théorique. Evolution de l'Eqm totale en fonction de E_f

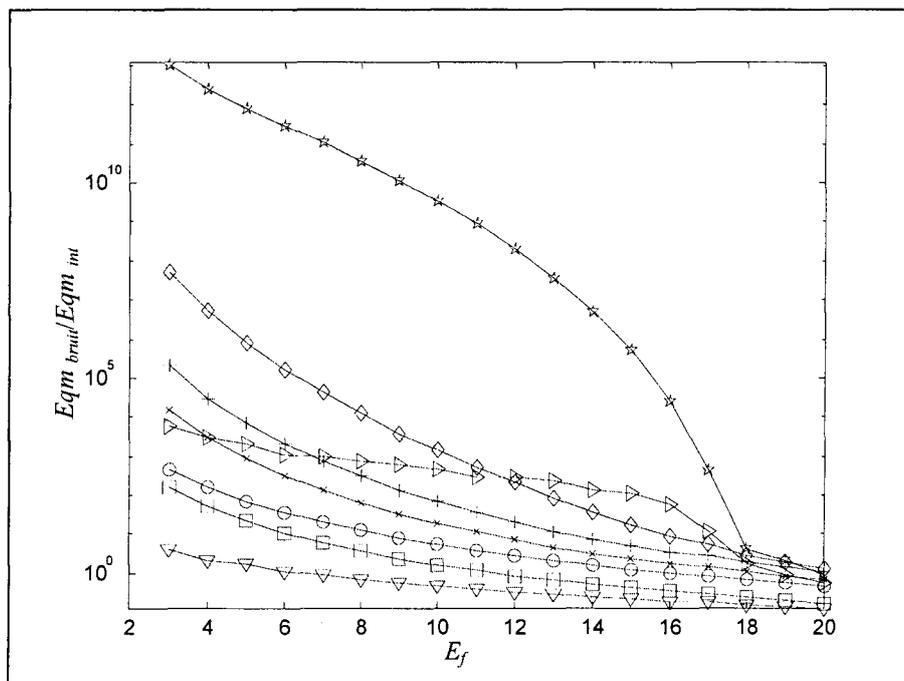


Fig. 3.23 : Canal théorique. Evolution du rapport des Eqm (bruit/int) en fonction de E_f

3.5.2.2 Canal réel

En gardant les mêmes valeurs pour le débit ainsi que pour le taux d'erreur binaire, la puissance totale nécessaire est maintenant légèrement inférieure et nous obtenons un niveau de $3.6 \cdot 10^{-8}$ W pour les sous-porteuses pilotes. Bien que cette baisse de puissance ait tendance à augmenter l' Eqm_{bruit} , nous constatons que les rapports des erreurs représentés à la figure 3.25 sont largement inférieurs à ceux obtenus avec le canal théorique.

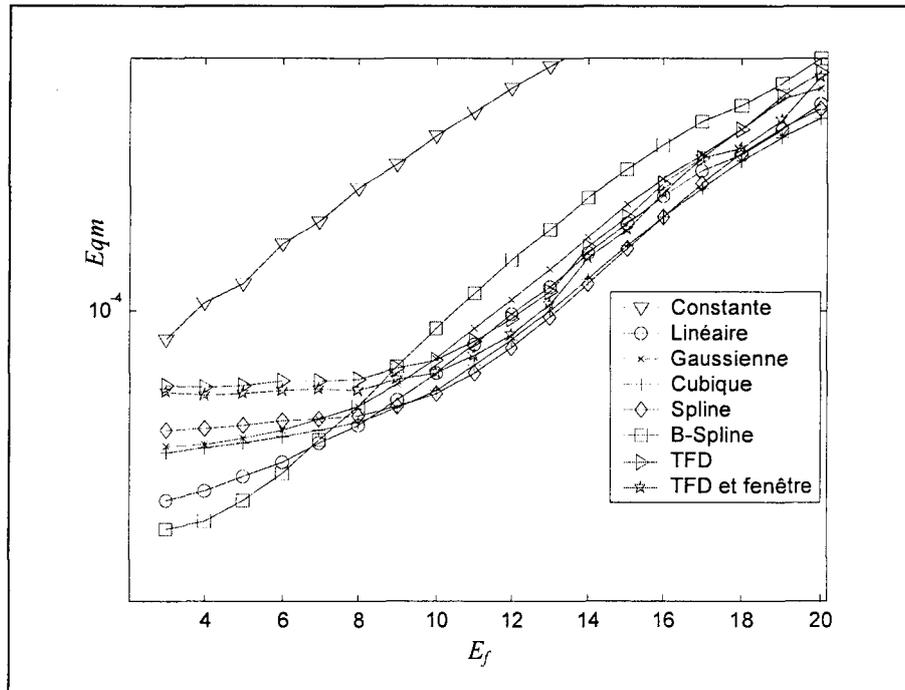


Fig. 3.24 : Canal réel. Evolution de l' Eqm totale en fonction de E_f

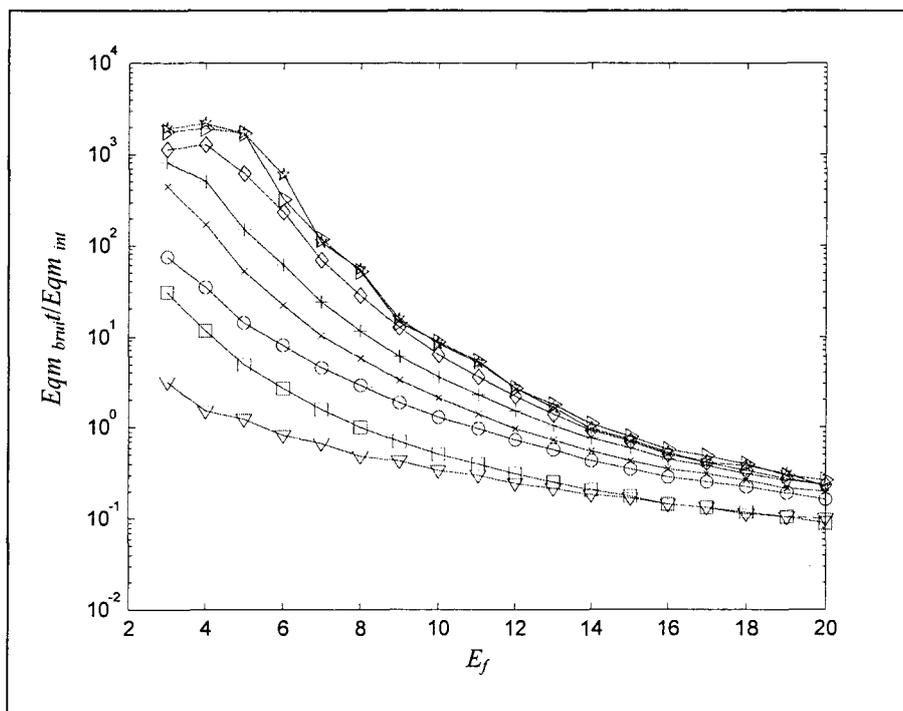


Fig. 3.25: Canal réel. Evolution du rapport des Eqm (bruit/int) en fonction de E_f

Cela provient de l' $E_{qm_{int}}$ qui est plus élevée pour le canal mesuré. A cause de la diminution globale des rapports d'erreurs, les écarts entre les erreurs quadratiques totales représentés à la figure 3.24 sont beaucoup moins prononcés. L'interpolation constante semble à nouveau sans intérêt ; Il est à remarquer que l'interpolation linéaire donne des résultats satisfaisants. L'emploi de B-splines reste confiné au cas des pilotes fortement rapprochés.

3.6 Conclusion

Nous avons appréhendé, dans ce chapitre, les principales techniques d'estimation sous l'angle de l'erreur quadratique moyenne d'interpolation et de l'erreur quadratique moyenne due à la présence de bruit sur les pilotes. L'erreur d'interpolation dépend fortement de l'écartement entre les sous- porteuses pilotes et du noyau utilisé. En revanche, l'erreur liée au bruit, varie peu en fonction de la position des pilotes. C'est le niveau de puissance des pilotes ainsi, que le noyau utilisé qui fixe sa valeur. L'interpolation constante exceptée, le classement des techniques en fonction de la valeur de l'erreur est inversé lorsque l'on considère l'un ou l'autre des types d'erreur. C'est le rapport entre les deux types d'erreur -fonction de l'écartement E_f et du rapport bruit à pilote NPR_{n,E_f} - qui, finalement, "impose" la technique qui engendrera l'erreur d'estimation la plus faible. Pour un scénario réaliste de répartition de puissance sur les pilotes, l'analyse de l'erreur d'estimation prouve que l'interpolation linéaire présente une potentialité certaine.

Le seul critère pertinent de comparaison est en réalité la dégradation du taux d'erreur binaire résultant de l'emploi des techniques d'estimation. Le fait de travailler avec l'erreur quadratique moyenne sous-entend que chaque sous-porteuse engendre la même dégradation du taux d'erreur binaire pour une erreur quadratique donnée, ce qui correspondrait à un canal de réponse en fréquence uniforme et à bruit additif non coloré... Au cours du prochain chapitre, nous proposerons donc un indicateur, proche de l' E_{qm} , représentatif de la dégradation du taux d'erreur binaire. Il sera utilisé au chapitre cinq pour optimiser les techniques d'interpolation.

Chapitre 4

Un indicateur de performances dédié aux systèmes de transmission DMT avec une estimation de canal non parfaite

4.1 Introduction

On se propose d'aborder, dans ce chapitre, la dégradation des performances d'un ensemble de transmission DMT - en terme de TEB - liée à la connaissance non parfaite de la réponse en fréquence du canal. Cette dégradation est la conséquence d'une égalisation fréquentielle non idéale ainsi que d'une sous-optimalité en ce qui concerne l'allocation des bits et de la puissance. A des fins de simplification d'analyse et comme dans la majorité des publications, nous suggérons de découpler les deux sources de dégradation. Seule la première cause, à savoir l'égalisation fréquentielle non parfaite, sera abordée dans ce mémoire. L'analyse de la seconde cause s'inscrit en toute logique et de façon impérative dans la continuité de nos travaux. Le contexte d'étude étant défini, notre objectif est de rechercher une grandeur, que l'on nommera ultérieurement indicateur de performances, susceptible de fournir une tendance sur la dégradation du taux d'erreur binaire en tenant compte, à l'instar de l'erreur quadratique moyenne d'estimation de canal, des spécificités de chaque sous-porteuse. Le nombre de bits ainsi que la puissance par sous-porteuse résultant de l'emploi d'un algorithme spécifique, l'indicateur proposé devra, de plus, présenter une certaine compatibilité avec la majorité des algorithmes. Les applications de cet indicateur sont multiples. Comme nous le verrons au chapitre cinq, il permettra - entre autres - d'optimiser les techniques d'interpolation.

Dans la littérature, on trouve, soit des analyses portant sur les algorithmes d'allocation avec des informations non parfaites sur le canal [YE02][SOU01][WYG04] soit des expressions

exactes du taux d'erreur pour des systèmes mono-porteuse avec une égalisation fréquentielle non idéale à partir, entre autres, d'une réécriture de la fonction $Q(x)$ due à Craig [CRA91] et dans des contextes spécifiques (canaux de Rayleigh par exemple) [TAN99][SIM00][PAR04][CAO05]. Dans un des rares articles proches de notre thématique intitulé "*Impact of Imperfect Channel Knowledge on the performance of Multicarrier Systems*" [LEK98], les auteurs considèrent une sous-porteuse et établissent des paramètres correctifs pour l'expression de la probabilité d'erreur par symbole QAM, lorsque l'égalisation fréquentielle n'est pas parfaite. L'aspect multiporteuse et allocation binaire n'est pas réellement traité.

L'indicateur que l'on souhaite établir, tenant compte de la spécificité de chaque sous-porteuse, n'est pas abordé dans la littérature. Sa détermination a fait l'objet d'une publication [BUE06].

Le chapitre s'articule de la façon suivante : on considèrera, dans un premier temps, que l'erreur d'estimation du canal est indépendante du temps (ce qui correspond à la majorité des situations pratiques hormis certaines solutions itératives). Une approximation de la dégradation du taux d'erreur symbole, pour une sous-porteuse sera établie. Le résultat sera alors étendu à l'ensemble de transmission DMT, comportant une allocation de bit et de puissance, afin d'aboutir à l'expression de l'indicateur. Des simulations valideront une meilleure adéquation de l'indicateur proposé par rapport à l'erreur quadratique moyenne au regard de la dégradation du taux d'erreur. Finalement, le cas particulier d'une erreur d'estimation variable dans le temps sera envisagé.

4.2 Impact de l'erreur d'estimation sur la dégradation du taux d'erreur par symbole QAM

Nous considérons, dans ce paragraphe, seulement la sous-porteuse d'indice k . La représentation, dans le domaine fréquentiel, associée au système de transmission que l'on se propose d'étudier est donnée à la figure 4.1.

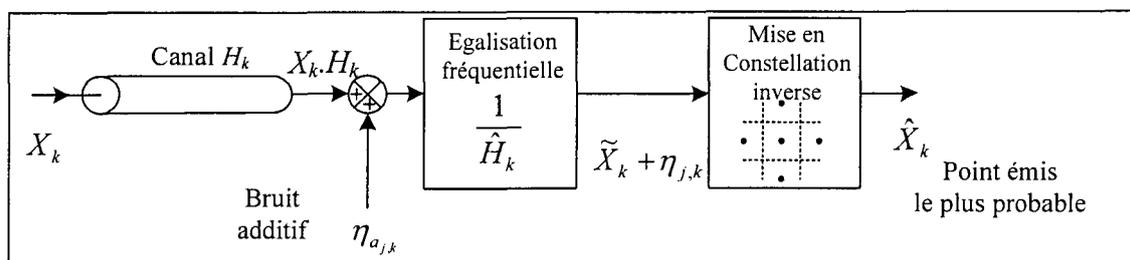


Fig. 4.1: Modélisation fréquentielle de l'ensemble de transmission relatif à la sous-porteuse k

L'estimée de la réponse du canal \hat{H}_k , qui est utilisée pour l'égalisation fréquentielle, est supposée indépendante du temps. De ce fait, avant l'ensemble de mise en constellation inverse, nous avons une grandeur \tilde{X}_k qui diffère de X_k à cause de la compensation non parfaite de l'effet du canal puisque $\tilde{X}_k = X_k \cdot \frac{H_k}{\hat{H}_k}$. Le bruit $\eta_{j,k}$, présent après l'égalisation fréquentielle, est Gaussien avec un niveau de puissance $\sigma_k^2 = \frac{\sigma_{a_k}^2}{|\hat{H}_k|^2}$ correspondant à la

puissance du bruit additif Gaussien divisée par le carré du module de la réponse estimée.

L'amplitude complexe de X_k ainsi que celle de son estimée \hat{X}_k résultant de la mise en constellation inverse, appartiennent à l'ensemble des M points de la constellation émise $\{X_{k1}, \dots, X_{kl}, \dots, X_{kM}\}$ avec $M = 2^{b_k}$.

Tout se joue au niveau de la mise en constellation inverse. Pour $X_k = X_{kl}$, le fait que \hat{H}_k diffère de H_k va se traduire par un écart ΔX_{kl} entre X_{kl} et \tilde{X}_{kl} . Comme illustré à la figure 4.2, où nous avons effectué une représentation partielle de constellation carrée, le bruit n'est plus appliqué au centre de la zone de décision (X_{kl}) mais au point \tilde{X}_{kl} . C'est cette "dissymétrie" engendrée par le déplacement ΔX_{kl} , de l'endroit où est appliqué le bruit dans la constellation, associée à la non-linéarité de la fonction $Q(x)$ intervenant dans l'expression du taux d'erreur symbole qui est à l'origine de la dégradation des performances.

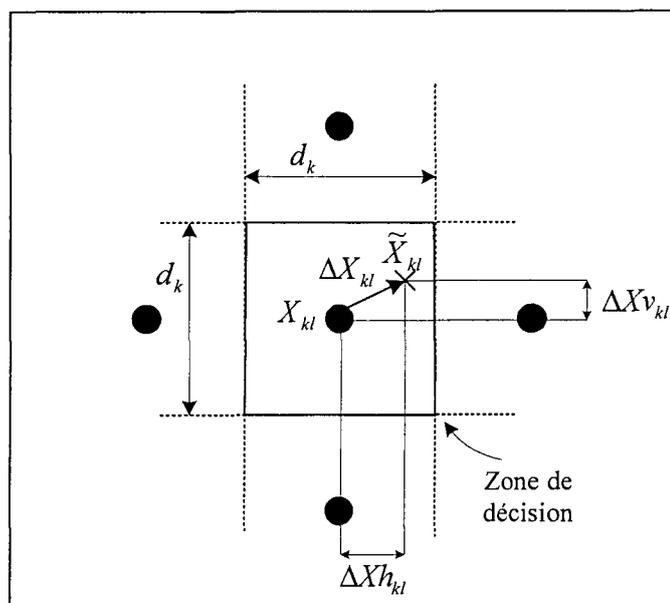


Fig. 4.2 : Représentation partielle de la constellation

La modélisation de l'ensemble de transmission étant effectuée et l'origine de la dégradation "cernée", nous allons analyser la dégradation du taux d'erreur symbole et en déduire une expression approchée.

4.2.1 Analyse de la dégradation du taux d'erreur symbole

Après avoir donné successivement l'expression de la probabilité d'erreur symbole et celle du taux d'erreur symbole en tenant compte du déplacement ΔX_{kl} dans la constellation, une première analyse de la dégradation sera effectuée par calculs.

4.2.1.1 Expression de la probabilité d'erreur symbole

Le déplacement dans le plan complexe ΔX_{kl} , de partie réelle ΔXh_{kl} traduisant le déplacement horizontal et de partie imaginaire ΔXv_{kl} correspondant au déplacement vertical, est fonction de l'erreur relative d'estimation du canal $e_{r_k} = \frac{H_k - \hat{H}_k}{\hat{H}_k}$ ainsi que du symbole émis X_{kl} :

$$\Delta X_{kl} = \tilde{X}_{kl} - X_{kl} = e_{r_k} \cdot X_{kl} = \Delta Xh_{kl} + j\Delta Xv_{kl} \quad (4.1)$$

Soit une constellation carrée et un point X_{kl} non situé sur la périphérie. En présence d'un déplacement ΔX_{kl} , la probabilité de "non-erreur" suivant l'axe horizontal est simplement donnée par (cf. § 1.3.3.1) :

$$1 - Q\left(\frac{\frac{d_k - \Delta Xh_{k_l}}{2}}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right) - Q\left(\frac{\frac{d_k + \Delta Xh_{k_l}}{2}}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right)$$

Comme nous l'avons déjà mentionné à la page précédente, à cause de la non-linéarité de la fonction $Q(x)$, il n'y a pas compensation de l'apport négatif de ΔXh par l'apport positif (*i.e.* $Q(a+b) + Q(a-b) > 2Q(a)$).

Pour l'axe vertical, la relation de "non-erreur" est identique à celle de l'axe horizontal moyennant un changement d'indice. De ce fait, la probabilité d'erreur symbole Pe_{k_l} avec une prise en compte des différents déplacements, s'exprime de la façon suivante :

$$Pe_{k_l} = 1 - \left(1 - Q\left(\frac{\frac{d_k - \Delta Xh_{k_l}}{2}}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right) - Q\left(\frac{\frac{d_k + \Delta Xh_{k_l}}{2}}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right) \right) \cdot \left(1 - Q\left(\frac{\frac{d_k - \Delta Xv_{k_l}}{2}}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right) - Q\left(\frac{\frac{d_k + \Delta Xv_{k_l}}{2}}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right) \right) \quad (4.2)$$

4.2.1.2 Expression du taux d'erreur symbole

La probabilité d'apparition de chaque point de la constellation est identique et égale à $1/M$. Si l'on suppose, de plus, que les points situés sur la périphérie de la constellation sont peu nombreux devant le nombre de total de points -ce qui est vrai pour les constellations de grande taille- on pourra ne pas tenir compte de leurs spécificités et utiliser la relation 4.2, sans pour autant introduire une erreur conséquente sur la valeur taux d'erreur symbole.

Le taux d'erreur symbole se résume donc à la moyenne arithmétique de la probabilité d'erreur donnée par la relation (4.2) et peut être considéré, en toute logique, comme le taux d'erreur obtenu avec une estimation parfaite du canal (TES_k) auquel s'ajoute un terme de dégradation (ΔTES_k) :

$$(TES_k)_{e_{r_k} \neq 0} = E[Pe_{k_i}] = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^{i=M} Pe_{k_i} = TES_k + \Delta TES_k \quad (4.3)$$

C'est le terme de dégradation qui va retenir toute notre attention.

4.2.1.3 Répercussion de l'erreur d'estimation sur la dégradation du taux d'erreur symbole

Une première analyse a été réalisée en calculant ΔTES_k , par application des trois relations précédentes (4.1, 4.2 & 4.3), pour différentes valeurs de l'erreur relative d'estimation du canal. Ce calcul est possible pour une taille de constellation M donnée, ainsi que pour un

rapport signal à bruit $SNR_k = \frac{P_k}{\sigma_k^2} = \left(\frac{d_k}{\sigma_k}\right)^2 \cdot \left(\frac{M-1}{6}\right)$ fixé, puisque les différents déplacements

s'expriment aisément en fonction des parties réelle et imaginaire de l'erreur e_{r_k} ainsi que de la distance d_k .

Les résultats sont proposés à la figure 4.3 où nous avons représenté l'évolution de la dégradation du taux d'erreur binaire en fonction du module au carré de l'erreur relative d'estimation. Concernant l'argument de l'erreur, nous nous sommes limités aux valeurs 0, $\pi/8$ et $\pi/4$ pour des raisons de symétrie. La taille de la constellation a été fixée à $M = 1024$ et le rapport signal à bruit à $SNR_k = 36$ dB.

Force est de constater que la dégradation relative évolue rapidement en fonction du module de l'erreur relative d'estimation et, dans notre cas, atteint 400 % pour un module d'erreur de l'ordre de 10^{-2} .

Afin de pouvoir dégager une tendance concernant la dégradation ΔTES_k à partir d'une relation simple impliquant le module de l'erreur au carré (indicateur proche de l' $E_{qm}...$), nous allons établir une expression approchée de la dégradation relative pour les faibles valeurs de l'erreur d'estimation, valeurs pour lesquelles l'argument de l'erreur n'interviendra pas comme le laisse présager la figure 4.3.

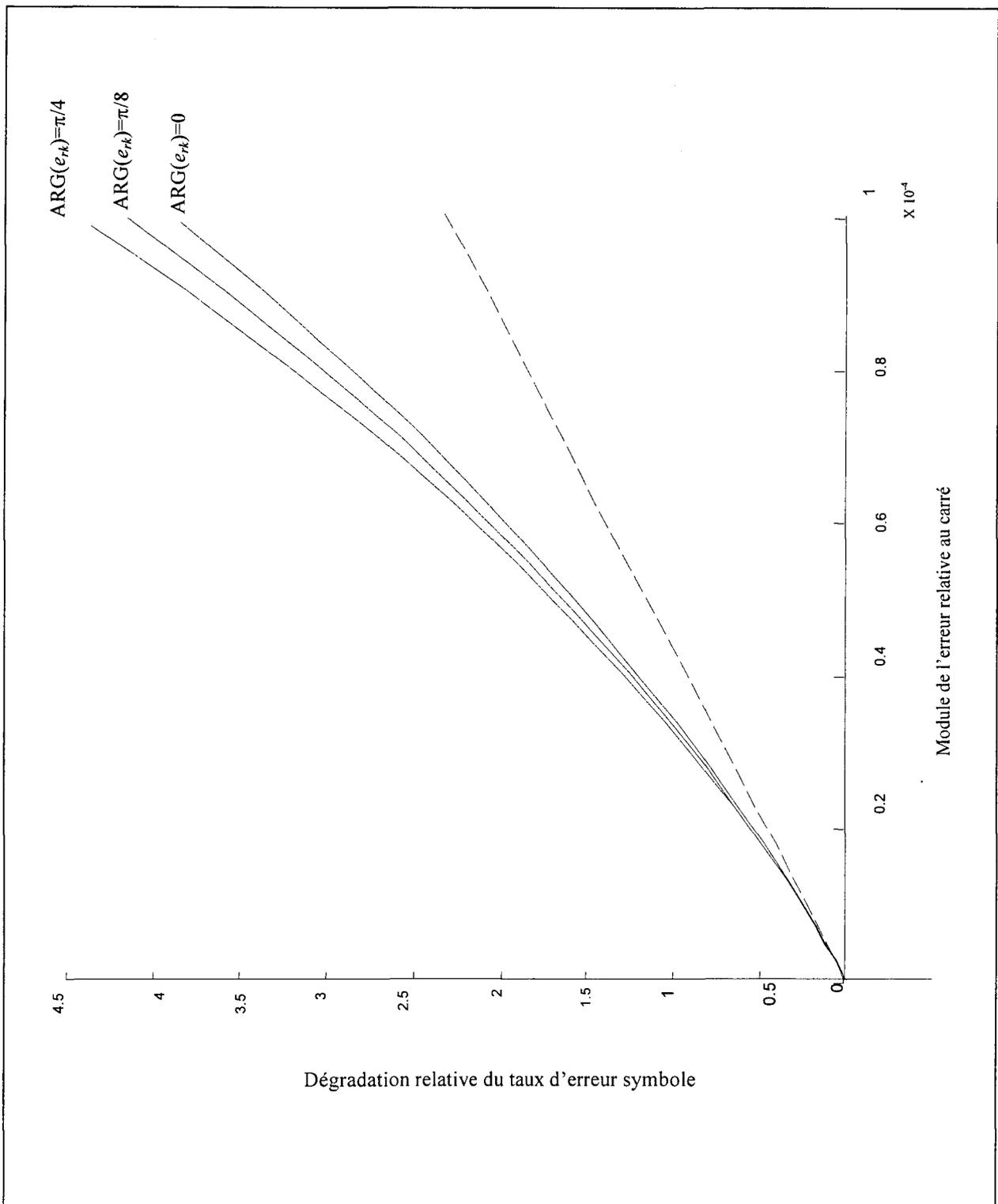


Fig. 4.3 : Evolution de la dégradation relative du taux d'erreur symbole en fonction de l'erreur relative d'estimation.

4.2.2 Approximation de la dégradation du taux d'erreur symbole

Cette approximation est basée sur un développement en série de la probabilité symbole associée, entre autres, à une écriture simplifiée de la dérivée seconde de la fonction $Q(x)$.

4.2.2.1 Développement en série de la probabilité d'erreur et taux d'erreur et approximation du taux d'erreur symbole.

Une première approximation "classique" pour la probabilité d'erreur consiste à négliger les termes comportant des produits de fonctions $Q(x)$. La relation (4.2) conduit à :

$$Pe_{k_i} \approx Q\left(\frac{\frac{d_k - \Delta X h_{k_i}}{2}}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right) + Q\left(\frac{\frac{d_k + \Delta X h_{k_i}}{2}}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right) + Q\left(\frac{\frac{d_k - \Delta X v_{k_i}}{2}}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right) + Q\left(\frac{\frac{d_k + \Delta X v_{k_i}}{2}}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right) \quad (4.4)$$

En effectuant alors un développement en série de Taylor limité au second ordre autour du point central de la zone de décision pour chacun des quatre termes de la relation 4.4, nous obtenons une expression approchée ne comportant pas de terme du premier ordre:

$$Pe_{k_i} \approx 4 \cdot Q\left(\frac{\frac{d_k}{2}}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right) + \frac{(2 \cdot \Delta X h_{k_i}^2 + 2 \cdot \Delta X v_{k_i}^2)}{\left(\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}\right)^2} \cdot \frac{1}{2} Q''\left(\frac{\frac{d_k}{2}}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right) \quad (4.5)$$

Finalement, le taux d'erreur symbole peut être approximé par la relation suivante :

$$(TES_k)_{e_{rx} \neq 0} \approx 4 \cdot Q\left(\frac{\frac{d_k}{2}}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right) + \left(\frac{1}{M} \cdot \sum_{l=1}^{l=M} \left(\frac{|\Delta X_{kl}|}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right)^2\right) Q''\left(\frac{\frac{d_k}{2}}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right) \quad (4.6)$$

4.2.2.2 Dégradation du taux d'erreur symbole

Tout d'abord, le terme $4 \cdot Q\left(\frac{\frac{d_k}{2}}{\frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}}\right)$ apparaissant dans la relation (4.6) coïncide avec le taux d'erreur symbole pour un canal idéalement estimé lorsque l'erreur relative d'estimation est très inférieure à l'unité. En effet, pour ces valeurs d'erreur, nous avons

$\sigma_k = \frac{\sigma_{a_k}}{|\hat{H}_k|} = \frac{\sigma_{a_k}}{|H_k|} \cdot |1 + e_{r_k}| \approx \frac{\sigma_{a_k}}{|H_k|}$ et donc le terme précédent est bien égal à celui de la relation

(4.4) avec $\Delta X h_{kl} = \Delta X v_{kl} = 0$ et $\sigma_k = \frac{\sigma_{a_k}}{|H_k|}$ pour une estimation de canal idéale.

La relation (4.6) nous fournit donc une expression de la dégradation du taux d'erreur recherchée faisant intervenir la dérivée seconde de la fonction $Q(x)$.

De plus, en pratique, le taux d'erreur symbole est largement inférieur à l'unité, ce qui suppose que l'on travaille avec des valeurs du rapport $x = \frac{d_k}{2} / \frac{\sigma_k}{\sqrt{2}}$ telles que l'on puisse utiliser

l'approximation $Q(x) \approx \frac{1}{x \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$.

De ce fait, la dérivée seconde de la fonction $Q(x)$ s'exprime simplement en fonction du taux d'erreur symbole TES_k :

$$Q''(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \approx x^2 \cdot Q(x) = \left(Q^{-1}\left(\frac{TES_k}{4}\right) \right)^2 \cdot \frac{TES_k}{4}$$

Nous aboutissons alors à la relation suivante pour l'approximation de la dégradation relative du taux d'erreur symbole :

$$\left(\frac{\Delta TES_k}{TES_k} \right)_{approx} = \frac{1}{2} \cdot |e_{r_k}|^2 \cdot SNR_k \cdot \left(Q^{-1}\left(\frac{TES_k}{4}\right) \right)^2 \quad (4.7)$$

$$\text{avec } SNR_k = \frac{P_k}{\sigma_k^2} = \frac{1}{M} \cdot \sum_{l=1}^{l=M} |X_{kl}|^2$$

En nous plaçant dans les mêmes conditions d'étude que celles proposées au paragraphe 4.2.1, nous avons tracé en pointillés à la figure 4.3 l'évolution de l'approximation de la dégradation relative du taux d'erreur en fonction du module de l'erreur relative d'estimation au carré. On vérifie que les pentes des différentes courbes à l'origine sont identiques.

4.3 Impact de l'erreur d'estimation sur les performances de l'ensemble de transmission DMT

L'ensemble de transmission DMT est constitué de N_u sous-porteuses indépendantes dont les caractéristiques- nombre de bits b_k et puissance P_k - sont fournies par l'emploi d'un algorithme d'allocation spécifique. De nombreux algorithmes sont susceptibles d'être utilisés en pratique si l'on se réfère à l'analyse bibliographique du premier chapitre (§1.3.6). Nous avons cependant constaté, pour la très grande majorité d'entre eux, l'existence d'un

dénominateur commun en l'hypothèse d'un gap constant ou, de façon équivalente, d'un taux d'erreur symbole identique pour les différentes sous-porteuses. C'est cette dernière hypothèse que nous allons utiliser pour approximer la dégradation relative du taux d'erreur binaire qui est le seul paramètre traduisant la perte de performances de l'ensemble de transmission lorsque la puissance totale et le débit sont imposés.

4.3.1 Approximation de la dégradation relative du taux d'erreur binaire

D'une façon très générale, la relation liant le taux d'erreur binaire aux taux d'erreur symbole est :

$$(TEB)_{e_{rk} \neq 0} = \frac{\sum_{k \in I} bm_k \cdot (TES_k)_{e_{rk} \neq 0}}{\sum_{k \in I} b_k} \quad (4.8)$$

avec bm_k le nombre moyen de bits en erreur (§ 1.3.1.2) et I l'ensemble constitué des indices des sous-porteuses sélectionnées.

Dans le contexte de notre étude, le taux d'erreur binaire ($(TEB)_{e_{rk} \neq 0}$) se décline, lui aussi, comme la somme du taux d'erreur binaire obtenu pour une estimation parfaite du canal (TEB) auquel s'ajoute un terme de dégradation (ΔTEB) avec, d'après la relation (4.8) :

$$TEB = \frac{\sum_{k \in I} bm_k \cdot TES_k}{\sum_{k \in I} b_k} \quad \text{et} \quad \Delta TEB = \frac{\sum_{k \in I} bm_k \cdot \Delta TES_k}{\sum_{k \in I} b_k}$$

Puisque, pour la majorité des algorithmes $TES_k = cte = TES$, nous obtenons alors pour la dégradation du taux d'erreur binaire :

$$\frac{\Delta TEB}{TEB} = \frac{\sum_{k \in I} bm_k \cdot \Delta TES_k}{\sum_{k \in I} bm_k \cdot TES_k} = \frac{\sum_{k \in I} bm_k \cdot \Delta TES_k}{TES \cdot \sum_{k \in I} bm_k}$$

De plus, dans l'hypothèse d'un codage idéal de type GRAY imposant $bm_k = 1$, nous aboutissons à une relation simple entre la dégradation relative du taux d'erreur binaire et la dégradation relative taux d'erreur symbole par sous-porteuse :

$$\frac{\Delta TEB}{TEB} = \frac{1}{N_u} \cdot \sum_{k \in I} \frac{\Delta TES_k}{TES}$$

avec N_u le nombre de sous-porteuses sélectionnées

En utilisant l'approximation de la dégradation du taux d'erreur symbole établie au paragraphe précédent (relation(4.7)), nous pouvons écrire finalement :

$$\left(\frac{\Delta TEB}{TEB}\right)_{approx} = \frac{1}{N_u} \cdot \left(\frac{[Q^{-1}(TES/4)]^2}{2} \cdot \sum_{k \in I} |e_{r_k}|^2 \cdot SNR_k \right) \quad (4.9)$$

4.3.2 Un indicateur de performances

Pour un TEB (et donc indirectement un TES) fixé, seul le terme de sommation de la relation (4.9) changera a priori d'une technique d'estimation de canal à l'autre. Ce terme peut être réécrit de façon à faire intervenir l'erreur d'estimation (non relative) :

$$\sum_{k \in I} |e_{r_k}|^2 \cdot SNR_k = \sum_{k \in I} \left| \frac{H_k - \hat{H}_k}{\hat{H}_k} \right|^2 \cdot \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2 / |\hat{H}_k|^2} = \sum_{k \in I} |H_k - \hat{H}_k|^2 \cdot \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2} \quad (4.10)$$

L'erreur quadratique d'estimation se retrouve pondérée par le facteur $\frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}$. *Ce rapport est*

fonction de la porteuse considérée, il revêt donc un intérêt tout particulier puisqu'il traduit le fait qu'une erreur d'estimation donnée n'aura pas la même incidence, en terme de dégradation du TEB, suivant l'endroit où elle se situe sur l'axe des fréquences.

De plus, lorsque les constellations des différentes sous-porteuses présentent des caractéristiques identiques, l'équation (4.10) conduit à une grandeur proportionnelle à l'erreur quadratique moyenne $Eqm = \frac{1}{N_u} \cdot \sum_{k \in I} |H_k - \hat{H}_k|^2$. Un tel cas de figure est obtenu lorsque le

canal présente une réponse en fréquence uniforme et un bruit additif blanc. Cela impose alors un rapport $P_k / \sigma_{a_k}^2$ indépendant de l'indice fréquentiel k .

De ce fait, nous proposons de retenir comme indicateur (noté IND) le terme de sommation (4.10) normalisé avec la somme des rapports signal à bruit ,

$$IND = \frac{\sum_{k \in I} |H_k - \hat{H}_k|^2 \cdot \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}}{\sum_{k \in I} \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}} \quad (4.11)$$

de telle sorte que, pour un canal non dispersif à bruit blanc, l'indicateur coïncide avec l' Eqm .

Nous pouvons d'ores et déjà formuler quelques remarques concernant cet indicateur. De part la simplicité de son expression, sa détermination est aisée et nécessite seulement la connaissance de la répartition de puissance donnée par un algorithme d'allocation. Du point

de vue applicatif, pour un canal spécifié, le rapport $P_k / \sigma_{a_k}^2$ est imposé. Il peut être estimé à partir de modèles théoriques ou de mesures. L'apport de l'indicateur réside dans le fait que la "corrélation" entre l'erreur $|H_k - \hat{H}_k|^2$ et le rapport $P_k / \sigma_{a_k}^2$ a une répercussion directe sur la dégradation des performances. *Il pourra donc être utilisé comme un outil de comparaison, si différentes techniques d'estimation de canal conduisent à différentes "corrélations", ou comme un critère d'optimisation, s'il est possible de modifier la "corrélation" par l'intermédiaire d'un degré de liberté pour une technique d'estimation spécifique.*

4.4 Simulations

Nous allons présenter, dans ce paragraphe, des simulations numériques validant de deux façons différentes une meilleure corrélation de l'indicateur proposé avec la dégradation du taux d'erreur binaire, par rapport à l'*Eqm*. Dans un premier temps, afin de vérifier le lien entre l'indicateur et la dégradation du taux d'erreur, nous avons effectué une simulation numérique de l'ensemble de transmission DMT pour différentes valeurs de l'indicateur tout en maintenant l'erreur quadratique moyenne constante. Dans un second temps, afin de présenter une application à caractère pratique, des simulations relatives à une optimisation élémentaire de distribution de puissance pour des symboles pilotes ont été réalisées.

4.4.1 Paramètres de simulation

La réponse en fréquence du canal ainsi que la densité spectrale de puissance du bruit retenus correspondent à certains modèles présentés au second chapitre et dont nous rappelons l'évolution en fonction de la fréquence aux figures 4.4 et 4.5. Les principaux paramètres de simulation sont résumés au tableau 4.1. La puissance totale disponible a été fixée à 400 μW pour atteindre un taux d'erreur binaire proche de 10^{-5} lorsque l'estimation de canal est idéale. Le débit est de l'ordre de 100 Mbit/s.

L'algorithme d'allocation des bits et de la puissance, retenu pour la simulation, est celui de M. Colin (§ 1.3.6.5) qui dissocie les étapes de répartition des bits et de la puissance. Pour un nombre de bits par symbole donné, ces derniers sont répartis selon la technique du "water filling", puis, la puissance est alors distribuée avec un gap constant. Nous respectons donc l'hypothèse d'application de l'indicateur. Les résultats des allocations sont proposés aux figures 4.6 et 4.7. Le caractère discontinu de la répartition de puissance est lié à l'étape d'arrondi nécessaire pour obtenir des nombres entiers de bits par sous-porteuses.

Nous avons tracé à la figure 4.8 le facteur de pondération de l'erreur, $\frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}$. Ce rapport est loin

d'être uniforme en fonction de l'indice fréquentiel à cause du bruit additif qui est coloré. Cela renforce son intérêt puisque l'erreur d'estimation se verra pondérée avec un facteur pouvant varier dans un rapport supérieur à vingt en fonction de l'indice k .

Nombre de sous-porteuses	4096
Bande de fréquence	0-25 MHz
Puissance totale disponible	400 μ W
Nombre de bits par symbole DMT	20000
Forme des constellations et codage	Standard ADSL

Tableau 4.1 : Principaux paramètres de l'ensemble de transmission DMT simulé

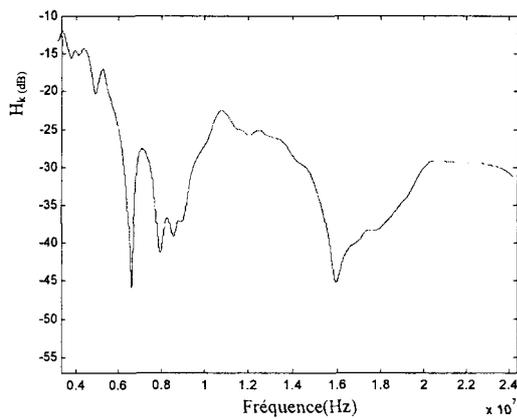


Fig. 4.4 : Réponse en fréquence du canal

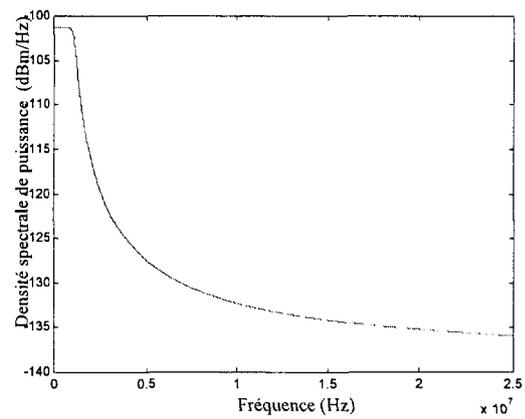


Fig. 4.5 : Densité spectrale du bruit

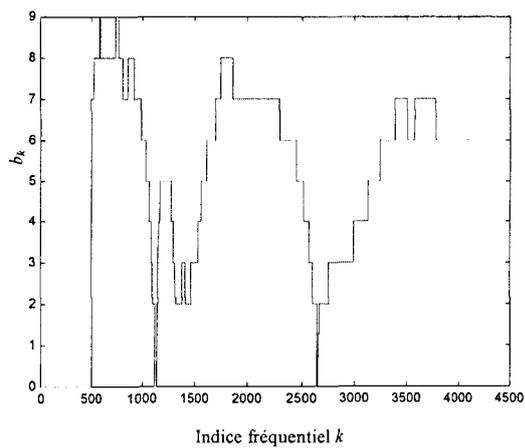


Fig. 4.6 : Répartition des bits

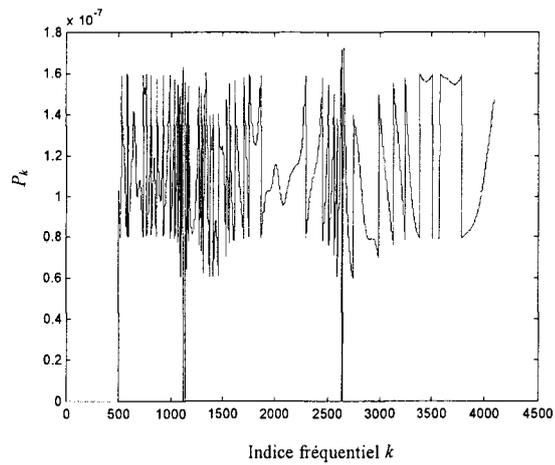


Fig. 4.7 : Répartition de la puissance

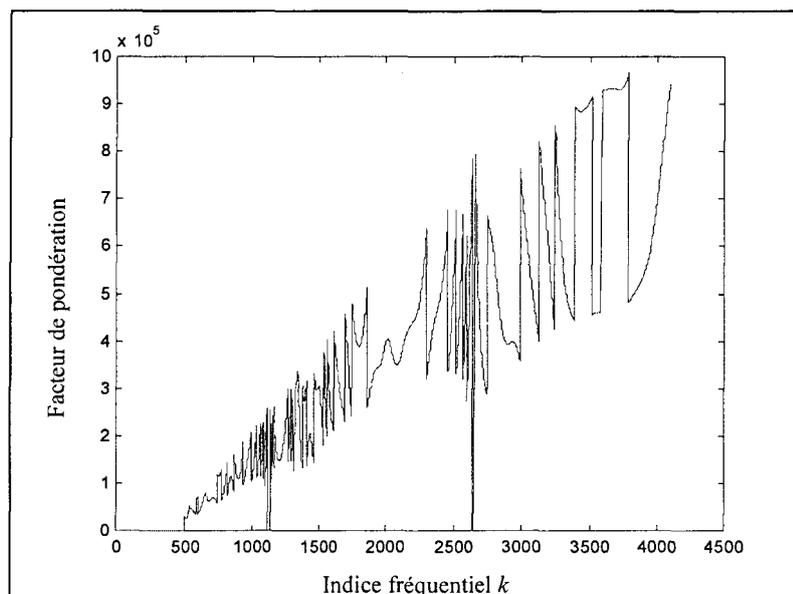


Fig. 4.8 : Facteur de pondération

4.4.2 Simulations avec différentes valeurs d'indicateur à valeur moyenne quadratique constante

4.4.2.1 Présentation

Afin d'étudier de manière significative l'impact du rapport $\frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}$ et d'effectuer une comparaison claire entre l'indicateur et l'*Eqm*, nous avons choisi d'introduire une erreur complexe additive e_k , sans signification physique particulière, de telle sorte que l'*Eqm* reste constante. Pour les N_u sous-porteuses sélectionnées, nous avons donc :

$$\hat{H}_k = H_k + e_k \text{ avec } e_k \in \{e_k\}$$

L'ensemble des erreurs, $\{e_k\}$, est constitué de N_u grandeurs complexes à répartition Gaussienne et de valeur moyenne nulle. La variance a été choisie de façon à obtenir une dégradation relative du taux d'erreur binaire largement supérieure à l'unité.

Puisque le facteur de pondération représenté à la figure 4.8 n'est pas uniforme en fonction de k et présente un "profil croissant", nous avons simplement élaboré différentes estimées en réorganisant de façon distincte (module croissant *cf.* fig. 4.9, module décroissant, module décroissant plus permutation circulaire *cf.* fig. 4.10 et répartition aléatoire *cf.* fig. 4.11) les N_u éléments de l'ensemble d'erreur d'estimation suivant l'indice fréquentiel k .

Nous sommes donc à même d'effectuer des simulations présentant différentes valeurs d'indicateur et une erreur d'estimation, en valeur quadratique moyenne, constante.

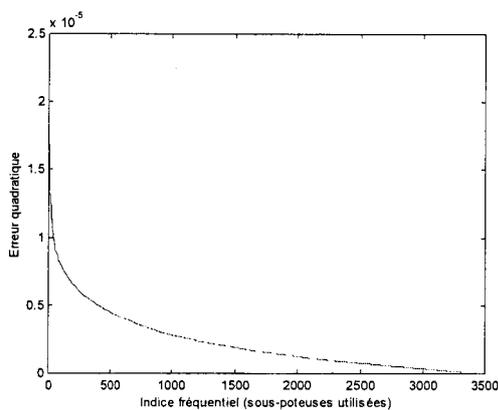


Fig. 4.9: Répartition de l'erreur quadratique-module décroissant-

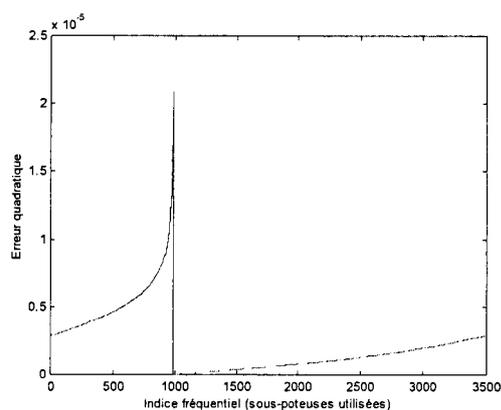


Fig. 4.10: Répartition de l'erreur quadratique-module croissant et permutation circulaire-

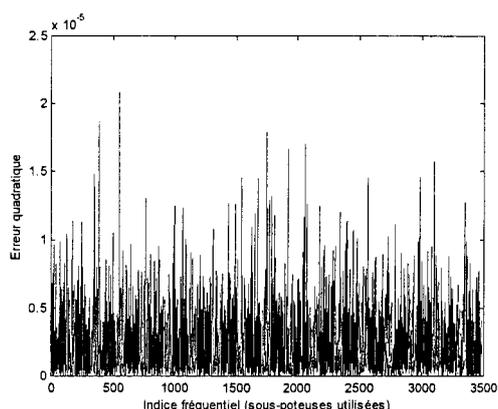


Fig. 4.11 : Répartition aléatoire de l'erreur quadratique

4.4.2.2 Résultats

Les résultats sont proposés à la figure 4.12 où l'on a représenté l'évolution de la dégradation relative du taux d'erreur binaire en fonction de la valeur de l'indicateur. Pour une erreur quadratique moyenne constante $Eqm = 2.28 \cdot 10^{-6}$ et une valeur d'indicateur comprise entre $1.2 \cdot 10^{-6}$ et $3.3 \cdot 10^{-6}$, nous obtenons une évolution monotone de la dégradation relative du taux d'erreur binaire allant de dix à deux cents. Ces résultats mettent bien en évidence toute l'importance du facteur de pondération $\frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}$ conférant, de ce fait, une supériorité de l'indicateur proposé par rapport à l' Eqm , lorsque le bruit additif du canal est coloré.

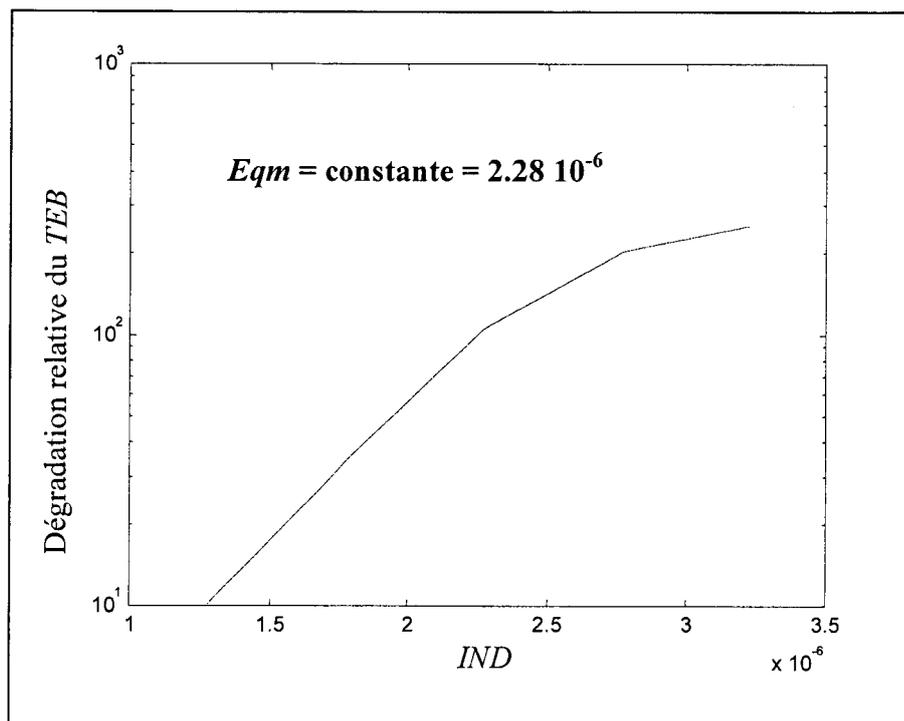


Fig. 4.12: Evolution de la dégradation relative $\frac{\Delta TEB}{TEB}$ en fonction de l'indicateur, avec l' E_{qm} maintenue constante

De plus, l'évolution monotone entre l'indicateur et la dégradation relative des performances valide le fait que l'indicateur nous fournit une "tendance" sur la dégradation et se comporte comme un "indicateur de performance".

Bien évidemment, les répartitions des erreurs utilisées (figures 4.9 à 4.11) sont purement théoriques puisqu'il est impossible d'obtenir de telles distributions avec des valeurs de module élevées localisées en fréquence dans un contexte pratique. Leur seule raison d'être était de pouvoir vérifier simplement l'importance du facteur de pondération. Cependant, il existe certains cas de figures réalistes où il est possible de "moduler" la valeur de l'erreur suivant l'axe des fréquences par l'intermédiaire d'un paramètre que l'on pourra éventuellement chercher à optimiser. C'est ce que nous allons aborder dans l'exemple suivant.

4.4.3 Exemple d'optimisation de symbole pilote

4.4.3.1 Présentation

On suppose pour cet exemple que l'estimation de canal est obtenue par l'intermédiaire d'un symbole pilote. Pour un tel symbole *DMT*, toutes les sous-porteuses sont des pilotes (cf. figure 4.13)

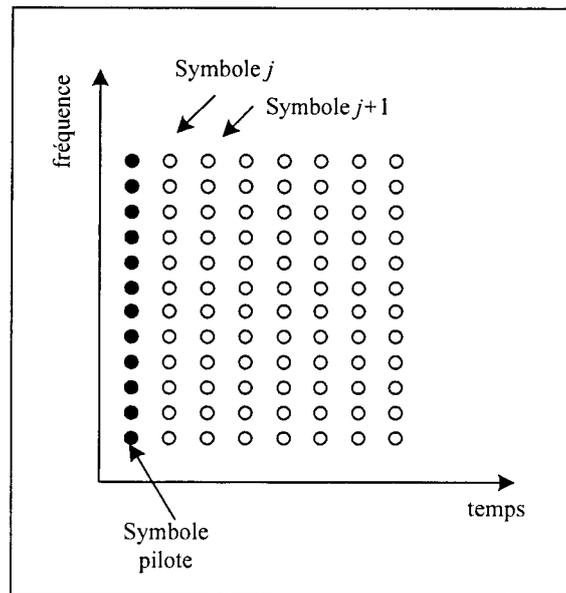


Fig. 4.13 : Estimation par symbole pilote - Treillis temps/fréquence.

Pour chaque sous-porteuse pilote, le signal émis $X_k = X_{pil_k}$ de puissance $P_{pil_k} = |X_{pil_k}|^2$ est connu du récepteur. L'estimée de la réponse en fréquence est simplement obtenue par la division du signal reçu (après TFD) par le signal émis. L'erreur d'estimation de canal pour la sous-porteuse d'indice k se résume donc à :

$$e_k = \hat{H}_k - H_k = \frac{\eta_{a_k}}{X_{pil_k}} \text{ avec } E[|e_k|^2] = \frac{E[|\eta_{a_k}|^2]}{|X_{pil_k}|^2} = \frac{\sigma_{a_k}^2}{P_{pil_k}}$$

La moyenne statistique (suivant j) de l'erreur quadratique ne dépend que du rapport de la puissance de bruit sur la puissance du signal émis. Par l'intermédiaire de la puissance P_{pil_k} , il est donc possible de moduler la valeur de l'erreur ce qui aura une incidence directe sur la qualité de transmission des données. Sous la contrainte d'une puissance totale P_{tot} donnée, nous envisageons deux répartitions de puissances pour les pilotes basées respectivement sur la minimisation de l' Eqm ou sur la minimisation de l'indicateur.

- Minimisation de l' Eqm :

La moyenne suivant k , porte sur les espérances mathématiques des erreurs d'estimation quadratiques :

$$Eqm = \frac{1}{N_u} \cdot \sum_{k \in I} E[|e_k|^2] = \frac{1}{N_u} \cdot \sum_{k \in I} \frac{\sigma_{a_k}^2}{P_{pil_k}}$$

Nous sommes donc amenés à minimiser le terme de sommation $\sum_{k \in I} \frac{\sigma_{a_k}^2}{P_{pil_k}}$ sous la contrainte

$\sum_{k \in I} P_{pil_k} = P_{tot}$. Cette minimisation peut être obtenue par la méthode des multiplicateurs de

Lagrange.

La fonction de coût s'écrit :

$$Z = \sum_{k \in I} \frac{\sigma_{a_k}^2}{P_{pil_k}} - \lambda \cdot \left(\sum_{k \in I} P_{pil_k} - P_{tot} \right)$$

L'annulation des dérivées partielles de la fonction de coût par rapport aux P_{pil_k} conduit à un

rapport $\frac{\sigma_{a_k}^2}{P_{pil_k}^2}$ indépendant de k . Après report dans la contrainte, nous obtenons la répartition

de puissance suivante :

$$P_{pil_k} = \frac{\sigma_{a_k}}{\sum_{k \in I} \sigma_{a_k}} \cdot P_{tot}$$

La répartition de la puissance sur les pilotes ne dépend donc que de la densité spectrale du bruit pour minimiser l'*Eqm*.

- Minimisation de l'indicateur :

Pour la détermination de l'indicateur, on travaillera aussi avec les espérances mathématiques des erreurs d'estimation quadratiques :

$$IND = \frac{\sum_{k \in I} E[e_k^2] \cdot \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}}{\sum_{k \in I} \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}} = \frac{\sum_{k \in I} \frac{P_k}{P_{pil_k}}}{\sum_{k \in I} \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}}$$

Nous devons donc minimiser $\sum_{k \in I} \frac{P_k}{P_{pil_k}}$ et non plus $\sum_{k \in I} \frac{\sigma_{a_k}^2}{P_{pil_k}}$ comme précédemment.

Par analogie, la répartition de puissance minimisant *IND* est :

$$P_{pil_k} = \frac{\sqrt{P_k}}{\sum_{k \in I} \sqrt{P_k}} \cdot P_{tot}$$

Cette répartition est différente de celle qui minimise l' E_{qm} , puisqu'elle ne dépend que de la répartition de la puissance donnée par l'algorithme d'allocation.

4.4.3.2 Résultats

Les deux répartitions de puissances pour les symboles pilotes ont été utilisées avec la même séquence de bruit pour l'estimation de la réponse en fréquence du canal. Les résultats des simulations sont donnés au tableau 4.2. On vérifie bien, tout d'abord, que les deux stratégies de distribution de la puissance envisagées conduisent à des valeurs minimales pour l' E_{qm} , ou pour l'indicateur suivant le cas. Lorsque l'on passe de la répartition conduisant à L' E_{qm} mini à celle qui nous donne un indicateur mini, nous sommes dans un cas de figure où l' E_{qm} augmente fortement (+140%), tandis que la valeur de l'indicateur diminue (-33%). Malgré la forte augmentation de l' E_{qm} , les meilleures performances sont obtenues lorsque l'indicateur est minimum avec une diminution du taux d'erreur d'un facteur quatre.

	Répartition de la puissance des pilotes pour $E[E_{qm}]$ mini	Répartition de la puissance des pilotes pour $E[IND]$ mini
<i>TEB</i>	$2.4 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-4}$
<i>Eqm</i>	$5.6 \cdot 10^{-6}$	$13.4 \cdot 10^{-6}$
<i>IND</i>	$3.3 \cdot 10^{-6}$	$2.2 \cdot 10^{-6}$

Tableau 4.2 : Résultats de simulations –taux d'erreur binaire- pour les deux répartitions de puissance sur les pilotes (symbole pilote)

Ces résultats valident, dans un contexte réaliste, l'intérêt pratique de l'indicateur. Dès que l'on disposera d'un degré de liberté susceptible "d'imposer" la valeur de l'erreur d'estimation suivant l'axe des fréquences, on pourra optimiser ce dernier en cherchant à minimiser l'indicateur.

4.5 Cas particulier d'une erreur d'estimation variable dans le temps (Estimation itérative)

Pour ce dernier paragraphe, nous souhaitons étendre la portée de l'indicateur au cas de figure où l'estimée de la réponse en fréquence du canal varie d'un symbole DMT à l'autre alors que le canal est dans un état stationnaire. L'erreur d'estimation est donc fonction du temps (j), elle est définie de la façon suivante :

$$e_{j,k} = H_k - \hat{H}_{j,k}$$

On peut se demander si l'indicateur déterminé avec l'espérance mathématique (suivant j) de

$$\text{l'erreur quadratique, } IND = \frac{\sum_{k \in I} E[e_{j,k}^2] \cdot \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}}{\sum_{k \in I} \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}}, \text{ reste significatif.}$$

Nous sommes donc amenés à réexaminer les principales relations dans le nouveau contexte de l'erreur variable.

- Après l'égalisation fréquentielle (cf. figure 4.1), pour la sous-porteuse d'indice k , nous avons le signal $\tilde{X}_{j,k} + \eta_{j,k}$ avec :

$$E[\eta_{j,k}^2] = E\left[\frac{|\eta_{a_{j,k}}|^2}{|\hat{H}_{j,k}|^2}\right] = \sigma_{a_k}^2 \frac{E[|1 + e_{r_{j,k}}|^2]}{H_k^2}$$

dans l'hypothèse où l'estimée de la réponse en fréquence et le bruit additif d'une sous-porteuse véhiculant des données ne sont pas corrélées.

Pour de faibles valeurs de l'erreur relative d'estimation nous avons finalement, à nouveau, pour la puissance de bruit après égalisation fréquentielle :

$$E[\eta_{j,k}^2] \approx \frac{\sigma_{a_k}^2}{|H_k|^2} = \sigma_k^2$$

- Concernant l'approximation de la dégradation relative pour la sous-porteuse d'indice k , elle se reformule de la façon suivante :

$$\left(\frac{\Delta TES_k}{TES_k}\right)_{approx} = \left(Q^{-1}\left(\frac{TES_k}{4}\right)\right)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{E[\Delta X_{j,k}^2]}{\sigma_k^2} \text{ avec } \Delta X_{j,k} = e_{r_{j,k}} \cdot X_{j,k}$$

Puisque l'erreur relative d'estimation n'est pas corrélée avec le point de la constellation émis, cela nous permet d'écrire :

$$E[\Delta X_{j,k}^2] = E[e_{r_{j,k}}^2] \cdot E[X_{j,k}^2] = E[e_{r_{j,k}}^2] \cdot P_k$$

Dans l'hypothèse où l'erreur d'estimation est très inférieure à l'unité, nous avons :

$$|e_{r_{k,j}}| = \frac{|H_k - \hat{H}_{j,k}|}{|\hat{H}_{j,k}|} \approx \frac{|H_k - \hat{H}_{j,k}|}{|H_k|}$$

Sous ces conditions, nous obtenons pour la dégradation relative du taux d'erreur symbole :

$$\left(\frac{\Delta TES_k}{TES_k}\right)_{approx} = \left(Q^{-1}\left(\frac{TES_k}{4}\right)\right)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot E\left[|H_k - \hat{H}_{j,k}|^2\right] \cdot \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}$$

Nous pouvons donc en déduire que l'indicateur déterminé avec l'espérance mathématique (suivant j) de l'erreur d'estimation quadratique garde toute sa signification.

4.6 Conclusion

A partir d'une approximation de la dégradation relative du taux d'erreur symbole pour une constellation carrée, nous avons proposé un indicateur de performance, "proche" de l' E_{qm} et compatible avec la majorité des algorithmes d'allocation. Sa détermination est aisée et consiste à pondérer l'erreur quadratique avec le rapport $P_k / \sigma_{a_k}^2$. Toute l'originalité de l'indicateur réside dans cette pondération. Il sera, par conséquent, d'autant plus utile, pour comparer et/ou optimiser des techniques d'estimations de canal, que le bruit additif du canal sera coloré. Des simulations numériques de transmissions *DMT* avec différentes égalisations fréquentielles ont été effectuées, validant l'adéquation de l'indicateur avec la perte de performances. C'est à la lumière de l'indicateur proposé que nous allons reconsidérer, au prochain chapitre, l'estimation du canal utilisant des sous-porteuses pilotes réparties en peigne.

Chapitre 5

Quelques considérations sur l'optimisation des techniques d'estimation de canal par interpolation.

Exemples d'applications de l'indicateur aux PLC

5.1 Introduction

Ce chapitre aborde, en grande partie, la distribution de la puissance sur les sous-porteuses pilotes. Le contexte est celui du chapitre trois, les pilotes sont répartis en peigne suivant l'axe des fréquences. Nous traiterons des deux situations limites concernant l'erreur d'estimation : l'erreur due au bruit sur les pilotes négligeable ou prédominante par rapport à l'erreur d'interpolation.

Nous proposons, au paragraphe 5.2, une optimisation de la répartition de la puissance entre les sous-porteuses pilotes lorsque les erreurs d'estimation sont totalement dues à la présence de bruit. Selon que le critère corresponde à la minimisation de l'erreur quadratique moyenne ou à celle de l'indicateur, nous obtenons des résultats très différents. Le plus remarquable est que nous vérifions, en minimisant la valeur de l'indicateur, que la répartition uniforme de puissance sur les sous-porteuses pilotes est une solution sous-optimale mais de performances très proches de l'optimalité.

Le paragraphe 5.3 est dévolu à l'étude de l'autre cas limite. Nous y développons une première ébauche d'optimisation de la transmission avec un positionnement non-uniforme des sous-porteuses pilotes en fonction des spécificités de la ligne aux fréquences des pilotes.

5.2 Cas où l'erreur due au bruit sur les pilotes est prépondérante

Pour ce type d'erreur, nous disposons d'une expression analytique. Nous allons donc effectuer une approche théorique qui aboutira, après des simplifications de l'expression de l'erreur d'estimation, à une minimisation de l'indicateur grâce à une distribution ad hoc de la puissance sur les sous-porteuses pilotes. Les différents résultats seront alors validés en terme de taux d'erreur binaire par simulation.

5.2.1 Approche théorique

Pour la sous-porteuse d'indice k , l'erreur quadratique d'estimation Eq_k - qui correspond, rappelons-le, à l'espérance mathématique de l'erreur quadratique suivant j (temps) - s'apparente à l'erreur quadratique due au bruit Eq_{bruit_k} .

Nous avons donc, conformément aux relations établies au chapitre trois :

$$Eq_k = E \left[\left| H_k - \hat{H}_{j,k} \right|^2 \right] \approx \sum_n NPR_{n \cdot E_f} \cdot u^2 \left(\frac{k - n \cdot E_f}{E_f} \right)$$

avec $NPR_{n \cdot E_f}$ le rapport bruit sur signal pilote et $u(x)$ le noyau d'interpolation.

Si l'on considère maintenant que k appartient à l'intervalle $[n \cdot E_f, (n+1) \cdot E_f]$, alors la relation précédente se résume à

$$Eq_k = \sum_{i=-S^-+1}^{S^+} NPR_{(n+i) \cdot E_f} u^2 \left(\frac{k}{E_f} - n - i \right) \quad (5.1)$$

avec S^+ et S^- le support positif, respectivement le support négatif du noyau d'interpolation.

En guise d'illustration, nous avons représenté à la figure 5.1 la contribution de chacun des rapports bruit/signal (aux fréquences pilotes) à l'erreur quadratique, dans le cadre d'une simple interpolation linéaire ($S^+ = S^- = 1$).

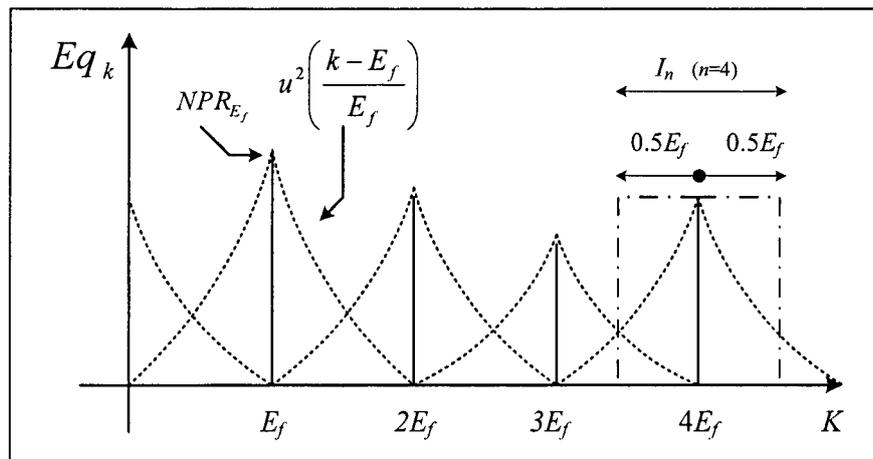


Fig. 5.1 : Répercussion des rapports bruit/signal sur l'erreur quadratique

A puissance de bruit donnée, on constate que la distribution de l'erreur quadratique suivant k est fonction de la répartition de la puissance sur les sous-porteuses pilotes. Puisqu'il est possible de moduler la valeur de l'erreur quadratique suivant la fréquence on peut, de ce fait, rechercher la façon optimale de répartir la puissance pilote selon le critère de l'indicateur minimum.

5.2.1.1 Simplification de Eq_k

Par application de la relation (4.11), nous pouvons écrire pour l'indicateur:

$$IND = \frac{1}{S} \cdot \sum_{\substack{k \\ (k \neq n \cdot E_f)}} Eq_k \cdot \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2} \text{ avec } S = \sum_{\substack{k \\ (k \neq n \cdot E_f)}} \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}$$

Comme le stipule l'équation (5.1), l'erreur Eq_k est la résultante des contributions de plusieurs sous-porteuses pilotes faisant intervenir les noyaux d'interpolations pris en valeur quadratique et décalés. Nous avons tracé aux figures 5.2 l'évolution des principaux noyaux d'interpolation élevés au carré en fonction de $x = k / E_f$. Ces différentes courbes présentent des décroissances relativement rapides. On peut alors supposer, en première approximation, que l'erreur quadratique d'estimation située dans un intervalle d'un demi E_f , de part et d'autre de la sous-porteuse pilote d'indice fréquentiel $n \cdot E_f$, ne dépend que du rapport NPR_{nE_f} pondéré

par le coefficient $\alpha_k = u^2 \left(\frac{k - n \cdot E_f}{E_f} \right)$ (cf. figure 5.1 pour $k = 4E_f$).

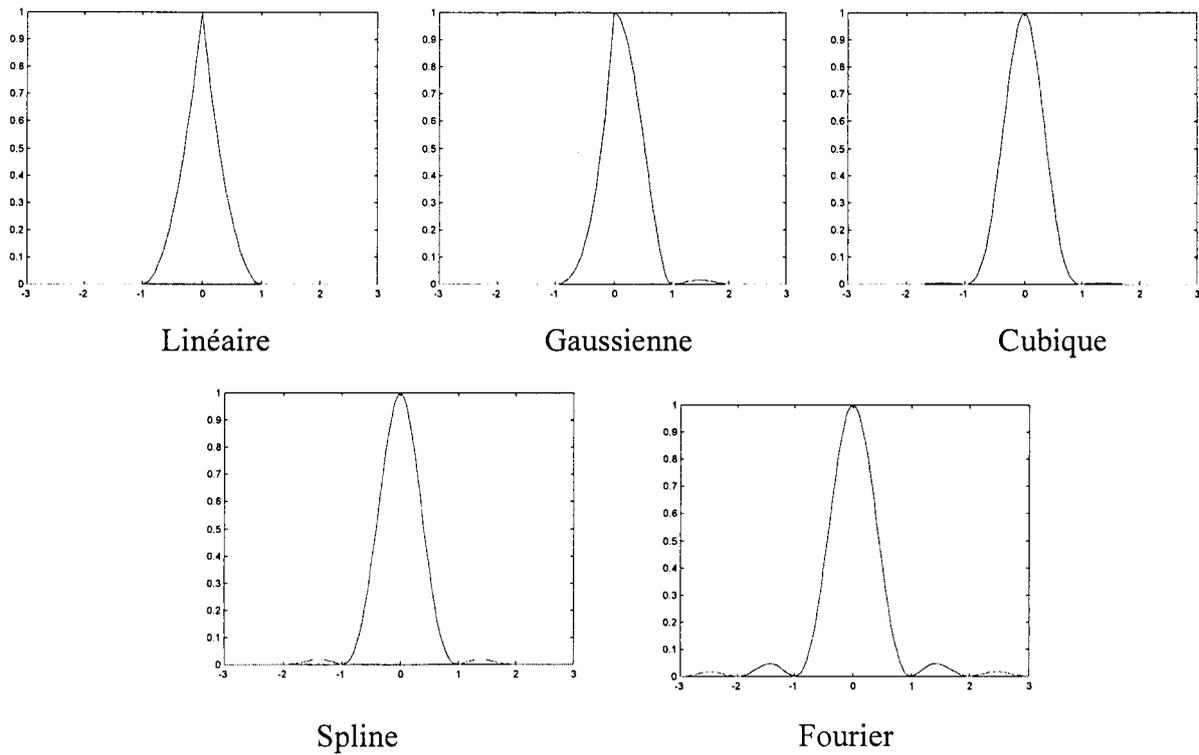


Fig. 5.2 : Noyaux d'interpolation au carré $(u(x))^2$

En notant I_n l'intervalle fréquentiel précédemment défini (intervalle de valeur E_f centré sur $n \cdot E_f$), et dans l'hypothèse où $Eq_k = \alpha_k \cdot NPR_{n,E_f}$ lorsque $k \in I_n$, nous aboutissons à une première écriture simplifiée pour l'indicateur :

$$IND = \frac{1}{S} \cdot \sum_{(k \neq n \cdot E_f)} Eq_k \cdot \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2} = \frac{1}{S} \cdot \sum_n \left(\sum_{k \in I_n} \alpha_k \cdot NPR_{n,E_f} \cdot \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2} \right) \quad (5.2)$$

$$\text{avec } I_n =](n - 0.5)E_f, nE_f - 1] \cup [nE_f + 1, (n + 0.5)E_f]$$

En remplaçant le rapport NPR_{n,E_f} par son expression en fonction de la puissance de bruit et

de la puissance de la sous-porteuse pilote, $NPR_{n,E_f} = \frac{\sigma_{a_{nE_f}}^2}{P_{pil_{nE_f}}}$, le terme de sommation portant

sur $k \in I_n$ dans (5.2) se réécrit de la façon suivante :

$$\sum_{k \in I_n} \alpha_k \cdot NPR_{n,E_f} \cdot \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2} = \sum_{k \in I_n} \alpha_k \cdot \frac{\sigma_{a_{nE_f}}^2}{P_{pil_{nE_f}}} \cdot \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}$$

Puisque le rapport $E_f/4096$, qui correspond à la valeur fréquentielle de l'intervalle I_n sur la bande passante totale, est en pratique très inférieur à l'unité, on peut donc considérer que le bruit est quasiment blanc sur l'intervalle I_n (i.e. : $\sigma_{a_k}^2 \approx \sigma_{a_{nE_f}}^2$ pour $k \in I_n$). Cette hypothèse nous permet d'obtenir une seconde écriture simplifiée pour l'indicateur :

$$IND = \frac{1}{S} \sum_n \left(\sum_{k \in I_n} \alpha_k \cdot \frac{\sigma_{a_{nE_f}}^2}{P_{pil_{nE_f}}} \cdot \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2} \right) \approx \frac{1}{S} \sum_n \left(\frac{S_n}{P_{pil_{nE_f}}} \right) \text{ avec } S_n = \sum_{k \in I_n} \alpha_k \cdot P_k \quad (5.3)$$

C'est à partir de cette expression simplifiée de l'indicateur que nous allons rechercher la distribution de puissance sur les pilotes qui minimise sa valeur.

5.2.1.2 Minimisation de l'indicateur sous la contrainte d'une puissance pilote totale donnée

Puisque les termes de sommation S (fonction de P_k et $\sigma_{a_k}^2$) et S_n (fonction de P_k et α_k) sont indépendants du niveau de puissance sur les pilotes, la minimisation de l'indicateur

consiste à minimiser le terme de sommation $\sum_n \left(\frac{S_n}{P_{pil_{nE_f}}} \right)$ sous la contrainte d'une puissance

pilote totale donnée $\sum_n P_{pil_{nE_f}} = P_{pil_{tot}}$. Au chapitre précédent, nous avons résolu un problème similaire avec les multiplicateurs de Lagrange (cf. § 4.4.3). Nous en déduisons donc que la répartition optimale de la puissance sur les pilotes, selon le critère de l'indicateur minimum, est donnée par la relation suivante :

$$P_{pil_{nE_f}} = \frac{\sqrt{S_n}}{\sum_n \sqrt{S_n}} \cdot P_{pil_{tot}} \text{ avec } S_n = \sum_{k \in I_n} \alpha_k \cdot P_k \quad (5.4)$$

5.2.1.3 Minimisation de l'Eqm sous la contrainte d'une puissance pilote totale donnée

Afin de comparer, à nouveau, le gain procuré par la minimisation de l'indicateur en simulation, nous avons recherché la répartition de la puissance sur les pilotes permettant de minimiser l'Eqm.

L'expression de l'Eqm, dans l'hypothèse où $Eq_k = \alpha_k \cdot NPR_{nE_f}$ lorsque $k \in I_n$, est donnée par :

$$Eqm = \frac{1}{N_u} \cdot \sum_{\substack{K \\ (k \neq n \cdot E_f)}} Eq_k = \frac{1}{N_u} \cdot \sum_n \left(\sum_{k \in I_n} \alpha_k \cdot NPR_{nE_f} \right) = \frac{1}{N_u} \cdot \sum_n \frac{1}{P_{pil_{nE_f}}} \left(\sigma_{a_{nE_f}}^2 \cdot \sum_{k \in I_n} \alpha_k \right)$$

La minimisation de l'erreur conduit alors à la répartition de puissance suivante :

$$P_{pil_{nE_f}} = \frac{\sqrt{S'_n}}{\sum_n \sqrt{S'_n}} \cdot P_{pil_{tot}} = R'_n \cdot P_{pil_{tot}} \text{ avec } S'_n = \sigma_{a_{nE_f}}^2 \cdot \sum_{k \in I_n} \alpha_k \quad (5.5)$$

5.2.1.4 Comparaison des différentes répartitions de puissance.

Si l'on s'intéresse à la minimisation de l'indicateur, la relation (5.4) laisse supposer que l'on obtient des répartitions de puissance sur les pilotes bien spécifiques en fonction du noyau d'interpolation utilisé puisque ce dernier intervient dans l'expression de S_n .

Cependant, au final, c'est le rapport $R_n = \frac{\sqrt{S'_n}}{\sum_n \sqrt{S'_n}}$ qui est à considérer pour la répartition de la

puissance, atténuant certainement l'incidence du noyau d'interpolation.

L'analyse de ce rapport nécessite la connaissance de la distribution de la puissance sur les différentes sous-porteuses - P_k - distribution donnée par un algorithme d'allocation. Nous nous proposons d'analyser, dans un premier temps, un cas particulier. Le canal, la densité spectrale de bruit ainsi que les principaux paramètres de l'ensemble de transmission nécessaire pour l'algorithme d'allocation sont donnés au paragraphe 5.2.2 dédié à la simulation. L'algorithme utilisé est celui de Marie Colin [COL] dissociant l'allocation des bits et de la puissance.

La répartition de la puissance sur les sous-porteuses sélectionnées P_k , pour le cas particulier que nous traitons, est donnée à la figure 5.3.

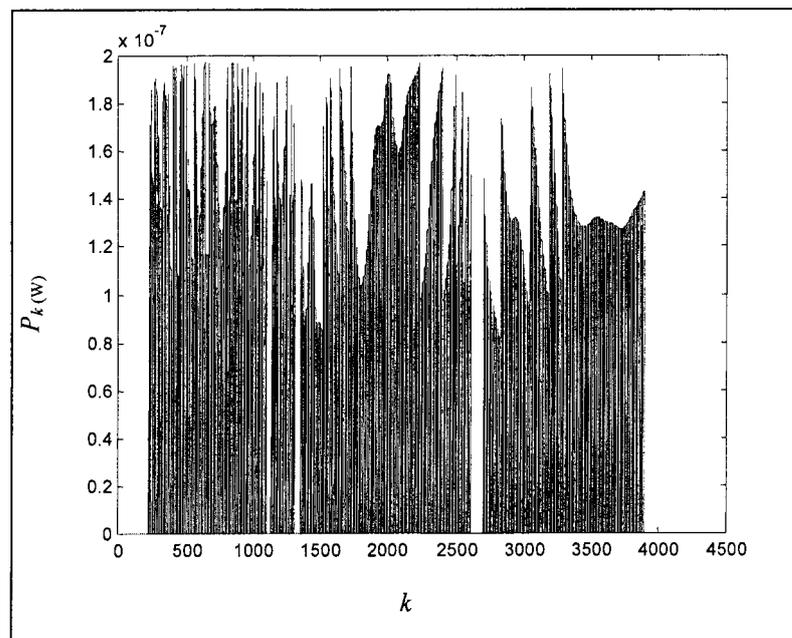


Fig. 5.3 : Répartition de la puissance sur les sous-porteuses d'indice k

Les sous-porteuses non-sélectionnées, incluant les sous-porteuses pilotes, ont une puissance allouée nulle. Nous avons représenté à la figure 5.4. l'évolution du rapport R_n pour une interpolation constante ($\alpha_k = 1$ avec $k \in I_n$). La courbe proposée à la figure 5.4 s'interprète, aussi, comme la répartition de la puissance sur les sous-porteuses pilotes pour une puissance totale, $P_{pil_{tot}}$, unitaire. Les valeurs nulles de puissance pilote sont liées aux valeurs nulles de puissances allouées aux sous-porteuses non-sélectionnées par l'algorithme d'allocation. Il est bien évident que, dans un contexte pratique, on s'interdira les valeurs nulles sauf, éventuellement, pour les sous-porteuses pilotes situées dans les bandes de garde lorsque les noyaux d'interpolation utilisés seront à valeur de support faible.

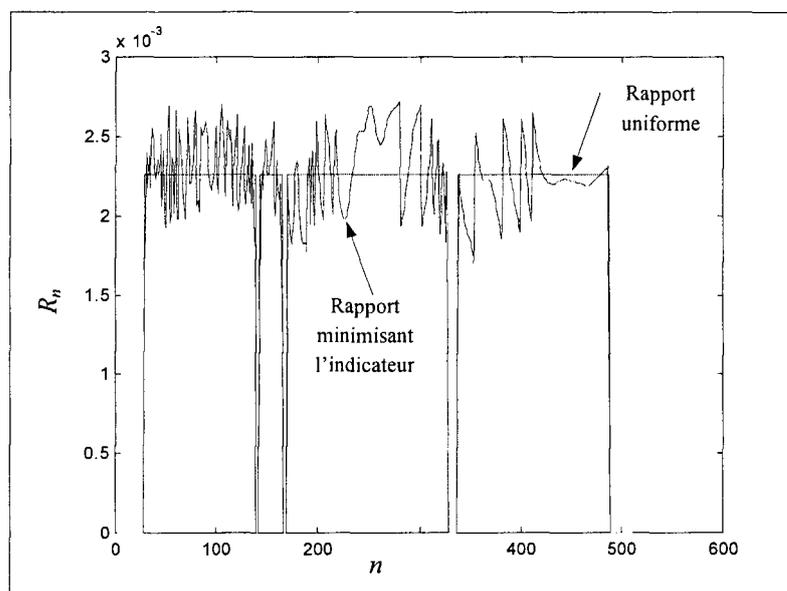


Fig. 5.4 : Evolution du rapport R_n , minimisant l'indicateur, en fonction de l'indice pilote n

Sur cette même figure, nous avons aussi représenté la répartition uniforme de puissance sur les pilotes. A titre indicatif, si l'on ne tient pas compte des valeurs nulles, nous avons un écart type pour la répartition minimisant l'indicateur qui est de l'ordre d'un dixième de sa valeur moyenne.

Les répartitions de puissance minimisant l'indicateur (R_n), pour les différents noyaux d'interpolation sont relativement semblables. Nous donnons ici les écarts par rapport à la répartition obtenue avec le noyau associé à une interpolation constante. A la figure 5.5, nous avons représenté l'écart pour une interpolation linéaire en (a), Gaussienne en (b) et cubique en (d).

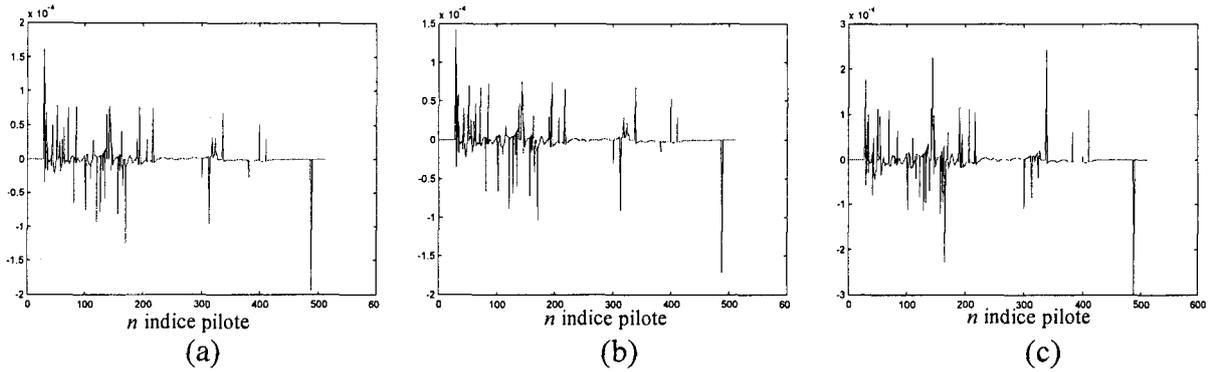


Fig. 5.5: Ecarts de répartitions de puissance pilote (Puissance pilote totale unitaire)

Ces écarts sont relativement faibles au regard de la valeur de la puissance, et montrent -pour le cas particulier que nous traitons- que la répartition de la puissance sur les pilotes minimisant l'indicateur est quasi-indépendante du noyau d'interpolation utilisé. Il ne nous est pas possible de généraliser mais nous pouvons préciser que cette indépendance vis-à-vis des techniques d'interpolation sera d'autant plus vraie que la répartition de la puissance donnée par l'algorithme d'allocation sera uniforme. L'indépendance totale est obtenue pour une puissance P_k constante, elle conduit à une répartition de la puissance uniforme et inversement proportionnelle au nombre total de pilotes.

On s'intéresse maintenant à la répartition de puissance sur les sous-porteuses pilotes minimisant l'erreur quadratique moyenne (relation 5.5). Elle est représentée à la figure 5.6 ainsi que la répartition uniforme, toujours pour une puissance $P_{pil_{tot}}$ unitaire. Cette répartition est directement liée à la densité spectrale du bruit. Elle est d'autant moins uniforme que le bruit est coloré.

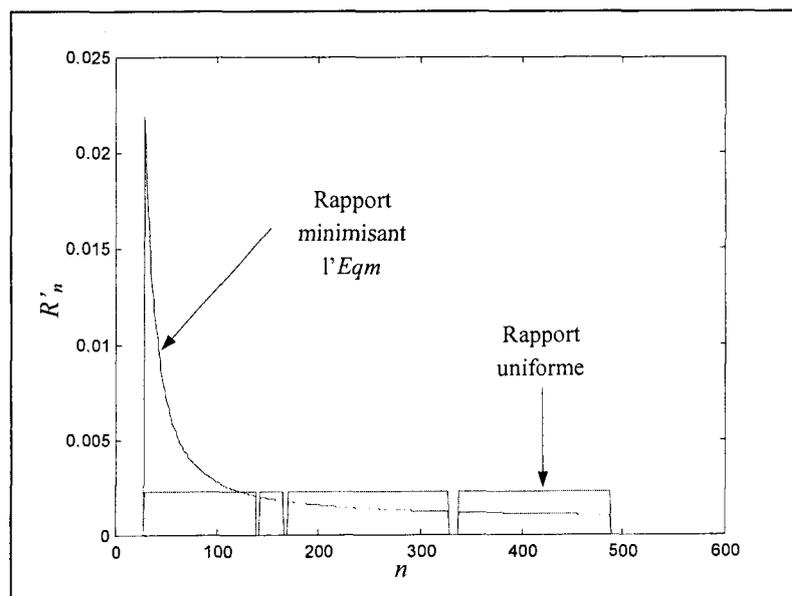


Fig. 5.6 : Evolution du rapport R'_n , minimisant l'Eqm, en fonction de l'indice pilote n .

5.2.2 Simulation

Nous avons simulé l'ensemble de transmission avec les différents profils de répartition de puissance sur les pilotes. Après une brève présentation des principaux paramètres de simulation, nous effectuerons une analyse des erreurs quadratiques, puis, les résultats –en terme de taux d'erreur binaire- seront présentés et commentés.

5.2.2.1 Paramètres

Les simulations ont été effectuées avec le canal théorique de Zimmermann (*cf.* page) et la densité spectrale de puissance proposée par Esmailian (*cf.* page). Le nombre de sous-porteuses est de 4096 et nous avons des bandes de garde, haute et basse, de 200. L'écartement fréquentiel entre les pilotes est de huit. La valeur de la puissance totale s'élève à $485\mu\text{W}$ et se répartit en $425\mu\text{W}$ pour les sous-porteuses transmettant des données et en $60\mu\text{W}$ pour les sous-porteuses pilotes ($P_{pilote} = N_{pil} \cdot \frac{P_{totale}}{N_u}$)

D'après certains résultats présentés au chapitre trois, pour cette combinaison de valeurs (bruit, puissance, écartement fréquentiel), nous sommes dans une situation où l'erreur due à la présence de bruit sur les pilotes est prédominante sur l'erreur d'interpolation (pilotes sans bruit) en valeur quadratique moyenne.

Les trois profils de puissance utilisés pour la simulation sont représentés à la figure 5.7.

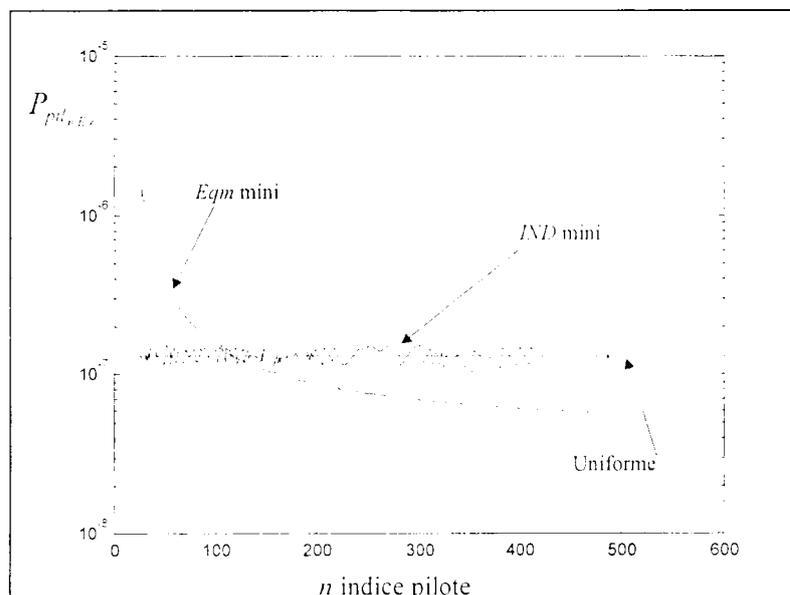


Fig. 5.7 : Profils de puissance pilote

Pour éliminer les valeurs nulles de puissances pilotes, nous avons alloué une puissance hypothétique correspondant au niveau moyen de puissance, aux sous-porteuses non sélectionnées par l'algorithme d'allocation. De plus, pour éviter que des problèmes aux limites liés aux techniques d'estimation ne viennent accroître les erreurs dans la zone de fréquence où l'on transmet les données, nous avons attribué, dans cette étude "académique",

un niveau de puissance non nul sur les pilotes situés dans les bandes de garde. L'estimation est alors effectuée avec la totalité des pilotes.

5.2.2.2 Analyse des erreurs quadratiques

Pour des raisons de commodité, nous proposons de considérer l'indicateur comme la moyenne de l'erreur quadratique Eq_k pondérée par un coefficient C_{pond_k} . Cette approche est basée sur l'expression de l'erreur quadratique moyenne (5.6) et une réécriture de l'indicateur (5.7) :

$$Eqm = \frac{1}{N_u} \cdot \sum_{k \in I} |H_k - \hat{H}_k|^2 = \frac{1}{N_u} \cdot \sum_{k \in I} Eq_k \tag{5.6}$$

$$IND = \frac{\sum_{k \in I} |H_k - \hat{H}_k|^2 \cdot \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}}{\sum_{k \in I} \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}} = \frac{1}{N_u} \cdot \sum_{k \in I} |H_k - \hat{H}_k|^2 \cdot \left(\frac{\frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2} \cdot N_u}{\sum_{k \in I} \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}} \right) = \frac{1}{N_u} \cdot \sum_{k \in I} Eq_k \cdot C_{pond_k} \tag{5.7}$$

avec

$$C_{pond_k} = \frac{\frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2} \cdot N_u}{\sum_{k \in I} \frac{P_k}{\sigma_{a_k}^2}}$$

Les valeurs du coefficient C_{pond_k} , dans le contexte de notre simulation, sont proposées à la figure 5.8. Il est, de ce fait, évident qu'une erreur placée à l'indice fréquentiel 500 n'aura pas la même répercussion sur le taux qu'une erreur de même valeur situé à l'indice 3500.

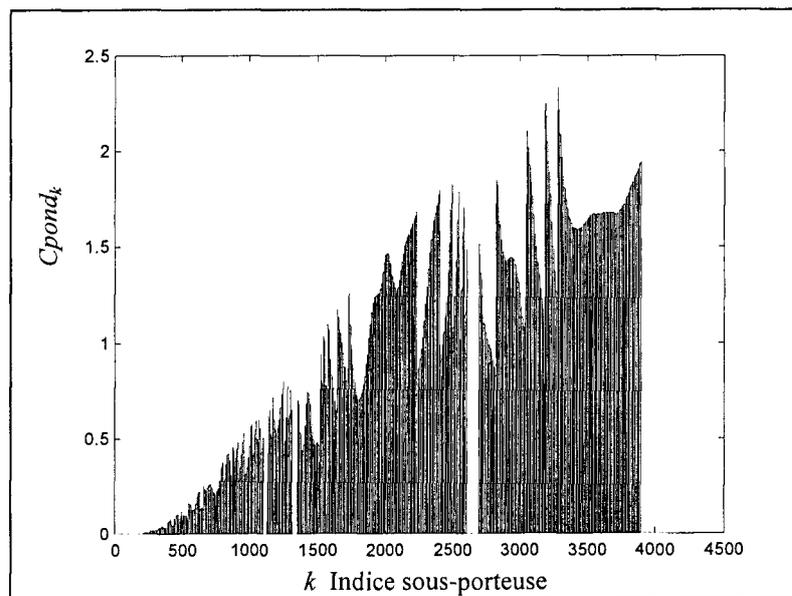


Fig. 5.8 : Répartition fréquentielle du facteur de pondération

Les erreurs quadratiques ont été estimées par simulation, pour une technique d'estimation, une répartition de puissance pilote et une séquence temporelle de bruit données, en effectuant une moyenne (suivant j) sur mille valeurs.

Dans le cas d'une distribution uniforme de la puissance sur les pilotes et d'une interpolation linéaire, la répartition de l'erreur quadratique et de l'erreur quadratique pondérée en fonction de k est représentée à la figure 5.9.

On constate qu'il y a une forte corrélation entre l'allure de Eq_k et la puissance du bruit additif, validant bien la prépondérance de l'erreur due au bruit sur l'erreur intrinsèque. Cela est renforcé par le fait que l'on obtient une erreur quadratique pondérée quasi-constante. En effet, puisque l'erreur est proportionnelle au niveau de bruit sur les pilotes et que le coefficient de pondération est inversement proportionnel au niveau de bruit entre les pilotes, il y a compensation. L'aspect accidenté de l'erreur pondérée est lié à la discontinuité de la puissance P_k (cf. figure 5.3) délivrée par l'algorithme d'allocation

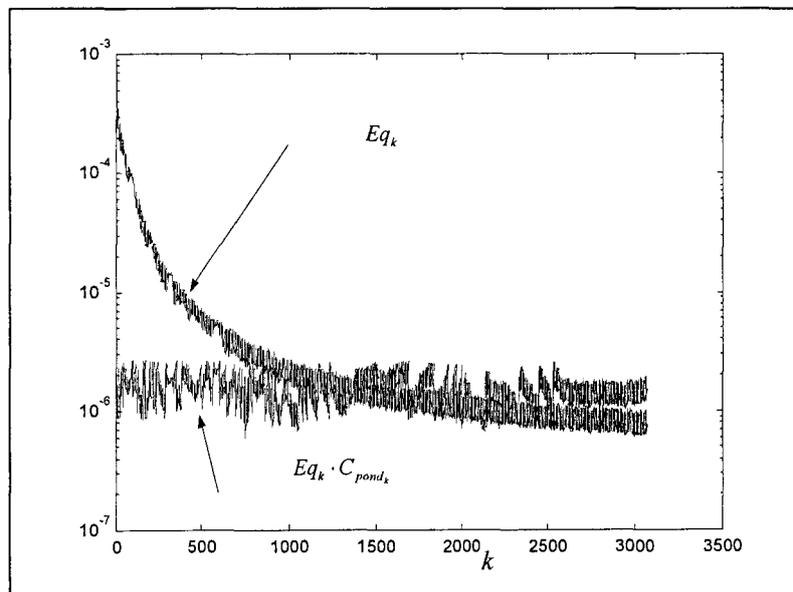


Fig. 5.9: Répartition des erreurs quadratiques

(Interpolation linéaire & puissance uniforme sur les pilotes)

Quoiqu'il en soit, pour une répartition uniforme de la puissance sur les pilotes, les erreurs d'estimation ont presque la même incidence sur la dégradation du taux d'erreur binaire puisque l'erreur pondérée est quasi-uniforme.

Aux figures 5.10 & 5.11, nous avons rapporté l'évolution de l'erreur quadratique Eq_k pour les deux autres profils de puissance pilote associés à une interpolation linéaire, puis, à une interpolation par *TFD*. L'incidence du niveau de puissance sur les erreurs est incontestable. On peut remarquer cependant que :

- Dans le cas d'une interpolation linéaire, pour le profil de puissance minimisant l' Eq_m (cf figure) imposant des niveaux élevés en basse

fréquence (et donc une erreur due au bruit plus faible), on voit apparaître localement l'erreur d'interpolation. Cette dernière est représentée à la figure 5.15, elle présente de fortes valeurs en basse fréquence.

- Pour l'interpolation par *TFD*, l'effet de bord (erreur d'interpolation) apparaît clairement dans les hautes fréquences.

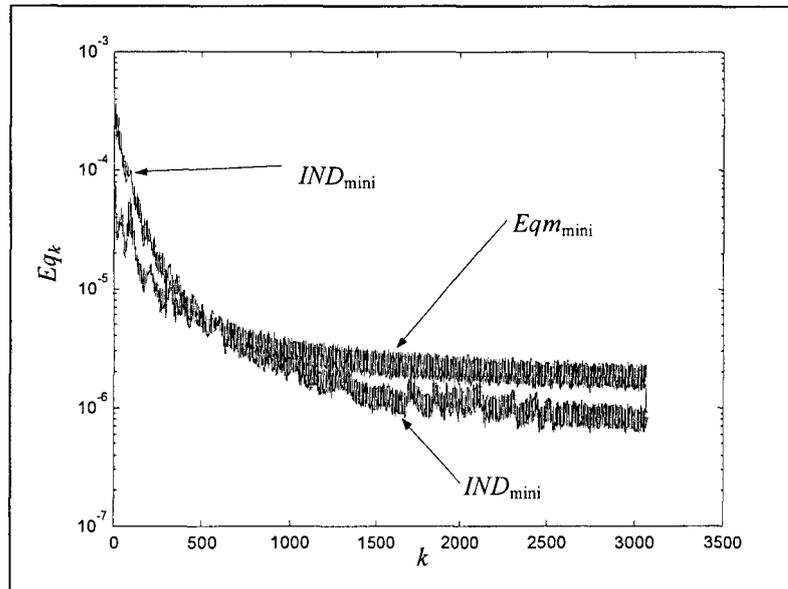


Fig. 5.10 : Evolution des erreurs quadratiques (Interpolation linéaire)

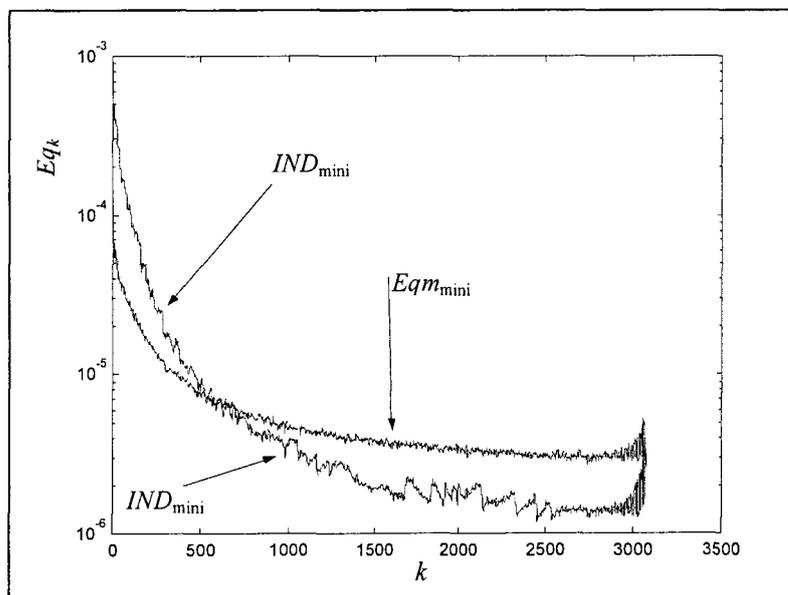


Fig. 5.11 : Evolution des erreurs quadratiques (Interpolation par *TFD*)

Quant aux erreurs quadratiques pondérées, nous avons seulement représenté celles qui sont relatives à l'interpolation linéaire pour les profils de puissance conduisant à l'indicateur mini (figure 5.12) et à l'*Eqm* mini (figure 5.13)

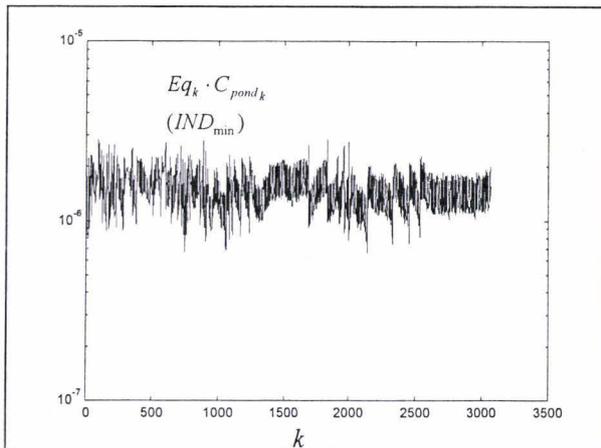


Fig. 5.12 : Erreur pondérée -IND mini

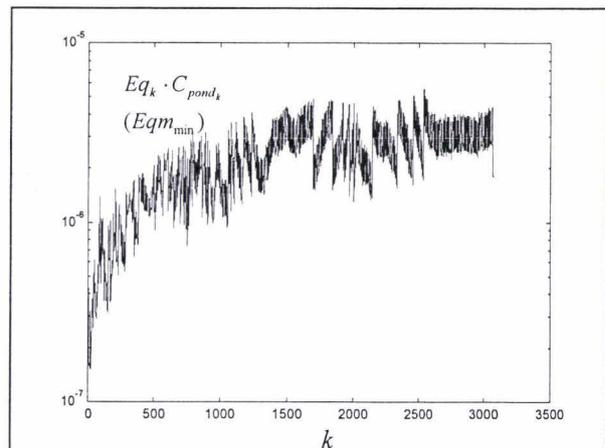


Fig. 5.13 : Erreur pondérée -Eqm mini

Ces figures exhibent des allures différentes. Pour la répartition de puissance minimisant l'indicateur, nous obtenons à nouveau une courbe quasi-plate et très proche de celle obtenue avec un profil de puissance pilote uniforme (cf. figure 5.9). En revanche, lorsque l'on cherche à minimiser l'Eqm, cela revient à diminuer faiblement l'erreur quadratique pondérée dans les basses fréquences (zone où le facteur de pondération est faible) et à l'augmenter de façon plus conséquente dans les hautes fréquences (zone où le facteur de pondération est élevé). Cela se traduira donc, globalement, par une augmentation de la valeur de l'indicateur.

Les différentes remarques précédentes sont confirmées par les valeurs numériques de l'indicateur et de l'erreur quadratique moyenne fournies au tableau 5.1.

Tout d'abord, nous obtenons les meilleurs résultats, que ce soit en terme d'indicateur ou d'Eqm, avec une interpolation linéaire corroborant la conclusion du chapitre trois. Suivant les profils de puissance, les minimisations attendues sont bien obtenues. Pour les profils de puissance uniforme et IND mini, nous obtenons des valeurs d'indicateur très proches (de l'ordre du dixième à quelques centièmes) laissant présager des valeurs quasi-similaires pour la TEB

	Linéaire			Gaussienne			Cubique		
	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3
IND/10 ⁻⁶	1,49	1,48	2,32	1,82	1,80	2,84	1,84	1,82	2,88
Eqm/10 ⁻⁶	9,13	9,1	4,6	10,4	10,8	4,99	10,67	10,67	4,92

Spline			TFD		
P1	P2	P3	P1	P2	P3
2	1,98	3,13	2,37	2,36	3,7
11,58	11,55	5,31	13,49	13,49	6,32

(Profils de puissance pilote : P1 puissance uniforme, P2 IND mini, P3 Eqm mini)

Tableau 5.1 : Valeurs de l'indicateur et de l'Eqm pour différents profils de puissance pilote

5.2.2.3 Résultats

Les valeurs des taux d'erreur binaire, provenant des simulations avec divers profils de puissance et différentes techniques d'estimation de canal sont données au tableau 5.2. Quel que soit le profil de puissance considéré, les taux d'erreur les plus faibles sont de loin obtenus avec une interpolation linéaire. Les techniques Gaussienne et cubique conduisent sensiblement aux mêmes résultats. Quant aux interpolations par Splines (cardinales) et *TFD* elles conduisent à un accroissement du *TEB* de l'ordre de 150 à 200% respectivement 350 à 450% par rapport à celui obtenu avec une interpolation linéaire. Si l'on compare maintenant les résultats obtenus en fonction des différents profils, il est évident que la minimisation de $L'Eqm$ n'est pas pertinente. Entre les taux d'erreur obtenus avec un profil uniforme et une répartition de puissance conduisant à la minimisation de l'indicateur, nous aboutissons à des écarts de l'ordre de 18%, sauf pour l'interpolation par *TFD* où les résultats sont identiques.

Profil/puissance	Linéaire	Gaussienne	Cubique	Spline	TFD
P3 : Eq_m mini	$2,85 \cdot 10^{-4}$	$5,3 \cdot 10^{-4}$	$5,5 \cdot 10^{-4}$	$7.2 \cdot 10^{-4}$	$12 \cdot 10^{-4}$
P2: <i>IND</i> mini	$3,66 \cdot 10^{-5}$	$7,5 \cdot 10^{-5}$	$7,9 \cdot 10^{-5}$	$11 \cdot 10^{-5}$	$20 \cdot 10^{-5}$
P1: Uniforme	$4,39 \cdot 10^{-5}$	$8,9 \cdot 10^{-5}$	$9,31 \cdot 10^{-5}$	$13 \cdot 10^{-5}$	$20 \cdot 10^{-5}$

Tableau 5.2: Taux d'erreur binaire pour les différents profils de puissance pilote –Résultats de simulations-

En guise de synthèse sur l'optimisation de la répartition de la puissance sur les sous-porteuses pilotes, lorsque l'erreur d'interpolation due au bruit est prépondérante par rapport à l'erreur d'interpolation, nous pouvons dire que les meilleurs résultats sont obtenus pour une minimisation de la valeur de l'indicateur. Le profil de puissance associé à la minimisation de l'indicateur est relativement proche d'une répartition uniforme allant à l'encontre d'un raisonnement -a priori plein de bon sens- qui consisterait à allouer plus de puissance sur les pilotes pour lesquels le niveau de bruit est le plus élevé (ce qui aurait été réalisé en minimisant $l'Eqm$).....

D'un point de vue pratique, bien que sous-optimale, la répartition uniforme de la puissance sur les sous-porteuses pilotes reste un choix judicieux, de part sa simplicité, quelle que soit la technique d'interpolation utilisée.

5.3 Cas où l'erreur d'interpolation est prédominante

Dans le cas où l'erreur d'estimation se résume à l'erreur d'interpolation (cas limite idéal, sous-porteuses pilotes sans bruit) une optimisation originale, pour les techniques d'interpolations à noyau de faible support, consiste à répartir les sous-porteuses pilotes de façon non uniforme. *Une telle optimisation réclame cependant la compréhension fine du mécanisme induisant les dégradations des performances en fonction du positionnement des pilotes.* C'est précisément l'explication de ce mécanisme que l'on va aborder dans ce paragraphe par l'intermédiaire de l'indicateur sous sa forme d'erreur quadratique pondérée moyenne. Ne disposant pas d'une expression analytique pour l'erreur quadratique d'interpolation et afin de conférer, malgré tout, à notre étude un caractère général, nous travaillerons avec deux "types" d'erreur. Par souci de clarté, et sans perte de généralité, nous ne considérerons, dans cette première approche, que l'interpolation linéaire.

Avant d'aborder la présentation des deux types d'erreur puis l'analyse des performances, nous allons, tout d'abord, définir le contexte de notre étude.

5.3.1 Contexte de l'étude (positionnement des pilotes)

L'ensemble de transmission travaille à débit constant. On peut alors considérer –en première hypothèse– que l'on utilise un nombre de pilotes fixe. De ce fait, une optimisation qui conduirait à un positionnement non uniforme des pilotes peut être perçue comme une opération de *déplacement* de pilotes, par rapport à une répartition initiale uniforme, assortie d'un gain au niveau des performances.

Partant d'une répartition uniforme des pilotes, on se propose donc d'analyser de façon élémentaire ce qui se passe lorsque l'on déplace l'un d'entre eux. Afin de concrétiser notre démarche, supposons que nous partions d'une répartition uniforme avec $E_f = 8$. Comme le montre la figure 5.14, le fait de déplacer un pilote engendre un écartement fréquentiel de 16 et deux écartements de 4 ou éventuellement d'autres combinaisons (3 & 5 ou 2 & 6 ou 1 & 7).

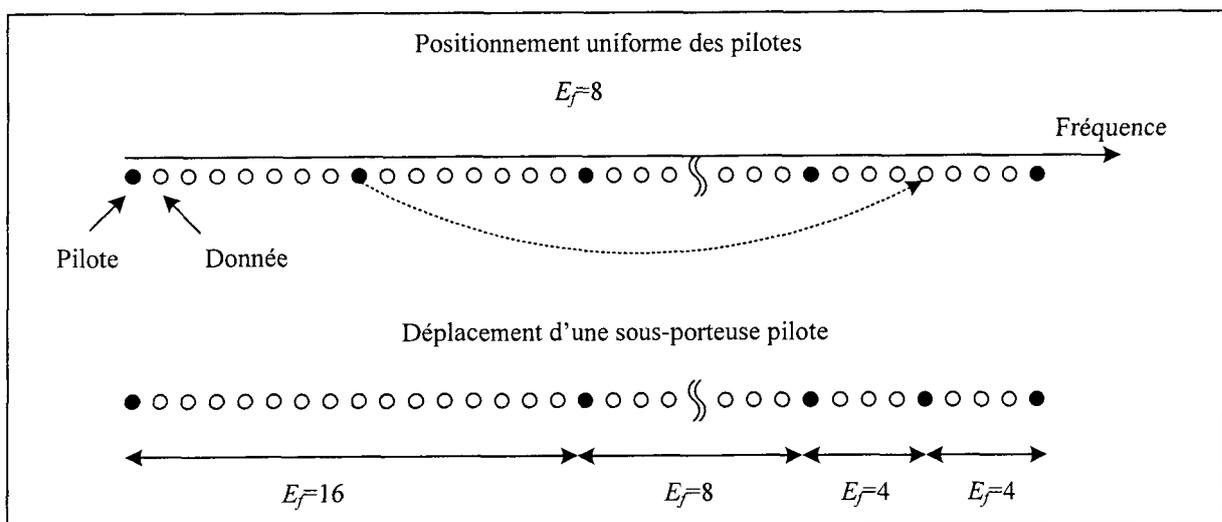


Fig. 5.14 : Déplacement d'une sous-porteuse pilote

Pour les deux types d'erreurs quadratiques d'interpolation, nous précisons leur évolution lors d'un déplacement de pilote.

5.3.2 Présentation des deux "types" d'erreur quadratique d'interpolation.

Les deux types d'erreurs quadratiques d'interpolation, sont basés sur des tendances énoncées au chapitre trois.

Les principales sont :

- L'erreur quadratique moyenne d'interpolation varie de façon monotone et non-linéaire en fonction de l'écartement fréquentiel E_f . En guise d'illustration, nous avons représenté à la figure 5.15 l'évolution de l'erreur quadratique moyenne en fonction de l'écartement fréquentiel, avec des échelles linéaires, pour le canal de Zimmermann et une interpolation linéaire (§).

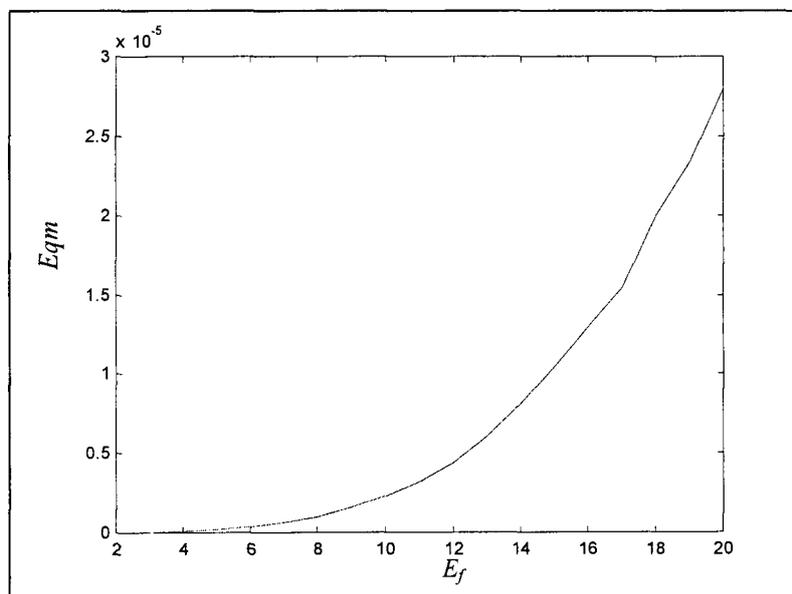


Fig. 5.15 : Evolution de l'erreur quadratique moyenne en fonction de l'écartement fréquentiel.
(interpolation linéaire)

- Selon la "régularité" de la réponse en fréquence du canal, que l'on souhaite estimer, la répartition de l'erreur quadratique d'interpolation est plus ou moins homogène. (*i.e.* il peut y avoir de fortes valeurs d'erreurs localisées dans les zones où la réponse en fréquence est plus accidentée.). Nous avons représenté à la figure 5.16 la répartition de l'erreur quadratique pour le canal de Zimmermann avec une interpolation linéaire et un écartement fréquentiel $E_f = 8$. On retrouve de fortes valeurs d'erreurs localisées dans les basses fréquences.

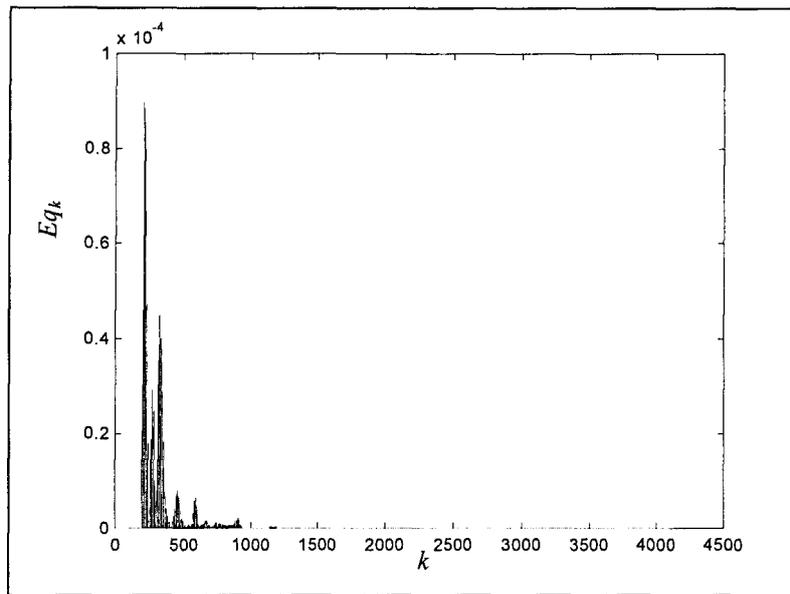


Fig. 5.16 : Répartition fréquentielle de l'erreur quadratique

5.3.2.1 Premier "type" d'erreur quadratique d'interpolation

Pour un écartement fréquentiel constant de huit et une interpolation linéaire, on considère que l'erreur quadratique d'interpolation entre deux pilotes évolue avec une allure "de type parabolique" et présente une valeur maximale Eq_0 . De plus, on supposera qu'elle est indépendante des pilotes consécutifs considérés, conformément à la représentation proposée à la figure 5.17. Ce type d'erreur est susceptible d'être obtenu avec un canal dont la réponse en fréquence est relativement homogène. En se référant à la figure 5.15, on constate que l'erreur quadratique moyenne se trouve multipliée par un facteur proche de dix lorsque l'écartement fréquentiel passe de huit à seize. Elle est quasiment divisée par dix lorsque E_f passe de huit à quatre. On supposera que les erreurs quadratiques entre deux pilotes consécutifs varient toutes dans les mêmes proportions. De ce fait, comme le montre la figure 5.17, lorsque l'on déplace un pilote, cela revient à remplacer trois "blocs d'erreurs" identiques de dimension sept (hors pilotes) et de valeur maximale Eq_0 par :

- un "bloc d'erreurs" de dimension 15 avec une valeur maximale $\alpha \cdot Eq_0$ (avec $\alpha \gg 1$)
- deux "blocs d'erreurs" identiques de dimension trois et de valeur $\beta \cdot Eq_0$ (avec $\beta \ll 1$).

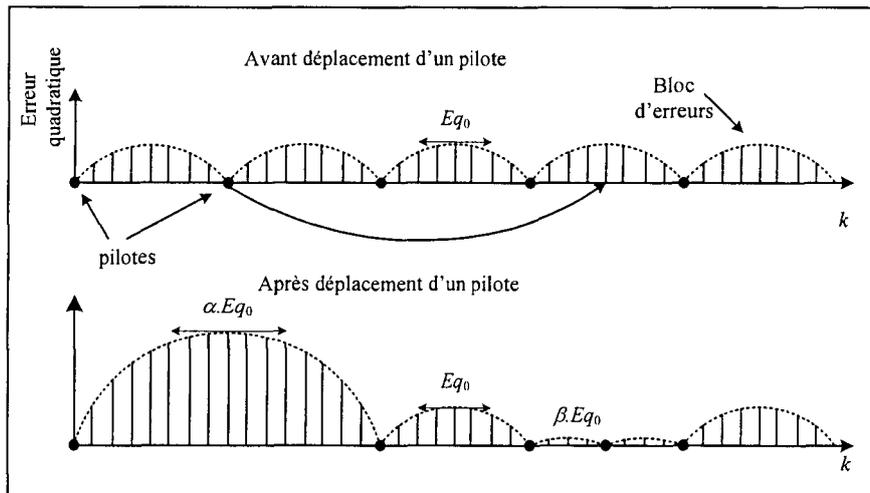


Fig. 5.17 : Déplacement d'un pilote (Premier type d'erreur)

5.3.2.2 Second "type" d'erreur quadratique d'interpolation

Pour ce second type, avant le déplacement d'un pilote, on suppose que les erreurs quadratiques sont identiques quels que soient les pilotes consécutifs considérés sauf localement, où elles présentent des valeurs beaucoup plus élevées. E_{q_1} . Une représentation graphique est proposée à la figure 5.18. Cela correspondrait à un canal dont la réponse en fréquence serait plus accidentée dans une zone de fréquence bien délimitée. Par voie de conséquence, les écarts entre les valeurs de sous-porteuses pilotes consécutives seront plus élevés dans cette même zone de fréquence permettant ainsi sa localisation d'un point de vue pratique.

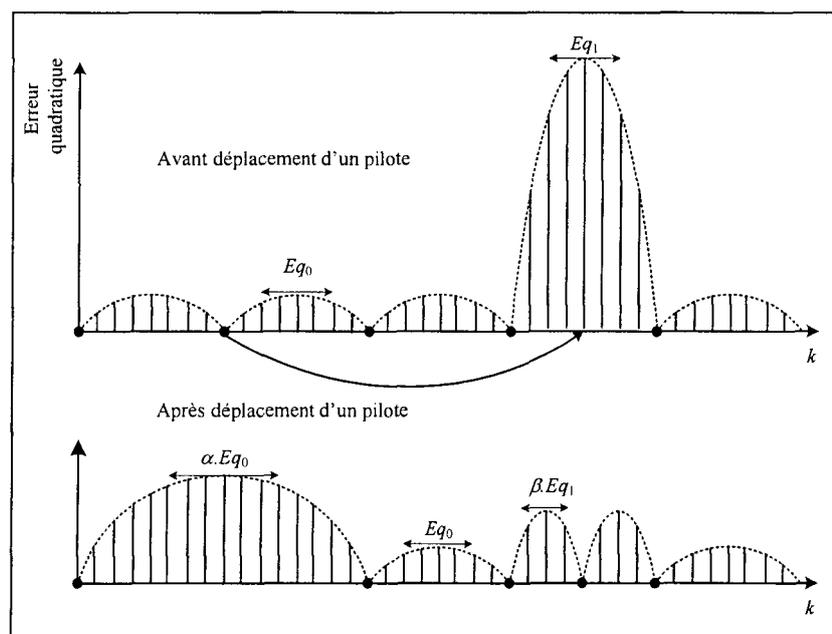


Fig. 5.18 : Déplacement d'un pilote (Second type d'erreur)

L'évolution des erreurs quadratiques lorsque l'on déplace un pilote, pour venir l'insérer au milieu de l'intervalle là où l'erreur est la plus élevée, est explicitée à la figure 5.18. On suppose que l'on puisse appliquer un facteur β sur le bloc d'erreur de valeur maximale Eq_1 , lorsque l'écartement fréquentiel passe de huit à quatre.

5.3.3 Analyse des performances associées au déplacement d'un ou plusieurs pilotes

C'est en étudiant l'évolution de *l'erreur quadratique pondérée* $Eq_k \cdot C_{pond_k}$ - *et donc celle de l'indicateur*- que nous allons mettre en évidence les modifications de performances, pour les deux types d'erreurs quadratiques d'interpolation, associées au déplacement d'un ou plusieurs pilotes.

5.3.3.1 Premier type d'erreur quadratique d'interpolation

Pour ce type d'erreur, la seule façon d'aboutir à un déplacement de pilote assorti d'un gain de performances consiste à exploiter l'évolution non-linéaire du facteur de pondération (on se référera à la figure 5.8) en fonction de la fréquence afin de contrecarrer la non-linéarité de l'erreur d'interpolation en fonction de l'écartement fréquentiel (α et β). Pour ce faire, on retire un pilote, là où le coefficient de pondération est le plus faible, pour le positionner dans la zone où le coefficient présente les valeurs les plus élevées.

Afin de faciliter, au maximum, l'analyse sans pour autant "dénaturer" notre raisonnement, nous supposons dans ce qui suit que la répartition de l'erreur quadratique d'interpolation entre deux pilotes consécutifs est uniforme (*i.e.* $Eq_k = Eq_0 \forall k$)

De ce fait, lors du déplacement d'un pilote, nous transformons la sommation partielle S_U définie de la façon suivante :

$$S_U = \sum_{k \in I_{inf}} Eq_0 \cdot C_{pond_k} + \sum_{k \in I_{sup}} Eq_0 \cdot C_{pond_k}$$

par la sommation partielle S_{NU} avec :

$$S_{NU} = \sum_{k \in I_{inf}} (\alpha \cdot Eq_0) \cdot C_{pond_k} + \sum_{k \in I_{sup}} (\beta \cdot Eq_0) \cdot C_{pond_k}$$

Les ensembles I_{inf} et I_{sup} contiennent les indices fréquentiels des erreurs dont la valeur a été modifiée après déplacement d'un pilote. L'ensemble I_{inf} regroupe les indices situés dans la partie inférieure du coefficient de pondération (valeurs minimales) et l'ensemble I_{sup} ceux situés dans la partie supérieure. Ces deux ensembles ne présentent pas le même cardinal.

Si l'évolution du coefficient de pondération en fonction de k est telle que

$$\sum_{k \in I_{inf}} \alpha \cdot C_{pond_k} \ll \sum_{k \in I_{sup}} \beta \cdot C_{pond_k} \quad (\text{i.e. le coefficient de pondération contrecarre la non-linéarité})$$

de l'erreur d'interpolation), alors les sommations portant sur I_{inf} sont négligeables et nous obtenons une diminution d'un facteur $1/\beta$ sur les sommations partielles définies précédemment.

Un tel résultat doit cependant être tempéré par le fait que le facteur $1/\beta$ ne se répercute pas directement sur la valeur de l'indicateur! Puisque nous nous intéressons aux performances de tout l'ensemble de transmission, le seul paramètre pertinent est la variation relative d'indicateur (après et avant déplacement d'un pilote) qui est donnée par :

$$\frac{\Delta IND}{IND} = \frac{S_{NU} - S_U}{\sum_{k \in I} E q_0 \cdot C_{pond_k}}$$

Pour aboutir à une variation relative d'indicateur significative, il faut que plusieurs déplacements de pilotes soient assortis d'un gain conséquent sur les sommations partielles.

En guise d'illustration, nous avons considéré une situation particulière où la puissance, délivrée par l'algorithme d'allocation, est uniforme. De ce fait, le coefficient de pondération se résume, à une constante multiplicatrice près, à l'inverse de la puissance de bruit. En travaillant avec le modèle théorique de bruit (Esmailian § 2.3.2.2) et en ne tenant pas compte des sous-porteuses non sélectionnées, nous obtenons -comme le montre la figure 5.19- une fonction strictement monotone pour le coefficient de pondération. Les facteurs α et β sont fixés à 10 et $1/10$ (cf. § 5.3.1.1) pour l'interpolation linéaire.

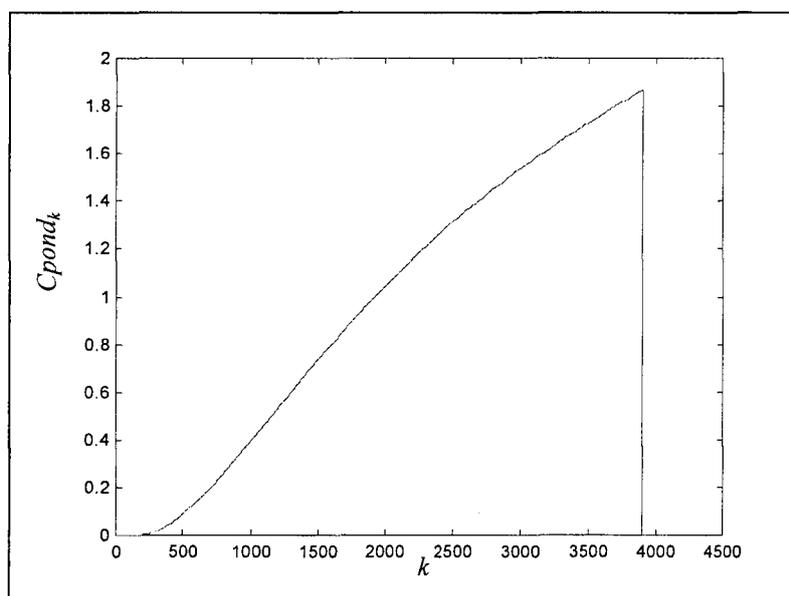


Fig. 5.19 : Coefficient de pondération (Puissance par sous-porteuse uniforme)

Nous proposons donc de déplacer plusieurs pilotes (N_d) de la zone où le coefficient de pondération est minimum (engendrant ainsi N_d intervalles avec un écartement fréquentiel de

16) vers la zone où le coefficient de pondération est maximum (créant N_d intervalles avec un écartement fréquentiel de 4). A la figure 5.20 nous avons représenté l'évolution, en fonction du nombre de pilotes déplacés N_d , des différentes sommations partielles suivantes :

- après les déplacements de N_d pilotes : $S_{\text{inf}_{NU}} = \sum_{k \in I_{\text{inf}}} (\alpha \cdot Eq_0) \cdot C_{\text{pond}_k}$,

$$S_{\text{sup}_{NU}} = \sum_{k \in I_{\text{sup}}} (\beta \cdot Eq_0) \cdot C_{\text{pond}_k} \text{ et } S_{NU} = S_{\text{inf}_{NU}} + S_{\text{sup}_{NU}}$$

- avant les déplacements : $S_{\text{inf}_U} = \sum_{k \in I_{\text{inf}}} Eq_0 \cdot C_{\text{pond}_k}$, $S_{\text{sup}_U} = \sum_{k \in I_{\text{sup}}} Eq_0 \cdot C_{\text{pond}_k}$ et

$$S_U = S_{\text{inf}_U} + S_{\text{sup}_U}$$

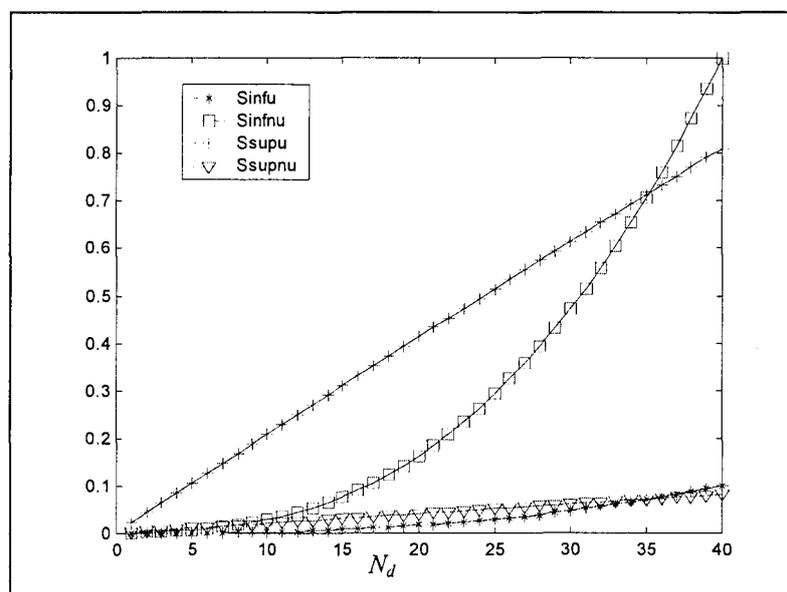


Fig. 5.20 : Evolution des différentes sommations partielles

Au fur et à mesure que le nombre de pilotes déplacés augmente, on constate que la sommation $S_{\text{inf}_{NU}}$, qui était négligeable devant S_{sup_U} pour $N_d=1$, croît très rapidement. Cela est directement lié à l'évolution du coefficient de pondération. Lorsque $N_d=30$, nous prenons en considération, pour le calcul de $S_{\text{inf}_{NU}}$, les valeurs de C_{pond_k} avec $200 < k < 200 + (30 \cdot 16) \approx 700$ (cf. figure 5.19).

L'évolution de la dégradation relative de l'indicateur en fonction du nombre de pilotes déplacés est représentée à la figure 5.21. L'allure de cette courbe découle directement de celles des sommations partielles. Il existe donc un nombre optimal de pilotes déplacés, ici 20, conduisant à la diminution maximale, de l'ordre de 4%, de la dégradation relative de l'indicateur.

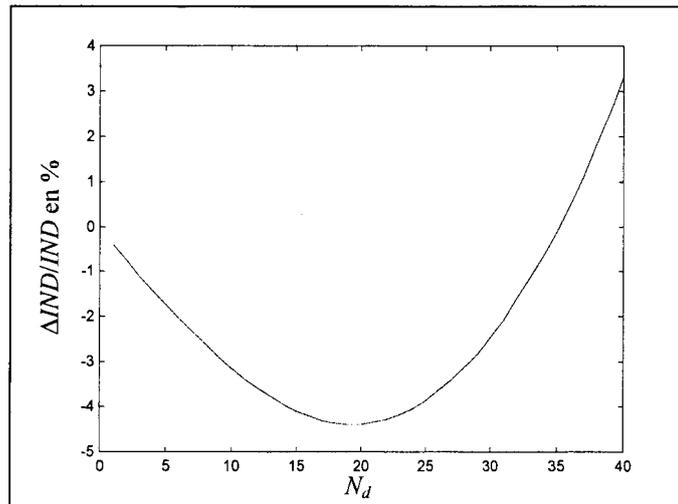


Fig. 5.21 : Variation de l'indicateur en fonction de N_d (marges 200/200).

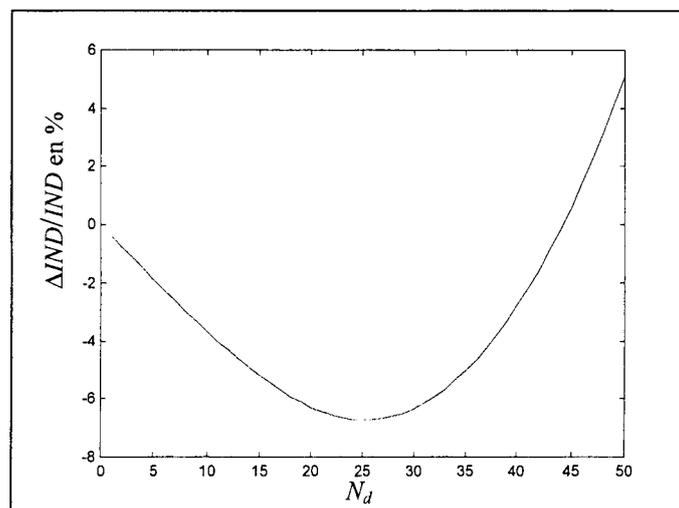


Fig. 5.22 : Variation de l'indicateur en fonction de N_d (marges 100/300).

Ce gain de 4 % est relativement modeste. Il s'explique, entre autres, par le fait que peu de pilotes soient concernés par le déplacement en valeur relative. Ce nombre est directement lié à l'allure du coefficient de pondération et, plus précisément, à la "taille" de la zone présentant de très faibles valeurs. Pour accroître artificiellement cette zone, nous avons décalé la plage de travail en fixant une bande de garde de 100 dans les basses fréquences et une marge de 300 en haute fréquence. Le résultat est proposé à la figure 5.22. La valeur maximale de la diminution est de l'ordre de 7% pour 25 pilotes déplacés. Une façon d'augmenter encore ce gain consisterait à ne pas utiliser un écartement uniforme de seize pour les 25 pilotes déplacés dans les basses fréquences, mais un écartement progressif en fonction de l'accroissement du coefficient de pondération tout en gardant le même nombre de pilotes..... Quoiqu'il en soit, le gain en terme de performances associé à un positionnement optimal de pilotes, pour le premier type d'erreurs quadratiques d'interpolation, dépend fortement de la densité spectrale

de puissance du bruit additif (qui impose le facteur de pondération) ainsi que des évolutions non-linéaires de l'erreur d'interpolation (facteurs α et β).

5.3.3.2 *Second type d'erreur quadratique d'interpolation*

Conformément au second type, l'erreur d'interpolation exhibe localement de fortes valeurs. Le gain de performances, au regard de l'indicateur, dépend de la localisation de ces erreurs par rapport à la valeur du coefficient de pondération.

- Si les fortes valeurs d'erreur sont situées là où le facteur de pondération est élevé, il sera alors judicieux de déplacer un ou plusieurs pilotes pour accroître les performances.
- Si, a contrario, les fortes valeurs d'erreur sont situées dans une zone où le coefficient de pondération présente les plus faibles valeurs, alors le déplacement de pilotes ne présentera que des désavantages !

Encore une fois, si le nombre de sous-porteuses concernées par le déplacement était faible, alors, le gain obtenu serait, bien entendu, modeste.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, deux situations concernant l'erreur d'estimation ont été envisagées. Pour la première, lorsque l'erreur due à la présence de bruit sur les pilotes est prépondérante, la répartition de la puissance sur les sous-porteuses pilotes a une répercussion directe sur le taux d'erreur binaire. Nous avons établi une répartition optimale en minimisant la valeur de l'indicateur. Cette répartition sera d'autant plus proche d'une distribution uniforme que le niveau de puissance par sous-porteuse délivré par l'algorithme d'allocation sera constant. Bien que sous-optimale, la répartition uniforme reste un choix pertinent en terme de compromis simplicité de mise en œuvre/performances. Les résultats ont été validés par des simulations. Concernant la seconde situation, pour laquelle l'erreur d'interpolation est prépondérante, nous avons explicité, à partir de deux types d'erreur quadratique d'interpolation associés à la pondération introduite par l'indicateur, le lien entre le déplacement d'un ou plusieurs pilotes et le gain de performances. A partir d'une connaissance plus approfondie de l'erreur d'interpolation (étude mathématique et/ou campagnes de mesures), il sera possible, grâce à l'étude que nous avons menée, de déterminer un positionnement optimal des sous-porteuses pilotes pour les techniques d'interpolation à faibles valeurs de support.

Conclusion générale et perspectives

Dans ce mémoire, nous avons présenté une méthode de comparaison des différentes techniques d'interpolation pour les systèmes multi-porteuses avec des pilotes répartis en peigne ainsi qu'un outil d'optimisation -indicateur de performances- adapté aux systèmes DMT et d'une façon générale à l'OFDM adaptative.

La méthode de comparaison, des techniques d'interpolation, s'appuie sur une écriture convolutive de l'interpolation - afin d'être le plus général possible - associée à une décomposition originale de l'erreur d'estimation. Cette méthode a été appliquée au canal PLC, mettant en lumière toute l'importance du rapport signal à bruit des pilotes et montrant dans certains cas que les techniques d'interpolation les plus simples conduisent aux meilleurs résultats.

La méthode précédente est basée sur une comparaison des erreurs quadratiques moyennes. Afin de comparer et d'optimiser de façon plus objective les techniques d'interpolation dans le cadre d'une transmission DMT, nous avons proposé un indicateur de performances, proche de l'EQM et de détermination aisée, tenant compte des caractéristiques de chaque sous-porteuse. Pour illustrer son application, nous avons recherché une répartition de puissance optimale sur les pilotes pour des transmissions sur le canal PLC. Des simulations, en terme de taux d'erreur binaire, valident la pertinence des résultats.

Nos travaux présentent de nombreuses possibilités de poursuite. Tout d'abord, la méthode de comparaison pourra être affinée, dans le cadre des PLC, en recherchant un modèle spécifique pour l'erreur d'interpolation à partir d'une approche conjointe mathématique et expérimentale. Cette technique de comparaison pourra être facilement étendue aux canaux mobiles puisque l'on dispose, pour ces derniers, de modèles.

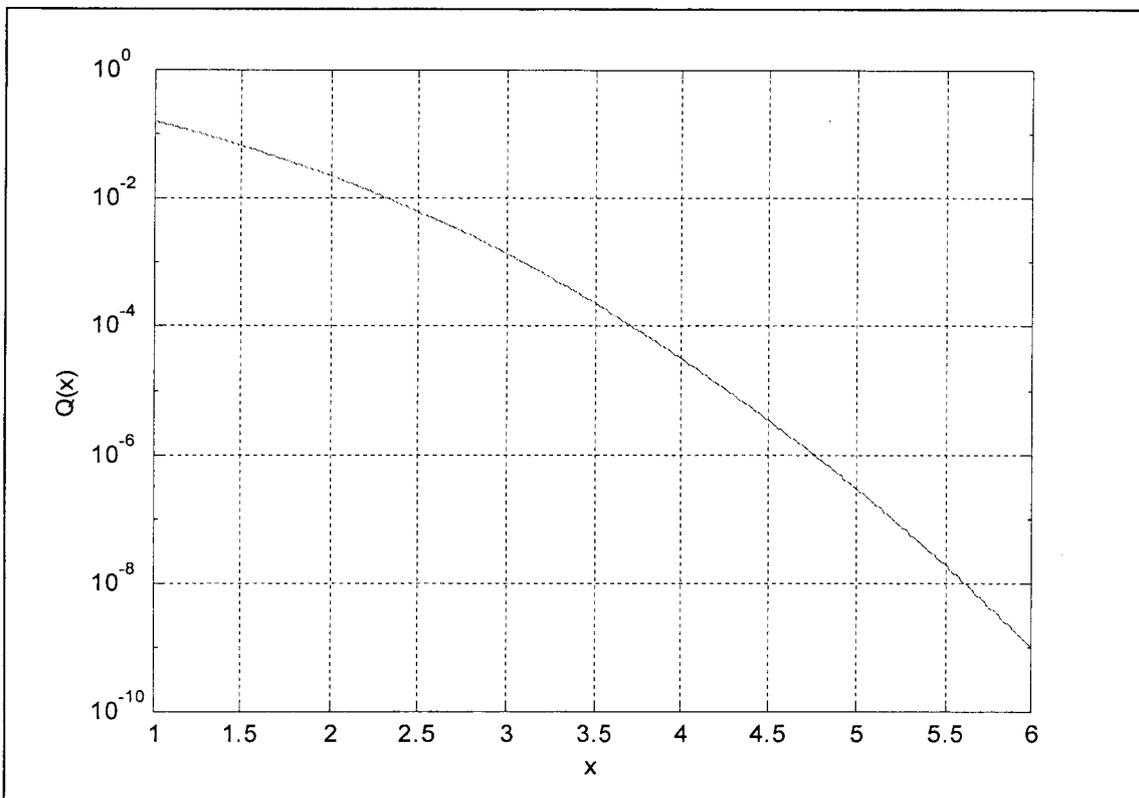
Concernant l'indicateur et, plus particulièrement, l'optimisation de la répartition de la puissance sur les pilotes, il serait intéressant de considérer les techniques d'estimation plus élaborées, telles que le maximum de vraisemblance ou les méthodes basées sur des changements de domaines et filtrage.

Finalement, afin d'obtenir une solution "implémentable" et d'effectuer des tests physiques, il sera essentiel d'analyser la dégradation de performances engendrée par la connaissance non-parfaite du canal pour le bit loading. Cette analyse pourra s'inspirer de celle qui a été menée pour l'indicateur avec, cette fois, comme paramètre de constellation sur ou sous-estimé, la distance euclidienne d_k .

Annexes

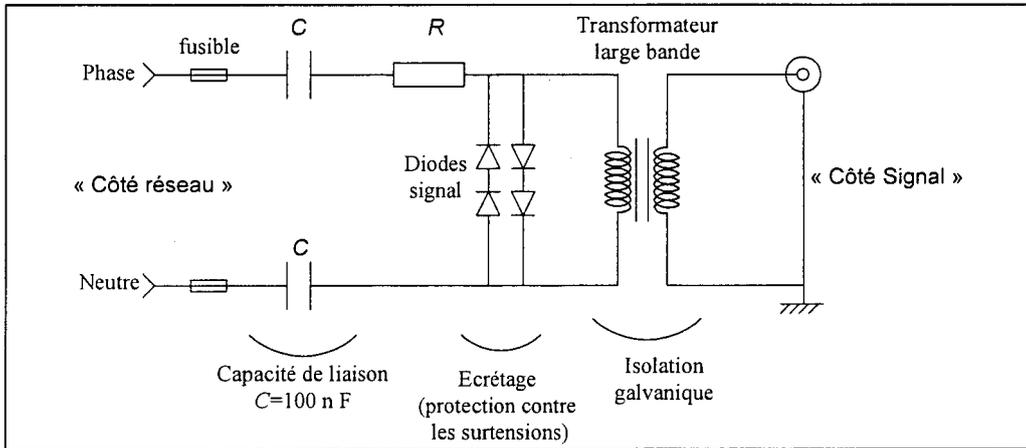
-- Annexe1--

Fonction $Q(x) = \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du$

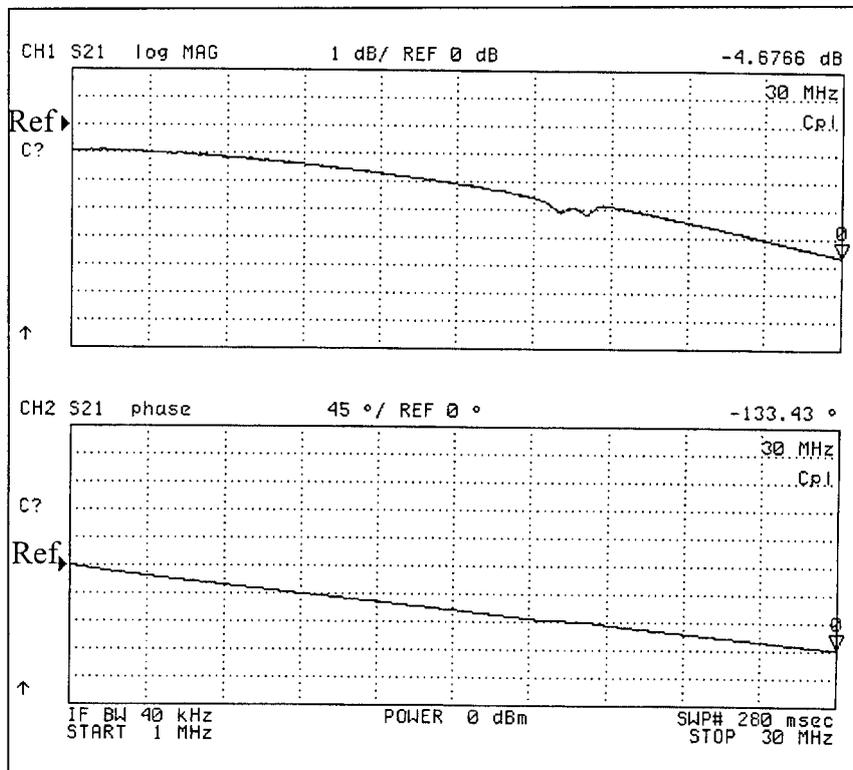


Annexe 2

Schéma électrique du coupleur



Réponses en fréquence (gain et phase) mesurées
Coupleurs en cascade



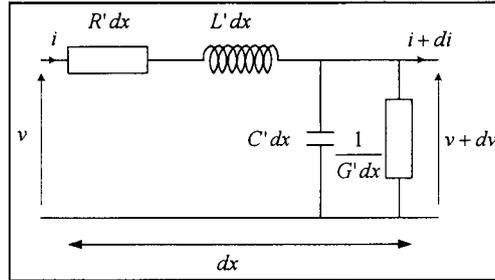
Gain dB

Phase

Annexe 3

Ligne en régime sinusoïdal

Une ligne homogène peut être caractérisée par ces éléments linéiques R' , L' , G' et C' - appelés paramètres primaires. Le schéma équivalent d'un tronçon de ligne de longueur dx est le suivant :



En exploitant cette modélisation, nous aboutissons à l'équation dite « équation des télégraphistes » :

$$-\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = R' \cdot G' \cdot v + (R' \cdot C' + L' \cdot G') \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + L' \cdot C' \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (\text{même équation en } i)$$

Dans le cas particulier du régime sinusoïdal (de pulsation ω), les solutions générales de l'équation des télégraphistes sont de la forme :

$$\begin{cases} V(x) = V_i \cdot e^{-\gamma \cdot x} + V_r \cdot e^{\gamma \cdot x} \\ I(x) = I_i \cdot e^{-\gamma \cdot x} + I_r \cdot e^{\gamma \cdot x} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

avec : V_b , V_r , I_b et I_r des constantes d'intégration (Conditions aux bornes).

$$\gamma = \sqrt{(R' + jL'\omega) \cdot (G' + jC'\omega)}, \text{ la fonction de propagation.} \quad (\text{A.2})$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{R' + jL'\omega}{G' + jC'\omega}} = \frac{V_i}{I_i} = \frac{V_r}{I_r}, \text{ l'impédance caractéristique.} \quad (\text{A.3})$$

La fonction de propagation et l'impédance caractéristique constituent les paramètres secondaires de la ligne.

Si, pour l'abscisse $x = 0$, les valeurs prises par la tension et le courant sont V_0 et I_0 nous pouvons alors à l'aide de (A.1) et (A.3) exprimer les constantes d'intégration en fonction de V_0 , I_0 et Zc .

En reportant les valeurs des constantes dans (A.1) nous aboutissons finalement aux relations donnant les valeurs de la tension et du courant en fonction de l'abscisse x :

$$\begin{cases} V(x) = V_0 \cdot ch(\gamma \cdot x) - Zc \cdot I_0 \cdot sh(\gamma \cdot x) \\ I(x) = I_0 \cdot ch(\gamma \cdot x) - \frac{V_0}{Zc} \cdot sh(\gamma \cdot x) \end{cases} \quad (A.4)$$

Glossaire

ADSL	Asymmetric Digital Subscriber Line
CAN	Convertisseur Analogique Numérique
CNA	Convertisseur Numérique Analogique
DMT	Discrete MultiTone modulation
Eqm	Erreur Quadratique Moyenne
FEQ	Frequency EQualizer
(I)FFT	(Inverse) Fast Fourier Transform
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
PLC	Power Line Communications
QAM	Quadrature Amplitude Modulation
SNR	Signal to Noise Ratio
TEB	Taux d'Erreur par Bit
TES	Taux d'Erreur par Symbole
TFD(I)	Transformée de Fourier Discrète (Inverse)

Liste des figures

Fig. 1.1: Représentation de trois sous-porteuses dans le domaine temporel pour un symbole _____	6
Fig. 1.2 : Représentation de trois sous-porteuses dans le domaine fréquentiel _____	6
Fig. 1.3 : Illustration de l'intervalle de garde _____	7
Fig. 1.4 : Illustration du préfixe cyclique _____	8
Fig. 1.5: Structure élémentaire d'un ensemble OFDM avec préfixe cyclique _____	9
Fig. 1.6 : Constellations pour $b_k = 2, 3, 4$ et 5 . _____	11
Fig. 1.7 : Représentation partielle d'une constellation. (réception) _____	15
Fig. 1.8 : Chaîne de transmission DMT (contexte ADSL) _____	16
Fig. 1.9 : Répartition de la puissance avec la technique du "Water filling" _____	20
Fig. 1.10 : Répartition des bits avec la technique du "Water filling" _____	24
Fig. 1.11 : Illustration de " b_k fonction de λ / g_k " _____	24
Fig. 2.1 : Représentation schématique du réseau de distribution électrique _____	27
Fig. 2.2 : Modélisation du canal indoor _____	28
Fig. 2.3 : Représentation simplifiée de la distribution électrique en milieu résidentiel _____	29
Fig. 2.4 : Réponse impulsionnelle mesurée _____	30
Fig. 2.5 : Réponse en fréquence mesurée. _____	31
Fig. 2.6 : Réponse du canal à un sinus lors de la mise sous tension d'une lampe _____	32
Fig. 2.7 : Réseau "indoor" élémentaire _____	33
Fig. 2.8 : Module de la réponse en fréquence (Modèle de Philipps) _____	35
Fig. 2.9 : Module de la réponse en fréquence - Modèle de Zimmermann et Dostert _____	36
Fig. 2.10 : Réponse impulsionnelle - modèle de Modèle de Zimmermann et Dostert _____	37
Fig. 2.11 : Densité spectrale de bruit mesurée _____	38
Fig. 2.12 : Densité spectrale de bruit- Mesure et modèle (Esmailian) _____	40
Fig. 2.13 : Estimation de la puissance de bruit - Cas de l'ADSL. _____	41
Fig. 2.14 : Ensemble de transmission sur le canal PLC _____	42
Fig. 2.15 : Répartition des bits avec l'algorithme de M. Colin _____	44
Fig. 2.16 : Répartition de la puissance avec l'algorithme de M.Colin _____	45
Fig. 3.1 : Positionnement des sous-porteuses pilotes _____	48
Fig. 3.2 : Exemples de répartitions des sous-porteuses pilotes _____	48
Fig. 3.3 : Représentations graphiques des noyaux d'interpolation ($u(x)$) _____	52
Fig. 3.4 : Sinus cardinal _____	52
Fig. 3.5 : Canal théorique _____	54
Fig. 3.6 : Canal mesuré _____	54

Fig. 3.7: Canal mesuré, évolution de l' <i>Eqm</i> en fonction de l'écartement fréquentiel	56
Fig. 3.8 : Canal théorique, évolution de l' <i>Eqm</i> en fonction de l'écartement fréquentiel	57
Fig. 3.9 : Canal théorique (partie régulière), évolution de l' <i>Eqm</i> en fonction de l'écartement E_f	57
Fig. 3.10 : Valeur quadratique de l'erreur, pour un rapport <i>NPR</i> unitaire, en fonction de $Z = (k - N \cdot E_f) / E_f$	59
Fig. 3.11 : Valeur quadratique de l'erreur due à un bruit coloré en fonction de k	59
Fig. 3.12 : Evolution de l'erreur quadratique moyenne due au bruit en fonction de l'écartement fréquentiel	60
Fig. 3.13 : Illustration du principe de la technique du "zero padding"	61
Fig. 3.14 : Noyau de Dirichlet	62
Fig. 3.15: Partie réelle de l'erreur d'interpolation en fonction de k -Canal théorique-	64
Fig. 3.16 : Partie réelle de l'erreur d'interpolation en fonction de k -Canal mesuré-	64
Fig. 3.17: Partie réelle du canal mesuré et erreur d'interpolation associée pour $150 \leq k \leq 400$	64
Fig. 3.18: Evolution de l' <i>Eqm_{int}</i> en fonction de E_f pour le canal théorique	65
Fig. 3.19: Evolution de l' <i>Eqm_{int}</i> en fonction de E_f pour le canal mesuré	65
Fig. 3.20 : Erreur quadratique due au bruit en fonction de k	66
Fig. 3.21 : Erreur quadratique moyenne due au bruit en fonction de E_f	66
Fig. 3.22 : Canal théorique. Evolution de l' <i>Eqm</i> totale en fonction de E_f	68
Fig. 3.23 : Canal théorique. Evolution du rapport des <i>Eqm</i> (bruit/int) en fonction de E_f	68
Fig. 3.24 : Canal réel. Evolution de l' <i>Eqm</i> totale en fonction de E_f	69
Fig. 3.25: Canal réel. Evolution du rapport des <i>Eqm</i> (bruit/int) en fonction de E_f	69
Fig. 4.1: Modélisation fréquentielle de l'ensemble de transmission relatif à la sous-porteuse k	72
Fig. 4.2 : Représentation partielle de la constellation	73
Fig. 4.3 : Evolution de la dégradation relative du taux d'erreur symbole en fonction de l'erreur relative d'estimation.	76
Fig. 4.4 : Réponse en fréquence du canal	82
Fig. 4.5 : Densité spectrale du bruit	82
Fig. 4.6 : Répartition des bits	82
Fig. 4.7 : Répartition de la puissance	82
Fig. 4.8 : Facteur de pondération	83
Fig. 4.9: Répartition de l'erreur quadratique- module décroissant-	84
Fig. 4.10: Répartition de l'erreur quadratique- module croissant et permutation circulaire-	84
Fig. 4.11 : Répartition aléatoire de l'erreur quadratique	84
Fig. 4.12: Evolution de la dégradation relative Δ_{TEB} / TEB en fonction de l'indicateur, avec l' <i>Eqm</i> maintenue constante	85
Fig. 4.13 : Estimation par symbole pilote - Treillis temps/fréquence.	86
Fig. 5.1 : Répercussion des rapports bruit/signal sur l'erreur quadratique	93
Fig. 5.2 : Noyaux d'interpolation au carré $(u(x))^2$	94

Fig. 5.3 : Répartition de la puissance sur les sous-porteuses d'indice k	96
Fig. 5.4 : Evolution du rapport R_n , minimisant l'indicateur, en fonction de l'indice pilote n	97
Fig. 5.5: Ecart de répartition de puissance pilote (Puissance pilote totale unitaire)	98
Fig. 5.6 : Evolution du rapport R'_n , minimisant l' E_{qm} , en fonction de l'indice pilote n .	98
Fig. 5.7 : Profils de puissance pilote	99
Fig. 5.8 : Répartition fréquentielle du facteur de pondération	100
Fig. 5.9: Répartition des erreurs quadratiques	101
Fig. 5.10 : Evolution des erreurs quadratiques (Interpolation linéaire)	102
Fig. 5.11 : Evolution des erreurs quadratiques (Interpolation par TFD)	102
Fig. 5.12 : Erreur pondérée $-IND$ mini	103
Fig. 5.13 : Erreur pondérée $-Eqm$ mini	103
Fig. 5.14 : Déplacement d'une sous-porteuse pilote	105
Fig. 5.15 : Evolution de l'erreur quadratique moyenne en fonction de l'écartement fréquentiel. (interpolation linéaire)	106
Fig. 5.16 : Répartition fréquentielle de l'erreur quadratique	107
Fig. 5.17 : Déplacement d'un pilote (Premier type d'erreur)	108
Fig. 5.18 : Déplacement d'un pilote (Second type d'erreur)	108
Fig. 5.19 : Coefficient de pondération (Puissance par sous-porteuse uniforme)	110
Fig. 5.20 : Evolution des différentes sommations partielles	111
Fig. 5.21 : Variation de l'indicateur en fonction de N_d (marges 200/200).	112
Fig. 5.22 : Variation de l'indicateur en fonction de N_d (marges 100/300).	112

Liste des tableaux

Tableau 1.1 : Nombre moyen de bits en erreur pour différentes tailles de constellations _____	13
Tableau 2.1 : Exemple de valeurs numériques pour les paramètres du modèle de Philipps _____	35
Tableau 2.2 : Exemple de valeurs numériques pour les paramètres du modèle de Zimmermann et Dostert _____	37
Tableau 2.3 : Valeurs numériques des coefficients du modèle de la DSP de bruit (Esmailian) _____	39
Tableau 2.4 : Nombre de sous-porteuses entre deux pilotes consécutifs en fonction du nombre total de sous-porteuses _____	44
Tableau 2.5 : Taux d'erreur binaire pour les principales techniques d'interpolation avec différents écartements entre les pilotes _____	45
Tableau 3.1 : Expression des principaux noyaux d'interpolation _____	52
Tableau 4.1 : Principaux paramètres de l'ensemble de transmission DMT simulé _____	82
Tableau 4.2 : Résultats de simulations –taux d'erreur binaire- pour les deux répartitions de puissance sur les pilotes (symbole pilote) _____	88
Tableau 5.1 : Valeurs de l'indicateur et de l' E_{qm} pour différents profils de puissance pilote _____	103
Tableau 5.2: Taux d'erreur binaire pour les différents profils de puissance pilote –Résultats de simulations- _____	104

Bibliographie

- [ACK01] VAN ACKER K., LEUS G., MOONEN M., VAN DE WIEL O., POLLET T., "Per tone equalization for DMT based systems", IEEE trans. on commun., vol. 49, n° 1, p. 109-119, january 20001.
- [ANS97] ANSI T1E1.4 Standard, "Asymmetric Digital Subscriber Line", 1995
- [ASS02] ASSIMAKOPOULOS C., PAVLIDOU F. N., "Comparative study of loading algorithms for PLC applications", proc. 6th ISPLC Athens, March 2002.
- [BAC02] BACCARELLI E., FASANO A., BIAGI M., "Novel efficient bit-loading algorithms for peak-energy-limited ADSL-type multicarrier systems" IEEE trans. on signal process., vol. 50, n° 5, p. 1237-1246, may 2002.
- [BAC04] BACCARELLI E., BIAGI M., "Optimal integer bit-loading for multicarrier ADSL systems subject to spectral compatibility limits" signal process., n°84, p. 729-781, 2004.
- [BAN01] BANWELL T. C., GALLI S. "A new approach to the modeling of the transfert function of the power line channel", proc. 5th ISPLC Malmö, p. 319-324, April 2001.
- [BIN90] BINGHAM J., "Multicarrier modulation for data transmission: An idea whose time has come", IEEE commun. Magazine, p. 5-14, May 1990.
- [BIN00] BINGHAM J. A. C., "ADSL, VDSL, and multicarrier modulation", Wiley, 2000.
- [BLU99] BLU T., UNSER M., "Quantitative Fourier analysis of approximation techniques: Part I – Interpolators and projectors", IEEE trans. on signal processing, vol. 47, n° 10, p. 2783-2795, October 1999.
- [BLU03] BLU T., THEVENAZ P., UNSER M., "Complete parametrization of piecewise-polynomial interpolation kernels", IEEE trans. on image processing., vol. 12, n° 11, p. 1297-1309, November 2003.
- [BUE01] BUECHE D., CORLAY P., COLIN M., COUDOUX F. X., GAZALET M., HAINE F., "Etude de la transmission de données par modulation DMT sur le réseau électrique", proc. GRETSI Toulouse, Septembre 2001.
- [BUE04] BUECHE D., CORLAY P., GAZALET M., COUDOUX F. X., SLACHCIAK M., " Pilot symbol assisted modulation for powerline communications", proc. IEEE ISIE Ajaccio, p. 771-720, 2004.
- [BUE06] BUECHE D., CORLAY P., GAZALET M.G., COUDOUX F.X. SLACHCIAK M., "Performance indicator for DMT systems with non perfect channel estimation", European trans. on telecomms., vol., n°, p. -, 2006.
- [CAO04] CAO L., BEAULIEU N., "Exact error-rate of diversity 16-QAM with channel estimation error", IEEE trans. on commun., vol. 52, n° 6, p. 1019-1028, june 2004.
- [CHA66] CHANG R. W., "Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission", The Bell system tech. Journ., p. 1775-1796, December 1966.

- [CHO95] CHOW J.S., CIOFFI J.M., BINGHAM J.A.C., "A practical discrete multitone transceiver loading algorithm for data transmission over spectrally shaped channels", IEEE trans. on commun., vol. 43, N° 2/3/4, february/march/april 1995
- [CIO91] CIOFFI J.M., "A multicarrier primer", ANSI T1E1.4 Committee contribution N°91-151, November 1991.
- [COH01] COHEN E., RIESENFELD R. F., ELBER G., "Geometric modelling with splines", A K Peters Ltd, 2001.
- [COL99] COLIN M., "Etude de l'optimisation d'un système DMT-ADSL. Application à la transmission video MPEG-2 en mode hiérarchique ", Thèse, Université de Valenciennes, Janvier 1999.
- [COL02] COLERI S., ERGEN M., PURI A., BAHAI A., "Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems", IEEE trans. on broadcasting., vol. 48, n° 3, p. 223-229, September 2002.
- [COR01] CORLAY P., COUDOUX F. X. GAZALET M., RUOLT F. HAINE H., "An efficient modelling of the impulse response of the indoor power line communication channels in high frequencies range", proc. 5th ISPLC Malmö, p. 149-154, April 2001.
- [CRA91] CRAIG J. W., "A new simple and exact result for calculating the probability of error for two-dimensional signal constellations", proc. IEEE Milcom, p. 25.5.1-25.5.5, 1991.
- [DEN03] DENEIRE L., VANDENAMEELE P., V. D. PEERE L., GYSELINCKX B., ENGELS M., "A low-complexity ML channel estimator for OFDM", IEEE trans. on commun., vol. 51, n° 2, p. 135-140, February 2003.
- [DOS01] DOSTERT K., "Powerline communications", Prentice Hall, 2001.
- [EDF00] EDFORS O. *et al.*, "Analysis of DFT-based channel estimators for OFDM", Personal wireless communication – Kuwer academic publishers, vol. 12, n° 1, p. 55-70, January 2000.
- [ESM00] ESMAILIAN T., GULAK P. G., KSCHISCHANG F. R., "A discrete multitone power line communication system", proc. ICASSP Istanbul, p. 2953-2956, 2000.
- [ESM03] ESMAILIAN T., KSCHISCHANG F. R., GULAK P. G., "In-building power lines as high-speed communication channels: channel characterization and a test channel ensemble", International journal of commun. Systems, vol. 16, n° 5, p. 381-399, June 2003.
- [FIS96] FISCHER R., HUBER J., "A new loading algorithm for discrete multitone transmission", proc. IEEE Globecom, p. 724-728, London, November 96.
- [FRA89] FRASER D., "Interpolation by the FFT revisited – An experimental investigation", IEEE trans. on broadcast., vol. 37, n° 5, p. 665-675, May 1989.
- [GAL68] GALLAGER R. G., "Information theory and reliable communication", J. Wiley, 1968.
- [GEB03] GEBHARD M., WEINMANN F., DOSTERT K., "Physical and regulatory constraints for communication over the power supply grid", IEEE commun. Magazine, p. 84-90, May 2003.

- [[GOT04] GÖTZ M., RAPP M., DOSTERT K., “Power line channel characteristics and their effect on communication system design”, IEEE commun. Magazine, p. 78-86, April 2004.
- [HAN00] HANZO L., WEBB W., KELLER T., “Single and multi carrier quadrature amplitude modulation”, J. Wiley, 2000.
- [HEN00] HENKEL W., KESSLER T., “Maximizing the channel capacity of multicarrier transmission by suitable adaptation of the time-domain equalizer”, IEEE trans. on commun., vol. 48, n° 12, p. 2000-2004, December 2000.
- [HEN00] HENSEN C., SCHULZ W., “Time dependence of the channel characteristics of low voltage power-lines and its effects on hardware implementation”, AEÜ International journal of electronics and commun., vol 54, n°1, p. 23-32, 2000.
- [HIR81] HIROSAKI B., “An orthogonally multiplexed QAM system using the discrete fourier transform”, IEEE trans. on commun., vol. 29, n° 7, p. 982-989, July 1981.
- [HUG87] HUGHES-HARTOGS, “Ensemble modem structure for imperfect transmission media”, U.S. patents, 4,679,227 (July 1987), 4,731,816 (March 1988) and 4,833,706 (May 1989).
- [HSI98] HSIEH M., WEI C. H., “Channel estimation for OFDM systems based on comb-type pilot arrangement in frequency selective fading channels”, IEEE trans. on consumer Electron., vol. 44, n° 1, p. 217-225, February 1998.
- [ISS02] ISSA F., ABDOUS A., “Indoor PLC network simulator”, proc. 6th ISPLC Athens, March 2002.
- [KAL89] KALET I., “The multitone channel”, IEEE trans. on commun., vol. 37, n° 2, p. 119-124, February 1989.
- [KEY81] KEYS R. G., “Cubic convolution interpolation for digital image processing”, IEEE trans. on acoust., speech, signal processing, vol. 29, n° 6, p. 1153-1160, December 1981.
- [KRO00] KRONGOLD B., RAMCHANDRAN K., DOUGLAS L., “Computationally efficient optimal power allocation algorithms for multicarrier communication systems”, IEEE trans. on commun., vol. 48, n° 1, p. 23-27, 2000.
- [LAI99] LAI S., CHENG R., LETAIEF K., MURCH R., “Adaptive trellis coded MQAM and power optimization for OFDM transmission”, proc. IEEE VTC., p. 290-294, 1999.
- [LEE03] LEE M. K., NEWMAN R. E., LATCHMAN H. A., KATAR S., YONGE L., “HomePlug 1.0 powerline communication LANs – Protocol description and performance results”, International journal of commun. Systems, vol. 16, n° 5, p. 447-473, June 2003.
- [LEK97] LEKE A., CIOFFI J.M., “A maximum rate loading algorithm for discrete multitone modulation systems”, proc. IEEE GLOBECOM, p. 1514-1518, November 1997.
- [LEK98] LEKE A., CIOFFI J.M., “Impact of imperfect channel knowledge on the performance of multicarrier systems”, proc. IEEE Globecom, vol. 2, p. 951-955, 1998.

- [LOU04] LOUBATON P., "Signal et télécommunications", Lavoisier, 2004.
- [MIT93] MITRA S. K., KAISER J. F., "Handbook for digital signal processing", Wiley interscience, 1999.
- [MOO00] MOON J. K., CHOI S. I., "Performance of channel estimation methods for OFDM systems in a multipath fading channels", IEEE trans. on consumer Electron., vol. 46, n° 1, p. 161-170, February 2000.
- [MOR01] MORELLI M., MENGALI U., "A comparison of pilot-aided channel estimation methods for OFDM systems", IEEE trans. on signal processing, vol. 49, n° 12, p. 3065-3073, December 2001.
- [MOU01] MOULIN F., "Etude de l'impact des bruits impulsifs sur la qualité de transmission d'une liaison ADSL", Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, Janvier 2001.
- [NEE00] VAN NEE R., PRASAD R., "OFDM for wireless multimedia communications", Artech House, 2000.
- [PAP05] PAPANDREOU N., ANTONAKOPOULOS T., "A new computationally efficient discrete bit-loading algorithm for DMT applications", IEEE trans. on commun., vol. 53, n° 5, p. 785-789, May 2005.
- [PAR04] PARIS J., AGUAYO-TORRES C., ENTRAMBASAGUAS J., "Impact of channel estimation error on adaptive modulation performance in flat fading", IEEE trans. on commun., vol. 52, n° 5, p. 109-119, may 2004.
- [PHI99] PHILIPPS H., "Modeling of powerline communication channels", proc. 3rd ISPLC Lancaster U.K., p. 14-21, 1999.
- [PIA99] PIAZZO L., "Fast algorithm for power and bit allocation in OFDM systems", IEE electronics letters, vol. 35, n° 25, p. 2173-2174, December 1999.
- [PRO95] PROAKIS J. G., "Digital communications", MC Graw-Hill, 3rd edition, 1995.
- [QUA00] QUATERONI A., SACCO R., SALERI F., "Méthodes numériques pour le calcul scientifique", Springer, 2000.
- [RIN96] RINNE J., RENFORS M., "Pilot spacing in orthogonal frequency division multiplexing systems on practical channels", IEEE trans. on consumer. Electron., vol. 42, n° 4, p. 959-962, November 1996.
- [SCH73] SCHAFER R. W., RABINER L.R., "A digital signal processing approach to interpolation", Proceedings of the IEEE., vol. 61, n° 6, p. 692-702, June 1973.
- [SHA48] SHANNON C. E., "A mathematical theory of communications ", The Bell system tech. Journ., n°27, p. 379-423, July 1948.
- [SIM00] SIMON K., ALOUINI M., "Digital communication over fading channels", Wiley-Interscience, 2000.
- [SON00] SONALKAR R., SHIVELY R., "An efficient bit loading algorithm for DMT applications", proc. IEEE GLOBECOM, p. 2683-2688, 1998.
- [SOU01] SOURYAL M., PICKHOLTZ R., "Adaptive modulation with imperfect channel information in OFDM", proc. IEEE Int. Conf. Commun., vol. 6, p. 1861-1865, june 2001.

- [STA99] STARR T., CIOFFI J. M., SILVERMAN P. J., "Understanding digital subscriber line technology", Prentice Hall, 1999.
- [TAN99] TANG X., ALOUINI M., "Effect of channel estimation error on M-QAM BER performance in rayleigh fading", IEEE trans. on commun., vol. 47, n° 12, p. 1856-1999, december 1999.
- [THE00] THEVENAZ P., BLU T., UNSER M., "Interpolation revisited", IEEE trans. on med. Img., vol. 19, n° 7, p. 739-758, July 2000.
- [UNS99] UNSER M., "Splines – A perfect fit for signal and image processing", IEEE signal processing magazine, p. 22-38, November 1999.
- [VAN04] VANBLEU K., YSEBAERT G., CUYPERS G., MOONEN M., VAN ACKER K., "Bitrate maximizing time domain equalizer design for DMT based systems", IEEE trans. on commun., vol 52, N° 6, p. 871-876, June 2004.
- [VAN05] VANBLEU K., YSEBAERT G., CUYPERS G., MOONEN M., "On time domain and frequency domain MMSE based TEQ design for DMT transmission", IEEE trans. on sign. Process., vol. 53, N°8, August 2005.
- [WEI71] WEINSTEIN S., B. EBERT P. M., "Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform", IEEE trans. on commun. techno., vol. com-19, N° 5, p.628-634, October 1971.
- [WYG04] WYGLINSKI A., LABEAU F., KABAL P., "Effects of imperfect subcarrier SNR information on adaptive bit loading algorithms for multicarrier systems",proc. IEEE Globecom., p. 3835-3839, november 2004.
- [YAN00] YANG B., LETAIEF K. B., CHENG R. S., CAO Z., "Windowed DFT based pilot-symbol-aided channel estimation for OFDM systems in multipath fading channels", proc. IEEE VTC, vol. 2, p. 1480-1484, Tokyo, 2000.
- [YAN01] YANG B., CAO Z., LETAIEF K. B. "Analysis of low-complexity windowed DFT-based MMSE channel estimator for OFDM systems", IEEE trans. on commun., vol. 49, n° 11, p. 1977-1987, November 2001.
- [YAR??] YAROSLVSKY L., "Boundary effect free and adaptive discrete signal sinc-interpolation algorithms for signal and image resampling", Tel Aviv university.
- [YE02] YE S., BLUM R., CIMINI L. J., "Adaptive modulation for variable-rate OFDM systems with imperfect channel information", proc. IEEE Veh. Technol. Conf., vol. 2, p. 767-771, 2002.
- [ZHA97] ZHAO Y., HUANG Y., "A novel channel estimation method for OFDM mobile communications systems based on pilot signals and transform-domain processing", proc. IEEE VTC, vol. 3, p. 2089-2093, Phenix, May 1997.
- [ZHE00] ZHENGDAO W., GIANNAKIS G. B., "Wireless multicarrier communications, where Fourier meets Shannon", IEEE signal process. Magazine, p. 29-48, May 2000.
- [ZIM00] ZIMMERMANN M., DOSTERT K., "The low voltage power distribution network as last mile access network", AEÜ International journal of electronics and commun.,vol 54, n°1, p. 13-22, 2000.

- [ZIM02] ZIMMERMANN M., DOSTERT K., "A multipath model for the powerline channel", IEEE trans. on commun., vol. 50, n° 2, p. 553-559, April 2002.
- [ZWI03] ZWINGELSTEIN-COLIN M., GAZALET M., GHARBI M., "Non-iterative bit-loading for ADSL-type DMT applications", IEE Proc. Commun., vol 150, N° 6, p. 414 - 418, December 2003.

Résumé :

Le travail présenté dans cette thèse aborde les communications haut débit sur le réseau électrique appelées PLC (Power Line Communications). Nous proposons l'adaptation d'une modulation multi-porteuse DMT (Discrete MultiTone modulation) au canal PLC après avoir présenté ses particularités. L'estimation de la réponse en fréquence du canal, nécessaire pour l'égalisation fréquentielle ainsi que pour l'allocation binaire, est obtenue à l'aide de sous-porteuses pilotes réparties en peigne et associées à des techniques d'interpolation. Nous montrons qu'une comparaison des différentes techniques - au sens de l'Eqm (Erreur Quadratique Moyenne) minimale - peut être basée sur une décomposition originale de l'erreur d'estimation faisant ressortir l'impact du rapport signal à bruit des pilotes sur le résultat. Afin d'optimiser les techniques d'interpolation - au sens du taux d'erreur binaire minimale - sans pour autant effectuer de nombreuses simulations de longue durée, nous avons établi un indicateur de performances - pour une égalisation fréquentielle non-parfaite - proche de l'Eqm et de détermination aisée. Appliqué au canal PLC, il devient un critère d'optimisation pour la répartition de la puissance sur les pilotes. Les résultats sont validés par des simulations.

Mots clés :

ADSL, DMT, Sous-porteuses pilotes, Estimation de canal, Interpolation, Indicateur de performances, PLC

Abstract:

The work presented in this thesis deals with high data rate communications over power lines (Power Line Communications). We propose to adapt a multi-carrier modulation DMT (Discrete Multi-Tone) to the power line channel after having introduced its characteristics. The estimation of the channel frequency response, required for the frequency equalisation as well as bit allocation, is performed using pilot sub-carrier in comb pattern combined with interpolation techniques. We show that a comparison of the different techniques - according to the minimal value of the mean square error - could be based on an original separation of the estimation error. This analysis points out the impact of the pilot signal to noise ratio on the comparison result. In order to optimise the interpolation techniques - according to the minimal value of the bit error rate - avoiding to perform numerous time consuming simulations, we have established a performance indicator - for non-perfect frequency equalisation - close to the MSE and easy to compute. Applied to the power line channel, it becomes a criterion for the optimisation of the power pilot distribution. Results are validated by simulations.

