



HAL
open science

Contribution à une approche interdisciplinaire de la conception des systèmes mécaniques commandés : application aux axes de machines

Antoine Dequidt

► **To cite this version:**

Antoine Dequidt. Contribution à une approche interdisciplinaire de la conception des systèmes mécaniques commandés : application aux axes de machines. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 1998. Français. NNT : 1998VALE0006 . tel-03442214

HAL Id: tel-03442214

<https://uphf.hal.science/tel-03442214v1>

Submitted on 23 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

1998 VALE 0006

N° d'ordre : 1998-01

UNIVERSITE DE VALENCIENNES
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNIQUES

**Contribution à une approche interdisciplinaire
de la conception des systèmes mécaniques commandés
Application aux axes de machines**

THESE DE DOCTORAT

Spécialité : génie mécanique

soutenue publiquement par

Antoine DEQUIDT

le 4 Février 1998, devant le jury composé de

Président

M. Maxime GAUTIER, *Professeur • Université de Nantes*

Rapporteurs

M. Patrick CHEDMAIL, *Professeur • Ecole Centrale de Nantes*

M. Jean-Paul LALLEMAND, *Professeur • Université de Poitiers*

Examineurs

M. Martin TIERNEGO, *Professeur • Royal Military Academy, Breda, NL*

M. Etienne VALDES, *Maître de Conférences • Université de Valenciennes*

Directeur de thèse

M. Jean-Marie CASTELAIN, *Professeur • ENSAIT Roubaix*

N° d'ordre : 1998-01

UNIVERSITE DE VALENCIENNES
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNIQUES

**Contribution à une approche interdisciplinaire
de la conception des systèmes mécaniques commandés
Application aux axes de machines**

THESE DE DOCTORAT

Spécialité : génie mécanique

soutenue publiquement par

Antoine DEQUIDT

le 4 Février 1998, devant le jury composé de

| | |
|---------------------------|---|
| <i>Président</i> | M. Maxime GAUTIER, <i>Professeur • Université de Nantes</i> |
| <i>Rapporteurs</i> | M. Patrick CHEDMAIL, <i>Professeur • Ecole Centrale de Nantes</i> M. Jean-Paul LALLEMAND, <i>Professeur • Université de Poitiers</i> |
| <i>Examineurs</i> | M. Martin TIERNEGO, <i>Professeur • Royal Military Academy, Breda, NL</i> M. Etienne VALDES, <i>Maître de Conférences • Université de Valenciennes</i> |
| <i>Directeur de thèse</i> | M. Jean-Marie CASTELAIN, <i>Professeur • ENSAIT Roubaix</i> |

à Hélène,

à mes parents,

à mes frères et leur petite famille.

REMERCIEMENTS

Les travaux présentés ont été réalisés au sein de l'équipe de recherche de Monsieur Jean-Marie Castelain. Sous sa direction, j'ai pu bénéficier d'une large autonomie et de moyens adaptés. Il a su faire preuve d'un sens critique aigu lors des réunions en cours de thèse, et il m'a accordé la confiance nécessaire lors de la phase de rédaction. Qu'il en soit ici sincèrement remercié. Je remercie également Monsieur Bernard Desmet pour l'accueil au sein de son laboratoire.

Ce mémoire fait suite à la thèse de Monsieur Etienne Valdès. Je lui suis reconnaissant de m'avoir confié ce sujet et de m'y avoir guidé. Durant ces trois années, il a accompagné et stimulé mes premiers pas en recherche scientifique. Notre collaboration et nos échanges furent très enrichissants, tant du point de vue scientifique que du point de vue humain. Qu'il trouve ici l'expression de ma gratitude.

J'adresse tous mes remerciements à Messieurs Jean-Paul Lallemand et Patrick Chedmail pour l'intérêt qu'ils ont tous deux porté à ces travaux. Malgré des délais courts, ils ont accepté d'être rapporteurs d'une thèse peu conventionnelle. Je voudrais aussi exprimer toute ma reconnaissance envers Messieurs Martin Tiernego et Maxime Gautier qui m'ont fait l'honneur et le plaisir de participer au jury de thèse.

Que Anne Bal -secrétaire du laboratoire- soit remerciée pour sa constante gentillesse et son dévouement. Mes remerciements s'adressent également à mes compagnons de rédaction de thèse, Catherine et Tony. Ce mémoire a été écrit dans l'ambiance « bon enfant » qui régnait dans notre bureau. Je ne voudrais pas oublier non plus tous ceux qui sont passés dans l'équipe: Olivier, David, Noureddine et Pascal.

Enfin, que mon épouse Hélène trouve ici une expression de mes plus vifs remerciements. Ce mémoire n'aurait pas vu le jour sans son aide pour la correction et la relecture, mais surtout sans son soutien.

SOMMAIRE

| | |
|---|-----------|
| INTRODUCTION GENERALE | 5 |
| 1. EMERGENCE D'UNE APPROCHE INTERDISCIPLINAIRE DE LA CONCEPTION DES SYSTEMES MECANQUES COMMANDES | 11 |
| 1.1. Processus de conception des systèmes techniques | 12 |
| 1.1.1. La tâche de conception | 12 |
| 1.1.2. Champs d'activité pluridisciplinaire et interdisciplinaire | 19 |
| 1.1.3. Méthodes de conception | 23 |
| 1.2. Les systèmes mécaniques commandés | 30 |
| 1.2.1. Présentation | 30 |
| 1.2.2. Champ interdisciplinaire | 37 |
| 1.3. Méthodes de conception des systèmes mécaniques commandés | 41 |
| 1.3.1. Méthode traditionnelle de conception | 42 |
| 1.3.2. Méthodes de conception simultanée et intégrée | 47 |
| 1.4. Une approche interdisciplinaire de la conception des systèmes mécaniques commandés | 52 |
| 1.4.1. Enoncé de deux principes de conception | 52 |
| 1.4.2. Propositions pour les systèmes pluridisciplinaires hautes performances | 54 |
| 1.4.3. Une démarche de conception de systèmes mécaniques commandés | 60 |
| 2. DEFINITION D'UN MODELE INTERDISCIPLINAIRE DE MECANISMES COMMANDES | 67 |
| 2.1. Caractéristiques dynamiques d'un système mécanique à commander | 68 |
| 2.1.1. Caractéristiques dynamiques intrinsèques du SM | 68 |
| 2.1.2. Caractéristiques dynamiques extrinsèques du SM à commander | 69 |
| 2.1.3. Caractéristiques dynamiques des actionneurs | 71 |
| 2.2. Interaction dynamique entre le système de commande et le système mécanique | 72 |
| 2.2.1. Caractéristiques de l'interaction dynamique suivant la localisation de la mesure | 73 |
| 2.2.2. Problématique de conception liée à l'interaction dynamique | 76 |

| | |
|--|------------|
| Sommaire | 3 |
| <hr/> | |
| 2.3. Définition du modèle interdisciplinaire de mécanismes commandés | 77 |
| 2.3.1. Présentation des objectifs | 77 |
| 2.3.2. Etude préalable de l'interaction du mécanisme avec une boucle de régulation | 79 |
| 2.3.3. Définition du modèle interdisciplinaire | 83 |
| | |
| 3. ANALYSE DES PROPRIETES DU MODELE INTERDISCIPLINAIRE | 88 |
| | |
| 3.1. Développements du modèle dans l'espace de Laplace | 89 |
| 3.1.1. Fonctions de transfert du mécanisme commandé | 89 |
| 3.1.2. Dénominateur des fonctions de transfert et systèmes d'équations associés | 91 |
| | |
| 3.2. Précision stationnaire suivant la localisation des mesures | 93 |
| 3.2.1. Précision en poursuite | 95 |
| 3.2.2. Précision en régulation | 98 |
| | |
| 3.3. Analyse des propriétés dynamiques dans le plan des pôles | 99 |
| 3.3.1. Mesure de vitesse colocalisée | 101 |
| 3.3.2. Mesure de vitesse non colocalisée | 106 |
| | |
| 3.4. Récapitulatif des propriétés interdisciplinaires pour la conception | 107 |
| | |
| 4. LOIS DE SYNTHESE D'UN MECANISME A COMMANDER | 112 |
| | |
| 4.1. Inversion algébrique des équations du modèle interdisciplinaire | 113 |
| 4.1.1. Présentation de l'objectif d'inversion | 113 |
| 4.1.2. Inversion algébrique | 118 |
| 4.1.3. Etude des solutions | 124 |
| | |
| 4.2. Spécification des performances dynamiques | 127 |
| 4.2.1. Placement des pôles en automatique | 128 |
| 4.2.2. Placement « souple » des pôles pour la synthèse mécanique | 130 |
| | |
| 4.3. Etude complémentaire pour le choix de l'actionneur | 134 |
| 4.3.1. Méthodes de choix des actionneurs | 135 |
| 4.3.2. Formulation du choix de l'actionneur | 136 |
| | |
| 4.4. Récapitulatif | 142 |
| 4.4.1. Enoncé des lois adimensionnelles de synthèse interdisciplinaire | 142 |
| 4.4.2. Ensemble des lois adimensionnelles de synthèse | 146 |
| 4.4.3. Conception d'un mécanisme à commander | 148 |

| | |
|--|------------|
| 5. APPLICATION A LA PRECONCEPTION DES AXES DE MACHINES | 154 |
| 5.1. Problématique de la conception d'un axe de machine | 155 |
| 5.1.1. Les restrictions à la préconception d'un axe de machine | 155 |
| 5.1.2. Le cahier des charges de la préconception de l'axe | 156 |
| 5.1.3. Description des différents choix structuraux | 157 |
| 5.2. Proposition d'une démarche de conception pas à pas | 161 |
| 5.2.1. Première étape de la préconception | 162 |
| 5.2.2. Deuxième étape de la préconception | 165 |
| 5.2.3. Troisième et quatrième étapes de la préconception | 169 |
| 5.2.4. Exemples de calcul d'une transmission | 170 |
| 5.3. Démarche synthétique de préconception d'un axe | 179 |
| 5.3.1. Présentation de la démarche et des choix structuraux retenus | 180 |
| 5.3.2. Procédure de prédimensionnement et ses règles | 182 |
| 5.3.3. Application : deux exemples extrêmes | 187 |
| 5.3.4. Limites de la démarche synthétique et perspectives | 192 |
| CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES | 198 |
| REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES | 204 |
| ANNEXES | 216 |
| Annexe A : Lois de commande fondamentales des mécanismes linéaires | 216 |
| Annexe B : Techniques d'anticipation et lois de mouvement de servomécanismes | 220 |
| Annexe C : Inversion algébrique du modèle interdisciplinaire | 223 |
| Annexe D : Lois de synthèse interdisciplinaire | 232 |
| Annexe E : Calcul des variations du facteur de charge ν et du rapport inertiel η | 243 |

INTRODUCTION GENERALE

L'accroissement de nos connaissances scientifiques et technologiques, ainsi que la diversification des moyens et des méthodes d'étude, concourent à une spécialisation des disciplines. Les savoirs et savoir-faire sont de plus en plus pointus et précis; par là même, leur cloisonnement s'en trouve renforcé. Il devient alors difficile de traiter, dans son domaine scientifique, un problème de façon détaillée et de s'enquérir, en même temps, des répercussions sur les domaines connexes. Cette évolution s'accompagne des exigences toujours plus élevées des réalisations techniques. La demande de fonctionnalités et de performances des produits techniques et de leurs processus d'élaboration est croissante.

Les diverses fonctionnalités renforcent la nécessité d'une agrégation d'éléments faisant appel à des disciplines différentes. La conception de tels systèmes se caractérise par son aspect pluridisciplinaire. La conception pluridisciplinaire résulte de l'utilisation des savoirs et de la mise en oeuvre des savoir-faire propres à chaque discipline. On comprend donc que l'exécution du processus de conception se déroule suivant cette spécialisation. Une telle conception répond alors à des méthodes rationnelles locales, respectives aux disciplines, et à un certain empirisme dans la définition globale du projet. La conception pluridisciplinaire conduit tout naturellement à une intégration des composants de nature différente. L'association des technologies, ainsi que l'intuition et l'expérience des concepteurs, constituent les principales valeurs ajoutées de la conception du produit.

Lorsque les exigences de conception sont accrues, des difficultés peuvent apparaître pour les satisfaire. Si l'on se place dans un contexte industriel, la tâche de conception détermine la qualité, le coût et le délai d'obtention du produit. La qualité d'un produit couvre la notion d'adéquation du produit au besoin du client et au processus industriel. Nous pouvons relever que la conception pluridisciplinaire est très sensible à une élévation des performances demandées par le client. En effet, l'obtention de performances élevées n'est pas le simple fait de la qualité des éléments pris séparément. Le système pluridisciplinaire hautes performances possède une complexité inhérente à la combinaison d'éléments de nature différente et à leurs couplages au travers des phénomènes physiques d'interaction entre disciplines. Cette complexité explique les limites ressenties au sein de chaque discipline pour traiter des difficultés qui relèvent du comportement global du système. L'utilisation d'une démarche de

conception qui ne garantit pas les objectifs de qualité d'un produit se traduit par une augmentation des coûts et des délais d'étude, ainsi que par un risque de coût de production élevé. L'accroissement des performances des systèmes mécaniques commandés a suscité de nombreux travaux de recherche. Aujourd'hui encore, des difficultés liées à l'interaction dynamique apparaissent pour la conception de ces systèmes pluridisciplinaires.

Systèmes mécaniques commandés et conception pluridisciplinaire

Cet état de faits est particulier aux machines, produits et systèmes relevant de la mécanique. Les progrès réalisés dans les sciences de l'information, de la régulation et de la supervision ont notamment largement contribué à l'évolution des systèmes mécaniques. Désormais, une tâche mécanique¹ est assurée, dans de nombreux cas, par un système mécanique adjoint d'un système de commande automatique. Par exemple, la machine-outil à commande numérique s'est substituée à la machine-outil universelle et le robot manipulateur est une composante de nombreuses activités industrielles; le comportement vibratoire des structures mécaniques est amélioré par des systèmes activement commandés. Actuellement, on voit apparaître des systèmes mécatroniques constitués essentiellement de composants mécaniques et de composants électroniques de commande. Aujourd'hui, la conception des systèmes mécatroniques se limite, le plus souvent, à un assemblage des composants. On peut se demander si la conception de tels systèmes converge vers une intégration des conceptions.

La conception d'un système mécanique commandé comporte la conception du système mécanique (conception mécanique) et la conception du système de commande (conception automatique). En automatique, le système mécanique est considéré comme un système figé dans sa conception et, en mécanique, les concepteurs ne prennent en compte ni les objectifs de comportement du système commandé ni les effets liés à l'implémentation du système de commande. En robotique, de nombreux travaux ont contribué à dépasser la frontière entre ces deux disciplines, atteignant ainsi des performances plus élevées. En cinématique, la trajectoire des manipulateurs² est abordée par le biais de la génération de trajectoires optimum en automatique et, en mécanique, elle a donné lieu à l'optimisation dimensionnelle du système mécanique articulé. Lorsque les accélérations sont élevées, les forces d'inertie et de couplage

¹ Tâche mécanique : déplacement d'un corps, force exercée sur un corps, transmission de puissance mécanique, isolation mécanique, etc.

² Un manipulateur robotique est un système mécanique articulé avec un système de commande des articulations. On parle de segment pour désigner les éléments de structure mécanique reliant les articulations.

inertiel sont prépondérantes. Cet aspect dynamique a conduit à développer des systèmes de commande à partir du modèle dynamique du système mécanique articulé. D'autre part, des méthodes de conception et d'optimisation du système mécanique articulé ont été établies pour obtenir une répartition appropriée des capacités d'accélération sur l'espace de travail du manipulateur. Le comportement flexible du système mécanique constitue une nouvelle limite à l'augmentation des performances d'un système mécanique commandé. De nombreuses commandes de systèmes mécaniques flexibles ont été développées. Par contre, nous ne connaissons actuellement que très peu de travaux en conception mécanique intégrant le système de commande et la flexibilité mécanique. Pourtant, cette limite constitue une barrière à l'amélioration des systèmes mécaniques commandés dans le contexte industriel.

Des études portant sur l'amortissement actif des vibrations de structure mécanique révèlent l'existence d'une interaction forte entre le système mécanique et le système de commande. Ce phénomène d'interaction se manifeste lors de l'implémentation du système de commande par le *spillover* : c'est un phénomène de destabilisation due aux modes flexibles non modélisés pour le calcul de la commande. L'interaction dynamique entre le système mécanique et le système de commande par le *spillover* explique la difficulté à augmenter les performances dynamiques d'un système mécanique commandé en mouvement (axe de machine, robot, etc.). De nouvelles méthodes, de nouveaux modèles sont à créer pour appréhender la conception des systèmes mécaniques commandés dans leur complexité. En l'occurrence, ces méthodes doivent permettre d'intégrer l'interaction système mécanique-système de commande lors de la conception mécanique.

Processus de conception et préconception intégrée des systèmes mécaniques commandés

Cet objectif de conception intégrée nous pousse à étudier le processus de conception lui-même. La conception est un processus qui associe un système technique à un cahier des charges. Cette démarche allant de l'abstrait au concret est caractéristique d'une démarche de synthèse qui est perçue comme la démarche inverse de l'analyse. Le modèle est à la fois le moyen d'expression du concepteur et son support d'analyse et de validation. On peut reconnaître dans un modèle sa structure et ses paramètres associés. On distingue donc, dans la synthèse, deux tâches de nature différente : l'induction de structure et la détermination des paramètres associés. La détermination des paramètres est réalisée pendant la phase de conception détaillée; elle est soutenue par des moyens aguerris tels que les techniques d'optimisation paramétrique. L'induction de structure, quant à elle, a lieu lors de la définition

de l'avant-projet, en phase de conception préliminaire ou préconception. Son importance est primordiale, puisque c'est à ce moment là que les concepts sont retenus et que les choix structuraux sont faits. La préconception détermine la plus grande part de la qualité du projet. Néanmoins, il n'existe pas de méthode générale établie pour cette phase de synthèse.

On retient alors la nécessité d'intégration des conceptions dès la phase de préconception pour un système mécanique commandé. Les choix structuraux mécaniques (cinématique, structure du modèle mécanique, actionneurs) et automatiques (loi de commande, localisation des mesures) déterminent les limites en performances du système mécanique commandé ainsi que les coûts minimum de réalisation et de mise au point. Une méthodologie appropriée à l'induction de structure des systèmes pluridisciplinaires doit donc être mise en place. Elle doit aboutir à une démarche intégrant les conceptions mécanique et automatique lors de la préconception. Cette intégration de conception en phase d'avant-projet passe par la gestion de l'interaction entre les deux disciplines. La maîtrise de l'interaction système mécanique-système de commande est un point de départ prometteur pour induire la structure la mieux adaptée au cahier des charges. L'objectif de ce mémoire est de contribuer à la conception intégrée des systèmes mécaniques commandés en phase d'avant-projet par une étude de l'interaction dynamique système mécanique - système de commande.

Méthodologie développée et approche proposée

Nous développons une méthodologie pour répondre à cet objectif dans le cadre d'un projet de machine-outil grande vitesse. Cette méthodologie est le fruit d'une réflexion menée au sein de notre équipe de recherche. Elle est élaborée à partir de la connaissance des difficultés rencontrées par différents industriels. Une de nos préoccupations est de la tester sur des cas concrets afin de vérifier sa validité et de l'adapter. Sa particularité se fonde sur deux principes : la hiérarchisation de la conception du système pluridisciplinaire et l'extrapolation des types de solutions satisfaisant le cahier des charges. La hiérarchisation est une décomposition des problèmes à résoudre selon les phénomènes d'interaction contraignants pour atteindre des performances élevées. L'extrapolation est fondée sur un modèle minimum pour représenter le phénomène dominant, compte tenu des choix structuraux à réaliser. Par une inversion algébrique des équations de ce modèle, nous obtenons les lois de synthèse nécessaires à l'établissement des choix structuraux. Ces lois de synthèse répercutent sur des grandeurs mécaniques caractéristiques les contraintes liées aux phénomènes dominants, compte tenu des spécifications du cahier des charges. Le modèle doit décrire le phénomène d'interaction et

permettre l'inversion algébrique. Ces deux objectifs sont antagonistes si nous ne prenons garde à la modélisation. Afin d'étudier et de proposer une méthode de conception permettant de maîtriser l'interaction dynamique d'un système mécanique commandé en phase d'avant-projet, nous adoptons une approche interdisciplinaire. L'écriture de ce mémoire est guidée par cette volonté interdisciplinaire, au risque de perdre en précision dans l'exposé des notions propres à chaque discipline³.

Dans ce mémoire, nous nous intéressons plus particulièrement à l'un des éléments centraux des systèmes mécaniques commandés en mouvement : les mécanismes commandés. Ils sont à la base des articulations de manipulateur et des axes de machine. Ces systèmes mécaniques commandés particuliers sont le siège de l'interaction dynamique par le spillover entre le système mécanique et le système de commande. Nous n'aborderons que les lois de commande constituées d'un retour statique d'une mesure de position et d'une mesure vitesse, pour différentes localisations de ces mesures. L'étude présentée répond directement à la conception des axes de machines à architecture cartésienne.

Démarche adoptée

La méthodologie proposée est employée pour les mécanismes commandés. Le point de départ de l'étude est la construction d'un modèle représentant l'interaction dynamique système mécanique-système de commande pour la préconception.

De ce modèle, nous déduisons des éléments de synthèse des mécanismes commandés, c'est à dire des éléments pour les choix structuraux et pour le prédimensionnement. Nous procédons en deux phases : l'analyse du modèle nous fournit à la fois des propriétés que le concepteur peut utiliser pour le choix de la localisation des mesures et une compréhension de l'interaction nécessaire à la synthèse. La seconde phase est consacrée à l'inversion des équations du modèle pour obtenir des lois de synthèse du mécanisme à commander. Cette étude interdisciplinaire serait insuffisante sans montrer la démarche de préconception suivie. Nous utilisons ces lois de synthèse pour la préconception d'un axe de machine. Compte tenu des différents niveaux de description de la structure, nous illustrons l'efficacité de la démarche

³ Nous ferons régulièrement référence à des ouvrages généraux de la mécanique [Gérardin&Rixen96] [Aublin&al.92], de la robotique [Lallemand&Zeghloul94] et de l'automatique [Friedland88] [deLarminat96] [Borne&al.93] [Gille&al.71] [Bühler88]. Les lecteurs non coutumiers de l'une de ces deux disciplines pourront s'y reporter pour une meilleure compréhension des concepts et des méthodes relatifs à chaque domaine.

fondée sur une approche interdisciplinaire et l'importance de l'intégration mécanique-automatique pour les choix structuraux.

Au cours du **chapitre 1**, un bilan sur le processus de conception est établi afin de souligner l'aspect pluridisciplinaire et la place de l'induction de structure en avant-projet. Nous montrons l'existence d'un champ d'activité interdisciplinaire, en l'occurrence, pour les systèmes mécaniques commandés. Nous en déduisons une approche interdisciplinaire de la conception des systèmes mécaniques commandés. Des propositions pour la modélisation des systèmes pluridisciplinaires sont avancées pour la préconception. Ces propositions définissent notre méthodologie.

Le sujet du **chapitre 2** est la modélisation d'un mécanisme commandé selon les propositions du chapitre précédent. L'analyse de l'interaction dynamique système mécanique - système de commande nous permet de construire le modèle interdisciplinaire nécessaire et suffisant pour la préconception.

Au **chapitre 3**, les équations du modèle interdisciplinaire sont développées dans l'espace de Laplace; les propriétés interdisciplinaires en sont déduites, telles que la précision statique ou les propriétés de l'interaction dynamique selon la localisation des mesures. Ces propriétés donnent de premiers éléments de compréhension pour les choix de l'avant-projet mais également pour le calcul de lois de synthèse.

L'objet du **chapitre 4** est de formaliser des lois de synthèse pour les choix structuraux mécaniques (e.g. actionneur, cinématique, montage) et automatiques (e.g. localisation des mesures). L'inversion algébrique des équations du modèle interdisciplinaire nous permet d'obtenir des grandeurs caractéristiques du mécanisme en fonction des spécifications de performances du mécanisme commandé. Des lois pour le choix de l'actionneur et du rapport de réduction complètent les lois interdisciplinaires.

L'application aux axes de machine, effectuée au **chapitre 5**, nous permet de mettre en place la démarche de préconception d'un mécanisme commandé à partir de l'ensemble formel de lois de synthèse et de modèles technologiques associés. Nous montrons la façon dont sont réalisés les différents choix structuraux au cours de la préconception.

Chapitre 1

Emergence d'une approche interdisciplinaire de la conception des systèmes mécaniques commandés

Introduction

Les systèmes mécaniques commandés sont des systèmes pluridisciplinaires pour lesquels les performances exigées sont croissantes. Les concepteurs peuvent éprouver des difficultés lors de leur conception à cause de la spécificité de chaque discipline. En effet, la conception de tels systèmes est confrontée à la multiplicité des spécifications et des objectifs, ainsi qu'à la spécialisation des méthodes et des outils de chaque discipline. Compte tenu de la complexité d'un tel projet, on comprend la difficulté rencontrée lors de l'augmentation des performances exigées. D'une part, le caractère pluridisciplinaire et la spécificité de performances élevées impliquent un couplage des choix de conception. D'autre part, l'établissement de la structure du modèle détermine, en grande partie, la validité et la qualité de la solution proposée. Pour ces deux aspects, l'interaction entre sous-systèmes *monodisciplinaires* nécessite d'être prise en compte. Cette interaction détermine un champ d'activité interdisciplinaire. Une activité interdisciplinaire doit conduire à l'intégration des conceptions en considérant leur couplage.

Nous adoptons une approche interdisciplinaire pour établir une méthodologie de conception des systèmes mécaniques commandés. Dans cette optique, nous passons en revue le processus de conception (§1.1) : la tâche de conception est analysée tant d'un point de vue conceptuel que pratique; la reconnaissance du caractère pluridisciplinaire de la conception nous permet d'introduire le champ d'activité interdisciplinaire; différentes méthodes qui ont trait à ces deux aspects sont évoquées.

Les systèmes mécaniques commandés sont présentés (§1.2) afin de montrer qu'il existe une interaction dynamique liée à l'augmentation des performances dynamiques.

Nous abordons ensuite les méthodes de conception des systèmes mécaniques commandés (§1.3). L'approche traditionnelle et les travaux scientifiques y contribuant illustrent la complexité de la conception des systèmes mécaniques commandés et la diversité

des approches utilisées. Nous évoquons également quelques méthodes d'optimisation simultanée et de conception intégrée.

A partir de tous ces éléments, nous définissons notre approche interdisciplinaire de conception. Elle est fondée sur deux principes de conception et un ensemble de propositions. Une démarche interdisciplinaire de la conception des systèmes mécaniques commandés en ressort.

1.1. Processus de conception des systèmes techniques

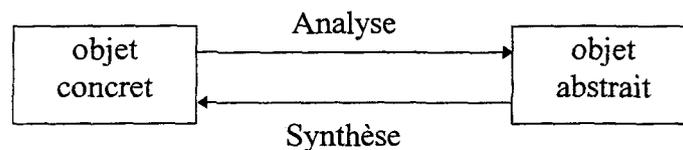
La conception de systèmes techniques est une question très vaste. L'activité de conception est caractéristique de l'homme créateur. Elle fait appel à de nombreux domaines des sciences pour l'ingénieur, des sciences fondamentales et des sciences humaines. De même, elle fait l'objet de nombreux travaux sur les méthodes et les outils de mise en oeuvre. Au cours de ce paragraphe succinct, nous relevons deux aspects de la conception qui nous semblent être un frein à l'amélioration du processus de conception. La synthèse d'une structure de solution technique -l'induction de structure- est perçue comme un processus déterminant pour la conception, mais elle reste peu formalisée. Le caractère pluridisciplinaire de la conception est également une source de difficulté. Nous évoquons la tâche de conception telle qu'elle peut être envisagée des points de vue conceptuel et pratique. La nécessité d'outils pour l'induction est alors montrée. A partir de l'activité pluridisciplinaire propre à la conception, nous montrons qu'il est possible d'adopter une approche interdisciplinaire. Nous passons en revue plusieurs méthodes qui ont trait à l'établissement de structure et à la pluridisciplinarité.

1.1.1. La tâche de conception

La tâche de conception est envisagée comme un processus qui génère une solution technique répondant aux spécifications d'un cahier des charges. Nous supposons connues les spécifications fonctionnelles et de performances du système à concevoir. Nous donnons, dans un premier temps, une description générale et conceptuelle du processus de conception, ainsi que des procédés associés, avant d'aborder la pratique de la conception et les outils couramment utilisés.

1.1.1.1. Processus de conception et ses procédés

On distingue, dans les processus de raisonnement, deux voies : l'analyse et la synthèse. Tandis que l'analyse sert à comprendre et à expliquer, la synthèse sert, elle, à créer de la connaissance et à construire. Ces deux voies peuvent être perçues comme étant duales l'une de l'autre [Pruvot93]. L'analyse part du concret pour aller à l'abstrait, alors que la synthèse suit le chemin inverse (cf. figure 1.1).



Dualité analyse / synthèse

figure 1.1

Le processus de conception part d'un objet abstrait, le cahier des charges, pour conduire à un objet concret. Pour cette raison, nous associons la conception à la synthèse. Néanmoins, nous ne connaissons pas de processus de conception qui suive une voie exclusivement synthétique. L'analyse fournit une observation et une compréhension des caractéristiques du système en cours de conception et la synthèse permet d'avancer dans la conception proprement dite, en proposant des réponses concrètes partielles à des considérations abstraites (fonction, contraintes physiques, etc.) [Vries94]. La synthèse en conception, démarche inverse de l'analyse, peut être identifiée à un problème inverse [Pruvot93] [Chedmail97].

Le problème inverse posé par la conception revêt, dans de nombreux cas, le caractère d'un problème « mal posé » [Moritz93] : la solution à un problème de synthèse ne vérifie pas l'une des trois conditions du problème bien posé :

- existence de la solution,
- unicité de la solution,
- variation continue des paramètres de solution lorsque les spécifications de conception varient de façon continue.

La nature de la synthèse explique, d'un point de vue conceptuel, les difficultés rencontrées par le concepteur.

En conception, la création d'une solution passe par l'élaboration de modèles et de prototypes [Chapman&Bahill96]. Un modèle est constitué d'une structure et de paramètres

associés. Par exemple, le modèle mathématique d'un objet physique se compose d'une structure déterminée par :

- des phénomènes physiques retenus et leurs connexions,
- des lois de représentation des phénomènes,
- le degré de précision de la description mathématique des lois de représentation.

Il se compose également de paramètres associés à cette structure:

- les constantes physiques attachées aux phénomènes,
- les grandeurs caractéristiques des lois de représentation des phénomènes et des milieux où ils se produisent,
- les paramètres dimensionnels,
- les variables (paramètres représentatifs du système évoluant dans le temps)

Nous décrivons ici la synthèse comme la construction d'un modèle vérifiant un cahier des charges. La construction du modèle consiste à choisir et à déterminer un ensemble de paramètres, associés à cette structure, appelés paramètres de conception.

Soit X_S le vecteur spécifications et X_P le vecteur paramètre d'un modèle dont la structure des équations est représentée par la fonction vectorielle f . Admettons que l'analyse du modèle permet d'écrire $X_S = f(X_P)$.

La synthèse recoupe deux types de problèmes inverses [Moritz93] :

- Problème inverse de premier type: étant donné f et X_S , trouver X_P tel que $X_P = f^{-1}(X_S)$.
- Problème inverse de second type : étant donné X_S et X_P , trouver f tel que $X_S = f(X_P)$.

Le problème inverse de premier type consiste en une inversion de la fonction vectorielle f . Le problème inverse de second type, réputé plus difficile, consiste à déterminer la structure : c'est une opération d'induction de structure.

Au cours de la conception, la structure, ainsi que les paramètres dimensionnels associés, devront être déterminés. D'une part, la synthèse en conception doit déterminer des paramètres de conception appartenant à un domaine admissible. Ce domaine admissible est déterminé à partir de chaque intervalle fermé de définition des paramètres et à partir des contraintes physiques et fonctionnelles auxquelles est soumis le système conçu. Compte tenu de ces limites et contraintes, la solution paramétrique associée à une structure n'existe pas forcément. De plus, si elle existe, elle peut être plus éloignée de la meilleure solution qu'une autre solution associée à une autre structure. D'autre part, la synthèse en conception doit fournir la structure elle-même du système à concevoir. Si le vecteur X_P n'est pas fixé en conception, il est néanmoins contraint implicitement, par le choix d'une structure, d'appartenir à un domaine

admissible. De ce fait, le choix d'une structure doit fournir une solution admissible la plus proche possible de la meilleure solution, étant donné certains critères, entre toutes celles émanant des structures possibles. Une telle opération de synthèse en conception est qualifiée d'induction de structure. La synthèse en conception comporte donc deux opérations :

- l'induction de structure,
- la détermination des paramètres associés.

Spécifions en dernier lieu qu'un système comporte toujours plusieurs niveaux possibles de description de la structure, le dernier étant relié aux paramètres. Prenons pour exemple trois objets selon trois niveaux :

- un objet géométrique [Duysinx&Fleury97] :
 - typologie,
 - forme,
 - dimension.
- un objet physique :
 - phénomènes physiques,
 - équations de description,
 - paramètres et variables des équations.
- un objet technique :
 - ensemble technologique,
 - composants techniques,
 - caractéristiques des composants techniques.

Cette particularité de la description d'une structure est importante pour l'induction de structure car elle signifie que l'on peut décomposer cette opération en plusieurs sous-opérations. La méthode de conception [Pahl94] illustre bien cette particularité.

Nous recensons deux types de procédés utilisés en conception pour contourner la difficulté de la tâche de conception :

- Décomposition d'un problème en sous-problèmes. Le processus de conception résulte d'une décomposition en phases et en domaines d'investigation séparés :
 - Le processus de conception évolue progressivement du cahier des charges à la solution détaillée, en passant par des phases et des étapes différentes. Chacune de ces phases et étapes représente un niveau différent de description de la solution technique : du plus élémentaire au plus détaillé.

-
- Le système à concevoir est décomposé selon ses fonctions particulières ou selon les spécialités des concepteurs.
 - Procédés de synthèse :
 - Recopie et modifications substantielles : c'est le propre de la conception non innovante.
 - Procédé itératif de type essai-erreur : une solution admissible est approchée par le biais d'une succession de synthèses (création, « saut ») et d'analyse.
 - Inversion formelle : une loi formelle (expérimentale ou obtenue à partir d'un modèle) permet de donner des caractéristiques physiques en fonction des spécifications. Ce procédé est, bien sûr, le plus intéressant en conception, puisqu'il permet de déterminer directement des caractéristiques du système en fonction des spécifications. Il est également le plus difficile à établir. Dès que la formulation de la relation caractéristiques du système-spécifications est compliquée et inextricable, l'inversion formelle n'est pas possible.

Nous avons passé en revue des éléments conceptuels qui nous semblent caractériser la conception. Dans un deuxième temps, nous évoquons des pratiques de conception, ainsi que les outils couramment utilisés, afin de mettre en évidence les opérations de conception qui pourraient être rationalisées.

1.1.1.2. Pratiques de conception et leurs outils

Le processus de conception est pratiqué par un concepteur, au sein d'une équipe réunie pour élaborer un projet de conception. Le projet vise des objectifs précis faisant appel à de multiples spécialités. Il se déroule en plusieurs phases, au cours desquelles des outils spécifiques sont utilisés.

Pour définir une solution technique, le concepteur fait appel à différentes ressources :

- la créativité,
- l'intuition,
- l'expérience de la conception des produits précédents et des échecs passés,
- la capacité à tester et à analyser,
- les connaissances scientifiques et techniques.

Le concepteur contribue, avec les autres membres de son équipe, à un projet de produit, machine ou système. Les objectifs de ce projet sont :

- La qualité : le produit conçu doit être en adéquation avec :
 - son utilisation : fonctions, performances mais aussi fiabilité, durée de vie, maintenabilité, destruction,
 - l'outil industriel : fabricabilité, assemblage, expédition, service-après-vente.
- Le coût : de conception, d'industrialisation (méthode de fabrication), de fabrication, d'acheminement, d'utilisation et de destruction.
- Le délai : de conception, d'industrialisation, de fabrication.

Les critères de choix en conception sont donc multiples et ne relèvent pas seulement des concepteurs. Un projet de conception se déroule en plusieurs phases où des décisions de nature différente sont prises. On reconnaît dans le projet de conception, de façon quasi unanime, trois phases dans le temps de l'étude :

- Conception préliminaire, ou préconception : on étudie le cahier des charges. L'avant-projet définit les grandes lignes du produit : les concepts et types de technologie utilisés, l'organisation et l'architecture des différents composants.
- Conception détaillée : à partir de l'avant-projet, un projet est détaillé et les caractéristiques du produit sont optimisées. Un ensemble de documents (papier, informatique) définit, de façon précise, le produit.
- Validation finale : on procède à des essais et des tests sur le prototype; on réalise les dernières mises au point.

Durant ces trois phases, de nombreuses spécialités sont nécessaires. D'une part, un produit fait rarement appel à un seul domaine scientifique. Un produit mécanique fait appel à plusieurs spécialités de la mécanique, mais aussi à la science des matériaux et à la thermique. De plus, il est constitué, de plus en plus souvent, de composants de natures variées, faisant appel à l'électrotechnique, l'électronique, l'informatique, l'automatique, etc. Enfin, la conception d'un produit englobe des exigences d'ergonomie, de design, etc [Duchamp88]. D'autre part, les objectifs de qualité, coût et délai nécessitent de prendre en compte les exigences relatives à l'ensemble du cycle du produit; la conception fait appel aux métiers des prototypages et essais, de fabrication, d'assemblage, etc [Bocquet&al.90].

La conception possède donc un caractère pluridisciplinaire. Elle peut donc être qualifiée de complexe, non seulement à cause de ce caractère pluridisciplinaire, mais également à cause des trois objectifs à atteindre et du caractère non trivial de la synthèse pour atteindre ces objectifs.

Nous pouvons observer dans les bureaux d'étude industriels, et nous l'avons également expérimenté, que la pratique de conception se fonde encore, en partie, sur l'empirisme. Le procédé de synthèse de type essai-erreur à une échelle importante est encore utilisé, ce qui conduit à des « re-conceptions » longues et coûteuses. Il s'explique par la complexité et la pluridisciplinarité de la conception. Le but est d'améliorer la conception en :

- minimisant le nombre de « re-conceptions » effectuées par le concepteur,
- évaluant au plus tôt les choix et les décisions du concepteur afin de minimiser la portée d'une erreur de conception.

A cette fin, des méthodes et des outils rationnels adaptés doivent être utilisés ou, s'ils font défaut, développés à chaque phase de la conception.

Nous donnons, par la suite, un aperçu des outils « modernes » couramment utilisés en conception de produits techniques :

- Support de représentation, de caractérisation et de validation :
 - CAO,
 - bases de données informatiques,
 - code de calcul (e.g. éléments finis),
 - simulation temporelle de modèle dynamique (e.g. système multi-corps, modèle d'état),
 - prototypage rapide.
- Mesures et tests sur prototype :
 - recalage de modèle,
 - plan d'expérience.
- Outils de synthèse :
 - technique d'optimisation,
 - systèmes experts.

Seuls les deux derniers outils constituent de véritables outils d'aide à la conception. Les autres outils sont des supports pour l'analyse, l'expression et la formalisation des choix de conception. Les techniques d'optimisation et les systèmes experts utilisent certains de ces supports pour effectuer automatiquement des opérations de synthèse.

Les techniques d'optimisation associées à des modèles éléments finis ou à des modèles d'état, par exemple, conduisent à une détermination de paramètres qui minimisent une fonction objectif. Ces techniques nécessitent de définir une métrique pour écrire la fonction objectif. Les

divers critères industriels ne se prêtent pas toujours bien à cette formulation mathématique. Il faut également que le concepteur soit conscient des écueils auxquels un calcul est exposé : l'existence de minima locaux et les temps de calculs prohibitifs. Enfin, nous soulignons un point qui nous semble des plus importants : l'utilisation de l'optimisation numérique suppose que la structure du modèle contient des solutions admissibles suffisamment proches de la solution donnant le meilleur compromis possible entre les différents critères. Le choix d'une solution initiale peu éloignée de cette meilleure solution diminue, à la fois, le risque d'obtenir un minimum local et le temps de calcul. Une étape préliminaire d'analyse et de synthèse globale du système à concevoir est préconisée dans une étude portant sur la conception optimale [Yu95].

Les systèmes experts permettent, quant à eux, d'écrire des règles propres aux différents métiers et, ainsi, de choisir une ou plusieurs solutions dans une base de données. Ils forment un support informatique pour la mise en oeuvre de méthodes à base de règles. Cependant, ils ne permettent pas d'appréhender seuls la conception dans toute sa complexité [Tichkiewitch94].

Ce bilan, certes incomplet, des outils de conception montre néanmoins la nécessité de développer de nouveaux outils complémentaires de ceux utilisés actuellement pour couvrir le processus de conception dans sa totalité. En particulier, des méthodes d'induction de structure sont à formaliser. Elles sont dédiées à la phase de préconception et doivent, notamment, apporter une aide précieuse pour la démarche d'une optimisation de conception.

Un autre trait de la conception retient notre attention : l'activité pluridisciplinaire. Elle doit être également considérée dès la phase de préconception pour des choix structuraux. Une approche adaptée doit alors être trouvée pour prendre en compte la pluridisciplinarité en avant-projet.

1.1.2. Champs d'activité pluridisciplinaire et interdisciplinaire

La conception des produits techniques possède un caractère pluridisciplinaire issu de ses composants et de son processus d'obtention. La conception, activité pluridisciplinaire, met en oeuvre une démarche complexe de définition d'un produit. Lorsque les couplages entre disciplines sont importants, on montre l'existence d'une activité interdisciplinaire qui permet de dépasser les difficultés inhérentes à ces couplages.

1.1.2.1. Champ pluridisciplinaire

L'obtention d'un produit est vue, sur le plan des savoirs et des savoir-faire, comme une association de disciplines qui concourent à la réalisation du projet. L'activité de conception est, et a toujours été, une activité pluridisciplinaire. Par exemple, au sein d'un bureau d'étude, un « bon » projeteur prend en compte, même de façon implicite et empirique, les moyens de fabrication disponibles dans l'atelier lors du dessin d'un produit; il exerce donc une activité pluridisciplinaire. La conception d'un système hétérogène consiste en la définition de composants qui relèvent de disciplines différentes. Par exemple, la construction de postes de conduite de véhicules et de machines fait appel au mécanicien pour la conception de la structure mécanique et à l'électricien pour l'implémentation des faisceaux électriques et des optiques.

L'activité pluridisciplinaire demande, au minimum, une coordination des différentes tâches :

- Les savoirs, savoir-faire, outils et méthodes doivent être utilisés pour répondre au mieux à toutes les spécifications.
- Dans l'absolu, il est légitime de rechercher à unifier les concepts pour tendre vers une optimisation simultanée du produit dans son ensemble et avec son processus de fabrication.

Une telle approche de définition et d'optimisation simultanées ne peut être développée que dans des cas bien particuliers. Le respect des points suivants nous semble nécessaire :

- même nature des critères de conception, c'est la condition pour définir une fonction objectif,
- formalisme unifié pour le calcul de la variation des paramètres de conception,
- homogénéité de la nature des paramètres de conception (des paramètres matériels, e.g. la section d'une poutre, et des paramètres informationnels e.g. des gains de commande, sont de nature différente),
- structure du modèle pluridisciplinaire préalablement établie et admise comme « bonne » (i.e. la structure contient, parmi des solutions admissibles, une solution d'une qualité suffisante et d'un coût acceptable).

Une certaine homogénéité (critères, méthodes de calcul, paramètres de conception) du système pluridisciplinaire peut donc permettre une formulation mathématique unifiante. Néanmoins, les critères industriels de conception, tels que le coût de fabrication et d'exploitation du système, la fiabilité, la maintenance, l'ergonomie, etc., sont autant d'éléments difficilement quantifiables en phase de conception; ils constituent un frein à une telle approche.

En outre, les disciplines forment, du fait de leur spécialisation et de leur spécificité, des domaines de connaissance cohérents et ordonnés, mais assez fermés sur eux-mêmes [Delattre]. Ceci se manifeste dès que l'on cherche à établir des liens entre disciplines différentes. La complexité de la relation entre les propriétés du système dans sa totalité et les propriétés des éléments locaux constitutifs ne peut se réduire au regroupement de ces propriétés locales. Lorsque les éléments sont insérés dans des systèmes plus ou moins complexes à l'intérieur desquels les couplages sont prépondérants, l'incidence des propriétés globales sur les comportements locaux devient importante [Delattre]. Ces couplages entre éléments sont à prendre en compte d'un point de vue global, définissant ainsi un champ d'activité interdisciplinaire.

1.1.2.2. Champ interdisciplinaire

Une approche interdisciplinaire de l'étude de systèmes complexes est fondée sur la théorie des systèmes [Delattre]. Nous nous appuyons sur cette approche pour définir l'activité interdisciplinaire en conception. La structure peut être perçue à différents niveaux (cf. §1.1.1.1) et les éléments de description s'en trouvent alors changés. Si l'on sépare un système en sous-systèmes monodisciplinaires, il existe une interaction entre eux qui est due aux échanges d'énergie, de matière ou d'information (cf. [LeMoigne94] page 99). Cette organisation de la structure d'un système et des interactions entre sous-systèmes constitue un fondement de la méthodologie de conception développée dans [Pahl94].

L'étude globale de l'interaction entre ces sous-systèmes définit un champ d'activité interdisciplinaire, par opposition au champ d'activité pluridisciplinaire qui couvre la totalité des sous-ensembles dans leurs détails (cf. figure 1.2).

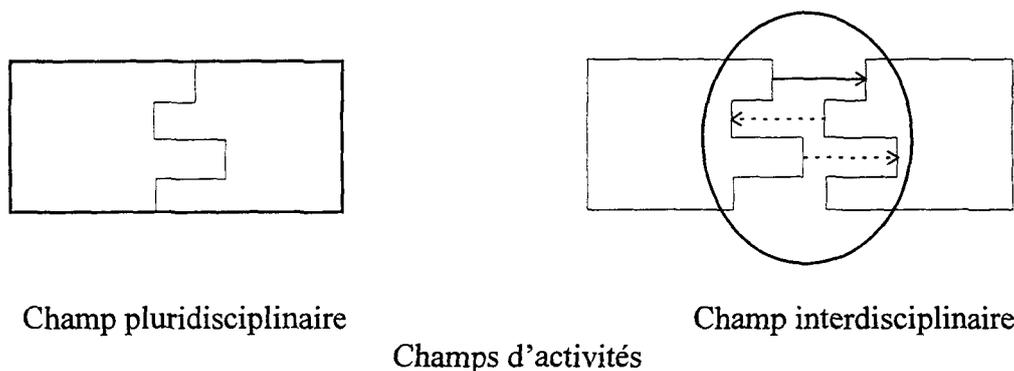


figure 1.2

L'on rencontre rarement une étude globale de l'interaction. Des principes sont définis pour éviter le couplage entre sous-systèmes, tels que le principe d'indépendance fonctionnelle de N.-P. Suh [Suh95]. L'auteur préconise une méthode de conception découplante selon la décomposition fonctionnelle du système. Chaque composant élémentaire associé à une fonction peut être conçu séparément et sans interférence avec les autres composants. Le principe d'indépendance fonctionnelle s'applique bien aux systèmes électroniques, mais plus difficilement aux systèmes mécaniques. [Pruvot93] [Rieu&al.94].

Dès que le niveau de performances exigées est élevé, l'interaction entre les sous-systèmes monodisciplinaires peut devenir prédominante. Cette interaction implique un couplage de la conception de chaque sous-système pour satisfaire les spécifications de performances. Ce couplage de conception induit par les spécifications de performances rend caduque le principe d'indépendance fonctionnelle. On dira que l'interaction entre sous-systèmes monodisciplinaires, lorsqu'elle devient prépondérante, entraîne une interaction de conception. La compréhension du couplage au sein du système pluridisciplinaire, fruit d'une étude interdisciplinaire, est « l'un des facteurs essentiels d'une meilleure intégration des savoirs » [Delattre]. L'approche interdisciplinaire en conception doit permettre une intégration des conceptions à partir de la connaissance de leur interaction.

Cette approche conduit à une conception globale d'un système hétérogène. Elle doit permettre de définir les grands traits d'une solution de conception (concept, type de solution, propositions de structure) puis d'établir un avant-projet : établissement d'une structure et prédimensionnement déterminé par le niveau d'interaction. Par conséquent, une approche interdisciplinaire de conception ne s'oppose pas à une approche pluridisciplinaire mais la complète. La conception pluridisciplinaire aboutit à une définition détaillée du système à partir d'un avant-projet. L'approche interdisciplinaire doit répondre au besoin de formaliser des outils et des méthodes pour la préconception.

Nous présentons par la suite plusieurs travaux qui font appel à différentes méthodes de conception afin de montrer l'importance des approches globales pour établir la structure, au cours de l'avant-projet, et l'enjeu de l'intégration de conception.

1.1.3. Méthodes de conception

Le processus de conception doit être soutenu par des méthodes appropriées aux spécificités de la conception. Deux causes de l'emprise des pratiques empiriques en conception ont été énoncées :

- la difficulté d'établir la structure d'une solution par des méthodes rationnelles,
- le caractère pluridisciplinaire de la tâche de conception.

Des méthodes rationnelles sont développées en conception de produits et de systèmes mécaniques pour éviter cet empirisme. La conception fonctionnelle donne lieu à plusieurs méthodes qui permettent d'établir la structure d'une solution. Nous en montrons les limites. La conception intégrée se fonde sur des modèles minimum qui permettent d'inclure l'aspect pluridisciplinaire. La création de ces modèles minimum sous-entend la phase d'avant-projet. Différentes méthodes de conception en avant-projet sont évoquées, afin de mettre en évidence les éléments importants de la préconception.

1.1.3.1. Conception fonctionnelle et ses limites

L'approche fonctionnelle est devenue courante en conception et notamment en conception de mécanisme. Des systèmes d'aide à la conception ont été développés, à partir de cette approche, grâce à l'apport de l'intelligence artificielle [Silberberg94]. Nous évoquons, dans ce paragraphe, quelques méthodes de conception de mécanismes et de machines s'appuyant sur l'approche fonctionnelle.

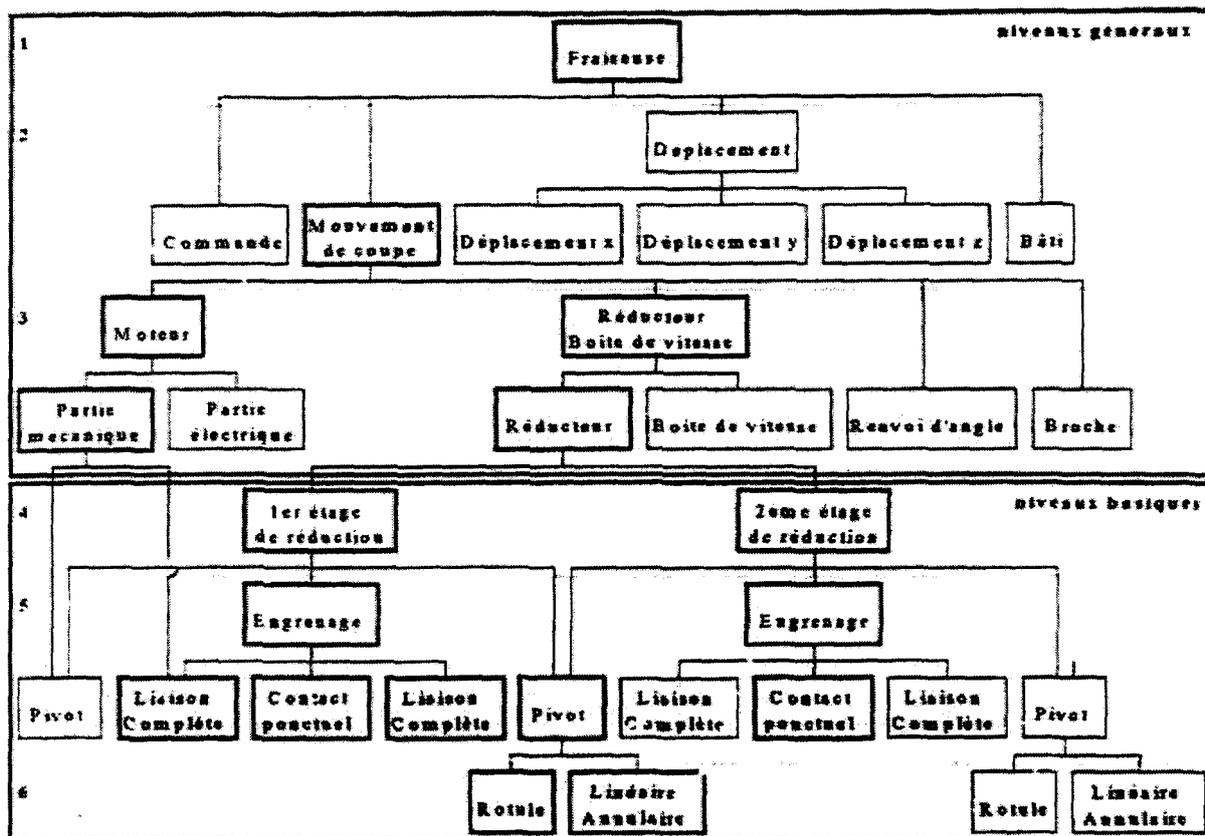
La méthode développée par C. Bohatier, J. Guillot, et Y. Silberberg s'appuie sur une démarche de décomposition fonctionnelle du mécanisme et sur la démarche duale d'assemblage de solides par les liaisons mécaniques [Silberberg&al.93] [Silberberg94]. Les inconvénients de cette méthode viennent de sa décomposition jusqu'à la fonction élémentaire: elle ne permet pas le couplage fonctionnel et elle nécessite une connaissance préalable de la structure [Rieu&al.94].

L'approche de décomposition fonctionnelle est utilisée en phase de conception détaillée dans [BenAmara&al.96]. Les auteurs développent la décomposition fonctionnelle du mécanisme jusqu'à la liaison inter-pièces à partir de laquelle une solution technique est proposée. Un calcul de dimensionnement local des parties de chaque pièce confirme ou infirme la solution locale retenue. Suite à la définition détaillée de la solution, un calcul global permet de valider l'assemblage de ces solutions locales. Cette approche de conception des mécanismes conduit le concepteur à une solution détaillée, dimensionnée localement, sans savoir si elle satisfait aux spécifications de comportements physiques du mécanisme.

L'approche fonctionnelle est utilisée également pour la définition d'architecture de machine ou d'éléments constituant ces machines. La complexité d'une machine, e.g. une machine-outil, permet de mettre en évidence les différents niveaux de structure. Ces travaux permettent de saisir la difficulté à induire une structure.

Les travaux de O. Garro [Garro92] présentent une démarche de conception des machines-outils comportant, d'une part, une spécification à partir des entités d'usinage pour le choix d'une architecture fonctionnelle de machine et, d'autre part, le passage de l'architecture fonctionnelle à une architecture physique. L'article [Garro&al.93] résume cette deuxième phase, la phase de conception proprement dite, dans le cadre de la définition d'architecture de machine spéciale. Afin de choisir une structure de machine, les auteurs recherchent le lien cinématique entre entité d'usinage et outil; ils choisissent une cinématique selon des critères de flexibilité, de productivité et de coût.

La méthode de conception avancée dans [Hernot&al.95] associe à une étude fonctionnelle, qui va du global (cahier des charges fonctionnel) au local (composants fonctionnels), une étude technologique, qui va du local au global en assemblant les fonctions. La décomposition fonctionnelle, qui occulte l'environnement de la fonction, aboutit à une structure arborescente des fonctions (cf. figure 1.3). L'étude technologique comporte les choix des composants techniques et leur dimensionnement (répondant à des exigences locales) afin de vérifier des exigences globales (encombrement, compatibilité géométrique, etc.).



Décomposition fonctionnelle d'une machine-outil [Hernot&al.95]

figure 1.3

La conception aux niveaux basiques 4, 5 et 6 (cf. figure 1.3) peut être faite selon une démarche rationnelle, pour déterminer la meilleure solution, en choisissant un critère d'optimisation et en répercutant les contraintes de conception [Daidie&al.96], alors que la conception aux niveaux généraux 2 et 3 ne peut déboucher sur une solution idéale unique [Hernot&al.95]. En effet, les concepteurs sont guidés dans leurs choix structuraux (choix de niveaux généraux selon la figure 1.3) par leurs expériences et leur savoir-faire.

L'approche fonctionnelle permet d'appréhender les aspects cinématiques pour les choix structuraux d'architecture de machine spéciale (niveau 2 selon la figure 1.3) [Garro92] [Garro&al.93] et permet une conception technologique -les aspects de déformation et de vibration ne sont pas pris en compte- par optimisation pour des composants basiques (niveaux 4, 5 et 6 selon la figure 1.3) [Hernot&al.95] [Daidie&al.96]. Jusqu'ici, nous avons occulté un aspect pourtant majeur de la conception des machines : la dynamique. Par exemple, le comportement dynamique vibratoire d'une machine-outil détermine la productivité et la qualité (respect des tolérances géométriques et de la qualité de surface) des produits usinés. Les caractéristiques dynamiques d'une machine constituent la limite à l'augmentation de ses

performances comme le montre F. Mirski [Mirski78]. La difficulté est d'appréhender dans sa globalité la dynamique de la machine lors de sa conception. Cela suppose de prendre en compte les contraintes dynamiques imposées par les exigences de performances dès les choix structuraux.

La conception de produits et de machines suppose donc d'intégrer de nombreuses composantes dès les premières phases de conception. Nous évoquons donc la spécificité des méthodes de conception intégrée.

1.1.3.2. Méthodes de conception intégrée

La pluridisciplinarité en conception recoupe deux aspects : un aspect horizontal pour les systèmes hétérogènes et un aspect vertical qui comprend l'ensemble du cycle d'un produit. Le premier aspect est rencontré notamment lors de la conception des systèmes mécatroniques [Anantharaman&al.95][Kallenbach&al.95]. Néanmoins, l'intégration des composants de nature différente lors de la conception n'a pas donné lieu, à notre connaissance, à des méthodes de conception intégrée. Le formalisme Bond Graph [Breedveld87] permet la modélisation dynamique de systèmes physiques pluridisciplinaires d'un point de vue énergétique. Ce type de modélisation est utilisé pour soutenir la conception de systèmes électromécaniques commandés [Vries94]. L'emploi des Bond Graph pour l'analyse et la synthèse des systèmes électrohydrauliques permet une vue globale et une vue détaillée du comportement physique du système [Lebrun86][Mare93]. Ces travaux portant sur le formalisme Bond Graph et son utilisation ne fournissent pas de méthode de conception. Différentes méthodes de conception des systèmes mécaniques commandés ont été développées; nous les aborderons au paragraphe 1.3. Nous évoquons pour l'instant les méthodes existantes en conception intégrant les caractéristiques de fabrication (aspect vertical de la pluridisciplinarité).

L'aspect vertical de la pluridisciplinarité en conception mécanique a suscité le développement en France du groupement PRIMECA [Bocquet&al.90]. L'objectif recherché est l'intégration des métiers et des modèles intervenant au cours du cycle d'un produit, c'est à dire de l'étude marketing à la destruction du produit. De ce projet ambitieux, nous retenons plusieurs lignes directrices :

- S'assurer que le produit conçu répond au cahier des charges en termes :
 - fonctionnels,
 - de contraintes de fonctionnement (spécifications de performances, durée de vie, etc),

- de contraintes physiques (fabrication - assemblage et comportements physiques admissibles).

- Être sûr que la solution proposée est la meilleure parmi l'ensemble des solutions admissibles.
- Prendre en compte au plus tôt toutes les disciplines pour garantir les deux premiers points, en justifiant tous les choix.

Ces lignes directrices conditionnent une nécessaire intégration pluridisciplinaire de l'avant-projet à la conception détaillée.

L'équipe de recherche en conception intégrée à laquelle appartient S. Tichkiewitch développe une méthode intégrant les métiers de la fabrication (forge, usinage) aux spécialités de la conception (modelage géométrique, calcul de structure, technologie) [Tichkiewitch94]. Cette méthode est fondée sur un modèle minimum de représentation de la pièce mécanique. Par exemple, les concepts de squelette et de peau décrivent le flux de matière et les surfaces fonctionnelles du mécanisme et de ses pièces [Belloy&al.95]; cette description incomplète de la géométrie permet aux experts de forge et de l'usinage d'intervenir pour leur définition complète, en interaction avec les résultats de calcul de structure. Sur la base de cette description minimum des pièces, une démarche de conception coopérante est mise en place pour établir un compromis à partir des contraintes spécifiques à chaque métier [Tichkiewitch&al.95].

La définition du modèle minimum pour la conception détaillée des pièces d'un mécanisme nécessite au préalable la définition d'une arborescence fonctionnelle et structurelle du système mécanique [Tichkiewitch94]. La phase de préconception doit permettre de fournir ce modèle minimum, à partir des spécifications de conception. A ce stade, les informations ne sont pas suffisantes pour faire intervenir les métiers de la fabrication; la définition de l'avant-projet repose complètement sur la capacité des concepteurs à juger les différents types de solution possibles par rapport aux critères d'industrialisation [Tichkiewitch&al.95]. Lors de l'avant-projet, les concepteurs définissent, par étapes successives, les concepts retenus pour le produit et choisissent sa structure, déterminant ainsi les grandes caractéristiques et les propriétés globales de ce produit. La phase de préconception revêt donc une importance particulière en conception intégrée. On retient ici la nécessité de définir un modèle minimum pour l'intégration des conceptions.

1.1.3.3. Méthodes de synthèse en avant-projet

La préconception nécessite une approche spécifique due à sa particularité. Elle diffère de la conception détaillée par les informations essentiellement abstraites que le concepteur a du produit. Les opérations premières de la préconception sont le choix des concepts physiques répondant aux fonctionnalités spécifiées puis l'induction d'une structure. Nous nous intéressons en particulier à cette deuxième opération. La structure conditionne une famille de solutions dans laquelle il doit s'en trouver une qui vérifie les spécifications du cahier des charges et les contraintes de fonctionnement (solution admissible); le but est la détermination d'une structure qui contient la meilleure solution (en termes de coût, d'industrialisation, de fiabilité, etc.). Si des méthodes rationnelles de détermination des paramètres sont bien établies, l'induction de structure relève bien souvent de l'empirisme. Les méthodes de décomposition fonctionnelle répondent à l'induction de structure de façon incomplète (cf.§1.1.3.1).

Des méthodes d'induction de structure doivent donc être formalisées; on porte une attention particulière à la définition d'un modèle pour cette opération car il est le support de la préconception. Différentes méthodes sont citées afin de montrer la spécificité de la préconception.

Nous avons vu au paragraphe 1.1.1.1, que le processus de conception est fondé sur la dualité analyse-synthèse. Constatant la non réversibilité de l'analyse habituellement utilisée, les auteurs de [Pruvot93] [Griethuysen92] proposent une analyse réversible en synthèse. Cette méthode passe par le développement de représentations intermédiaires des informations de conception [Griethuysen92]. Elle suppose la « linéarisation » de l'analyse. La méthode, en cours de développement, est appliquée aux transmissions de puissance [Griethuysen92] et aux machines-outils [Pruvot93].

La préconception de mécanismes plan articulés peut être fondée sur la notion de trajectoire qualitative et de décomposition structurelle [Yannou&al.95]. Cette méthode approchée de synthèse morphologique et dimensionnelle des mécanismes conduit les auteurs à une explication qualitative des caractéristiques d'une trajectoire et à une décomposition des mécanismes en groupes structurels élémentaires. Une inversion à partir de ces données doit permettre une synthèse beaucoup plus rapide en avant-projet.

Dans [Howell&Midha96], une approche de la synthèse des mécanismes compliant s'appuie sur des modèles pseudo-rigides. Deux séries d'équations sont obtenues : des équations de synthèse cinématique et des équations d'énergie. Le nombre d'équations et le nombre

d'inconnues sont choisis afin d'aider à la résolution du système d'équation. Cette étude illustre bien le rôle de la modélisation mathématique dans la synthèse en avant-projet.

Dans [Rieu&al.94], l'ensemble des informations contenues dans les modèles constitue une représentation minimum du produit. Cette représentation minimum garantit en effet l'absence de présupposé de solution avant qu'elle ne soit définie de manière rationnelle. Une grande différence entre la méthode [Rieu&al.94] et une décomposition fonctionnelle utilisée pour la structuration du système, e.g. [BenAmara&al.96], est l'évaluation de chaque choix structural à partir de la représentation physique associée à ce choix.

Un autre exemple est celui de la conception de véhicule ferroviaire au crash. La conception des structures mécaniques doit répondre à des exigences d'absorption d'énergie [Ravalard&al.97]. Les auteurs développent une méthode de préconception à partir de modèles symboliques (système multi-corps rigide) dont le niveau de description évolue graduellement avec le niveau de définition du véhicule. La conception d'un véhicule commence à un niveau global avec un modèle unidimensionnel de rame (quelques degrés de liberté en tout), puis un modèle bidimensionnel de la rame et, en dernier lieu, le niveau local est abordé avec un modèle bidimensionnel de la zone fusible du véhicule.

Au cours du paragraphe 1.1, l'étude du processus de conception nous a permis de mettre l'accent sur la phase de préconception, sur son rôle dans la définition globale d'un produit. Des méthodes de conception qui ont trait à la structure ont été présentées et nous avons souligné les caractéristiques de ces méthodes qui nous semblent importantes pour l'induction de structure. Des éléments conceptuels pour la modélisation ont été retenus :

- Modèle d'analyse inversible pour la synthèse [Pruvot93], choix d'une modélisation mathématique appropriée à la synthèse en avant-projet [Howell&Midha96] [Yannou&Vasiliu95].
- Modèle minimum du produit pour ne faire aucun présupposé de solution [Rieu&al.94].
- Evaluation de chaque choix structural à partir d'un modèle physique associé à ce choix [Rieu&al.94].
- Modèles intermédiaires de description [Griethuysen92] évoluant graduellement durant la définition de l'avant projet [Ravalard&al.97].

L'aspect pluridisciplinaire a été présenté, notamment pour les systèmes hétérogènes, et nous avons montré que la prédominance de l'interaction entre sous-systèmes monodisciplinaires peut être appréhendée par une approche interdisciplinaire à un niveau global. L'approche interdisciplinaire, complémentaire de l'approche pluridisciplinaire, peut être rapprochée de l'approche globale de préconception. Nous nous intéressons maintenant à un type particulier de systèmes pluridisciplinaires : les systèmes mécaniques commandés.

1.2. Les systèmes mécaniques commandés

1.2.1. Présentation

L'étude des systèmes mécaniques commandés (SMC) constitue un vaste domaine recoupant principalement deux disciplines : la mécanique et l'automatique. Cette étude peut être définie par rapport à son objectif : l'opération de commande automatique de tâches mécaniques. Une telle opération fait intervenir des variables d'effort, de position et de vitesse. Les tâches mécaniques les plus courantes sont la poursuite d'une cible, le suivi de trajectoire, le positionnement, l'application d'une force, la transmission de puissance mécanique, l'isolation vibratoire. La tâche mécanique est effectuée selon une loi de commande analogique ou numérique.

Un système mécanique peut être qualifié par quatre caractéristiques générales :

- La flexibilité : aptitude à modifier les caractéristiques ou le type de la tâche.
- La productivité : « volume de travail » par unité de temps e.g. la rapidité d'exécution d'une tâche donnée ou le débit de copeau d'une machine-outil.
- La qualité des opérations : aptitude à effectuer une tâche conformément aux prescriptions de rapidité (productivité) et de précision (e.g. erreur maximum d'un suivi d'une trajectoire, état de surface d'un usinage).
- La fiabilité : aptitude à conserver dans le temps une qualité suffisante pour les différentes tâches, compte tenu des perturbations extérieures, des évolutions internes ou externes au système. Elle dépend par exemple de la fatigue mécanique au cours des tâches, de la durée de vie des divers organes et de la robustesse de la commande.

Notre capacité à concevoir un SMC qui réponde aux exigences de flexibilité, de productivité, de qualité et de fiabilité dépend du conditionnement de la tâche mécanique [Samson88], c'est à dire de la définition de son mode opératoire. L'aptitude de flexibilité d'un SMC provient de la cinématique du SM et de la loi de commande. Le comportement dynamique du SMC

détermine, pour une grande part, les caractéristiques de productivité et de qualité. Sa fiabilité est inhérente à l'ensemble des choix de conception, tant en mécanique qu'en automatique.

Nous nous intéressons, dans ce mémoire, au comportement dynamique des SMC en vue de la définition du système physique associé à une loi de commande. Un SMC est composé d'un système physique passif (assemblage de corps solides), d'un système physique actif (système électromagnétique ou électrohydraulique) et d'un système de commande automatique du système physique actif à partir d'informations extérieures (spécifications de la tâche, informations sur l'environnement) et d'informations sur les systèmes physiques actifs et passifs. La déduction des propriétés de l'ensemble du SMC n'est pas un sujet trivial car « cet ensemble est plus que la somme des parties » [Vries94]. Nous décrivons succinctement, dans un premier temps, la partie mécanique et la partie commande, avant d'aborder leur interaction dynamique.

1.2.1.1. Partie mécanique

D'un point de vue dynamique, un système mécanique (SM) est caractérisé par son inertie (sa masse, ses moments d'inertie) et par sa propension à se déformer (sa flexibilité mécanique, à ne pas confondre avec l'aptitude de flexibilité d'un SMC). Son comportement dynamique est régi par ces deux caractéristiques. Un SM¹ possède un nombre fini, positif ou nul, de modes de corps rigide et une infinité de modes de corps flexible (modes vibratoires). A partir de ces caractéristiques dynamiques (modes rigides et flexibles), on reconnaît deux grands sujets d'étude (correspondant à la séparation des études mécaniques de structure mécanique et des mécanismes) :

- SM stationnaire : SM qui ne possède pas de mode rigide ou SM pour lequel il n'existe pas de couplage entre les modes rigides et les modes flexibles, après implémentation du système de commande (SC) e.g. l'amortissement actif des vibrations d'une antenne satellite. L'objet du SC peut être par exemple :
 - la correction de forme de la structure mécanique (déformation commandée) e.g. la correction active de la forme des grands miroirs de télescopes,
 - l'amélioration du comportement vibratoire des structures mécaniques e.g. l'amortissement actif d'édifices ou d'immeubles soumis aux excitations du vent ou sismiques

¹ Cf. [Gérardin&Rixen96] pour une description du formalisme et des méthodes d'analyse de la dynamique des SM.

- l'amortissement actif en complément ou en remplacement d'éléments d'amortissement passif de SM e.g. la suspension active de véhicules.

- SM en mouvement : SM possédant un ou plusieurs modes rigides. Ces modes rigides sont commandés par le SC de telle sorte que le SM effectue un mouvement (commande en position ou en force) e.g. les robots, les machines-outils à commande numérique, mais aussi les SM mobiles comme les véhicules de transports guidés, les fusées, les satellites, etc.

Cette distinction mécanique est importante pour le SC puisqu'elle correspond à deux objectifs principaux de la commande de SM :

- 1) Commande des modes flexibles (SM stationnaire).
- 2) Commande des modes rigides (SM en mouvement).

Une classe de problèmes de SMC vient du couplage des modes rigides et des modes flexibles par le SC. Ce couplage peut apparaître pour l'un ou l'autre des objectifs de commande. Il fait l'objet d'un développement particulier au paragraphe 1.2.2.

Nous traitons plus spécialement dans ce mémoire les SM en mouvement de type système mécanique articulé. Ces SM répondent à un objectif de commande du(des) mode(s) rigide(s).

Pour l'étude des systèmes mécaniques articulés, nous nous restreignons à celle des mécanismes qui ne possèdent qu'un degré de mobilité. Nous posons donc la définition suivantes :

Définition : Mécanisme

Nous posons dans ce mémoire qu'un mécanisme est un SM en mouvement qui ne possède qu'un seul mode rigide.

Classement des systèmes mécaniques articulés en deux études :

Un système mécanique articulé comporte n modes rigides ($n \geq 1$). Le mouvement de corps rigide du système mécanique articulé est donc décrit dans un espace à n dimensions. Le mouvement dans cet espace peut être projeté sur chacun des n axes de cet espace. Nous posons un classement des études purement dynamiques des systèmes mécaniques articulés :

- mécanisme : étude dynamique du mouvement sur un seul axe de l'espace.
- système multi-axes : étude dynamique pour réaliser une trajectoire dans l'espace à n dimensions. Il s'agit alors de coordonner le mouvement de chacun des n axes pour obtenir

un mouvement dans cet espace, mais également d'étudier l'effet du couplage dynamique entre mécanismes.

La séparation de l'étude dynamique d'un système mécanique articulé en n études de mécanisme s'applique :

- 1) directement aux systèmes mécaniques articulés à architecture cartésienne (SM avec des articulations prismatiques orthogonales entre elles)
- 2) aux systèmes mécaniques articulés à chaîne ouverte si le couplage dynamique entre articulations n'est pas prépondérant pour l'étude d'un mécanisme constitutif du système mécanique articulé. Les effets du couplage peuvent être alors occultés pendant cette étude.
- 3) difficilement aux chaînes fermées (e.g. les manipulateurs parallèles). La séparation en plusieurs mécanismes devient périlleuse et complexe. Ce sujet a néanmoins un intérêt certain pour montrer les avantages dynamiques de tels systèmes mécaniques articulés.

L'étude des systèmes mécaniques articulés est décrite dans les ouvrages de robotique (voir par exemple [Lallemand&Zeghloul94]). L'étude dynamique des SMC développée dans les prochains chapitres portera sur les mécanismes commandés.

1.2.1.2. Partie commande

Les deux grands sujets d'étude des SM à commander (SM stationnaire et en mouvement) nous ont amenés à distinguer deux objectifs de commande : la commande de modes rigides et la commande de modes flexibles. Deux objectifs en asservissement sont traditionnellement reconnus :

- Régulation : le SM est soumis à des perturbations qui tendent à écarter son état² de celui où il devrait être. Les performances du SC sont jugées sur sa capacité à atténuer l'effet de ces perturbations
- Poursuite : le SM doit suivre une consigne, variable dans le temps, de position, vitesse ou force. Le SC minimise l'erreur entre la consigne et une sortie du SM (une mesure).

Cette description très schématique de la théorie de l'asservissement (voir par exemple [Borne&al.93] page 193) nous permet de caractériser les performances pour des tâches de régulation ou de poursuite. Notons que l'objectif premier (parfois implicite) est la stabilisation du SM. Par exemple, un mécanisme n'est pas asymptotiquement stable³; un SM soumis à une

² Le vecteur d'état d'un SM est composé, le plus souvent, du vecteur position et du vecteur vitesse (cf. [Gérardin&Rixen96] page 77).

³ Un système est asymptotiquement stable si son état tend de façon asymptotique vers un état d'équilibre.

perturbation peut devenir instable et l'application d'un SC peut également rendre instable le SM.

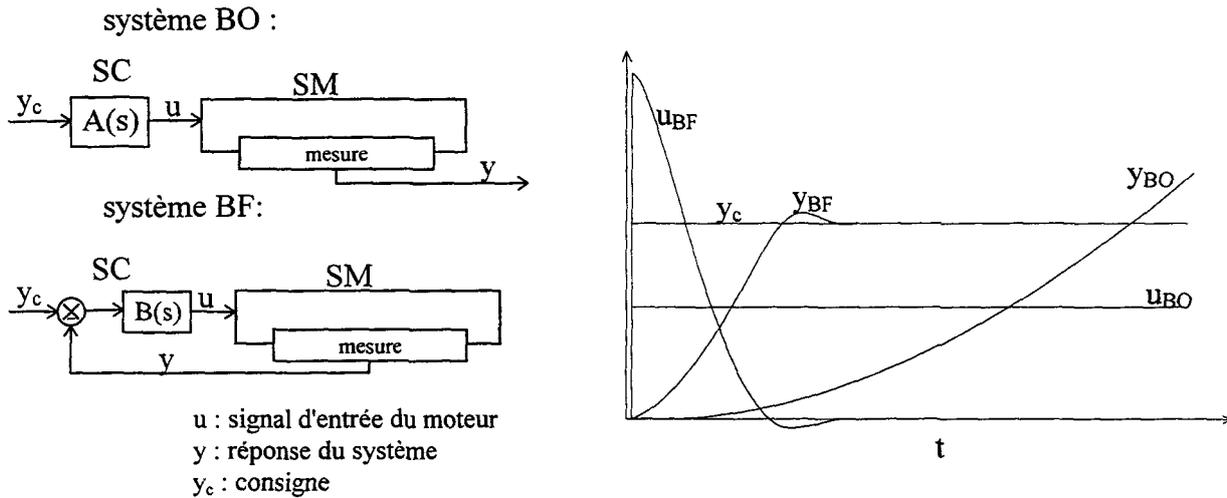
Le suivi de consigne variable (l'objectif de poursuite) suppose l'existence de modes rigides (le nombre de modes rigides est égal à la dimension du vecteur consigne). D'autre part, le rôle du SC en régulation est d'astreindre le SM à une consigne fixe; le SM stationnaire ne suppose pas l'existence de mode rigide; s'il existe un mode rigide, soit le SC n'a pas d'influence sur lui, soit le SC le supprime en rendant le SM stationnaire, e.g. un amortisseur actif de véhicule sans amortisseur passif. On peut donc mettre en vis-à-vis les objectifs de commande de mode rigide et de mode flexible établis pour les SM avec, respectivement, les objectifs classiques de poursuite et de régulation d'un SC.

Les objectifs de commande de modes définissent les modes contrôlés du SM. Les modes du SM non inclus dans les objectifs de commande sont des modes non contrôlés du SM.

Le SC agit sur le SM par l'intermédiaire d'actionneur (e.g. moteur électrique, vérin hydraulique, piezoélectrique) selon deux grands schémas :

- la commande en boucle ouverte ou l'anticipation,
- la commande en boucle fermée ou la régulation.

La commande en boucle ouverte ne fait appel à aucune mesure sur le SM (cf figure 1.4). La consigne (y_c) fait l'objet d'une anticipation (fonction de transfert $A(s)$) ou d'un préfiltrage, afin de générer le signal d'entrée (u) de chaque actionneur. La commande en boucle fermée est fondée sur le principe de la boucle de régulation (fonction de transfert $B(s)$) à partir d'une ou de plusieurs mesures (cf. figure 1.4). Elle a pour objet la modification du comportement dynamique du système boucle ouverte grâce à l'écart entre la consigne et la mesure, afin d'avoir un comportement dynamique apparent du système boucle fermée qui possède les propriétés de rapidité et de précision souhaitées (les performances dynamiques).



Mécanisme commandé en boucle ouverte (BO) et en boucle fermée (BF)

figure 1.4

Prenons l'exemple d'un mécanisme soumis à un effort moteur commandé par le signal u . En boucle ouverte, ce SMC possède une dynamique très lente, dont la stabilité est marginale à cause de son mode propre de corps rigide (cf. réponse temporelle y_{BO} à une consigne y_c en figure 1.4). Le SC en boucle fermée permet de « maîtriser » ce mode rigide par une loi de commande appropriée. Le système boucle fermée résultant possèdera un premier mode vibratoire assez rapide et bien amorti qui lui procurera une stabilité asymptotique et la rapidité souhaitée (cf. réponse temporelle y_{BF} à une consigne y_c en figure 1.4). Le SC est ici un correcteur $B(s)$ de l'écart à la consigne.

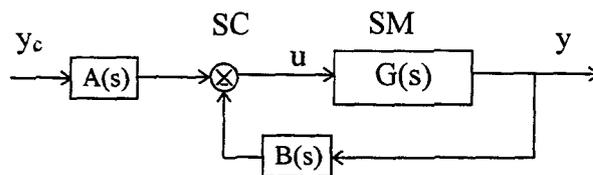
Après avoir donné les deux structures fondamentales des SC, notre propos nous amène à rappeler le rôle de l'anticipation et de la boucle de régulation dans la dynamique du SMC. Les lois de commande fondamentales des mécanismes sont décrites en annexe A. D'autre part, des techniques d'anticipation et des lois de mouvement de consigne sont abordées en annexe B.

Nous analysons l'influence fréquentielle de la structure de commande (l'anticipation et la boucle de régulation) sur la dynamique du SM. On peut décrire les caractéristiques du SM grâce à l'hypothèse pratique du comportement dynamique linéaire. La transformation de Laplace d'un modèle mécanique linéaire nous permet de représenter un comportement entrée (la force exercée en un point du système) - sortie (le déplacement d'un point, l'effort de tension en un point du SM) par une fonction de transfert mécanique $G(s)$. Cette fonction de transfert possède des pôles (racines du dénominateur $d(s)$) et des zéros (racines du numérateur $n(s)$) qui sont respectivement des images des modes de résonances et d'anti-résonances du SM.

$$G(s) = \frac{n(s)}{d(s)} \quad (1.1)$$

La loi de commande (cf. figure 1.5) est constituée d'un terme d'anticipation $A(s)$ et d'un terme de régulation $B(s)$. Ici, le terme $B(s)$ agit uniquement sur le retour de mesure et non plus comme un correcteur de l'écart.

$$u(s) = A(s) y_c(s) - B(s) y(s) \quad \text{avec} \quad A(s) = \frac{n_A(s)}{d_A(s)}, \quad B(s) = \frac{n_B(s)}{d_B(s)} \quad (1.2)$$



Loi de commande par anticipation $A(s)$ et boucle de régulation $B(s)$

figure 1.5

La fonction de transfert du SMC boucle fermée s'écrit :

$$\frac{y(s)}{y_c(s)} = \frac{n_{BF}(s)}{d_{BF}(s)} = \frac{A(s)G(s)}{1 + B(s)G(s)} \quad (1.3)$$

Nous écrivons le numérateur et le dénominateur du SMC en boucle fermée :

$$\begin{aligned} n_{BF}(s) &= n_A(s)d_B(s)n(s) \\ d_{BF}(s) &= d_A(s)(d_B(s)d(s) + n_B(s)n(s)) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Les expressions (1.4) du numérateur et du dénominateur du SMC impliquent quatre points remarquables :

- L'anticipation permet de rajouter des pôles et des zéros au SM mais ne permet pas de modifier les pôles et zéros du SM.
- Les pôles du SMC sans anticipation se déduisent des pôles et zéros du SM et des pôles et zéros de la boucle de régulation.
- Les zéros du SMC sans anticipation sont les zéros du SM et les pôles de la boucle de régulation.
- L'anticipation permet de supprimer des zéros de la fonction de transfert du SM avec des pôles égaux à ces zéros. De même, elle permet de supprimer des pôles de la fonction de transfert du SM avec des zéros égaux à ces pôles. Cependant, cette pratique équivaut à rendre incontrôlables les modes correspondants (cf. [deLarminat96] page 125).

Ces différents points nous montrent l'effet de l'anticipation et de la boucle de régulation. Soulignons qu'il existe une interaction dynamique entre le SM et la boucle de régulation par les grandeurs u et y (cf. figure 1.4) contrairement à l'anticipation qui exerce une action u sans retour y .

Compte tenu de la différence structurelle entre anticipation et régulation, on peut dissocier dans l'étude d'un mécanisme commandé :

- l'étude du servomécanisme, c'est à dire du mécanisme avec sa boucle de régulation,
- l'étude de l'anticipation pour le servomécanisme.

Il est important, tant pour le mécanicien que pour l'automaticien, de garder à l'esprit que la modification de la dynamique du SM par la boucle de régulation n'est qu'apparente. La transformation de la dynamique du SM, à partir de la boucle de régulation, sollicite plus ou moins fortement le SM, comme le montre le signal d'entrée de l'actionneur u_{BF} de la figure 1.4, image de la sollicitation de l'actionneur. La modification apparente de la dynamique se traduit par des conditions aux limites du SM imposées par la boucle de régulation, c'est à dire que l'effort instantané appliqué par l'actionneur (e.g. le couple magnétique appliqué au rotor d'un moteur électrique) est fonction des mesures instantanées à un endroit précis du SM et de la consigne. Cet aspect est décrit dans [Cetinkunt&Yu91]. Rappelant la nature continue des SM, les auteurs montrent la transformation des équations modales du SM par l'application d'une boucle de régulation du mode rigide d'un mécanisme (un segment de robot).

On ne peut donc pas occulter la nature propre du SM lors de la description de la modification apparente de la dynamique due à la boucle de régulation. Par exemple, un mécanisme possède, en plus de son mode de corps rigide, une infinité de modes flexibles qui interagissent avec le SC; cette interaction peut avoir une influence non négligeable sur le comportement du SMC boucle fermée. Ce phénomène définit un champ d'étude interdisciplinaire, puisqu'il dépend à la fois de la mécanique, de l'automatique et de leurs connexions. C'est le cas, en particulier, d'un mécanisme avec sa boucle de régulation, i.e. un servomécanisme.

1.2.2. Champ interdisciplinaire

Dans les années 60 et 70, la conception de systèmes spatiaux a révélé un nouveau phénomène d'interaction entre le SM et le SC. La minimalisation des masses nécessaire à la réduction des coûts de lancement dans l'espace a entraîné une grande flexibilité du système mécanique. La déformation et les basses fréquences de vibration des modes flexibles ont posé

certaines difficultés à la synthèse de commande. Le comportement flexible lié à l'amélioration des performances dynamiques (augmentation des accélérations et/ou diminution de la masse) implique une interaction entre le SM et le SC de première importance. Elle se manifeste par des oscillations parasites, un dépassement important au cours de la réponse temporelle ou une instabilité du SMC. Le phénomène d'interaction a été mis en évidence par les communautés scientifiques de la robotique spatiale [Martin78] [Gevarter 70] [Cannon&Schmitz84] et des grandes structures spatiales, en particulier M.-J.Balas [Balas78] [Balas79].

1.2.2.1. Interaction dynamique entre le système mécanique flexible et le système de commande

L'interaction dynamique entre le SM flexible et le SC se manifeste par le phénomène de *spillover*. Le terme de *spillover* a été introduit en amortissement actif des vibrations de structure mécanique pour désigner l'effet des modes non modélisés -les modes résiduels- sur le système commandé.

Le SC est un système de dimension finie contrairement au SM. La loi de commande est calculée généralement à partir d'un modèle du SM d'ordre fini n , égal au nombre de modes contrôlés, c'est à dire que tous les modes d'ordre supérieur -les modes non contrôlés ou résiduels- sont ignorés. Or, la(les) force(s) de commande appliquée(s) pour contrôler les n modes du SM excite(nt) les modes résiduels, s'ils sont contrôlables⁴ -c'est le *spillover* de contrôle. Les vibrations de déplacement/déformation des modes résiduels sont mesurées par les capteurs, si elles sont observables⁵, et viennent dégrader les mesures pour le SC -c'est le *spillover* d'observation [Balas78]. Le *spillover* conduit à une dégradation de la réponse temporelle du SMC. Les modes résiduels inobservables sont excités à leur propre fréquence et, par conséquent, ils rendent la réponse temporelle oscillante; mais ils ne peuvent pas déstabiliser le SMC [Balas78]. Par contre, les modes résiduels observables (et contrôlables) peuvent conduire le SMC à l'instabilité. L'effet du *spillover* peut donc être catastrophique.

Divers moyens de prévention ont été proposés pour pallier les effets pervers du *spillover*. M.-J. Balas utilise un filtrage (filtre passe-bas) du signal de commande, pour ne pas exciter les modes résiduels, et du signal de mesure pour ne pas mesurer la vibration des modes résiduels.

⁴ Un mode contrôlable est un mode sur lequel l'entrée pourra avoir une influence (voir [deLarminat96]).

⁵ Un mode observable est un mode qui pourra être mesuré par une sortie (voir [deLarminat96]); la signification mécanique est abordée dans le paragraphe 2.2.2 du chapitre 2.

L'auteur propose une autre méthode dans [Balas79] : l'utilisation de mesures colocalisées à l'actionneur. Ce point est abordé au paragraphe suivant. E.Valdès préconise dans [Valdès93] la synthèse de commande par retour incomplet d'état. En prenant en compte un nombre suffisant de modes non contrôlés dans le modèle mécanique de synthèse du SC, la non-détérioration des marges de stabilité lors du calcul des paramètres de commande garantit la robustesse au spillover. D'autres auteurs proposent de construire un modèle réduit de structure mécanique en utilisant les propriétés de non-observabilité et de non-contrôlabilité [Seto&Mitsuta94] : L'actionneur et le capteur sont placés sur les noeuds de vibration du 3^{ème} mode, le modèle mécanique étant un modèle à deux degrés de liberté.

Diverses techniques sont ainsi proposées pour garantir les effets néfastes du spillover. En tout état de cause, le spillover constitue une limite à l'accroissement des performances d'un SMC. L'interface -actionneurs et capteurs- joue un rôle majeur dans cette interaction.

Un objectif de commande du mode rigide (mécanisme) est soumis aux effets de spillover. L'effort appliqué pour commander le corps rigide excite les modes flexibles, ce qui peut, suivant la localisation des mesures, déstabiliser le système ou causer une oscillation trop importante pour les exigences de commande [Spanos89]. Des propriétés d'interaction différentes existent selon la localisation des mesures.

1.2.2.2. Propriétés selon la localisation des mesures

La localisation des mesures conditionne l'interaction SM flexible-SC. Le terme *colocalisation* des mesures (à l'actionneur) est tiré du terme anglosaxon *colocated sensor* [Dugard88]. Cette notion a été introduite par W.B. Gevarter dans une étude qui montre le lien du couplage des modes rigides et des modes flexibles par le SC avec la localisation des mesures [Gevarter70]. L'auteur explique, pour un objectif de commande du mode rigide, que la boucle de régulation, par le flux informationnel entre la mesure et l'actionneur, couple le mode rigide et les modes flexibles. La localisation de la mesure par rapport à l'actionneur détermine donc les caractéristiques de ce couplage.

Une mesure colocalisée implique qu'aucun mode flexible ne peut déstabiliser le SMC, alors qu'une mesure non colocalisée rendra instable des modes flexibles pour des gains de commande suffisamment élevés [Gevarter70]. La fonction de transfert du SM flexible reliant la mesure (la sortie) à l'effort moteur (l'entrée) possède des pôles et des zéros alternés en partie imaginaire, si et seulement si la mesure est colocalisée [Gevarter70]. De cette propriété, démontrée dans [Martin78], se déduit le principe suivant : le déphasage d'une fonction de

transfert de SM flexible est toujours compris entre -180° et $+180^\circ$ si et seulement si la mesure est colocalisée [Martin78].

Relativement à la stabilité des SMC utilisant des mesures colocalisées, ce principe implique des propriétés de robustesse au spillover, aux erreurs de modélisation et à l'interaction avec l'environnement [Valdès93]. Par contre, cette robustesse est difficile à obtenir pour des mesures non colocalisées, même avec un algorithme de commande d'ordre élevé [Cannon&Rosenthal84] [Cannon&Schmitz84]. Les SC avec des mesures non colocalisées sont très sensibles aux propriétés mécaniques et à la localisation exacte des capteurs. Cette grande sensibilité de la stabilité est montrée expérimentalement [Cannon&Rosenthal84] et analytiquement [Spector&Flashner89] [Spector&Flashner90]. Les SM non colocalisés (fonction de transfert non colocalisée) sont parfois assimilés à des systèmes à phase non minimum⁶ [VanDenBossche87]. Or, il s'agit de deux notions différentes: un SM non colocalisé peut être un SM à phase minimum [Cannon&Rosenthal84] ou un SM à phase non minimum [Cannon&Schmitz84]. Cette distinction est présentée dans [Miu93] et [Spanos89].

La propriété des mesures colocalisées est largement utilisée en amortissement actif des structures avec un retour de vitesse [Balas79], de position [Fanson&Caughey90], de force [Preumont&al.92] et d'accélération [Sim&Lee91] [Preumont&Loix95].

La propriété des mesures colocalisées est néanmoins relative à une bande passante. En effet, ce concept caractérise la dynamique du SM pour les objectifs de commande, sans considérer la dynamique de l'actionneur, du système d'acquisition et de traitement du signal et du calculateur. Même si la bande passante de ces composants est très supérieure à celle du SM, il n'en demeure pas moins qu'une augmentation importante de la bande passante d'un SMC implique de considérer la dynamique de l'actionneur⁷ [Fanson&Caughey90] [Sim&Lee91] [Formal'sky&Lavrovsky96], du capteur [Valdès93], ainsi que le délai de commande [Spanos89] [Formal'sky&Lavrovsky96].

⁶ Les SM à phase minimum sont des SM régis par des équations aux dérivées partielles du second ordre (e.g. les déformations longitudinales dans les poutres, les déformations dans le plan des plaques, les déformations transversales des cordes et membranes); les SM susceptibles d'être à phase non minimum sont régis par des équations aux dérivées partielles du quatrième ordre (e.g. la flexion des poutres). La configuration des zéros dans les différents cas est exposée dans [Miu93].

⁷ Lorsque nous parlons de la dynamique de l'actionneur, la dynamique de la partie mécanique de l'actionneur en est exclue puisqu'elle est partie constituante du SM.

Une présentation des SMC nous a permis de définir d'un point de vue mécanique et d'un point de vue automatique les objectifs de commande des modes rigides des SM et les objectifs de commande des modes flexibles des SM. A partir de l'objectif de commande, des modes rigides, nous avons défini l'étude élémentaire des mécanismes commandés. Relativement à la structure de commande, l'on distingue habituellement l'anticipation et la boucle de régulation. L'étude fréquentielle de ces deux types structurels du SC nous montre qu'il existe une interaction dynamique entre le SM et la boucle de régulation. Pour les mécanismes commandés, nous distinguons l'étude du servomécanisme et celle de l'anticipation du servomécanisme.

L'interaction dynamique entre le SM et la boucle de régulation devient prépondérante avec le spillover. Ce phénomène d'interaction entre les modes flexibles non contrôlés et les modes contrôlés constituent une limite à l'augmentation des performances dynamiques. Une caractéristique importante, la localisation des mesures, détermine les propriétés de cette interaction. Nous avons ainsi défini le cadre conceptuel de l'étude interdisciplinaire des SMC. Nous abordons à présent les méthodes de conception des SMC, afin de montrer l'intérêt d'une approche interdisciplinaire.

1.3. Méthodes de conception des systèmes mécaniques commandés

En milieu industriel, les SMC sont présents dans une majorité de processus de fabrication d'un produit. Citons les plus communs : le centre d'usinage, le robot soudeur ou peintre, le robot d'assemblage, le système de transfert, la ligne transfert, la machine spéciale. Le SMC constitue, dans de nombreux cas, un élément-clef de la qualité du produit et de la productivité. C'est pourquoi sa conception relève d'un intérêt majeur.

Parmi tous les SMC, les robots anthropomorphiques ont retenu la plus grande attention de la communauté scientifique des mécaniciens et des automaticiens. En effet, l'analyse et la commande de robot soulèvent des problèmes d'une grande richesse (cinématique et dynamique) auxquels on a pu appliquer un formalisme mathématique à la fois rigoureux et fécond.

Le processus naturel d'obtention d'un SMC suit successivement les étapes de conception et de réalisation d'un prototype du SM puis de conception et d'implémentation d'un SC ; la succession de ces deux étapes se comprend dans la mesure où les tâches de conception mécanique et automatique des SMC, tels que les robots, comportent leurs difficultés et leur

complexité propres (paragraphe 1.3.1). Cette méthode traditionnelle trouve ses limites lorsque des performances élevées (rapidité, précision) sont exigées. Des méthodes intégrant les conceptions du SM et du SC peuvent permettre de dépasser ces limites (paragraphe 1.3.2).

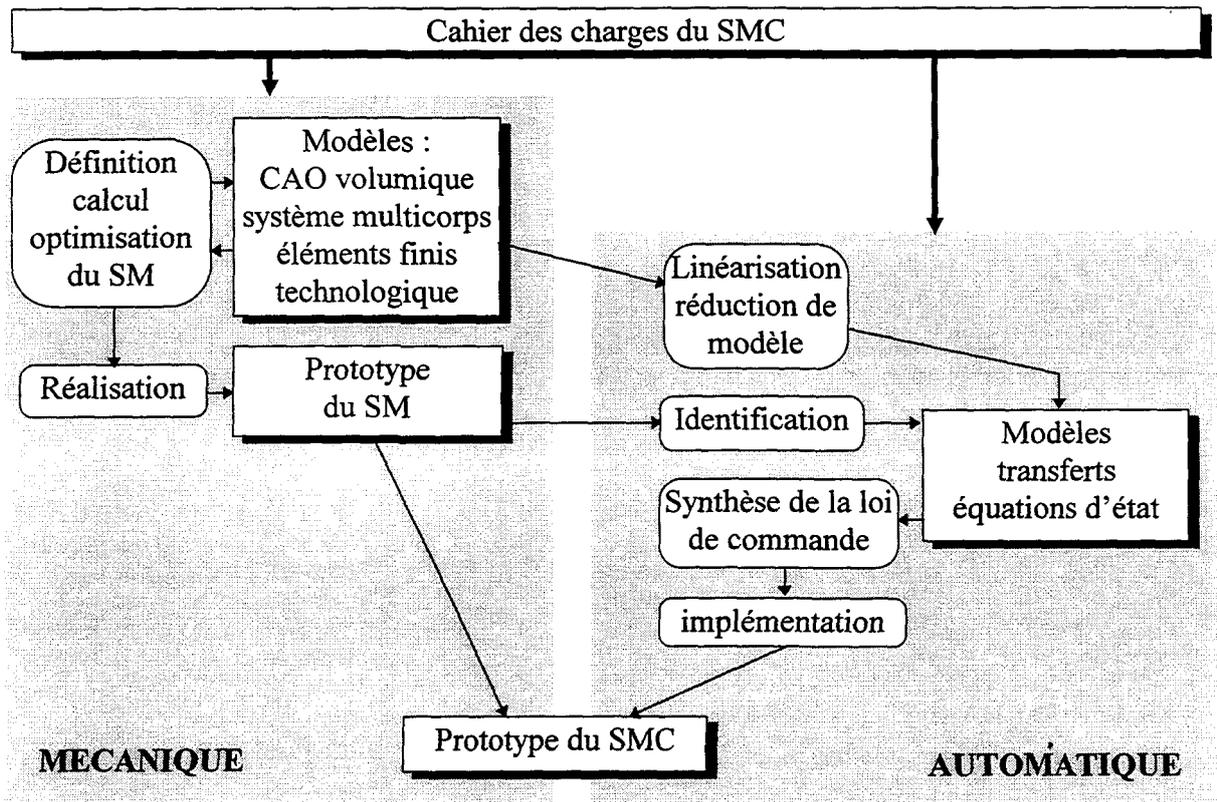
1.3.1. Méthode traditionnelle de conception

1.3.1.1. Démarche industrielle

La conception des SMC en bureau d'étude fait appel à des techniques et des outils propres à chacune des deux disciplines (la mécanique et l'automatique). Les démarches traditionnelles de conception en mécanique et en automatique répondent à des exigences spécifiques :

- Conception du SM (voir par exemple [Aublin&al.92]) : cinématique; encombrement; respect de la limite élastique et de la limite au flambement; déformation maximum sous charge, isolation vibratoire d'une structure mécanique, échauffement des surfaces en contact, vitesse critique des arbres, durée de vie, etc.
- Conception du SC (voir par exemple [Bühler88]) : stabilisation du système; performance dynamique en poursuite et en régulation du système commandé; robustesse de la stabilité et des performances; capacités du matériel de traitement et d'acquisition du signal suffisantes, amplificateur de puissance, etc.

On peut décrire la méthode traditionnelle de conception des SMC employée dans les bureaux d'étude (cf. figure 1.6) comme étant la succession de la phase de synthèse du SM et de la phase de la synthèse de la commande pour obtenir le prototype du SMC.



Méthode traditionnelle de conception des SMC

figure 1.6

La conception mécanique est fondée sur des règles, des outils, des modèles et des méthodes bien établis dans cette discipline. Elle répond uniquement à des exigences de construction mécanique. Ensuite, l'obtention des performances dynamiques de rapidité (accélération, vitesse) et de précision (dépassement en régime transitoire, erreur stationnaire) dépend entièrement de la synthèse de commande. Cette démarche de conception semble naturelle; l'ordre chronologique de la définition du SMC est apparemment le seul possible :

- l'automaticien ne peut pas obtenir le modèle du processus (le SM) dédié à la synthèse de la commande avant la définition du processus lui-même,
- le mécanicien ne peut pas prendre en compte la sollicitation de la commande alors même qu'elle n'est pas définie.

Pourtant, les conceptions du SM et du SC concourent aux mêmes objectifs décrits dans le cahier des charges du SMC.

Tout échec de mise au point du SC pour vérifier les spécifications du cahier des charges impose de reprendre la conception du SM et la réalisation du prototype. Pourtant, le respect des règles de l'art propres à chaque discipline ne garantit pas la réussite du projet de SMC. Des spécifications de performances élevées (rapidité et précision) entraînent bien souvent une

succession d'essais sur modèle et/ou sur prototype pour atteindre les objectifs. Ce processus de conception de type essai-erreur peut être long et coûteux. De plus, l'expérience acquise suite à une « erreur » ne garantit pas le succès du prochain essai de SMC. De hautes exigences de rapidité et de précision impliquent une prédominance de l'interaction SM-SC (cf. paragraphe 1.2.2) qui ne peut être maîtrisée avec une conception séparée du SM et du SC.

1.3.1.2. Contributions des travaux scientifiques en robotique

Nous passons en revue les différentes études concernant la conception mécanique et la synthèse de loi de commande des SMC en décrivant succinctement leurs variétés. L'élasticité mécanique constitue la limite dynamique des SM ; des SC sont élaborés afin de dépasser ces limites. La majorité de ces études sont tirées de la robotique.

Conception mécanique :

Afin d'accroître la rapidité des SMC, les modèles dynamiques corps rigides des systèmes mécaniques sont utilisés en conception robotique. Une formulation a été définie dans [Asada83] pour le dimensionnement global des segments d'un robot : l'ellipsoïde d'inertie généralisée est utilisée lors de la conception de la structure mécanique du robot pour obtenir des caractéristiques inertielles isotropiques et uniformes sur tout l'espace de travail.

Des méthodes d'optimisation de la structure mécanique des robots retiennent différents paramètres de conception. [Thomas&al.85] et [Wang86] développent l'optimisation du choix des actionneurs et des transmissions. Les actionneurs ou la longueur des segments sont dimensionnés dans [Shiller&Sundar91]. Dans [Khatib&Bowling95], les auteurs s'attachent au choix des actionneurs et la détermination de paramètres dimensionnels et des rapports de transmission. Ces méthodes retiennent des critères établis sur une zone particulière de l'espace de travail [Thomas&al.85], sur une trajectoire spécifiée au préalable [Shiller&Sundar91] ou sur tout l'espace de travail [Wang86][Khatib&Bowling95].

Tous ces travaux soulignent la disparité des paramètres de conception (dimension de la structure mécanique, transmissions, actionneurs) et des critères de conception des SM. Une bonne synthèse concernant la conception d'un axe de robot ou de machine a été faite dans [Seering&Pash84] pour le choix de l'actionneur et du rapport de transmission. Néanmoins, tous ces travaux font l'hypothèse d'un système mécanique rigide.

Dans [Chedmail86], une procédure d'optimisation des actionneurs et de la structure mécanique est établie pour minimiser la masse du robot, compte tenu des contraintes

techniques (construction de la structure mécanique), des limites des actionneurs et de la déflexion statique maximale à l'effecteur; un modèle élastostatique éléments finis est ainsi associé au modèle dynamique corps rigides pour la conception mécanique. Dans [Korayen&Basu95], un modèle dynamique de robot avec des articulations flexibles est utilisé pour maximiser la capacité de charge à l'effecteur avec une contrainte de déflexion maximale. Cependant, l'auteur n'envisage pas la conception du robot. La déformation d'un SM devient importante dès que les accélérations et vitesses sont élevées et, dans ce cas, un modèle élastodynamique est nécessaire pour obtenir une conception satisfaisant des contraintes de conception liées aux fréquences vibratoires [Wilmert&al.78].

Les articles [Rivin84],[Rivin85] et [Rivin&al.85] rapportent l'étude de la compliance mécanique des robots et dans [DeSmet&al.90], les différentes causes d'erreurs (mécaniques et automatiques) sur une trajectoire sont analysées pour un robot donné. Ces travaux nous fournissent des indications relatives à l'élasticité mécanique pour la conception des robots. Toutefois, aucune méthode, aucun modèle pour la conception n'en ressort.

Tous ces travaux illustrent la complexité et la difficulté d'une conception mécanique globale de robot ou de mécanisme commandé, compte tenu des diverses contraintes de conception. Or, l'élasticité mécanique est une source majeure de difficulté lors de l'accroissement des performances dynamiques (rapidité et précision). En particulier, l'élasticité des transmissions des robots industriels est primordiale [Good&al.85] [Sweet&Good85]; les auteurs proposent un modèle corps rigides de la structure mécanique avec des transmissions élastiques aux articulations pour l'étude et la synthèse des commandes de robots.

Synthèse de lois de commande :

Une quantité importante de travaux portent sur la commande des modes flexibles de robots. Sans faire un exposé exhaustif des différentes méthodes, nous relatons quelques études fondées sur un modèle dynamique avec articulations élastiques. Une commande linéarisante et découplante est établie dans [Spong87] et dans [Nicosia&Tomei95] avec observateur d'état réduit. Dans [Steinle94], l'auteur développe une commande PD avec un observateur de couple de torsion. Les commandes adaptative [Lozano&Brogliato92] et par mode glissant [Takahashi&al.96] offrent l'avantage d'une plus grande robustesse aux variations des paramètres. La commande par mode glissant est également développée pour un seul axe [Razik91].

Citons également quelques techniques de commandes développées pour le contrôle des modes flexibles des segments de manipulateurs légers. Des commandes par retour d'état avec un modèle linéarisé ont tout d'abord été réalisées [Book&al.75] [Book&Majette83] [Siciliano&Book88]. La commande LQG [Cannon& Schmitz84][Schmitz85] et, plus largement, les commandes par retour d'état (placement des pôles et LQG) [Kruise90] sont expérimentées. La commande découplante et linéarisante des robots rigides est étendue aux robots flexibles [Chedmail90]. Des commandes PD augmentées d'un contrôle de l'effort de déformation sont présentées dans [Pfeiffer&Gebler88] et [Hewit&al.97]. L'apport des commandes adaptatives est également étudiés [VanDenBossche87] [Zaremba96].

Toutes ces études révèlent une variété importante de modèles et de techniques (mesures, observateurs, etc.) de commande. Soulignons que ces lois de commandes demandent de nombreuses mesures et/ou des algorithmes (observateur, modèle de référence, etc.) conséquents. Ces techniques de commandes élaborées sont délicates à implémenter et peuvent poser des problèmes de fiabilité en milieu industriel. Soulignons que l'accroissement du coût d'étude et de réalisation réserve ces techniques à des applications particulières e.g. des applications spatiales.

Récapitulatif :

Les travaux évoqués ci-dessus, relatifs à la conception des SM et à l'élaboration des lois de commande, contribuent à une approche traditionnelle de la conception des SMC. Cette approche se comprend par le fait que les tâches de conception mécanique et automatique sont d'une complexité qui empêche toute simultanéité ou intégration des conceptions. D'autre part, il n'existe aucune interaction entre les tâches de conception telles qu'elles sont formulées, ce qui justifie une séparation de ces tâches. En effet, les méthodes de conception mécanique font l'hypothèse d'un comportement dynamique rigide. Par conséquent, l'influence du SC sur la conception du SM n'apparaît pas.

Néanmoins, l'approche traditionnelle est remise en cause lorsque des performances élevées (rapidité, précision) sont exigées, compte tenu du contexte industriel [Park&Asada94] [Rai&Asada95] [Pil&Asada95]. D'une part, l'efficacité des schémas de commande présentés ci-dessus est prouvée pour une classe de robots flexibles dont les fréquences propres sont anormalement basses dans le contexte industriel [Park&Asada94]. Le SC ne peut donner seul des résultats satisfaisants lorsque les performances spécifiées sont élevées [Rai&Asada95]. Les

auteurs soutiennent ce point de vue en considérant la conception du SMC dans sa globalité et en montrant les multiples contraintes liées à l'obtention du SMC. L'intégration des conceptions mécanique et automatique n'est pas effective dans le milieu industriel par manque de méthodes systématiques, ce qui conduit à un nombre d'opérations essai-erreur (avec fabrication du prototype) prohibitif [Pil&Asada95].

1.3.2. Méthodes de conception simultanée et intégrée

Peu de méthodes de conception intégrant le SC au SM ont été présentées jusqu'à aujourd'hui. Avant tout, citons une approche de la conception robotique prenant en compte les objectifs de commande pour la synthèse mécanique [Demaurex79]. L'auteur propose une méthode de conception du SM flexible à partir de la loi d'évolution de la consigne (loi de mouvement). Les spécifications de performances du SMC sont donc utilisées pour la conception mécanique. Néanmoins, l'effet de la boucle de régulation n'est pas considéré et par conséquent, l'interaction dynamique n'apparaît pas.

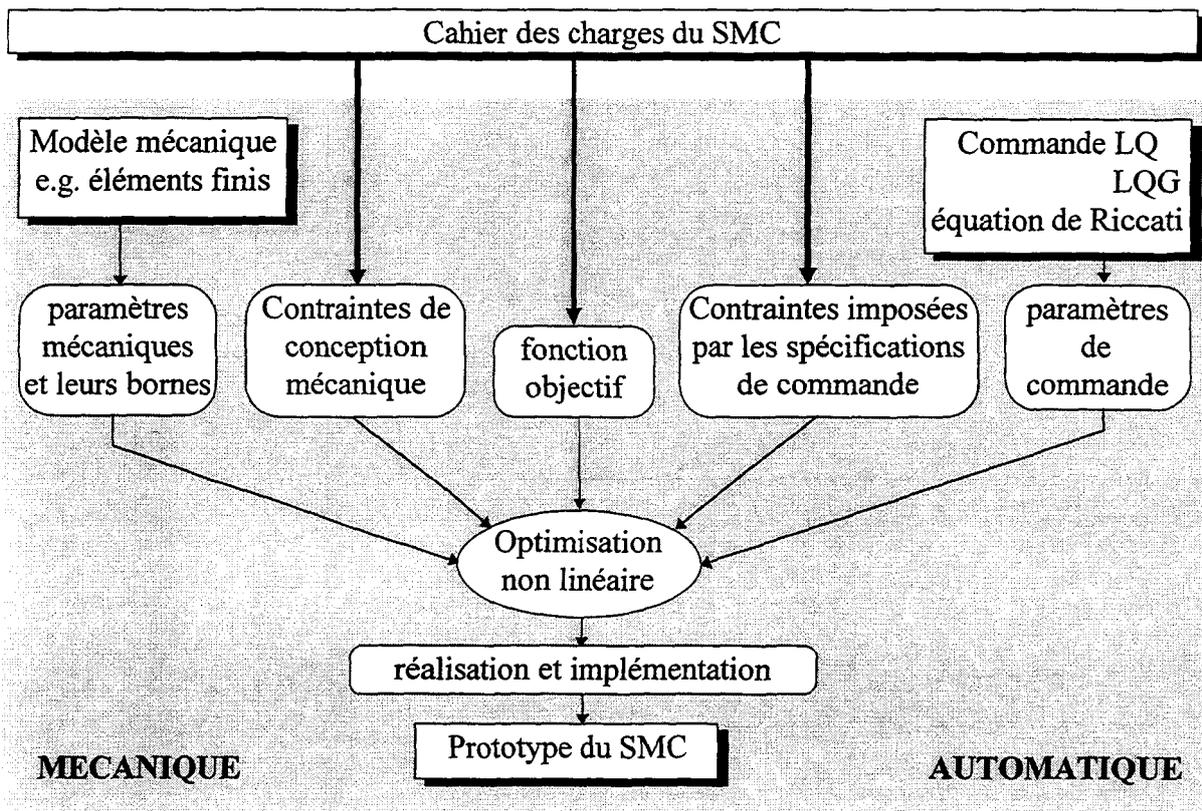
L'interaction dynamique entre le SC et le SM doit être pris en compte afin de dépasser les limites inhérentes à la méthode de conception traditionnelle. Cet objectif a donné lieu à la méthode d'optimisation simultanée où les problèmes de synthèse sont unifiés et formulés en un seul; la synthèse des paramètres mécaniques et de commande est obtenue simultanément. On reconnaît également une méthode de conception intégrée. Cette deuxième méthode prend en compte l'interaction de conception tout en conservant une formulation spécifique de la synthèse mécanique et de la synthèse de commande.

1.3.2.1. Méthode d'optimisation simultanée

La méthode de synthèse de commande linéaire quadratique (LQ) a été mise à profit pour l'optimisation simultanée du SM et du SC (cf. figure 1.7). Cette approche est largement utilisée pour l'optimisation simultanée des structures mécaniques stationnaires activement contrôlées depuis 1985 (voir la bibliographie de [Jin&Schmit92] et [Khot&Heise94]). Des paramètres de conception mécanique sont ajoutés aux paramètres de commande. La fonction objectif à minimiser par la commande reste identique (elle comporte le vecteur d'état de la structure et le vecteur de commande) et conduit à la résolution de l'équation de Riccati. Le problème d'optimisation inclut les contraintes de conception mécaniques, ainsi que les limites inférieure

et supérieure des paramètres mécaniques. Le critère d'optimisation est, par exemple, la masse de la structure mécanique. Deux difficultés principales apparaissent :

- Le problème du choix des matrices de pondération de la fonction objectif se pose; existe-il des critères mécaniques pour ce choix ?
- Le nombre de paramètres de conception devient très grand. Le problème d'optimisation est un problème non linéaire de taille importante. On doit être vigilant aux écueils de l'optimisation (les minima locaux et le temps de calcul élevé).



Méthode de conception simultanée des SMC

figure 1.7

Le nombre de paramètres de conception peut être diminué en liant ou en fixant certains d'entre eux [Jin&Schmit92]. L'étude [Venkayya&Tischler85] propose un choix des matrices de pondération issu des énergies cinétique et potentielle de la structure mécanique. L'optimisation simultanée a été étendue à la synthèse de commande LQG [Khot&Heise94]. Cette approche a également été utilisée pour l'optimisation des gains de commande et des paramètres des deux réducteurs d'un manipulateur plan [Yang&al.94].

Cette méthode est appropriée à l'optimisation des structures stationnaires activement contrôlées car elle aboutit à une formulation globale et cohérente de la synthèse. Néanmoins, cette approche simultanée de la conception est peu lisible pour le concepteur. Il est, en effet,

difficile d'en tirer une compréhension physique et d'avoir un regard critique sur la solution. D'autre part, l'établissement de la structure de la solution est un problème entier. La structure du modèle, i.e. le type de structure mécanique, la loi de commande, la localisation des actionneurs et des capteurs, doit être établie préalablement à l'optimisation.

Une autre approche consiste à conserver la spécificité des deux conceptions en incluant leur interaction : la conception intégrée.

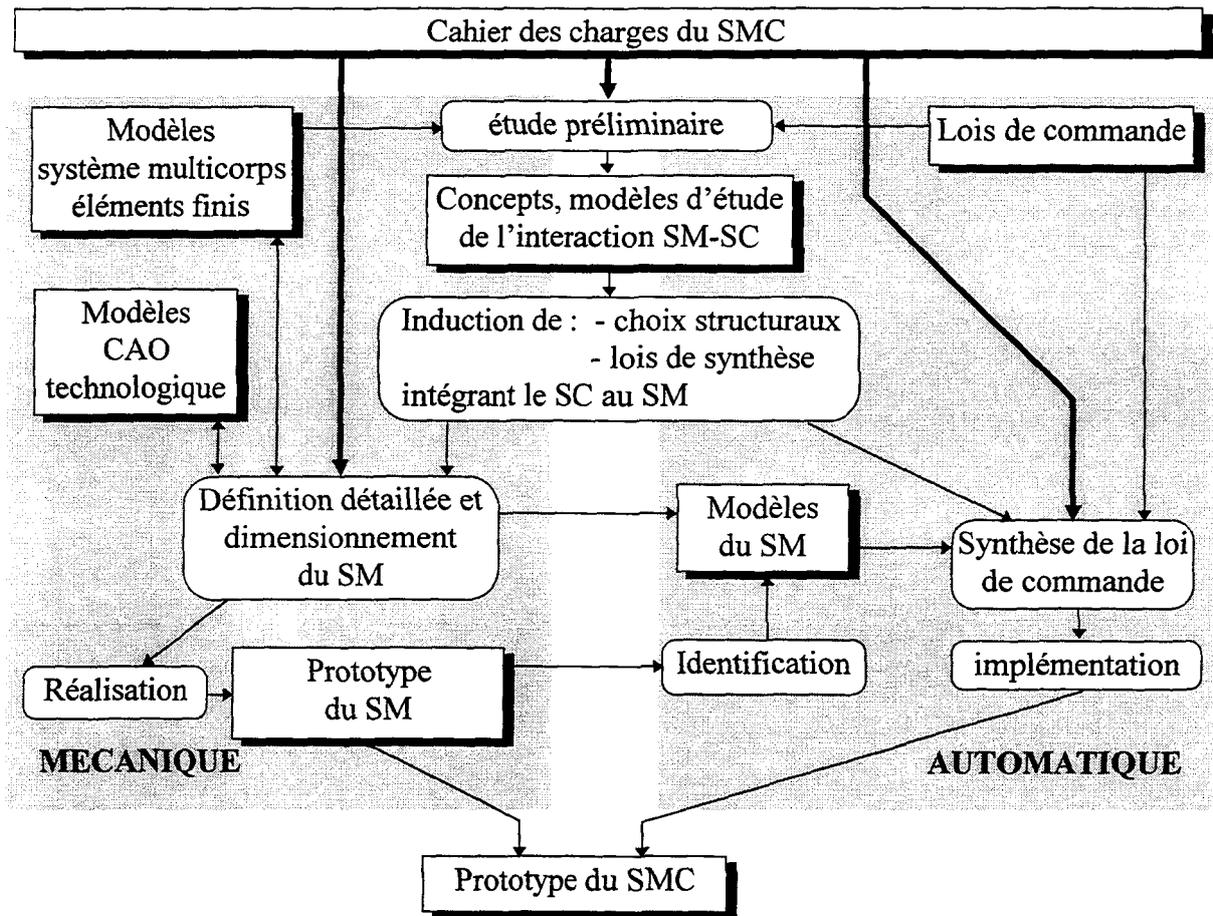
1.3.2.2.Méthode de conception intégrée

Quelques articles ont présenté une méthode de conception intégrée (cf. figure 1.8) des structures mécaniques stationnaires activement contrôlées ou des organes de robots (transmissions et segments).

L'étude [Belvin&Park90] est une méthode de dimensionnement des structures qui intègre l'effet de la commande LQ. Le choix des matrices de pondération repose sur des considérations physiques comme dans [Venkayya&Tischler85]. W. Belvin et K. Park donnent la solution exacte de l'équation de Riccati pour un nombre d'actionneurs égal au nombre de degrés de liberté de la structure et en déduisent l'expression de la position des pôles du SMC en fonction des pôles du SM. Le concepteur comprend ainsi les implications de la loi de commande.

Dans [Vischer&Khatib95], les auteurs analysent l'effet des propriétés d'une transmission de manipulateur sur la conception du SC du couple articulaire. Ils en déduisent une conception intégrée de la transmission incluant le capteur de couple et le choix d'une commande PD ou PI⁸. Le prototype et le modèle d'étude sont reproduits en figure 1.9.

⁸ Cf annexe A



Méthode de conception intégrée des SMC

figure 1.8

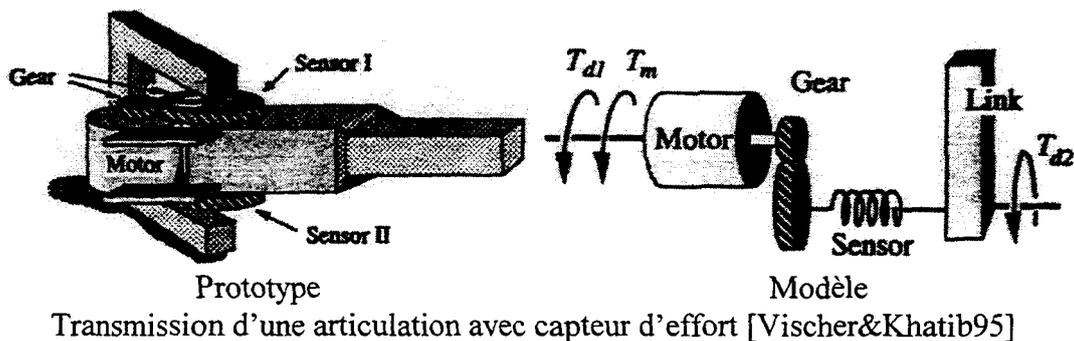


figure 1.9

La dynamique du SMC dépend des pôles et zéros du SM et, par conséquent, le SM peut être analysé et conçu en termes de placement de ses pôles et zéros [Park&Asada90] [Asada&al.91] [Park&Asada92] [Park&Asada94]. Dans [Park&Asada90], le point d'application du couple moteur d'un segment flexible (système à phase non minimum) est relocalisé grâce à un mécanisme de transmission (cf. figure 1.10); ainsi, avec une colocalisation des mesures, les zéros du SM sont placés tels que le SM à commander est un système à phase

minimum. La loi de commande est une loi PD colocalisée. L'optimisation de forme du segment est opérée afin de relocaliser les pôles, étant donné le point d'application du couple moteur et la localisation des mesures [Asada&al.91] [Park&Asada94]. Cette méthode de conception est étendue au manipulateur plan [Park&Asada92].

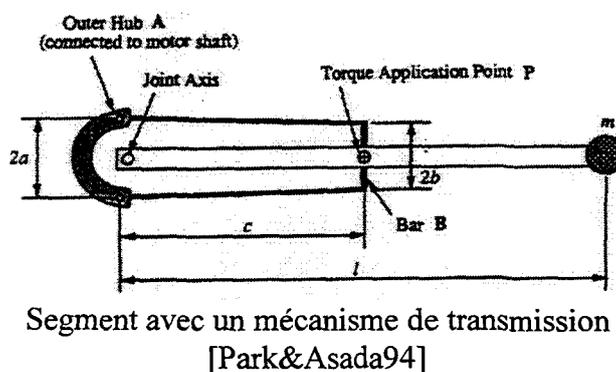


figure 1.10

Une méthode systématique [Rai&Asada95] est basée sur la commande boucle ouverte avec un temps optimum de parcours entre deux points. Les auteurs étudient la relation entre le temps de parcours et l'inertie du SM, ainsi que sa première fréquence propre. Ils en déduisent le dimensionnement optimum d'un segment pour l'actionneur donné. Cette méthode systématique de conception intégrée s'applique au dimensionnement de bras manipulateur avec une commande PD colocalisée.

Les travaux de conception décrits dans [Park&Asada90] [Park&Asada94] et [Vischer&Khatib95] traduisent des choix structuraux qui ont conduit à des solutions innovantes. Par exemple, dans [Park&Asada90] [Park&Asada94], les auteurs ont contourné le problème de phase non minimum d'un segment flexible qui reste une source de difficulté en commande automatique. Leur innovation vient d'un raisonnement fondé sur la dynamique des pôles et zéros du SM. Dans [Rai&Asada95], des lois de synthèse du SM sont obtenues à partir d'un modèle minimum du SM et du SC. Soulignons que le choix de l'actionneur est sous-jacent; il conditionne le dimensionnement du segment.

A chaque fois, c'est une bonne compréhension du phénomène d'interaction et l'utilisation de concepts et modèles appropriés qui ont conduit les concepteurs à ces choix structuraux. Etant donné qu'ils conditionnent la suite de la conception et la qualité du SMC, il est souhaitable d'établir une approche systématique pour les choix structuraux. C'est ce que nous abordons dans le prochain paragraphe.

1.4. Une approche interdisciplinaire de la conception des systèmes mécaniques commandés

La complexité de la conception pousse de nombreux auteurs à créer et à développer une approche permettant d'appréhender des difficultés particulières de cette complexité. Il va de soi que toute nouvelle approche de conception ne doit pas produire plus de difficultés qu'elle n'en résout. Deux difficultés jugées essentielles en conception ont été abordées auparavant : l'induction de structure lors de la définition du produit en avant-projet et le couplage pluridisciplinaire en conception. Le couplage des conceptions monodisciplinaires apparaît, dès que les spécifications de performances sont élevées. Afin d'aborder la complexité de conception inhérente à ces deux difficultés, nous proposons une approche particulière. Différents éléments de méthode et de modélisation ont été soulignés dans des travaux portant sur la conception mécanique (§ 1.1.3.2 et § 1.1.3.3) et sur la conception de SMC (§ 1.3.2.2); ils constituent des jalons pour établir une méthodologie. Notre méthodologie pour la conception est fondée sur deux principes de processus de raisonnement permettant d'appréhender la complexité de conception. Des propositions dérivant de ces deux principes sont avancées pour la création des modèles dédiés à la synthèse de systèmes pluridisciplinaires hautes performances. Cette méthodologie vient soutenir une démarche de conception des SMC. A titre d'exemple, nous illustrerons cette démarche par la conception de machines-outils grande vitesse.

1.4.1. Enoncé de deux principes de conception

Les raisonnements utilisés implicitement par les concepteurs leur permettent d'utiliser leurs expériences et leur intuition pour:

- créer des solutions possibles de produit,
- gérer la complexité d'un projet de conception.

Malgré des facultés humaines somme toute limitées, le génie de certains hommes produit des oeuvres, systèmes ou machines innovantes et complexes. Les processus de raisonnement sont, certes, peu rationnels. Notre sujet n'est pas, bien sûr, d'analyser les processus mentaux de concepteurs, mais plutôt de dégager des principes de raisonnement qui nous orienteront pour élaborer des outils d'aide à la conception.

Deux principes semblent être à l'origine des processus de compréhension et de création, compte tenu des limites de nos facultés [Valdès&al.96] :

1) Le principe d'extrapolation

Il caractérise notre difficulté à imaginer des objets différents de ceux déjà existants. Ainsi, chaque progrès ne peut être fondé que sur des expériences et il équivaut à une extrapolation de celles-ci. L'accumulation et le besoin de nouvelles expériences constituent l'un des meilleurs moyens pour atténuer cette difficulté à imaginer la nouveauté.

2) Le principe de hiérarchie

Dans son acception courante, la hiérarchie ne se rencontre pas dans les systèmes physiques pour lesquels il existe une organisation multiple, complexe et indivisible, des phénomènes physiques. La hiérarchie est un outil, un subterfuge pour appréhender des objets multiples et complexes. La mise en place de nouvelles hiérarchies de compréhension et leurs remises en cause systématiques vis-à-vis de leur efficacité semblent être le seul moyen d'atténuer cette impossibilité de gestion de la complexité.

Prenons trois exemples où l'on reconnaît les principes (implicites ou non) de hiérarchie et d'extrapolation :

- La décomposition fonctionnelle et la recomposition technique [Hernot&al.95] :
 - hiérarchie : fonctionnelle,
 - extrapolation : à une fonction élémentaire, on associe un composant technique élémentaire. Une alternative à cette extrapolation de composant élémentaire est proposée : un niveau fonctionnel local - niveau basique mais non plus le niveau élémentaire - est choisi pour une optimisation d'un ensemble technique.
- La synthèse de robots [Chedmail90] :
 - hiérarchie : 1) définition du système mécanique articulé pour minimiser un critère de masse,
 - 2) définition du SC pour maîtriser le comportement vibratoire du système mécanique articulé découplé du dimensionnement « corps rigide ».
 - extrapolation : choix d'une cinématique et optimisation morphologique du robot pour atteindre un espace de travail et pour minimiser la masse.
- Synthèse d'un segment de robot [Park&Asada94] :
 - hiérarchie : 1) maîtrise de l'interaction SM-SC,
 - 2) dimensionnement géométrique du segment.
 - extrapolation : le placement des zéros de la fonction de transfert du SM conduit à la relocalisation du couple actionneur et de la mesure. Le placement des pôles conduit au dimensionnement géométrique du segment.

A partir de ces deux principes, nous élaborerons une méthodologie de construction des modèles pour la préconception. Lors de cette phase, les concepteurs jouent le rôle central de créateurs et de décideurs, compte tenu des objectifs et des contraintes industriels. Nous prenons en compte, à partir de ces deux principes, les besoins en modèles et méthodes d'un concepteur pour comprendre, créer, évaluer et choisir les éléments de structure à différents niveaux de définition du produit. Des propositions sont donc formulées pour créer des modèles destinés à la préconception des systèmes pluridisciplinaires à hautes performances.

1.4.2. Propositions pour les systèmes pluridisciplinaires hautes performances

La difficulté rencontrée par les concepteurs de systèmes pluridisciplinaires hautes performances est l'induction d'une structure de solution. Sans une structure appropriée à un cahier des charges, tout calcul d'optimisation conduit à une impasse. Notre objectif est d'avancer une méthodologie pour soutenir une démarche de préconception. L'élaboration d'une méthodologie s'appuie, avant tout, sur un ensemble de propositions. Ces propositions doivent définir la méthode d'induction de structure et les caractéristiques des modèles associés.

1.4.2.1. Méthode d'induction de structure

Nous partons d'un constat en conception :

Les phénomènes physiques et leurs couplages constituent une limite à l'augmentation des performances d'une solution dont on fait varier les paramètres. Une structure de solution contient des limites à l'augmentation des performances qui lui sont propres puisqu'elle détermine l'organisation des phénomènes physiques au sein de la solution et leurs couplages.

Définition 1 : Induction de structure en conception.

Etant donné des spécifications de performances et des critères d'industrialisation d'un système à concevoir, l'induction de structure est une opération qui génère une structure de solution dont l'optimisation, sous contraintes des paramètres associés, produit une solution qui possède les performances spécifiées et qui satisfait les critères d'industrialisation. La création de nouvelles structures de solution pour chercher une structure appropriée passe par :

-
- l'élaboration de nouvelles combinaisons des choix structuraux existants,
 - la création de nouveaux choix structuraux.

Des exemples de choix structuraux sont, en mécanique : la cinématique, la morphologie, l'assemblage et le montage des composants techniques, etc, et, en automatique, la loi de commande, la localisation des mesures, le type de composant de mesure, d'amplificateur et de calculateur, etc. La conception d'un SMC doit réaliser ces choix structuraux avant la détermination des paramètres associés. Cette tâche préalable d'induction de structure doit conduire à la meilleure solution.

Proposition 1.1 : hiérarchie selon les phénomènes physiques dominants.

Pour appréhender les difficultés d'induction de structure, deux opérations sont réalisées :

- Reconnaissance a priori des phénomènes physiques dont le système sera le siège, compte tenu des spécifications de performances,
- Etablissement d'une hiérarchie de ces phénomènes, en partant du comportement physique global (comportement prédominant) jusqu'au comportement local.

La reconnaissance des phénomènes physiques est traditionnellement faite par disciplines scientifiques ou par composants. Néanmoins, l'augmentation des performances entraîne souvent le couplage de ces disciplines ou composants à travers des phénomènes prédominants. Une nouvelle hiérarchie, autre que celle établie par la séparation des disciplines ou des composants doit alors être mise en place.

La proposition 1.1 constitue un mode de gestion de la complexité (principe de hiérarchie). De la définition 1 (induction de structure) et la proposition 1.1 (hiérarchie selon les phénomènes physiques dominants), nous déduisons la proposition 1.2 :

Proposition 1.2 : Induction de structure suivant les phénomènes dominants.

L'établissement des choix structuraux, conformément à la définition 1, est réalisé en suivant la hiérarchie des phénomènes dominants.

Selon la hiérarchie de préconception proposée, le concepteur s'arrêtera à chaque phénomène dominant et réalisera les choix structuraux qui permettront de vérifier les spécifications de performances. Le niveau de description de la solution⁹ suit la hiérarchie de préconception. La

⁹ La description de la solution évolue avec les choix réalisés.

proposition 1.2 sous-entend, pour chaque niveau de description, l'évaluation des choix structuraux, la décision d'un choix et sa validation (cf. figure 1.11).

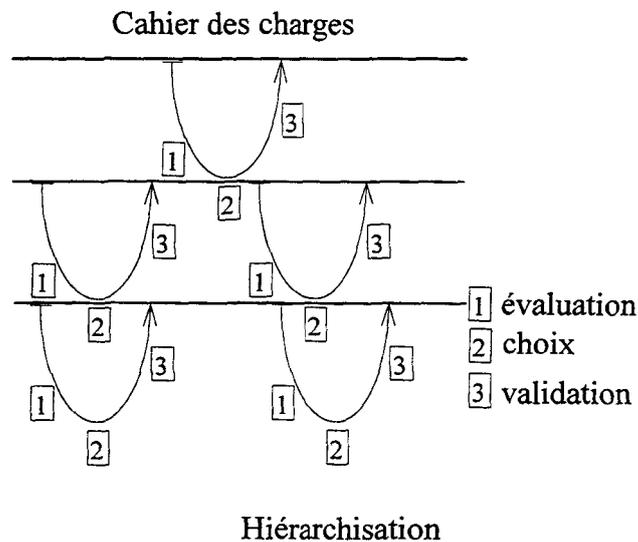


figure 1.11

Ce procédé suppose que l'on soit capable d'évaluer les choix structuraux en fonction des phénomènes dominants retenus. Des modèles pour représenter les phénomènes dominants et des modèles pour caractériser les choix structuraux seront donc nécessaires.

1.4.2.2. Modélisation pour l'induction de structure

L'induction de structure nécessite des modèles de synthèse qui répondent à une double exigence : l'évaluation des choix structuraux potentiels, compte tenu du phénomène dominant et une description de la solution, sans engendrer de choix structural arbitraire. Cette double exigence est caractéristique du dilemme de la synthèse : les décisions de conception nécessitent une connaissance du comportement de la solution, alors même que cette solution doit être générée par la synthèse. Pour l'aide à la synthèse, nous reconnaissons deux types de modèles :

- un modèle de synthèse : il doit mettre en relation des caractéristiques physiques du système avec des spécifications de performances. Il permet de dimensionner ou de prédimensionner une solution donnée.
- un modèle technique : c'est un modèle qui décrit les choix de solution. A chaque choix structural, ce modèle est affiné pour représenter une description plus complète de la solution.

Nous portons notre attention sur la création de modèle de synthèse dédié à l'induction de structure.

Définition 2 : Modèle d'induction de structure.

Le modèle d'induction de structure est un modèle de synthèse qui décrit un phénomène physique dominant et qui permet d'établir le(s) choix structural(aux) approprié(s).

Proposition 2.1 : Un modèle d'induction de structure, correspondant à un niveau donné de description de la solution, ne doit pas présupposer les choix structuraux de ce niveau.

Précisant que le modèle de synthèse doit permettre l'évaluation de choix structuraux qu'il ne contient pas, la proposition 2.1 débouche sur l'association à ce modèle, de modèles techniques représentant chaque choix structural possible. Cette association suppose qu'à partir du modèle de synthèse, l'on puisse caractériser, de façon quantitative, l'exigence des spécifications de performances imposée à l'élément de structure par le phénomène physique. Sachant que la description de la structure suit la hiérarchie des phénomènes dominants, les éléments de structure à déterminer à un niveau de description donné le sont sans que le concepteur connaisse les éléments de structure des niveaux de description inférieurs. La caractérisation des exigences imposée à un élément de structure suppose donc une paramétrisation des éléments de structure non connus :

Hypothèse 2.1 : Etant donné une structure définie jusqu'à un niveau de description donné (n), la description de tous les choix structuraux possibles au niveau inférieur (n-1) (vers le niveau local) conduit à une paramétrisation des éléments de structure de ce niveau de description (n-1).

Le modèle d'induction de structure doit permettre de calculer, à partir des spécifications de performances, les caractéristiques physiques à vérifier par le modèle technique de la solution retenue. Le calcul de prédimensionnement permet d'évaluer la faisabilité des choix structuraux (adéquation aux spécifications de performances) et de les comparer selon des critères propres au concepteur. Un modèle d'induction de structure met en relation des caractéristiques physiques liées au phénomène dominant représenté avec les performances spécifiées. On construira les modèles techniques pour associer les caractéristiques physiques du modèle d'induction de structure aux paramètres dimensionnels.

L'analyse d'un modèle d'induction de structure détermine les performances en fonction des caractéristiques physiques. La démarche inverse, c'est à dire la synthèse, détermine les caractéristiques physiques en fonction des performances spécifiées. La synthèse nécessite donc une inversion, partielle ou non, des équations du modèle

La résolution du problème inverse constitue une exigence du modèle de synthèse. Une autre exigence est la lisibilité des résultats des outils de synthèse, afin de faciliter la tâche de création - compréhension - décision. De ces deux exigences d'un modèle de synthèse, nous tirons les caractéristiques d'un modèle d'induction de structure.

Un modèle d'induction de structure est utilisé pour une extrapolation systématique des éléments de structure. On doit donc tirer des lois de synthèse des caractéristiques physiques.

Proposition 2.2 : Inversibilité d'un modèle d'induction de structure.

Une condition pour la création d'un modèle d'induction de structure est l'inversibilité de ses équations, telle qu'il en résulte une loi d'évolution des caractéristiques physiques, en fonction des paramètres de performances.

Un modèle d'induction de structure doit favoriser la compréhension des phénomènes physiques en jeu, pour aider le concepteur à créer des solutions. Ceci passe par le choix des paramètres de synthèse fournissant les caractéristiques nécessaires.

Proposition 2.3 : Paramètres de synthèse.

Un choix des paramètres de synthèse ayant un sens physique contribue à l'aide à la synthèse.

Nous envisageons de générer des lois de synthèse pour l'induction de structure à partir de l'inversion algébrique des équations du modèle. Ce problème inverse est, bien souvent, insoluble à partir d'un modèle ayant une description précise et détaillée. En effet, dès que les équations d'un modèle deviennent inextricables, les opérations algébriques sur ces équations sont limitées. Afin de vérifier la proposition 2.2 (inversibilité), nous imposons une condition de description minimum du modèle, condition somme toute très intuitive. Cette condition, qui contribue également à vérifier la proposition 2.1 (pas de présupposition de choix structuraux), donne lieu à la proposition 2.4, sous couvert de l'hypothèse suivante :

Hypothèse 2.2 : il existe une description mathématique, nécessaire à la représentation globale d'un phénomène physique, telle que les équations résultantes soient inversibles au sens de la proposition 2.2.

Cette hypothèse n'implique pas une relation linéaire entre caractéristiques physiques et paramètres de performances, mais l'existence de combinaisons des caractéristiques physiques, en nombre égal au nombre d'équations, qui permet une linéarisation du système d'équations.

Proposition 2.3 : Modèle minimum

Un modèle d'induction de structure doit avoir une description mathématique nécessaire à la représentation globale du phénomène physique et suffisante pour l'inversion au sens de la proposition 2.2, étant donné des conditions de validité de son utilisation.

Nous avons énoncé un ensemble de définitions, hypothèses et propositions qui décrivent une méthodologie d'induction de la structure d'un système à hautes performances. Ce système n'est, pour l'instant, pas nécessairement pluridisciplinaire. Tant qu'un phénomène dominant n'intéresse qu'une discipline, la tâche d'induction de structure peut être réalisée à partir du savoir et du savoir-faire propres au spécialiste. Des modèles classiques sont utilisés dans chaque discipline comme, par exemple, les modèles de la théorie des poutres, plaques et coques en dimensionnement des structures; les fonctions de transfert en asservissement; les oscillateurs 1,2,... degrés de liberté en analyse vibratoire.

1.4.2.3. Induction de structure basée sur un modèle interdisciplinaire

Pour un système pluridisciplinaire, la construction de modèle d'induction de structure n'est pas triviale : elle se trouve confrontée à la spécificité des concepts et du formalisme de chaque discipline. On suppose ici connu le comportement global de systèmes pluridisciplinaires se rapprochant du système à concevoir; toute la difficulté est d'extrapoler un système pluridisciplinaire répondant au cahier des charges (principe 1). La complexité inhérente à l'interconnexion des disciplines demande à être appréhendée; une hiérarchie de conception (principe 2) est proposée pour maîtriser cette complexité.

Postulat interdisciplinaire: Le couplage entre disciplines d'un système pluridisciplinaire existe toujours. Cependant, il n'apparaît pas forcément. Dès que ce couplage apparaît à travers des

difficultés à concevoir le système (performances élevées), l'interaction entre systèmes monodisciplinaire et pluridisciplinaire devient prédominante.

L'établissement d'une hiérarchie dictée par la proposition 1.1 implique une démarche qui va de l'interdisciplinaire au pluridisciplinaire. La modélisation selon la proposition 2.4 (modèle minimum) d'un phénomène d'interaction impose une approche interdisciplinaire aux premiers niveaux de description de la structure.

Définition 3 : Un modèle interdisciplinaire est un modèle d'induction de structure répondant aux propositions 2.1 (pas de présupposition de choix structuraux), 2.2 (inversion), 2.3 (paramètres de synthèse) et 2.4 (modèle minimum) et représentant les contraintes de conception liées à un phénomène d'interaction entre plusieurs systèmes monodisciplinaires.

Le cadre méthodologique de notre démarche de conception des systèmes pluridisciplinaires à hautes performances est ainsi fixé. Par la suite, nous préciserons le schéma général de la mise en oeuvre de cette démarche pour les SMC.

1.4.3. Une démarche de conception de systèmes mécaniques commandés

La méthodologie pour l'induction de structure des systèmes pluridisciplinaires émanant des propositions et définitions du paragraphe précédent est utilisée dans le cadre de la conception de SMC. Les machines telles que la machine-outil à commande numérique constituent un champ d'investigation privilégié pour deux raisons :

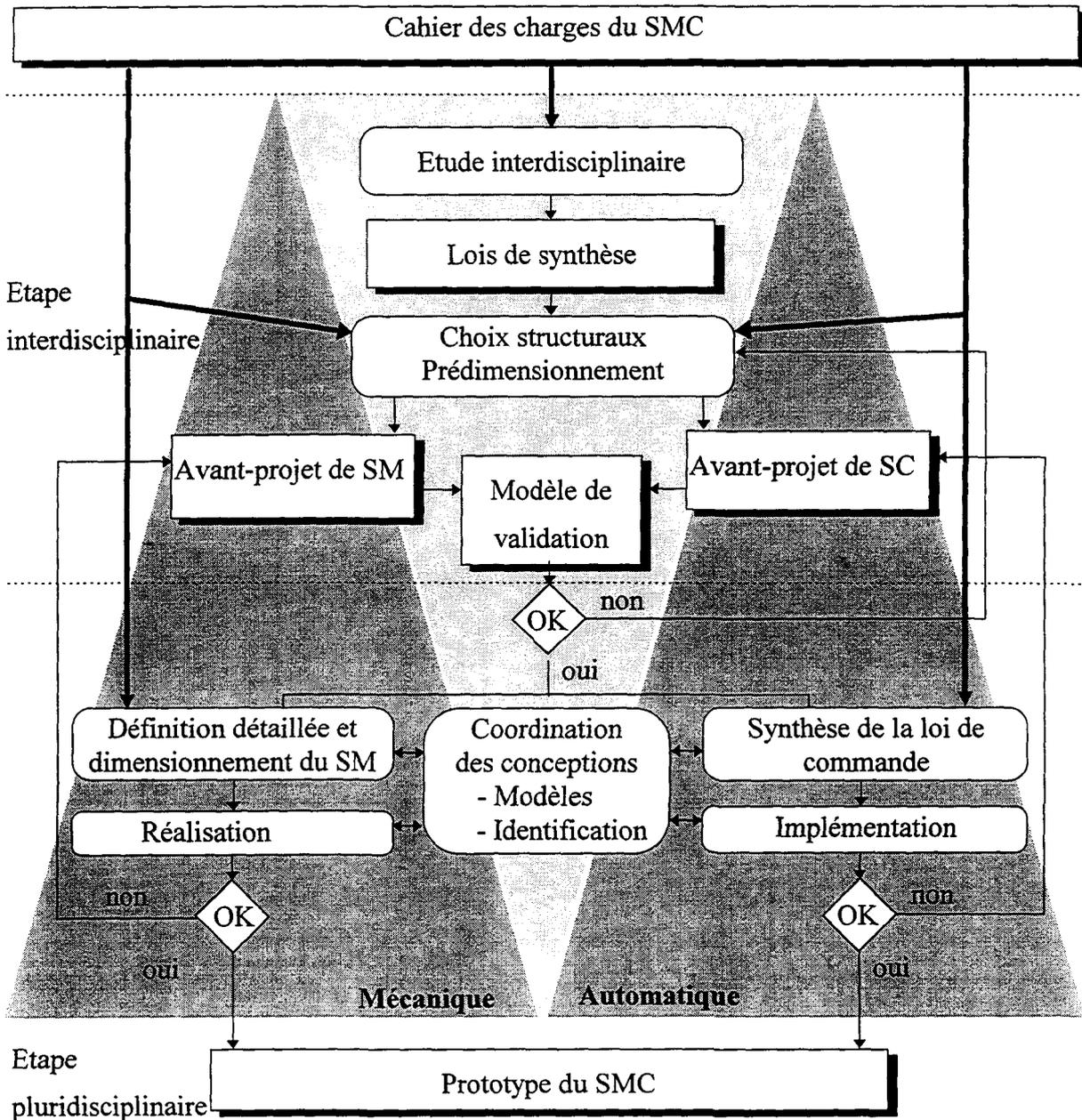
- l'accroissement des exigences de vitesse et de précision implique un couplage plus important des différents composants de la machine.
- la conception de machine est un problème d'une grande complexité où des méthodes rationnelles supplantent difficilement les méthodes intuitives et empiriques.

La méthodologie présentée donne lieu à une approche particulière de la conception de SMC. Nous en présentons un schéma. La séparation des études de conception est faite selon la hiérarchie des phénomènes physiques dominants. Cette hiérarchisation est illustrée par l'exemple d'une machine de production..

1.4.3.1. Schéma d'étude des systèmes mécaniques commandés

L'extrapolation de solutions techniques selon la méthodologie présentée au paragraphe 1.4.2 s'applique pour les SMC, selon le schéma de la démarche de conception présentée à la

figure 1.12. L'étape interdisciplinaire permet de définir un avant-projet de SM en adéquation avec l'avant-projet de SC. Une validation pluridisciplinaire des avant-projets est nécessaire avant d'entreprendre les conceptions détaillées du SM et du SC. Cette validation doit confirmer ou infirmer les choix structuraux réalisés.

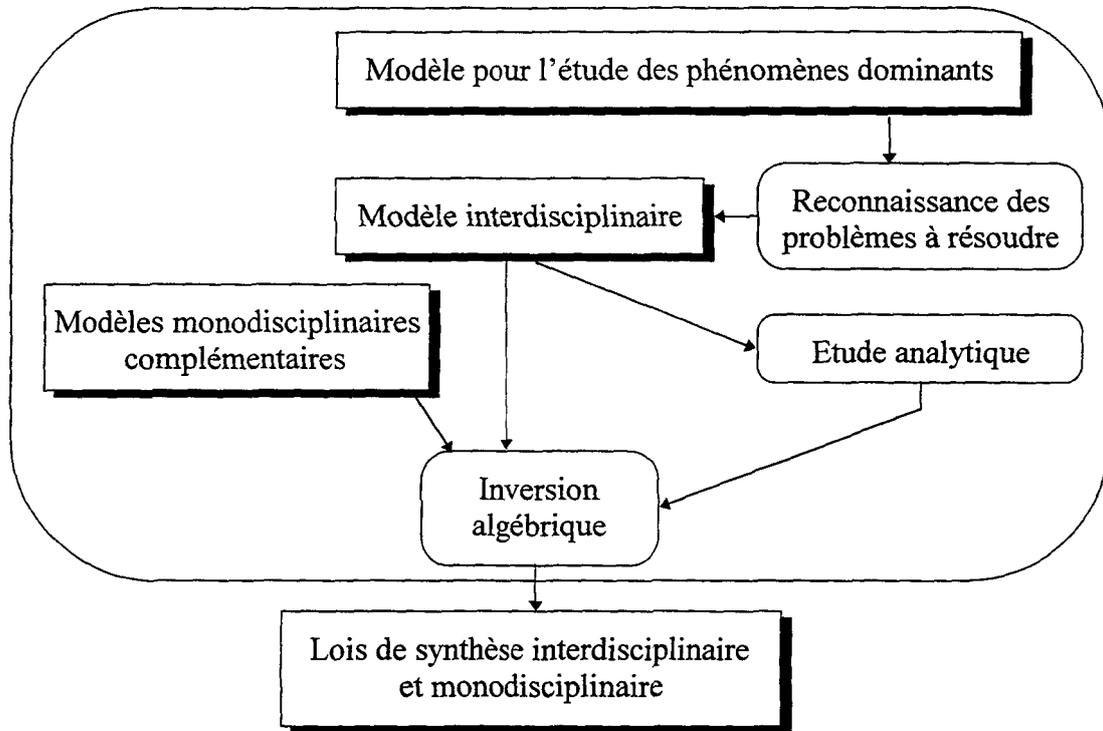


Un schéma de conception des SMC

figure 1.12

Notre objectif est la détermination des lois de synthèse utilisées pour choisir les éléments de structure du système. Une démarche d'étude interdisciplinaire des SMC est

élaborée à partir de la création d'un modèle répondant à la définition 3. Cette démarche suit le schéma présenté en figure 1.13.



Un schéma d'étude interdisciplinaire

figure 1.13

L'étude interdisciplinaire génère des lois de synthèse permettant de répercuter les contraintes de conception liées au problème pluridisciplinaire soulevé par le phénomène physique en question.

Disposant de ces lois de synthèse interdisciplinaire, la tâche du concepteur est de proposer des éléments de structure du système vérifiant à la fois les contraintes classiques et les contraintes interdisciplinaires de conception, puis de choisir le meilleur. Associé aux modèles techniques représentatifs des solutions potentielles, le modèle interdisciplinaire conduit à créer une démarche de préconception. La préconception doit permettre de générer les choix structuraux qui garantissent les spécifications de performances du cahier des charges.

Comme nous l'avons spécifié au paragraphe 1.4.2.1, la préconception passe par une phase préliminaire de hiérarchisation des études, selon les phénomènes physiques dominants. A titre d'exemple, nous présentons la hiérarchie des études établies pour une machine de production grande vitesse.

1.4.3.2. Hiérarchisation de la conception d'une machine

Dans [Valdès&al.96], nous proposons une méthodologie de conception des axes de machines-outils selon une approche progressive et hiérarchisée. Cette méthodologie, développée au paragraphe 1.4.2, s'appuie sur une démarche allant du global vers le local, de l'interdisciplinaire vers le pluridisciplinaire. Cette démarche se récapitule en trois grandes étapes :

- 1) la reconnaissance, la décomposition des problèmes dominants et leur hiérarchisation sous forme de systèmes à étudier séparément,
- 2) l'établissement de lois de synthèse interdisciplinaire de ces systèmes,
- 3) la préconception du système.

L'analyse d'une machine-outil dédiée à l'usinage grande vitesse nous a conduits [Valdès&al.96] à une hiérarchisation des problèmes dominants que rencontrent les concepteurs (cf. figure 1.14) :

- l'interaction dynamique broche-système mécanique articulé,
- le système multi-axes de génération de trajectoire,
- l'interaction dynamique SC-SM à travers un axe.

Soulignons que cette décomposition n'est pas faite selon des ensembles fonctionnels, technologiques ou même selon une classification par discipline, mais qu'elle doit permettre de traiter chaque phénomène physique pénalisant la qualité de la conception dans sa globalité. Cette décomposition émerge donc des difficultés rencontrées par les concepteurs lors de la construction de machine à hautes performances.

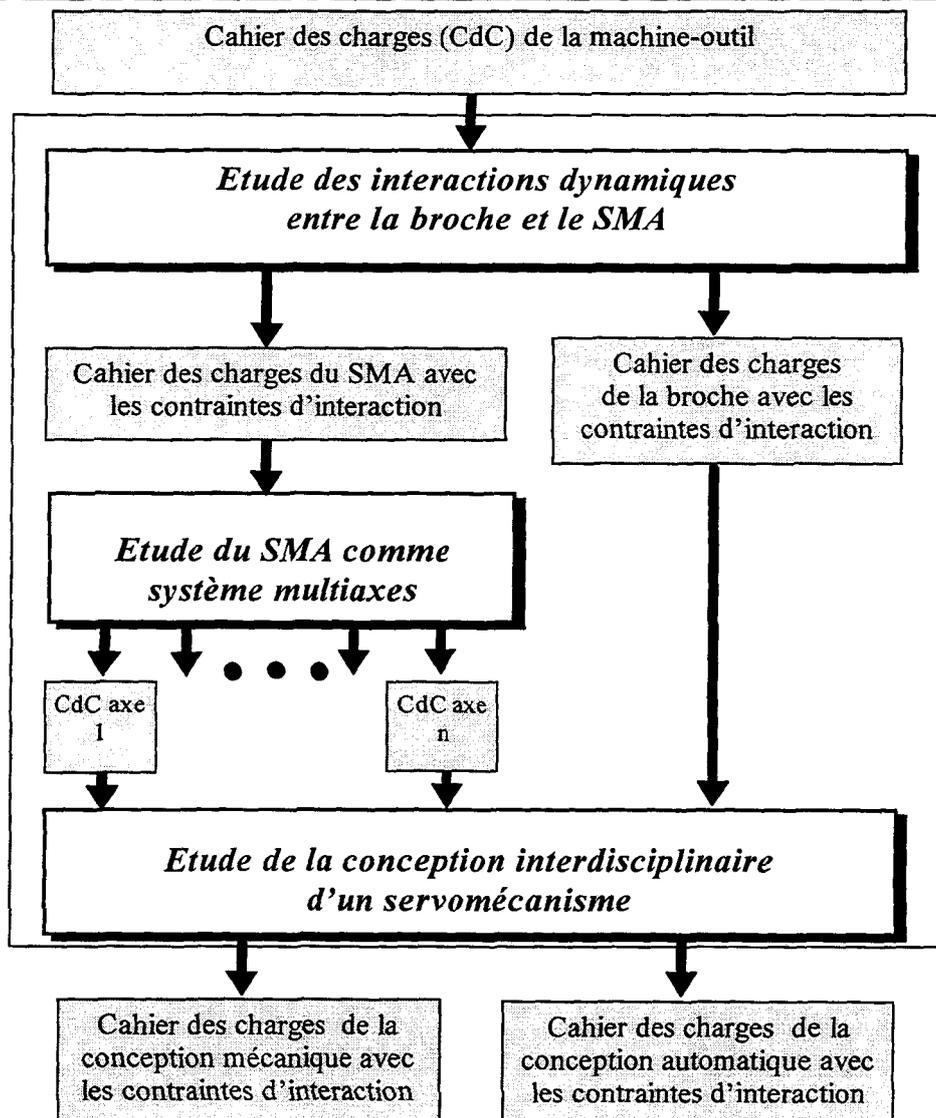


Schéma de la démarche de conception dynamique des machines outils [Valdès&al.96]

figure 1.14

Chaque phénomène énoncé est appréhendé par le biais d'une approche interdisciplinaire.

Nous nous intéressons, dans le cadre de ce mémoire, à la préconception d'un axe de machine (cf. figure 1.14) qui se situe au niveau général 3 de la décomposition fonctionnelle de la figure 1.3 (cf.paragraphe 1.1.3.1).

Cette étude applicative réalisée au chapitre 5 nécessite au préalable une étude interdisciplinaire des mécanismes commandés. Elle suit un schéma général pour l'étude des SMC.

Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons évoqué la tâche de conception à travers son processus apparenté à celui de la synthèse et à travers ses pratiques. La synthèse consiste en l'établissement d'une structure et en la détermination de ses paramètres associés. Le caractère pluridisciplinaire de la conception, ainsi que la particularité de l'induction de structure de la solution ont été soulignés. Ce deuxième aspect est propre à la phase de préconception (avant-projet). Concernant la conception de systèmes pluridisciplinaires, nous avons montré l'existence d'un champ d'activité interdisciplinaire visant à appréhender le système dans sa globalité, à travers l'interaction entre les parties monodisciplinaires.

Nos recherches ont pour objet les systèmes mécaniques commandés. Dans un premier temps, nous avons présenté ces systèmes d'un point de vue dynamique et plus particulièrement modal. Deux grandes classes de problèmes ont été repérées : la commande de mode de corps flexible et la commande de mode de corps rigide. Nous avons défini le mécanisme comme un système mécanique possédant un seul mode de corps rigide. Le champ d'activité interdisciplinaire a été défini pour les systèmes mécaniques commandés en montrant l'interaction dynamique liée au phénomène de spillover. Le concept de colocalisation des mesures est déterminant pour les propriétés de l'interaction. Dans un deuxième temps, les méthodes de conception des systèmes mécaniques commandés ont été évoquées. Nous avons souligné les limites des méthodes traditionnelles où se succèdent la conception mécanique et la conception automatique. Des méthodes de conception intégrée ont fait leurs preuves, quant à la démarche et aux modèles employés : des solutions et des outils innovants ont été créés.

Le premier chapitre a débouché sur la formulation d'une méthodologie pour appréhender la complexité du choix des solutions des systèmes pluridisciplinaires hautes performances. Cette méthodologie, dédiée à l'induction d'une structure de solution, est fondée sur deux principes : le principe de hiérarchie et le principe d'extrapolation. Du premier principe, nous avons proposé un regroupement des études par phénomènes physiques dominants. Le deuxième principe nous a conduits à la proposition d'une modélisation minimum du phénomène dominant pour la synthèse en phase d'avant-projet. Cette méthodologie conduit tout naturellement pour les systèmes pluridisciplinaires à une approche interdisciplinaire de la conception.

L'approche interdisciplinaire est employée pour la conception de mécanisme commandé. L'obtention des lois de synthèse suppose la définition du modèle interdisciplinaire à partir de la reconnaissance des problèmes à résoudre. Cette définition du modèle interdisciplinaire fait l'objet du **chapitre 2**. Une analyse des propriétés interdisciplinaires du modèle prépare les équations du modèle à la synthèse et fournit au concepteur les premiers critères pour les choix structuraux. Ce développement analytique est réalisé au **chapitre 3**. Enfin, l'obtention de lois de synthèse pour les choix structuraux passe par une inversion algébrique du modèle interdisciplinaire. Cette opération est effectuée au **chapitre 4**. L'étude interdisciplinaire des chapitres 2 à 4 est appliquée à la préconception des axes de machines au **chapitre 5**. Deux démarches de préconception sont proposées, montrant ainsi la difficulté de cette phase et la validité de l'étude interdisciplinaire de mécanisme commandé.

Chapitre 2

Définition d'un modèle interdisciplinaire de mécanismes commandés

Introduction

Le recours à un modèle permet de décrire et de prédire l'état d'un système qui dépend des phénomènes dont il est le siège. L'analyse d'un système physique passe par la création de modèles qui doivent reproduire son comportement le plus précisément possible. La synthèse en conception utilise également des modèles. A la différence de la modélisation pour l'analyse, la création d'un modèle pour la synthèse ne se déduit pas de l'objet physique à modéliser puisque, dans le cadre de la conception, il n'existe pas encore. Le modèle doit prévoir l'influence d'un ou plusieurs phénomènes dont le système à concevoir sera le siège. L'objectif de la synthèse est de définir les caractéristiques du système à partir d'un modèle, afin que ce système vérifie les spécifications du cahier des charges. La synthèse repose donc sur la définition d'un modèle approprié. Suivant la méthodologie proposée au paragraphe 1.4, un modèle pour la synthèse de mécanisme commandé sera construit. Nous souhaitons définir un modèle minimum qui permette de maîtriser l'interaction dynamique entre le SM et le SC. Cette cause de la limite des performances est caractérisée par le concept de spillover -phénomène de dégradation des modes du SM non contrôlé- ; la localisation des mesures détermine les propriétés de l'interaction. L'objet de ce chapitre est donc de reconnaître le problème dominant lié à cette interaction pour en déduire un modèle interdisciplinaire. Afin de reproduire le phénomène d'interaction, nous choisissons une description modale de la dynamique du SM. Une formalisation en termes de fonction de transfert est appropriée à l'étude de l'effet de la commande, compte tenu de la localisation de la mesure. L'étude de l'interaction se ramène à l'étude des pôles et des zéros des fonctions de transfert. Ce découplage dans l'espace modal nous permet de reconnaître précisément le problème dynamique dominant. Une troncature de la description modale nous permet d'en déduire le modèle minimum pour l'étude interdisciplinaire.

Nous définirons les caractéristiques du SM à commander à partir d'une description modale. Nous aborderons également les caractéristiques dynamiques des actionneurs. L'interaction dynamique entre le SM et le SC sera analysée à partir des caractéristiques du SM et de la localisation des mesures. Nous en déduirons la problématique de conception liée à cette interaction. Nous rappellerons les objectifs d'un modèle d'étude interdisciplinaire. La réduction du modèle à la représentation du problème dominant effectuée, nous définirons alors le modèle interdisciplinaire.

2.1. Caractéristiques dynamiques d'un système mécanique à commander

L'implémentation d'un système de commande (SC) sur un système mécanique (SM) permet le contrôle partiel du comportement dynamique du SM. Nous avons présenté, lors du paragraphe 1.2.1.1, les objectifs de commande de modes rigides et les objectifs de commande de modes flexibles. Afin d'étudier l'interaction dynamique entre le SM et le SC, les caractéristiques dynamiques du SM sont décrites en vue des objectifs de commande. Nous considérons un SM constitué de corps déformables animés de petits mouvements. Une description modale de la dynamique du SM est tout naturellement employée. Les actionneurs et les capteurs forment l'interface entre le SM et le SC. Les caractéristiques dynamiques propres au SM, ses caractéristiques intrinsèques, sont perçues par le SC à travers l'interface. Du point de vue du SC, les caractéristiques dynamiques du SM sont définies par l'actionneur et la mesure : nous les appelons caractéristiques extrinsèques. L'actionneur possède également une dynamique que nous allons évoquer.

2.1.1. Caractéristiques dynamiques intrinsèques du SM

Soit un SM constitué de m corps déformables satisfaisant des conditions aux limites cinématiques. Les mouvements de corps rigide et les mouvements de corps flexible du SM décrits par le champ de déplacement $u(z,t)$, où t est la variable de temps et z la variable d'espace. Ce système physique continu¹ comporte des modes propres de corps rigide en

¹ Cf. [Gérardin&Rixen96]

nombre fini (inférieur ou égal à 6m) et des modes propres de corps flexibles en nombre infini. Les modes flexibles sont supposés être distincts les uns des autres. La fréquence ω_i et la forme modale $\phi_i(z)$ de ces modes dépendent des conditions aux limites cinématiques. Ecrivons le champ de déplacement $u(z,t)$ d'un SM linéaire élastique continu de volume de référence \mathcal{D} à partir des formes modales et des variables modales $\zeta_i(t)$:

$$u(z,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) \zeta_i(t) \quad (2.1)$$

Libre de toute force excitatrice, il est à noter qu'en l'absence de mode de corps rigide, le SM est asymptotiquement stable.

Les équations aux dérivées partielles du SM sont transformées dans la base modale en série infinie d'équations différentielles ordinaires découplées. Soumis à un champ de force $f(z,t)$, ces équations s'écrivent:
$$\ddot{\zeta}_i(t) + 2\xi_i\omega_i\dot{\zeta}_i(t) + \omega_i^2\zeta_i(t) = \int_{\mathcal{D}} \phi_i(z)f(z,t)dz \quad (2.2)$$

ξ_i est le facteur d'amortissement associé au mode i (sous-amorti): $0 \leq \xi_i < 1$

Les triplets $\{\omega_i, \xi_i, \phi_i(z)\}$ constituent les caractéristiques dynamiques intrinsèques du SM.

2.1.2. Caractéristiques dynamiques extrinsèques du SM à commander

L'adjonction d'un SC au SM est réalisée par l'intermédiaire d'entrées et de sorties en nombre fini. Le SC s'apparente, lui, à un modèle de dimension finie. Les entrées sont des forces appliquées au SM par des actionneurs localisés, les sorties sont des mesures de déplacement, de vitesse, d'accélération, ou de contrainte mécanique. Pour étudier l'interaction dynamique SM-SC, il est nécessaire de connaître le « chemin » parcouru entre une entrée et une sortie -le transfert entrée vers sortie- du SM. Pour cela, nous écrivons la fonction de transfert entre la force exercée par un actionneur localisé en $z=z_a$ et une mesure du déplacement localisée en $z=z_c$ [Miu91], avec $z_a, z_c \in \mathcal{D}$:

$$f(z_a,t) = \delta(z-z_a) f(t) \quad (2.3)$$

δ étant la fonction de Dirac. Soit s la variable complexe de Laplace. La transformée de l'équation (2.2) avec l'expression correspondante de la force unique (2.3) nous donne :

$$\frac{\zeta_i(s)}{f(z_a,s)} = \frac{\phi_i(z_a)}{s^2 + 2\xi_i\omega_i s + \omega_i^2} \quad i = 1,2,\dots \quad (2.4)$$

Avec la transformée de Laplace du déplacement (2.1) en $z=z_c$ donnée par :

$$u(z_c, s) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z_c) \zeta_i(s) \quad (2.5)$$

on obtient la fonction de transfert $G_{ac}(s)$ reliant la sortie $u(z_c, t)$ à l'entrée $f(z_a, t)$:

$$\frac{u(z_c, s)}{f(z_a, s)} = G_{ac}(s) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{r_i}{s^2 + 2\xi_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.6)$$

avec les résidus r_i tels que :

$$r_i = \phi_i(z_a) \phi_i(z_c) \quad (2.7)$$

La fonction de transfert $G_{ac}(s)$ écrite sous la forme d'une somme de fractions irrationnelles (2.6) montre que la contribution de chaque mode propre i au transfert $f(z_a, t)$ vers $u(z_c, t)$ dépend du résidu r_i . Nous écrivons cette fonction de transfert sous la forme canonique (2.8) afin de faire ressortir les notions utilisées par la suite.

$$G_{ac}(s) = \frac{n_{ac}(s)}{d(s)} \quad (2.8)$$

où $n_{ac}(s)$ et $d(s)$ sont respectivement le numérateur et le dénominateur de $G_{ac}(s)$ tels que :

$$d(s) = \prod_i (s^2 + 2\xi_i \omega_i s + \omega_i^2) \quad (2.9)$$

$$n_{ac}(s) = \sum_j \phi_j(z_a) \phi_j(z_c) \prod_{i \neq j} (s^2 + 2\xi_i \omega_i s + \omega_i^2)$$

Les racines du numérateur $n_{ac}(s)$ et du dénominateur $d(s)$ sont appelées respectivement zéros et pôles de la fonction de transfert du SM. A chaque paire de pôles complexes conjugués notés P_i et P_i^* est associée une fréquence propre ω_i d'un mode propre du SM :

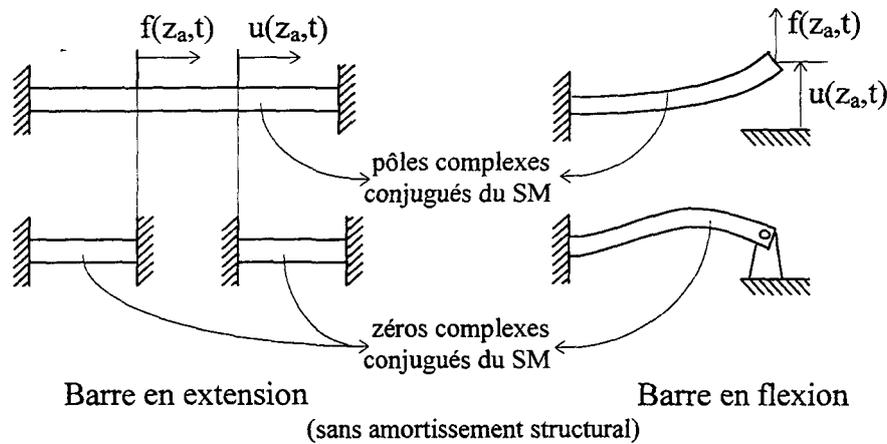
$$P_i^{(*)} = -\xi_i \omega_i \pm \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (2.10)$$

Si un mode i est rigide non amorti, alors $P_i = P_i^* = 0$.

De même, les zéros complexes conjugués représentent les fréquences d'antirésonance du SM. Soulignons que les pôles sont indépendants de la localisation des entrées-sorties du SM, c'est à dire que toutes les fonctions de transfert $G_{ac}(s)$ ont le même dénominateur, quelles que soient z_a et z_c . Par contre, les zéros $z^{(*)}$, s'ils existent, dépendent des résidus r_i et donc de la localisation des actionneurs et des capteurs. Si la signification physique des pôles est bien connue, celle des zéros l'est beaucoup moins. D.-K. Miu nous démontre, dans [Miu91] pour les SM à phase minimale et non minimale², et dans [Miu&Yang91] pour les SM avec terme gyroscopique, que les zéros complexes conjugués d'un SM sont les pôles (complexes conjugués) des deux sous-SM contraints par l'entrée et la sortie tel que l'illustre la figure 2.1. En outre, il existe des zéros

²cf. note 6 au § 1.2.2.2.

réels, lorsque l'on considère l'amortissement structural du matériau, dus à la dispersion d'énergie du sous-SM compris entre l'entrée et la sortie (non-colocalisé à l'entrée).



Signification physique des zéros d'un SM
Figure 2.1

Les pôles et les zéros du SM $\{P_i^{(*)}, z^{(*)}\}$ constituent les caractéristiques dynamiques extrinsèques du SM à commander. L'étude de l'interaction entre le SM et le SC est fondée sur la connaissance des pôles et zéros du SM et leur transformation par le SC. D'autres facteurs rentrent en ligne de compte dans la dynamique du SMC, comme l'actionneur.

2.1.3. Caractéristiques dynamiques des actionneurs

L'actionneur est un élément déterminant d'un SMC, puisqu'il constitue l'organe de transfert de la puissance, puissance proportionnelle au signal de commande permettant d'atteindre les objectifs de commande. Cet organe peut être caractérisé par sa limite en puissance et sa limite fréquentielle.

La limite en puissance d'un actionneur est donnée en termes d'effort maximum délivré et de vitesse maximale atteinte. Le SC possède donc une source limitée de puissance pour atteindre les objectifs de commande, cause de la première limite des performances atteintes.

Les actionneurs sont également caractérisés par leur bande passante. Nous précisons ici que nous considérons la partie mécanique d'un actionneur -le rotor d'un moteur électrique, le piston d'un vérin hydraulique et les frottements appliqués- est incluse dans le SM. Nous nous focaliserons ici sur les actionneurs les plus courants : les moteurs électriques. La partie électromagnétique de l'actionneur est supposée avoir le comportement d'un simple gain (comportement linéaire et bande passante infinie). Les bandes passantes de moteur atteignables grâce aux commandes de la partie électromagnétique sont beaucoup plus élevées que les limites en bande passante imposées par les SM. Pour les moteurs à courant continu, le comportement

linéaire courant de consigne-couple magnétique est obtenu grâce à la boucle de courant. Les moteurs à induction ont désormais un comportement assimilable au moteur à courant continu grâce à la commande vectorielle.

- Pour les moteurs à courant continu, la constante de temps électrique $\tau_e = L/R$ (L est l'induction totale du moteur et R la résistance totale) caractérise la dynamique naturelle du courant dans l'induit de la machine. Le couple électromagnétique T est proportionnel au courant d'induit I du moteur. Celui-ci est commandé par la tension V appliquée à ces bornes:

$$V = RI + L \frac{d}{dt} I + Kw \quad (2.11)$$

$$T = K I \quad (2.12)$$

où w est la vitesse de rotation du moteur et K la constante de force électromotrice. Généralement, une boucle de courant permet de considérer l'actionneur comme un générateur de couple avec une large bande passante de l'ordre de 1 kHz. On a donc :

$$T = K' I_c \quad (2.13)$$

I_c est la consigne de courant de la boucle de courant.

- Les moteurs à induction n'ont pas les caractéristiques linéaires du moteur courant continu (cf. équation 2.12). La complexité de commande de ces moteurs est surmontée grâce aux techniques de commande vectorielle (Les composantes actives et réactives du courant permettent de contrôler la puissance et le flux magnétique du moteur) [Chin97].

Pour les actionneurs hydrauliques, la dynamique de la partie hydrau-mécanique (vérin et ligne d'alimentation) est à modéliser au même titre que celle du SM [Dequidt94]. A partir des caractéristiques du SM à commander, nous posons les fondements de l'interaction dynamique entre le SM et le SC.

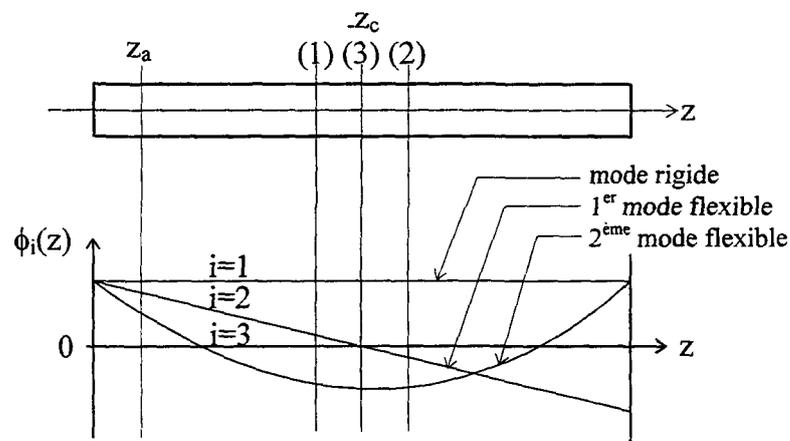
2.2. Interaction dynamique entre le système de commande et le système mécanique

L'interaction dynamique entre le SM flexible et le SC se manifeste par le spillover [Balas78]: les modes non contrôlés (non pris en compte dans le calcul de la commande par retour d'état) par la commande dégradent les performances pour lesquelles les gains de commande ont été calculés; cette dégradation peut aller jusqu'à l'instabilité (cf. §1.2.2.1). Les propriétés de l'interaction sont liées à la localisation des mesures. Pour bien comprendre l'interaction dynamique SM-SC, nous allons en étudier les caractéristiques en fonction de la

localisation des mesures pour des SMC simples tels qu'une barre en translation dont on contrôle le mode rigide. Nous en déduisons la problématique de conception liée à cette interaction dynamique.

2.2.1. Caractéristiques de l'interaction dynamique suivant la localisation de la mesure

Les caractéristiques dynamiques extrinsèques (les pôles et zéros) du SM à commander se déduisent des caractéristiques intrinsèques du SM par la localisation de l'actionneur et de la mesure. Pour illustrer les caractéristiques de l'interaction, prenons l'exemple d'une barre en déplacement rigide longitudinal et en déformation longitudinale (cf. figure 2.2).

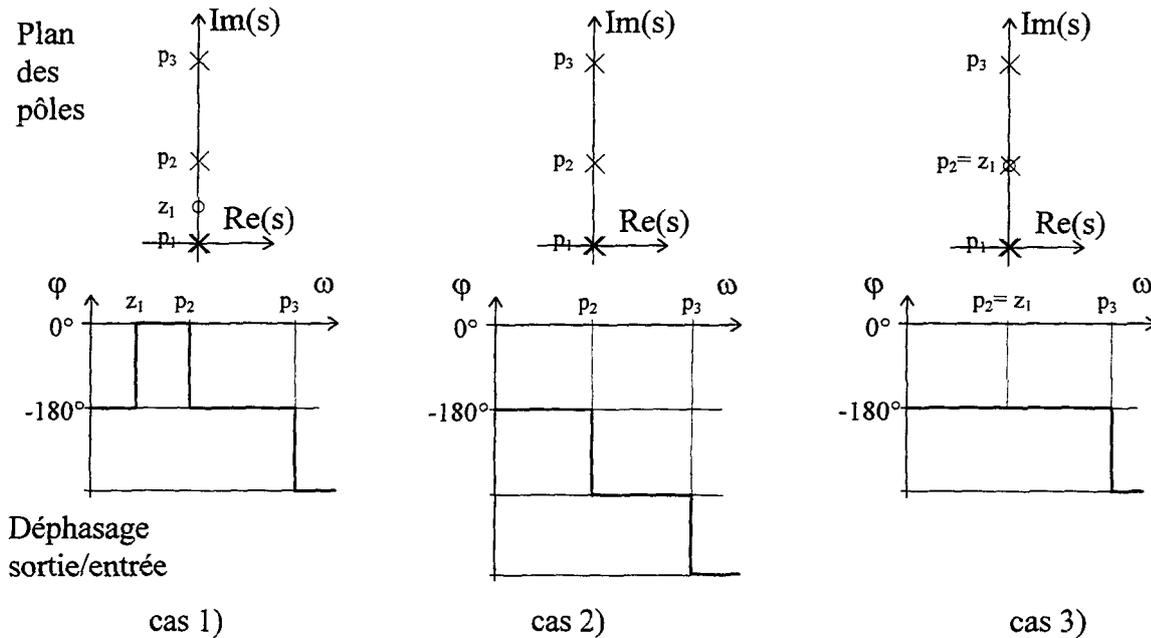


Déformation longitudinale d'une barre libre-libre
Figure 2.2

L'analyse de la localisation entrée/sortie et de la forme modale $\phi_i(z)$ détermine les propriétés de stabilité du mode i sous l'action de la commande. Ces propriétés sont reliées au placement des pôles et zéros dans le plan complexe³ (cf. figures 2.3, 2.4). Lorsque $\text{sign } \phi_i(z_a) = \text{sign } \phi_i(z_c)$, le déphasage entrée/sortie dû au mode i sera toujours compris entre 0° et 180° et le mode propre i ne déstabilisera jamais le SC [Gevarter70]. La localisation de mesure (1) (cf. figure 2.2) correspond à ce cas pour le mode $i=2$: $\phi_i(z_a) \phi_i(z_c) > 0$. Un zéro existe alors entre le pôle P_2 et le pôle P_1 (cf. figure 2.3, cas (1)). Par contre, dans le cas contraire (2) où $\phi_i(z_a) \phi_i(z_c) < 0$, le mode 2 déstabilisera le SM; aucun zéro n'existe entre le pôle P_2 et le pôle P_1 (cf. figure 2.3, cas (2)). Tous les résidus r_i sont positifs si et seulement si la mesure est colocalisée à l'actionneur ($z_c = z_a$). Dans ce cas, et dans ce cas uniquement, le SMC est asymptotiquement stable, quels que soient les gains du SC (sous condition que les modes de corps rigides soient stabilisés)

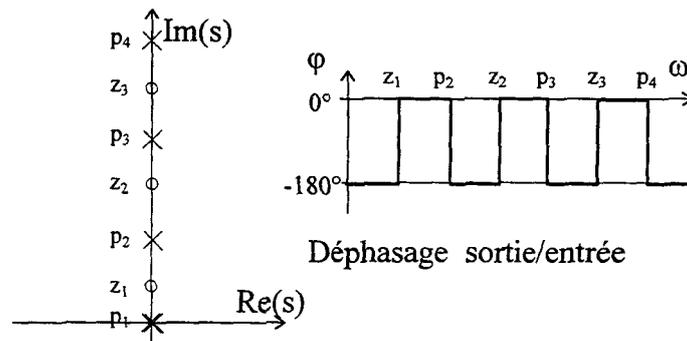
³ Le plan complexe des pôles étant symétrique par rapport à l'axe des réels, on ne représente que la partie supérieure (imaginaire positif).

[Balas79]. Martin démontre que la colocalisation des mesures entraîne une succession alternée de pôles et de zéros sur l'axe des imaginaires ce qui implique un déphasage toujours compris entre 0° et 180° (cf. figure 2.4). Il en découle des propriétés de robustesse de la stabilité [Balas78][Valdès93] (cf. §1.2.2.2).



Différentes configuration pôles/zéros en boucle ouverte

Figure 2.3

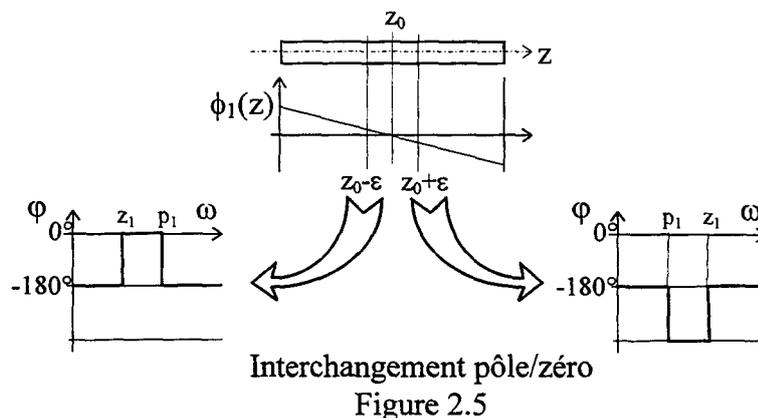


Plan des pôles
Système colocalisé en boucle ouverte

Figure 2.4

En reprenant l'exemple figure 2.2, on remarque qu'il existe un dernier cas, le cas (3), où la mesure est localisée sur le noeud de vibration du mode $i=2$. Ce mode devient inobservable d'après l'équation (2.5) car $\phi_i(z_c) = 0$. La superposition résultante du pôle et du zéro [Miu91] (cf. figure 2.3 cas (3)) entraîne leur simplification de sorte qu'ils n'apparaissent plus dans la fonction de transfert $G_{ac}(s)$. Cette caractéristique qui semble intéressante, par exemple pour

« éliminer »⁴ un mode gênant [Seto&Mitsuta94] est en fait très dangereuse. En fait, la simplification pôle/zéro est très sensible à la position du capteur, ainsi qu'au changement de paramètres du SM et de conditions aux limites (modification des formes modales). Cette sensibilité provient du phénomène d'interchangeabilité du pôle et du zéro, lorsqu'un capteur est localisé au voisinage d'un noeud de vibration; ce phénomène est exposé dans [Cannon&Rosental84] pour les systèmes à phase minimum et dans [Spector&Flashner89] et dans [Spector&Flashner90] pour les systèmes à phase non minimum. L'interchangeabilité pôle/zéro est illustrée figure 2.5 : la position d'un capteur z_c sur une barre libre-libre (un mode rigide) est repérée relativement au noeud de vibration z_0 d'un mode propre tel que $z_c = z_0 \pm \varepsilon$. Toute variation de conditions aux limites ou de paramètres du SM, ou bien toute incertitude ou imprécision sur le modèle implique une petite variation $\pm \varepsilon$, entraînant un changement de configuration.



Les deux configurations $z_0 - \varepsilon$ et $z_0 + \varepsilon$ mettent en évidence des caractéristiques radicalement différentes, caractéristiques qui se retrouvent respectivement pour des SM à mesures colocalisées et pour des SM à mesures non colocalisées.

Enfin, lorsqu'un actionneur est localisé sur le noeud de vibration d'un mode propre i , on obtient $\phi_i(z_a) = 0$, ce qui implique, d'après l'équation (2.4), que le mode i n'est pas contrôlable par l'entrée $f(z_a, t)$.

De ces caractéristiques de l'interaction dynamique, nous déduisons une problématique de conception des SMC.

⁴ L'annulation d'un pôle par un zéro consiste à rendre le mode correspondant inobservable par le SC, mais ce mode existe toujours. De plus, il peut être excité par le SC s'il est commandable.

2.2.2. Problématique de conception liée à l'interaction dynamique

L'interaction dynamique SM-SC qui se manifeste par le spillover est une cause de la limite à l'accroissement des performances dynamiques du SMC. Cette interaction dépend des caractéristiques du SM, de la loi de commande et de la localisation des mesures par rapport aux actionneurs.

Les caractéristiques dynamiques extrinsèques $\{p_i^{(*)}, z_i\}$ du SM à commander dépendent de la localisation des entrées/sorties (actionneurs et capteurs) et de ses caractéristiques dynamiques intrinsèques $\{\omega_i, \xi_i, \phi_i(z)\}$. Les caractéristiques dynamiques intrinsèques sont complètement déterminées par la conception mécanique (dimensionnement du SM).

Deux grandes classes de SC sont reconnues dans les domaines des structures activement contrôlées [Fanson&Caughey90] [Sim&Lee91] [Preumont&al.92] [Preumont&Loix95] et des mécanismes et systèmes multi-corps flexibles commandés [Gevarter70] [Martin78] [Cannon&Schmitz84] [Cannon&Rosenthal84] [Schmitz85] [VanDenBossche87] [Dugard88] [Miu93]: les SC colocalisés et les SC non colocalisés. Ces deux classes de SC révèlent, en effet, des propriétés fondamentalement différentes (performances et robustesses de la stabilité et des performances).

La problématique de l'interaction SM-SC s'énonce en deux questions successives :

- Comment concevoir le SM étant donné une loi de commande, pour atteindre les performances spécifiées d'un SMC?

Cette première question permet de rechercher les éléments de réponse fondamentaux à une deuxième question, beaucoup plus vaste :

- Quel choix de SM et de SC doit être fait pour vérifier des exigences de performances, de fiabilité et de coût, lors de la conception d'un SMC?

L'étude entreprise vise à donner des éléments de réponse à la première question pour un système particulier : un mécanisme commandé. Ce SMC est, en effet, intéressant puisque, d'une part, il constitue l'un des organes principaux d'un système de positionnement ou de suivi de trajectoire et, d'autre part, il est précisément le siège d'interaction dynamique SM-SC. Le mécanisme doit suivre une consigne aussi rapidement et précisément que possible; ceci se traduit par une bande passante élevée et un amortissement suffisant du mode rigide. Cet objectif est limité par les modes vibratoires du SM. Le contrôle du mode rigide est obtenu par

une loi de commande de type proportionnel - dérivé (PD), c'est à dire le retour statique⁵ d'une mesure de position et d'une mesure de vitesse.

2.3. Définition du modèle interdisciplinaire de mécanismes commandés

L'objet de ce paragraphe est la représentation du phénomène d'interaction dynamique SM-SC pour l'étude interdisciplinaire des mécanismes commandés. Les objectifs de notre approche interdisciplinaire fixent les orientations de la modélisation : la construction d'un modèle minimum contenant l'interaction dynamique SM-SC. Elle passe par la réduction du modèle prédominant.

2.3.1. Présentation des objectifs

2.3.1.1. Objectifs

L'objectif est de proposer un modèle pour la synthèse de mécanisme commandé. Ce modèle, destiné aux choix structuraux du SMC, doit représenter le phénomène prédominant de l'interaction dynamique SM-SC. Nous rappelons les objectifs de modélisation fixés au paragraphe 1.4.2.2 pour l'approche interdisciplinaire :

- modèle sans présupposé des choix structuraux à faire (proposition 2.1),
- inversibilité du modèle pour obtenir des lois de synthèse (proposition 2.2),
- paramètre du modèle ayant un sens physique pour le concepteur (proposition 2.3),
- modèle minimum du phénomène dominant, étant donné des conditions de validité de son utilisation (proposition 2.4).

Le modèle interdisciplinaire de mécanisme est défini afin de répondre à ces objectifs. Nous en déduisons tout d'abord le domaine d'utilisation.

2.3.1.2. Domaine d'utilisation du modèle

Notre étude porte sur les mécanismes commandés dédiés aux tâches mécaniques de déplacement d'une charge : transfert de solide, positionnement d'un effecteur ou de tout autre

⁵ On parle de retour statique pour la boucle de régulation, afin de préciser que les mesures ne sont pas transformées par des filtres tels que les d'observateurs d'état. La boucle de régulation PD est tout simplement un retour statique de l'état d'un mécanisme supposé rigide. Cf. annexe A.

corps possédant une inertie mécanique. Le modèle interdisciplinaire employé dans ce mémoire correspond à un domaine d'utilisation défini par ces quatre points :

- Le contrôle du mode rigide du mécanisme est destiné à sa commande en position.
- Le comportement dynamique du SM est assimilable à un comportement linéaire.
- Aucun effort extérieur n'est soumis au mécanisme , exception faite de l'effort d'application de la loi de commande (effort moteur de l'actionneur)
- Le mécanisme est un système à phase minimum.
- La loi de commande du mécanisme utilise le retour statique d'une mesure de position et d'une mesure de vitesse.

Nous n'envisageons pas d'efforts extérieurs appliqués au mécanisme commandé, afin de nous focaliser sur l'interaction SM-SC. Une exception sera faite pour l'étude de la précision stationnaire en régulation; dans ce cas uniquement, deux forces constantes de perturbation sont incluses dans le modèle interdisciplinaire. L'incidence de l'effet statique des forces extérieures sur le dimensionnement de l'actionneur constitue une extension de nos travaux. Pour une étude dynamique de l'effet des forces extérieures, l'on pourra se reporter à [Colgate&Hogan89].

La restriction à un système à phase minimum est motivée par « l'orientation mécanisme » de notre étude. Le dimensionnement d'une structure mécanique, telle qu'un segment de bras articulé de robot, conduirait à une description de la phase non minimum du SM. Une formulation regroupant ces deux types de SM est faite dans [Spanos89].

2.3.1.3. Restriction d'étude interdisciplinaire

D'une part, la modélisation du SC pour l'étude interdisciplinaire inclut uniquement la boucle de régulation. En effet, la génération de consigne (loi de mouvement) et l'anticipation ne sont pas en interaction dynamique avec le SM (cf. paragraphe 1.2.1.2). Un court développement dans ce mémoire portant sur la précision stationnaire en poursuite fera néanmoins appel aux anticipations et consignes classiques.

D'autre part, les limites en effort et vitesse de l'actionneur ne sont pas incluses dans le modèle interdisciplinaire. Ces limites doivent apparaître lors de la synthèse comme des contraintes de conception. Elles font l'objet d'une étude distincte au chapitre 4 pour le dimensionnement de l'actionneur; les résultats seront associés aux résultats de l'étude interdisciplinaire pour la synthèse des mécanismes commandés.

Les hypothèses suivantes constituent des exigences de conception de la partie matérielle du SC et des organes associés :

- L'actionneur est supposé avoir un comportement parfaitement linéaire. Sa partie mécanique (inertie et frottements visqueux) est incluse dans le modèle de mécanisme. La bande passante de l'actionneur est supposée infinie.
- Le système d'acquisition et de traitement du signal est supposé beaucoup plus rapide que la dynamique du mécanisme commandé. Le temps de réponse des capteurs, la période d'échantillonnage et le temps de calcul en ligne sont négligés.

2.3.1.4. Formulation pour le modèle

Nous décrivons la dynamique du mécanisme commandé dans l'espace modal. Etant donné le comportement linéaire du mécanisme, les équations de la dynamique seront écrites sous forme de fonctions de transfert. Nous reproduisons ainsi le phénomène d'interaction dynamique sans connaître la chaîne cinématique, la morphologie, les composants, etc. du SMC (proposition 2.1). La représentation du modèle est faite à l'aide d'un SMC discret masses-ressorts-amortisseurs; ce type de représentation et ses paramètres ont un sens physique pour le concepteur mécanicien (proposition 2.3). Le respect de la proposition 2.4 (modèle minimum) et de celle dont elle est déduite, la proposition 2.3 (inversibilité), conditionne une réduction d'un modèle à n degrés de liberté de la partie mécanique du modèle.

2.3.2. Etude préalable de l'interaction du mécanisme avec une boucle de régulation

Le modèle interdisciplinaire est établi à partir d'une réduction de modèle au phénomène prédominant. La configuration des pôles et zéros qui déterminent les caractéristiques de l'interaction nous indique l'ordre de la réduction de modèle.

2.3.2.1. Modèle discret du mécanisme avec une boucle de régulation

A partir du modèle discret à n degrés de liberté d'un mécanisme avec une boucle de régulation, nous pouvons étudier la migration des pôles pour une variation du gain de commande. Le problème aux valeurs propres et vecteurs propres de l'équation du SM non amorti (2.15) nous donne la matrice des pulsations modales Ω et la matrice Φ des vecteurs propres Φ_k .

$$M\ddot{x} + Kx = f \tag{2.14}$$

$$\Omega = \text{diag}(\omega_{f0}, \omega_{f1}, \dots, \omega_{fk}, \dots, \omega_{fn-1}) \quad (2.15)$$

avec les fréquences du mode de corps rigide ω_{f0} et des modes de corps flexible $\omega_{f1}, \omega_{f2}, \dots$

$$\begin{aligned} \omega_{f0} &= 0 \\ 0 < \omega_{f1} < \omega_{f2} < \dots \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\Phi = [\Phi_0 \dots \Phi_k \dots \Phi_{n-1}] \quad \text{avec } \Phi_k = [\phi_{1k} \dots \phi_{2k} \dots \phi_{nk}]^T \quad (2.17)$$

On retrouve les équations modales découplées (2.19) par la transformation :

$$x = \Phi \zeta. \quad (2.18)$$

$$\ddot{\zeta}_k + \omega_k^2 \zeta_k = \Phi_k^T f \quad \forall k = 1, 2, \dots, n-1 \quad (2.19)$$

Pour $k = 0$ on retrouve l'équation du mode rigide :

$$\ddot{\zeta}_0 = \Phi_0^T f \quad (2.20)$$

A partir des transformées de Laplace \mathcal{L} de (2.18) et (2.19), on peut écrire la fonction de transfert entre une entrée $f_i(t)$ et une sortie $x_j(t)$. A chaque mode vibratoire k , on associe un facteur d'amortissement ξ_{fk} .

$$\frac{x_j(s)}{f_i(s)} = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\phi_{ik} \phi_{jk}}{s^2 + 2\xi_{fk} \omega_{fk} s + \omega_{fk}^2} \quad (2.21)$$

Or, pour $k=0$, $\omega_{f0} = 0$; on note m l'inertie du mode rigide tel que :

$$m = \frac{1}{\phi_{i0} \phi_{j0}} \quad (2.22)$$

D'où :

$$\frac{x_j(s)}{f_i(s)} = \frac{1}{ms^2} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\phi_{ik} \phi_{jk}}{s^2 + 2\xi_{fk} \omega_{fk} s + \omega_{fk}^2} \quad (2.23)$$

L'équation (2.23) définit les caractéristiques dynamiques extrinsèques du mécanisme à commander.

Afin d'étudier la migration des pôles du SM lors de l'implémentation du SC, nous allons appliquer la loi de commande avec un retour statique $v_v(t)$ de vitesse, où la consigne de vitesse est notée $v_c(t)$ et le gain g_d :

$$\dot{x}_v(t) = v_v(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} v_v(s) = s x_v(s) \quad (2.24)$$

$$f_a(s) = g_d(v_c(s) - v_v(s)) \quad (2.25)$$

On déduit de (2.23) et (2.24), pour $i=a$, la fonction de transfert boucle ouverte :

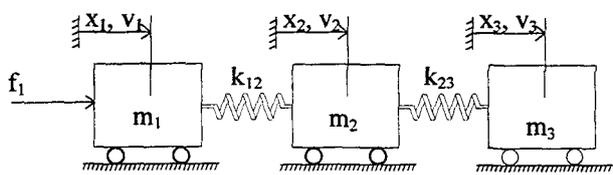
$$\frac{v_v(s)}{f_a(s)} = \frac{1}{ms} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{s \phi_{ak} \phi_{vk}}{s^2 + 2\xi_{fk} \omega_{fk} s + \omega_{fk}^2} \quad (2.26)$$

La migration des pôles de la fonction de transfert (2.26) sous l'application de la boucle (2.25) est étudiée par la méthode du lieu d'Evans⁶ en faisant varier le gain g_v à partir de 0.

Toutes les configurations pôles/zéros se retrouvent dans un SM à 3 degrés de liberté. Des études sur des SM à 4 degrés de liberté le confirment. Une étude expérimentale sur un système à 4 masses localisées est réalisée dans [Cannon&Rosenthal84].

2.3.2.2. Etude de l'interaction avec un modèle à 3 degrés de liberté

Afin de répertorier différentes configurations possibles, nous prenons un SM non amorti à 3 degrés de liberté tel que schématisé en figure 2.9.



$$M = \text{diag}(m_1, m_2, m_3)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_{12} & -k_{12} & 0 \\ -k_{12} & k_{12} + k_{13} & -k_{13} \\ 0 & -k_{13} & k_{13} \end{bmatrix}$$

SM non amorti. à 3 degrés de liberté
Figure 2.9)

On peut observer 5 cas différents de configurations pôles/zéros (cf. figures 2.10, 2.11, 2.12, 2.13 et 2.14) suivant les caractéristiques extrinsèques du mécanisme à commander que l'on peut illustrer par les 3 exemples de SM répertoriés dans le tableau 2.1. Dans l'exemple 2, le noeud de vibration du premier mode flexible coïncide avec le degré de liberté x_2 . Ce noeud se situe, dans l'exemple 1 après, et dans l'exemple 3, avant le degré de liberté x_2 . Le passage de l'exemple 1 à l'exemple 3 en passant par l'exemple 2 caractérise l'interchangement pôle/zéro que l'on peut remarquer avec une mesure v_2 (cf. figures 2.12, 2.13 et 2.14). Le deuxième mode flexible comprend 2 noeuds de vibration placés, dans tous les cas, entre chaque degré de liberté.

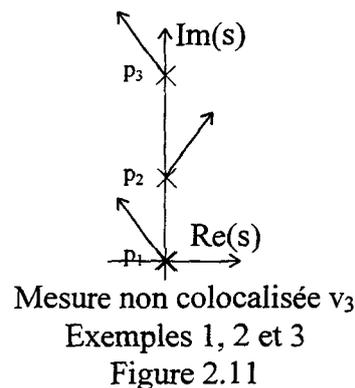
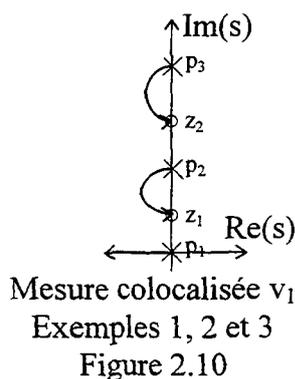
⁶ Les règles de construction du lieu d'Evans peuvent être trouvées dans un ouvrage d'asservissement classique comme [Gille&al.71] ou [Borne&al.93].

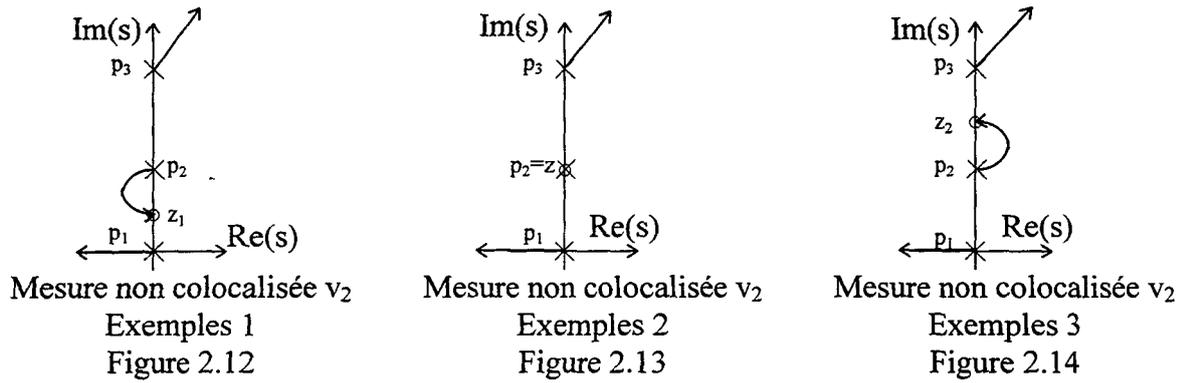
Tableau 2.1

Caractéristiques dynamiques (intrinsèques et extrinsèques) de 3 exemples types

| $k_{12}=k_{23}=1$ | ω^2 | formes modales | | | pôles | zéros | |
|-------------------|------------|----------------|-------|-------|------------|-------------------|-------------------|
| | | x_1 | x_2 | x_3 | | $\frac{v_1}{f_1}$ | $\frac{v_2}{f_1}$ |
| <u>Exemple 1</u> | 0 | → | → | → | $p_1=0$ | $z_1=0.47$ | |
| $m_1=m_2=1$ | 0.72 | → | → | ← | $p_2=0.85$ | | $z=0.71$ |
| $m_3=2$ | 2.78 | → | ← | → | $p_3=1.67$ | $z_2=1.51$ | |
| <u>Exemple 2</u> | 0 | → | → | → | $p_1=0$ | $z_1=0.61$ | |
| $m_1=m_2=m_3=1$ | 1 | → | × | ← | $p_2=1$ | | $z=1$ |
| | 3 | → | ← | → | $p_3=1.73$ | $z_2=1.61$ | |
| <u>Exemple 3</u> | 0 | → | → | → | $p_1=0$ | $z_1=0.61$ | |
| $m_1=2$ | 0.72 | → | ← | ← | $p_2=0.85$ | | $z=1$ |
| $m_2=m_3=1$ | 2.78 | → | ← | → | $p_3=1.67$ | $z_2=1.61$ | |

Pour une mesure colocalisée (v_1), les pôles et zéros sont alternés; les pôles des modes flexibles migrent vers les zéros du SM (cf. figure 2.10); par conséquent, le SMC ne sera jamais instable. Pour une mesure non colocalisée à l'extrémité du mécanisme (v_3), il n'existe pas de zéro et les pôles p_2 et p_3 migrent vers la droite et la gauche du plan complexe; le SMC est instable à cause du pôle p_3 dès que $g_v > 0$: c'est le spillover. De même, pour une mesure non colocalisée v_2 , le SMC est directement instable avec le pôle p_3 (spillover). Suivant la position du noeud de vibration du premier mode flexible par rapport au degré de liberté x_2 , le pôle p_2 migre vers le zéro z dans le demi-plan stable -demi-plan des réels négatifs- (exemple 1 en figure 2.12), dans le demi-plan instable (exemple 3 en figure 2.14) ou bien le pôle p_2 se superpose au zéro (exemple 2 en figure II.14). Cette observation montre le danger d'un interchangement pôle/zéro.





Les cas d'interchangeabilité pôles/zéros sont écartés du modèle interdisciplinaire. Le modèle ne contiendra donc que les cas présentés aux figures 2.10 et 2.11.

2.3.3. Définition du modèle interdisciplinaire

A partir de l'étude réalisée au paragraphe précédent, nous déduisons le modèle interdisciplinaire. Des conditions de validité en sont données.

2.3.3.1. Modèle interdisciplinaire

Le modèle reproduisant la problématique d'interaction mécanisme flexible-commande du mode rigide est un modèle constitué d'un SM linéaire flexible à deux degrés de liberté et d'une commande avec une mesure de position et une mesure de vitesse effectuées chacune sur l'un des deux degrés de liberté du SM. La partie mécanique (2.27) comporte un mode de corps rigide à contrôler par la commande de type PD et un mode flexible non contrôlé sujet au spillover. La position x_2 doit être asservie à une position de consigne x_c .

$$\begin{aligned}
 M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx &= f \\
 x &= [x_1 \ x_2]^T \text{ et } f = [f_1 \ f_2]^T \\
 M &= \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} c + c_1 & -c \\ -c & c + c_2 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{2.27}$$

La force de commande, constituée des termes d'anticipation f_A et de boucle de rétroaction f_B , est appliquée, avec le vecteur ϕ_a , au premier degré de liberté x_1 (équation (2.28)). Un vecteur force extérieure f_p peut être appliqué au mécanisme.

$$f = \phi_a (f_A + f_B) + f_p \quad \phi_a = [1 \ 0]^T
 \tag{2.28}$$

On définit la portion du mécanisme repérée par le degré de liberté x_1 comme étant la partie colocalisée (à l'actionneur), et la portion du mécanisme repérée par le degré de liberté x_2 comme étant la partie non colocalisée (à l'actionneur). La transmission et les organes associés

du mécanisme (e.g. les butées, les éléments d'appui ou de transmission de l'effort) possèdent une raideur totale k . Sa masse (ou son inertie de rotation) est répartie entre la masse m_1 du degré de liberté x_1 et la masse m_2 du degré de liberté x_2 de telle façon que le SM ainsi constitué possède un mode rigide et un mode flexible identiques au mode rigide et au premier mode flexible du mécanisme existant ou à construire. On peut toujours extraire la partie mécanique du modèle interdisciplinaire d'un modèle dynamique ou d'une installation existante, comme le montre la thèse [Mirski79]. Les coefficients d'amortissement c , c_1 et c_2 représentent respectivement l'amortissement structurel du matériau et les frottements visqueux avec les éléments de guidage dans la partie colocalisée et la partie non colocalisée.

L'expression de la force de régulation (2.29) pour la commande en position s'écrit :

$$f_B = g_p(x_c - x_u) - g_d \dot{x}_v \quad \text{avec } u = 1, 2 \text{ et } v = 1, 2 \quad (2.29)$$

Les mesures utilisées pour le calcul de f_B peuvent être colocalisées ($u = 1$ pour la position et $v=1$ pour la vitesse) ou non colocalisées ($u = 2$ pour la position et $v = 2$ pour la vitesse). Il existe donc quatre cas de figure quant à la localisation des mesures :

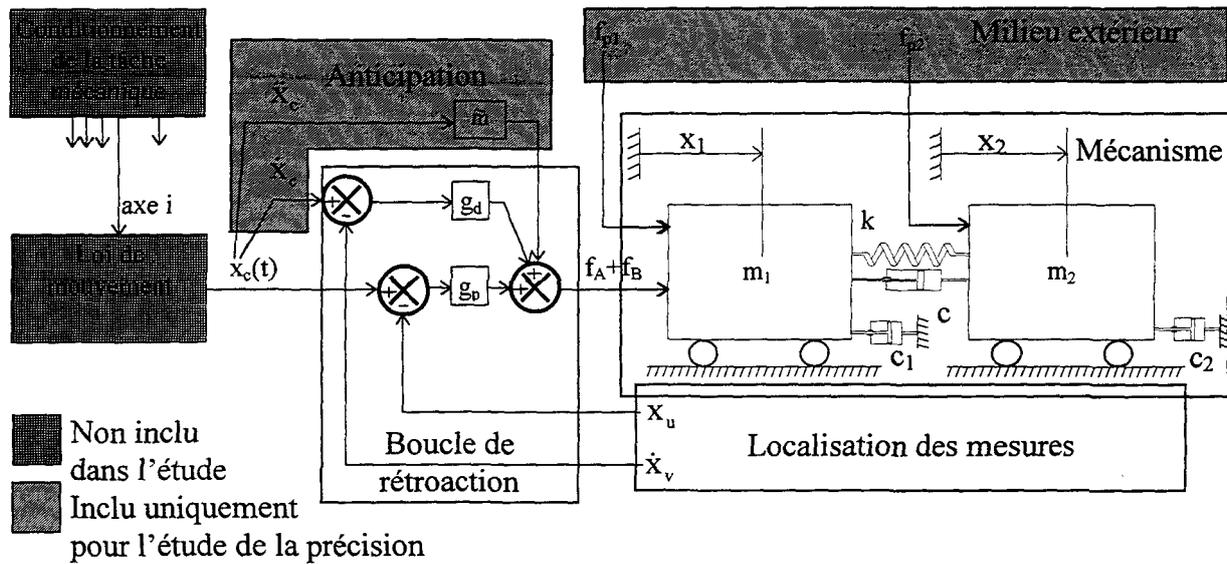
- une boucle de rétroaction colocalisée ($u=v=1$),
- une boucle de rétroaction non colocalisée ($u=v=2$),
- deux boucles de rétroaction mixtes ($u=1$ et $v=2$ ou $u=2$ et $v=1$).

Le terme d'anticipation peut, par exemple, s'exprimer comme suit, où \tilde{m} est une estimation de l'inertie du mécanisme à partir d'un modèle dynamique rigide.

$$f_A = g_d \dot{x}_c + \tilde{m} \ddot{x}_c \quad (2.30)$$

Le vecteur force extérieure f_p est constitué d'un élément colocalisé f_{p1} et d'un élément non colocalisé f_{p2} : $f_p = [f_{p1} \ f_{p2}]^T$.

Le modèle interdisciplinaire complet est constitué des équations (2.27), (2.28), (2.29) et (2.30) (l'équation (2.30) aura une utilisation marginale), comme le montre le schéma figure 2.15



Modèle interdisciplinaire d'un mécanisme commandé dans son environnement

Figure 2.15

2.3.3.2. Conditions de validité du modèle interdisciplinaire

Suite à l'étude de l'interaction SM-SC d'un mécanisme commandé faite au paragraphe 1.2.2, nous pouvons énoncer des conditions de validité du modèle interdisciplinaire relevant des caractéristiques dynamiques extrinsèques du mécanisme à commander :

- Une condition nécessaire : Les mesures de position et de vitesse ne sont pas localisées sur le noeud du premier mode flexible.
- Une condition nécessaire : Les localisations des mesures de position et de vitesse sont très éloignées du noeud du premier mode flexible.
- Une condition suffisante : Les mesures de position et de vitesse sont effectuées au voisinage des extrémités de la chaîne de transmission du mécanisme.
- Une condition nécessaire et suffisante : Un capteur mesurant la position ou la vitesse exactes de l'actionneur fournit une mesure colocalisée; un capteur fournissant une mesure non colocalisée est placé sur la chaîne de transmission entre le noeud du premier mode flexible et l'effecteur, suffisamment loin de ce noeud.

Cette dernière condition, nécessaire et suffisante, garantit que la mesure x_1 est absolument colocalisée et que le 1^{er} mode flexible entraînera un déphasage de 180° de la mesure x_2 par rapport à l'entrée par laquelle se manifesterait le phénomène déstabilisant du spillover.

Ce modèle a été avancé dans [Valdès93] pour étudier la problématique de synthèse des commandes de manipulateur flexible; le modèle sans amortissement de frottement visqueux et comportant uniquement deux alternatives de mesures -position et vitesse colocalisées ou non colocalisées- a permis de donner des premières pistes aux concepteurs de manipulateurs. Un modèle comportant un mode rigide et un mode flexible a été proposé par J.T. Spanos pour saisir l'interaction dynamique avec la commande de type PD à travers ces deux modes, en englobant le phénomène de phase non minimum [Spanos89]. Les avantages d'un tel modèle décrits par l'auteur sont :

- Les données pour construire un tel modèle peuvent être tirées facilement d'un modèle éléments finis ou d'une courbe de réponse fréquentielle obtenue analytiquement ou expérimentalement.
- Le modèle est parfaitement adapté au niveau préliminaire de la conception pour connaître la sévérité du problème d'interaction et pour évaluer la faisabilité de la solution, alors que les modèles détaillés n'ont pas encore été créés.

Par ailleurs, la modélisation mécanique limitée au premier mode flexible a souvent été utilisée pour mettre en avant différents points liés à la synthèse des SMC [Bryson79] [Wie&Plescia84] [Good&al.85] [Sweet&Good85] [Goh&Caughey85] [Wie&Byun87] [Colgate&Hogan89] [Christian&Seering90] [Roelofs&Heuvelman92] [Besse&al.93] [Park&Asada94] [Vischer&Khatib95] [Rai&Asada95].

Conclusion

Nous avons défini le modèle interdisciplinaire pour la conception de mécanisme commandé. Les caractéristiques extrinsèques du SM, les pôles et zéros d'une fonction de transfert, ont été reliés, via la localisation d'un actionneur et d'une mesure, aux caractéristiques intrinsèques du SM, les pulsations et formes modales. Les caractéristiques extrinsèques du SM nous ont montré l'importance de la localisation des mesures à travers la configuration pôles/zéros. Nous en avons tiré le phénomène dominant dans l'interaction SM-SC du mécanisme commandé avec retour statique de mesure. Le modèle interdisciplinaire déduit de cette étude représente le comportement dynamique flexible linéaire interagissant avec une boucle de régulation, à partir d'une mesure de position et d'une mesure de vitesse.

Ce modèle permet l'étude du spillover du premier mode flexible -non commandé- et il inclut la (non) colocalisation de chacune des mesures. Nous avons énoncé une condition de validité du modèle concernant la localisation des mesures : toute mesure proche du noeud de vibration du deuxième mode flexible est exclue.

Une étude interdisciplinaire complémentaire serait donc nécessaire pour connaître les implications en conception du choix d'une mesure sur un noeud de vibration du premier mode non modélisé. D'autre part, la dynamique propre aux actionneurs (sans l'inertie mécanique) a été occultée car elle n'intervient pas de prime abord dans la conception, leur bande passante étant beaucoup plus élevée que celle d'un SM. Enfin, l'anticipation et la loi de mouvement utilisées dans le SM ne sont pas incluses dans le modèle interdisciplinaire, en raison de l'absence d'interaction dynamique (l'interaction n'existe pas puisque, par définition, aucun retour de mesure n'est effectué).

Ce modèle interdisciplinaire est employé pour l'analyse et la synthèse de mécanismes commandés. L'analyse (chapitre 3) va nous permettre de développer les systèmes d'équations nécessaires à l'étude et de déterminer une partie des propriétés de l'interaction dynamique utiles à la synthèse. La synthèse (chapitre 4) aboutira à des lois de conception mécanique des mécanismes commandés.

Chapitre 3

Analyse des propriétés du modèle interdisciplinaire

Introduction

La finalité du modèle interdisciplinaire, établi au chapitre 2, est la synthèse de mécanisme commandé. Néanmoins, l'utilisation de ce modèle sans une étude préalable des équations du modèle ne peut pas conduire à la synthèse. En effet, la synthèse, s'apparentant à un problème inverse, nécessite une préparation des équations et une compréhension des propriétés qu'elles recèlent.

L'inversion des équations pour la synthèse passe par une triangularisation par partie du système d'équations tiré du modèle interdisciplinaire. De plus, la compréhension de l'effet de la boucle de régulation sur la dynamique du mécanisme permet d'en déduire les propriétés de l'interaction. L'opération préalable à la synthèse est une opération d'analyse du modèle interdisciplinaire.

L'objet de l'analyse est donc, d'une part, de développer les équations sous une forme adéquate à la synthèse et, d'autre part, de dégager les propriétés de l'interaction apportant des renseignements pertinents sur la stabilité, la rapidité et la précision du mécanisme commandé. Peu d'éléments, en effet, permettent aux concepteurs de mécanismes commandés de guider leur choix, par exemple celui des mesures, pour gérer le compromis robustesse de la stabilité - rapidité - précision.

L'analyse entreprise, dans ce chapitre, avec des outils de l'automatique classique -du fait des spécifications de stabilité, rapidité et précision- sépare l'étude de la précision de l'étude dynamique.

On peut caractériser deux types de précision : la précision en régime transitoire, dont une valeur remarquable est le plus grand dépassement¹, et la précision stationnaire. La première ayant un caractère dynamique, nous ne nous intéresserons, dans ce chapitre, qu'à la précision

¹ Au cours de la réponse transitoire, le système peut aller au-delà de sa consigne : on parle de dépassement.

stationnaire avec des anticipations et des consignes classiques, et avec des efforts de perturbation constants.

L'analyse de la stabilité et de la rapidité sera effectuée à partir de la migration des pôles dans le plan complexe du modèle interdisciplinaire, pour une variation de gains de commande. Cette analyse nous permettra de comprendre l'effet de la localisation des mesures de position et de vitesse, et du placement relatif des pôles et des zéros du mécanisme.

Nous développerons, dans un premier temps, les équations nécessaires à l'étude de la précision stationnaire et de la migration des pôles, ainsi que celles nécessaires à la synthèse. Nous procéderons, dans un deuxième temps, à l'analyse de la précision stationnaire en poursuite et en régulation, et, dans un troisième temps, à l'analyse des propriétés dynamiques des pôles dans le plan complexe. Un récapitulatif de toutes ces propriétés nous permettra déjà d'en déduire des indications de synthèse, telles que le choix de la localisation des mesures, compte tenu de la conception mécanique.

3.1. Développements du modèle dans l'espace de Laplace

L'analyse et la synthèse utilisent les fonctions de transfert du modèle interdisciplinaire. Nous développons donc les équations du modèle dans le domaine de Laplace. Les fonctions de transfert du mécanisme commandé en boucle fermée sont écrites avec les termes d'anticipation pour la précision stationnaire. Du dénominateur de ces fonctions de transfert, nous déduisons les systèmes d'équations nécessaires à l'étude de la migration des pôles et à la synthèse.

3.1.1. Fonctions de transfert du mécanisme commandé

Prenons la transformée de Laplace \mathcal{L} du modèle interdisciplinaire :

$$(2.27) \xrightarrow{\mathcal{L}} (Ms^2 + Cs + K)x(s) = f(s) \quad (3.1)$$

$$(2.29) \xrightarrow{\mathcal{L}} f_B(s) = g_p x_c(s) - g_p x_u(s) - sg_d x_v(s) \quad (3.2)$$

Etant donné l'équation (2.28) et la transformée de Laplace des efforts extérieurs $f_p(s)$, les équations (3.1) et (3.2) nous permettent d'écrire l'équation matricielle du mécanisme commandé dans le domaine de Laplace :

$$(Ms^2 + \hat{C}s + \hat{K})x(s) = \phi_a \hat{g}_c(s) x_c(s) + f_p(s) \quad (3.3)$$

$$\text{avec } \hat{C} = \begin{bmatrix} c + c_1 + (2 - v)g_d & -c + (v - 1)g_d \\ -c & c + c_2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} k + (2 - u)g_p & -k + (u - 1)g_p \\ -k & k \end{bmatrix}$$

Le terme $g_c(s)$ dépend du terme d'anticipation (2.30) :

- pas d'anticipation :

$$f_A = 0 ; \quad g_c(s) = g_p \quad (3.4)$$

- anticipation de la vitesse :

$$f_A = g_d \dot{x}_c ; \quad g_c(s) = g_p + s g_d \quad (3.5)$$

- anticipation de la vitesse et de l'accélération avec un modèle d'inertie \tilde{m} :

$$f_A = g_d \dot{x}_c + \tilde{m} \ddot{x}_c ; \quad g_c(s) = g_p + s g_d + s^2 \tilde{m} \quad (3.6)$$

Pour des efforts extérieurs nuls, on déduit de l'équation (3.3) l'équation du vecteur $x(s)$ en fonction du vecteur $x_c(s)\phi_a$, où apparaît la matrice de transfert du mécanisme commandé :

$$x(s) = g_c(s) (Ms^2 + \hat{C}s + \hat{K})^{-1} x_c(s)\phi_a \quad (3.7)$$

Le dénominateur des fonctions de transfert $\frac{x_1(s)}{x_c(s)}$ et $\frac{x_2(s)}{x_c(s)}$, égal au déterminant de la matrice

facteur de $x(s)$ dans (3.3), se développe en un polynôme de degré 4 :

$$d(s) = m_1 m_2 s^4 + ((m_1 + m_2)c + m_1 c_2 + m_2 c_1 + m_2 g_d (2 - v))s^3$$

$$+ (mk + c_1 c_2 + c(c_1 + c_2) + m_2 g_p (2 - u) + c g_d + c_2 g_d (2 - v))s^2 \quad (3.8)$$

$$+ (k g_d + c g_p + k(c_1 + c_2) + c_2 g_p (2 - u))s + k g_p$$

Sans terme d'anticipation (cf. (3.4)), les fonctions de transfert s'écrivent :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x_1(s)}{x_c(s)} \\ \frac{x_2(s)}{x_c(s)} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{g_p (m_2 s^2 + (c + c_2)s + k)}{d(s)} \\ \frac{g_p (cs + k)}{d(s)} \end{array} \right\} \quad (3.9)$$

Avec le terme d'anticipation (3.6) (on prendra $\tilde{m} = 0$ pour une seule anticipation de vitesse), les fonctions de transfert s'écrivent :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x_1(s)}{x_c(s)} \\ \frac{x_2(s)}{x_c(s)} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{(\tilde{m}s^2 + g_d s + g_p)(m_2 s^2 + (c + c_2)s + k)}{d(s)} \\ \frac{(\tilde{m}s^2 + g_d s + g_p)(cs + k)}{d(s)} \end{array} \right\} \quad (3.10)$$

3.1.2. Dénominateur des fonctions de transfert et systèmes d'équations associés

Les pôles du servomécanisme sont les racines du dénominateur $d(s)$ (cf. équation (3.8)). Le dénominateur est écrit sous la forme (polynôme caractéristique) :

$$\delta(s) = \frac{d(s)}{m_1 m_2} = s^4 + \delta_3 s^3 + \delta_2 s^2 + \delta_1 s + \delta_0 \quad (3.11)$$

est écrit comme le produit de facteurs contenant les pôles $P_i^{(*)}$ (réels ou complexes):

$$\begin{aligned} \delta(s) &= \prod_{i=1}^2 \left(s + \xi_i \omega_i + j \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \right) \left(s + \xi_i \omega_i - j \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \right) \quad \text{si } \xi_i < 1 \\ \delta(s) &= \prod_{i=1}^2 \left(s + \xi_i \omega_i + \omega_i \sqrt{\xi_i^2 - 1} \right) \left(s + \xi_i \omega_i - \omega_i \sqrt{\xi_i^2 - 1} \right) \quad \text{si } \xi_i \geq 1 \end{aligned} \quad (3.12)$$

On en déduit l'expression des coefficients du polynôme (3.11) en fonction du placement des pôles du servomécanisme :

$$\begin{cases} \delta_3 = 2\omega_1 \xi_1 + 2\omega_2 \xi_2 \\ \delta_2 = \omega_1^2 + 4\omega_1 \xi_1 \omega_2 \xi_2 + \omega_2^2 \\ \delta_1 = 2\omega_1 \omega_2 (\omega_1 \xi_2 + \omega_2 \xi_1) \\ \delta_0 = \omega_1^2 \omega_2^2 \end{cases} \quad (3.13)$$

D'après l'expression du dénominateur (3.8) en fonction des paramètres mécaniques, de la localisation des mesures et des gains de commande, on peut identifier les facteurs $\delta_3, \dots, \delta_0$:

$$\begin{cases} \delta_3 = \frac{c}{m_{eq}} + \frac{c_1}{m_1} + \frac{c_2}{m_2} + \frac{g_d}{m_1} (2 - v) \\ \delta_2 = \frac{k}{m_{eq}} + \frac{c(c_1 + c_2)}{m_1 m_2} + \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2} + \frac{g_d}{m_1} \frac{c + c_2 (2 - v)}{m_2} + \frac{g_p}{m_1} (2 - u) \\ \delta_1 = \frac{c(c_1 + c_2)}{m_1 m_2} + \frac{k}{m_2} \frac{g_d}{m_1} + \frac{g_p}{m_1} \frac{c + c_2 (2 - u)}{m_2} \\ \delta_0 = \frac{k}{m_2} \frac{g_p}{m_1} \end{cases} \quad (3.14)$$

$$\text{avec la masse équivalente : } m_{eq} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (3.15)$$

Si on comptabilise les paramètres et les équations du système (3.14), on observe que l'on ne dispose que de deux gains de commande (g_p et g_d) pour placer 4 pôles dans le plan complexe avec le SC. Cette surdétermination du système d'équations (3.14) à résoudre en fonction des gains de commande, équivalent à un placement des pôles par retour incomplet d'état, a été, bien sûr, imposée par la commande par retour d'état incomplet dès la construction du modèle interdisciplinaire pour prendre en compte l'effet du spillover.

Les systèmes d'équations (3.16) et (3.18) mettent en relation les paramètres mécaniques et de localisation des mesures avec le placement des pôles. Ils expriment le problème de synthèse du mécanisme dépendant des performances du servomécanisme, compte tenu de la loi de commande et de la localisation des mesures, et indépendamment des gains. Ces systèmes d'équations ne sont pas utilisables, sous cette forme, pour la conception du mécanisme; cette question fait l'objet du chapitre 3. Les systèmes d'équations (3.17) et (3.18) expriment la valeur des gains, en fonction de tous les autres paramètres (place des pôles, mécanisme flexible et localisation des mesures).

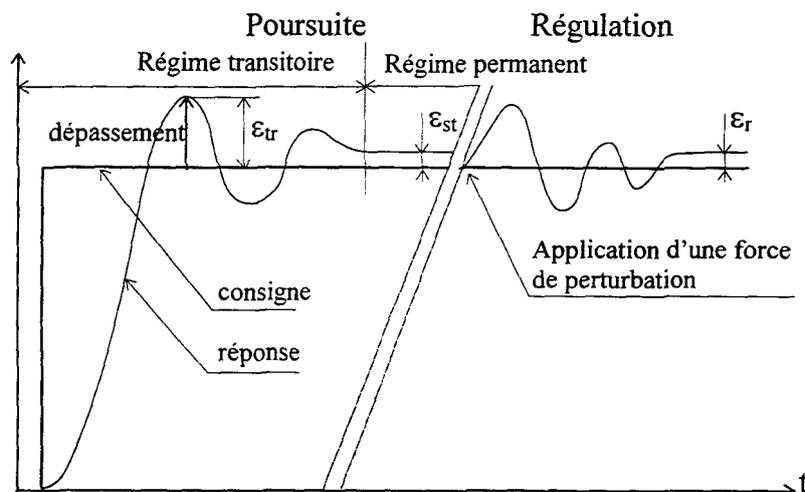
A partir du développement des équations du modèle, nous entreprenons l'analyse de la précision stationnaire, dans un premier temps, et de la migration des pôles, dans un deuxième temps, afin de comprendre les effets de l'interaction suivant la localisation des mesures de position et de vitesse.

3.2. Précision stationnaire suivant la localisation des mesures

L'écart instantané entre la consigne de position x_c et la position de l'effecteur x_2 -la réponse à la consigne- s'écrit:

$$\varepsilon(t) = x_c(t) - x_2(t) \quad (3.20)$$

L'objectif est, bien sûr, de minimiser cet écart, la condition nécessaire et suffisante étant la stabilité asymptotique du système (en boucle fermée). Cette condition, abordée au paragraphe 3.3, est supposée ici acquise. Le schéma classique de réponse à une consigne en échelon est représenté figure 3.1



Réponse indicielle. Erreurs stationnaires en poursuite ε_p et en régulation ε_r .

Figure 3.1

L'objectif de minimisation de l'écart est caractérisé en poursuite et en régulation (cf. figure 3.1):

- Quand le mécanisme, dans un état donné (position et vitesse), doit atteindre une consigne, le SC corrige l'écart instantané -la poursuite- jusqu'à ce que le mécanisme atteigne un état proche de la consigne : c'est le régime transitoire; il est caractérisé par sa durée (temps d'établissement) et par le plus grand dépassement de la consigne, duquel l'on tire la précision transitoire ε_{tr} .

Après le régime transitoire, l'écart par rapport à la consigne devient stationnaire : c'est le régime stationnaire, caractérisé par la précision stationnaire ε_{st} .

- Une force extérieure est appliquée au mécanisme et induit un écart par rapport à la consigne que le SC tendra à corriger -c'est la régulation. Suite à un régime transitoire, la réponse du mécanisme se stabilise autour de la consigne, pour une force constante; la précision stationnaire, notée en régulation ε_r , définit l'écart stationnaire, en fonction de l'intensité de la force extérieure.

Cette description très schématisée² de la théorie de l'asservissement (cf; par exemple, [Borne&al.93] page 193) nous permet de caractériser la précision pour des tâches de poursuite et de régulation. Dans ces deux cas, nous distinguons le régime transitoire et le régime permanent.

Le premier, correspondant à une étude dynamique, est étudié par le biais des caractéristiques modales du système en boucle fermée : la fréquence et l'amortissement des modes propres.

Quant au régime permanent, les précisions en poursuite (ε_{st}) et en régulation ε_r sont définies à partir de l'erreur stationnaire ε_∞ :

$$\varepsilon_\infty = \left| \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) \right| \quad (3.21)$$

Dans ce paragraphe, nous abordons le régime stationnaire.

Afin de maîtriser la précision stationnaire, il est nécessaire de connaître les différents facteurs qui la déterminent. Nous allons calculer la précision de poursuite à partir de quatre consignes type : consigne unitaire en échelon, en rampe, à accélération constante et à jerk constant. La précision en régulation va être également déterminée pour des forces extérieures constantes appliquées au mécanisme.

² En réalité, suivi de consigne (poursuite) et correction des perturbations (régulation) sont effectués simultanément, et le régime permanent existe rarement en suivi de trajectoire.

3.2.1. Précision en poursuite

On écrit l'erreur instantanée (3.20) en poursuite :

$$\varepsilon(t) = x_c(t) \left(1 - \frac{x_2(t)}{x_c(t)} \right) \quad (3.22)$$

La précision stationnaire en poursuite s'écrit d'après (3.21) :

$$\varepsilon_{st} = \left| \lim_{t \rightarrow \infty} \left[x_c(t) \left(1 - \frac{x_2(t)}{x_c(t)} \right) \right] \right| \quad (3.23)$$

Sous cette forme, on peut faire apparaître la fonction de transfert $\frac{x_2(s)}{x_c(s)}$ avec la transformée de

Laplace \mathcal{L} :

$$\varepsilon_{st} = \left| \lim_{s \rightarrow 0} \left[s x_c(s) \left(1 - \frac{x_2(s)}{x_c(s)} \right) \right] \right| \quad (3.24)$$

A partir de (3.9) et (3.10), nous développons les expressions de $\left(1 - \frac{x_2(s)}{x_c(s)} \right)$ afin d'en déduire

dans chaque cas la précision ε_{st} :

- Commande sans anticipation

$$\left(1 - \frac{x_2(s)}{x_c(s)} \right) = \frac{(kg_d + k(c_1 + c_2) + c_2 g_p (2 - u))s + (mk + c_1 c_2 + c(c_1 + c_2) + m_2 g_p (2 - u))}{kg_p + (kg_d + c g_p + k(c_1 + c_2) + c_2 g_p (2 - u))s + \dots} \quad (3.25)$$

$$\frac{+c g_d + c_2 g_d (2 - v))s^2 + (mc + m_1 c_2 + m_2 c_1 + m_2 g_d (2 - v))s^3 + m_1 m_2 s^4}{\dots + m_1 m_2 s^4}$$

- Commande avec anticipation

$$\left(1 - \frac{x_2(s)}{x_c(s)} \right) = \frac{(k(c_1 + c_2) + c_2 g_p (2 - u))s + (k(m - \tilde{m}) + c_1 c_2 + c(c_1 + c_2) + m_2 g_p (2 - u))}{kg_p + (kg_d + c g_p + k(c_1 + c_2) + c_2 g_p (2 - u))s + \dots} \quad (3.26)$$

$$\frac{+c_2 g_d (2 - v))s^2 + (c(m - \tilde{m}) + m_1 c_2 + m_2 c_1 + m_2 g_d (2 - v))s^3 + m_1 m_2 s^4}{\dots + m_1 m_2 s^4}$$

Le calcul de la limite (3.24) est effectué pour les consignes-standart ($t > 0$) :

- consigne unitaire en échelon : $x_c(t) = 1 \xrightarrow{\mathcal{L}} x_c(s) = \frac{1}{s}$

- consigne unitaire en rampe : $x_c(t) = t \xrightarrow{\mathcal{L}} x_c(s) = \frac{1}{s^2}$

- consigne unitaire à accélération constante : $x_c(t) = t^2 \xrightarrow{\mathcal{L}} x_c(t) = \frac{2}{s^3}$
- consigne unitaire à jerk constant : $x_c(t) = t^3 \xrightarrow{\mathcal{L}} x_c(t) = \frac{6}{s^4}$

On note les précisions stationnaires pour les consignes unitaires en échelon, en rampe, à accélération constante et à jerk constant respectivement ε^p , ε^v , ε^a et ε^j ; leurs expressions sont répertoriées dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1
Précision stationnaire en poursuite

| précision suivant la consigne | Commande en position | | | |
|-------------------------------------|--|--|--------------------------------------|--|
| | sans anticipation | avec une anticipation de vitesse | | avec une anticipatio de vitesse et d'accélération |
| ε^p | 0 | 0 | | 0 |
| ε^v | $\frac{g_d}{g_p} + \frac{c_1 + c_2}{g_p} + \frac{c_2}{k}(2-u)$ | $\frac{c_1 + c_2}{g_p} + \frac{c_2}{k}(2-u)$ | | $\frac{c_1 + c_2}{g_p} + \frac{c_2}{k}(2-u)$ |
| ε^a | ∞ | si $c_1 \neq 0$ ou si $c_2 \neq 0$ | ∞ | ∞ |
| | | sinon ($c_1=c_2=0$) | $\frac{m}{g_p} + \frac{m_2}{k}(2-u)$ | $\frac{m - \tilde{m}}{g_p} + \frac{m_2}{k}(2-u)$ |
| ε^j | ∞ | ∞ | | ∞ à l'exclusion du cas : $\begin{cases} u = 2 \\ c_1 = c_2 = 0 \\ m = \tilde{m} \end{cases} \frac{g_d}{g_p} \frac{m_2}{k} (2-v)$ |

A l'issue de ces résultats, nous formulons plusieurs remarques :

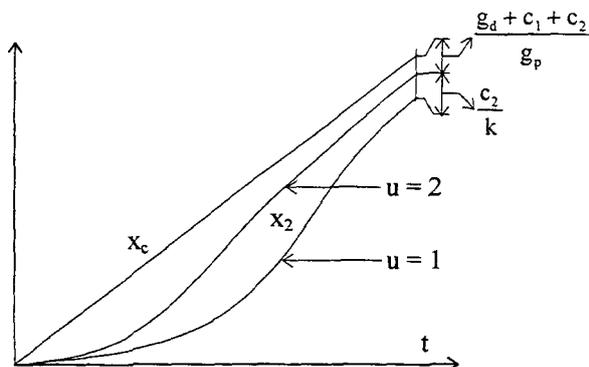
Tout d'abord, la précision stationnaire en poursuite dépend essentiellement de la localisation de la mesure de position ($u = 1$ ou 2). La localisation de la mesure de vitesse n'influe pas sur la précision stationnaire, excepté dans le cas d'un suivi de consigne à jerk constant (précision ε^j), lorsque l'amortissement de frottement visqueux est négligeable ($c_1 = c_2 = 0$) et le modèle inertiel sans erreur ($\tilde{m} = m$).

On retrouve, dans le tableau 3.2, les précisions stationnaires bien connues, calculées pour un SMC idéal (mécanisme supposé rigide et modèle d'inertie exact) : $k \rightarrow \infty$, $c_1 = c_2 = 0$, $\tilde{m} = m$. La précision ε^v est augmentée d'un terme indépendant des gains de commande : $\frac{c_2}{k}$ lorsque la mesure de position est colocalisée (cf. figure 3.2 pour une commande sans anticipation). Pour une même mesure de position, la précision ε^a comporte le facteur $\frac{m_2}{k}$ indépendant des gains de commande, pour les lois de commande avec anticipation, lorsque $c_1 = c_2 = 0$ (cf. figure 3.3 pour une anticipation de vitesse). La précision ε^j d'un mécanisme -où $c_1 = c_2 = 0$ - avec une anticipation de vitesse et d'accélération -où $\tilde{m} = m$ - dépend de la localisation des mesures de position et de vitesse (cf. figure 3.4)

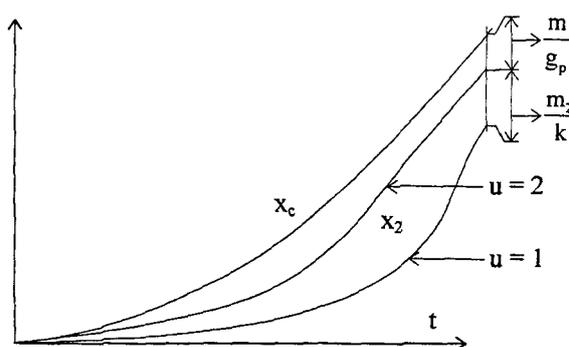
Remarquons enfin que l'amortissement structurel c n'intervient jamais, contrairement aux coefficients de frottement visqueux c_1 et c_2 .

Tableau 3.2
Précision stationnaire pour un SMC idéal

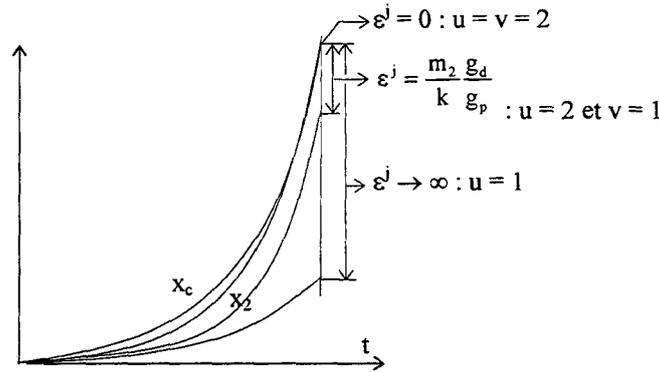
| Précision stationnaire | Commande en position | | |
|------------------------|----------------------|------------------------------|--|
| | sans anticipation | avec anticipation de vitesse | avec anticipation de vitesse et d'accélération |
| ε^p | 0 | 0 | 0 |
| ε^v | $\frac{g_d}{g_p}$ | 0 | 0 |
| ε^a | ∞ | $\frac{m}{g_p}$ | 0 |
| ε^j | ∞ | ∞ | 0 |



Réponse à une rampe commande sans anticipation
Figure 3.2



Réponse à une accélération constante commande avec anticipation de vitesse, $c_1=c_2=0$
Figure 3.3



Réponse à un jerk constant - commande avec anticipation de vitesse et de l'accélération, $c_1 = c_2 = 0$, $\tilde{m} = m$

Figure 3.4

L'application de forces extérieures au mécanisme commandé peut également induire un écart stationnaire par rapport à la consigne.

3.2.2. Précision en régulation

Afin de déterminer la précision en régulation ϵ^r lors du régime permanent, on cherche l'écart par rapport à une consigne nulle, dû à des forces de perturbations f_{p1} et f_{p2} constantes appliquées respectivement aux degrés de liberté x_1 et x_2 . La précision stationnaire en régulation s'écrit :

$$\epsilon^r = \left| \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) \right| = \left| \lim_{s \rightarrow 0} (-s x_2(s)) \right| \tag{3.27}$$

Dans ce cas, le vecteur force de commande est augmenté d'un vecteur force de perturbation f_p tel que le décrit l'équation (2.28), avec $f_p = [f_{p1} \ f_{p2}]^T$.

Etant donné que $x_c(t) = 0$, d'après (3.3), on écrit l'équation matricielle du mécanisme commandé en régulation :

$$(Ms^2 + \hat{C}s + \hat{K})x(s) = f_p(s) \tag{3.28}$$

Etant donné que les forces f_{p1} et f_{p2} sont constantes, on a : $f_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{f_{p1}}{s} & \frac{f_{p2}}{s} \end{bmatrix}^T$

D'où :

$$-s x_2(s) = -\frac{cs + k}{d(s)} f_{p1} - \frac{m_1 s^2 + (c + c_1 + g_v(2 - v))s + k + g_p(2 - u)}{d(s)} f_{p2} \tag{3.29}$$

On en déduit la précision stationnaire en régulation :

$$\varepsilon^r = \frac{f_{p1} + f_{p2}}{g_p} + \frac{g_p f_{p2}}{kg_p} (2 - u) \quad (3.30)$$

Par conséquent, la déformation de la transmission de raideur k induite par une force non colocalisée n'est pas corrigée par le SC si et seulement si la mesure de position est colocalisée.

3.3. Analyse des propriétés dynamiques dans le plan des pôles

Les caractéristiques du mécanisme commandé en régime transitoire relèvent d'une étude dynamique : la rapidité et la précision du mécanisme commandé dépendent, d'une part, du servomécanisme (mécanisme avec sa boucle de régulation) et, d'autre part, de l'anticipation et de la consigne (loi de mouvement).

Nous abordons, dans ce paragraphe, les caractéristiques dynamiques du servomécanisme. Il est capable d'atteindre une consigne de position, s'il est capable de minimiser ou annuler l'écart $\varepsilon(t)$ -équation (3.20) au paragraphe 3.2- en un temps donné. La condition nécessaire et suffisante de minimisation de l'écart est la stabilité asymptotique, c'est à dire que tous les pôles du servomécanisme sont placés dans le demi plan des réels strictement négatifs (cf. Figure 3.5). De plus, la place des pôles détermine les performances dynamiques (fréquence et amortissement) du servomécanisme. Le mécanisme rigide, sans frottement visqueux, possède un double pôle nul le rendant instable en boucle ouverte. L'application d'une commande (équation 2.29) permet le contrôle du mode rigide en déplaçant le double pôle nul vers une paire de pôles P_r et P_r^* . Les performances dynamiques du mécanisme commandé sont essentiellement caractérisées par cette paire de pôles. La commande est calculée à partir d'un modèle rigide de mécanisme (cf. annexe A) : les gains, donnés par les expressions (3.31), permettent d'obtenir la fréquence ω_r et le facteur d'amortissement ξ_r désirés tels que :

$$p_r^{(*)} = -\xi_r \omega_r \pm \omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2} \quad (\text{cf. Figure 3.6}).$$

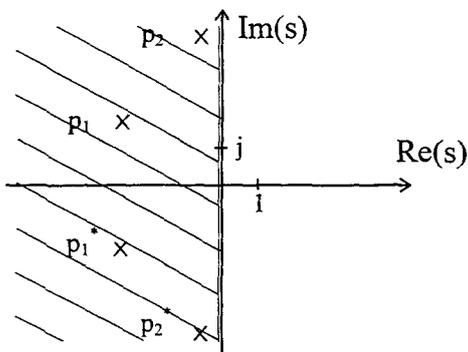
$$\begin{aligned} g_p &= m\omega_r^2 \\ g_d &= 2\xi_r \sqrt{g_p m} = 2\xi_r \omega_r m \end{aligned} \quad (3.31)$$

La rapidité induite par cette paire de pôles est calculée à partir de la partie réelle des pôles : $\sigma_r = -\xi_r \omega_r$, telle que les oscillations dues au mode correspondant décroîtront aussi rapidement que :

$\exp(\sigma_r t) = \exp(-\xi_r \omega_r t)$. Le facteur d'amortissement ξ_r détermine la propension du mode à osciller et conditionne le dépassement ou le non-dépassement de la consigne lors de la réponse indicielle.

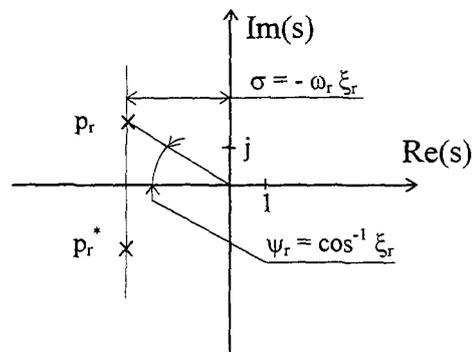
Le modèle interdisciplinaire possède, en plus du mode rigide contrôlé, le premier mode flexible non contrôlé sujet au spillover. On note P_1, P_1^*, P_2 et P_2^* les pôles du servomécanisme, c'est à dire les pôles résultant de l'application de la boucle de régulation (2.29) sur le mécanisme (2.27), tel que :

$$P_i^{(*)} = -\xi_i \omega_i \pm j \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \text{ si } \xi_i < 1 \text{ ou } P_i^{(*)} = -\xi_i \omega_i \pm \omega_i \sqrt{\xi_i^2 - 1} \text{ si } \xi_i \geq 1 \quad i = 1, 2$$



Stabilité asymptotique

Figure 3.5



Paire de pôles correspondant à un mode du 2^e ordre

Figure 3.6

Une propriété importante du servomécanisme est la robustesse de sa stabilité et des performances dynamiques vis à vis du spillover. P. Tomei démontre que la robustesse de la stabilité est inhérente aux commandes PD axe par axe -sous entendu des commandes colocalisées- des robots avec transmissions flexibles [Tomei91]. Nous allons illustrer la sensibilité de la stabilité du servomécanisme et sa capacité à atteindre des performances dynamiques élevées suivant la localisation des mesures. Pour cela, nous étudions le lieu des pôles du mécanisme commandé dans le plan complexe. La migration des pôles, due à la variation des gains de commande, vont nous permettre d'observer le spillover du premier mode non commandé. L'analyse de la migration des pôles, lors de l'application de la loi de commande, va nous permettre d'observer les propriétés de stabilité et de rapidité du servomécanisme suivant la localisation des mesures. Nous faisons migrer les pôles avec l'accroissement des gains de commande à partir de zéro (configuration sans boucle de régulation), comme cela a été fait avec le lieu d'Evans au paragraphe 2.3.2 à deux différences près : le mécanisme ne comporte pas qu'une seule mesure mais deux mesures dont les

localisations peuvent être distinctes (cas de mesures mixtes : colocalisée et non colocalisée); le SC comporte donc deux paramètres.

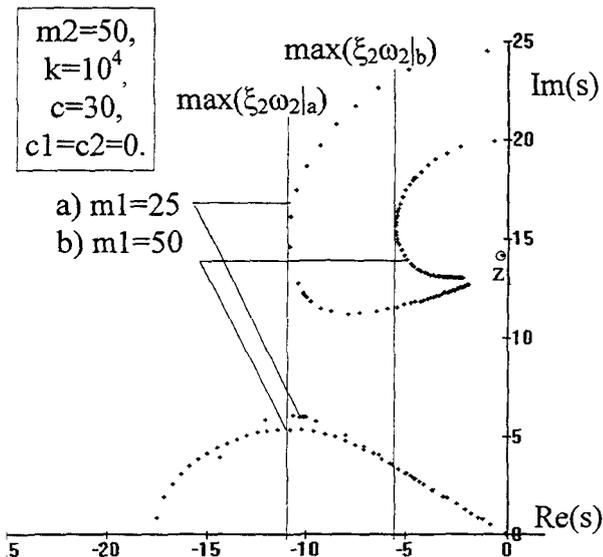
La valeur du gain g_d relative au gain g_p est obtenue à partir de la relation (3.15) : $g_d = 2\xi_r^2 \sqrt{g_p m}$ du calcul d'une commande PD de mécanisme rigide. Mais cette relation peut très bien être remplacée par toute autre relation du type $g_d = k_1 g_p^{k_2}$, sans changer les propriétés observées.

3.3.1. Mesure de vitesse colocalisée

Nous étudions la migration des pôles du servomécanisme avec une mesure de vitesse colocalisée dans les deux cas de mesure de position.

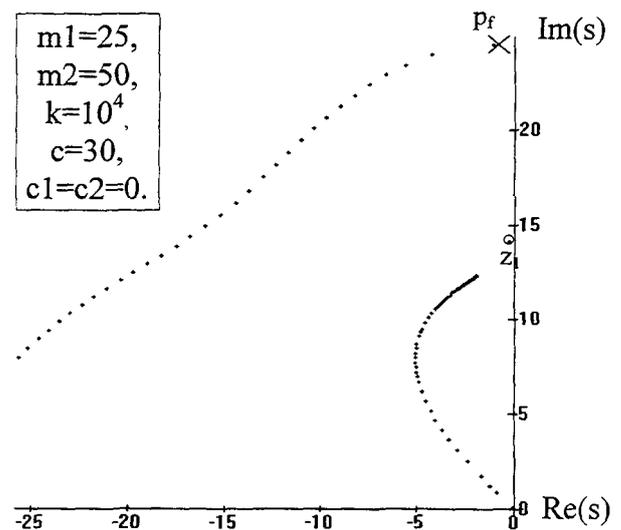
3.3.1.1. Mesure de position colocalisée

Lorsque les mesures de vitesse et de position sont colocalisées, les pôles migrent obligatoirement dans le demi-plan des réels négatifs (cf. figures 3.7 et 3.8), ceci implique une stabilité asymptotique sans conditions du servomécanisme (dès que g_p et $g_v > 0$), comme cela est exposé au paragraphe 2.2.2. Une telle migration des pôles illustre la robustesse absolue de la stabilité au spillover.



$u = 1, v = 1, \xi_r = 0.85$

Figure 3.7



$u = 1, v = 1, \xi_r = 0.7$

Figure 3.8

En effet, l'une des deux paires de pôles tendra vers la paire de zéros $Z_1^{(*)}$ tandis que l'autre paire de pôles tendra vers l'axe des réels négatifs. Les figures 3.7 et 3.8 montrent les deux

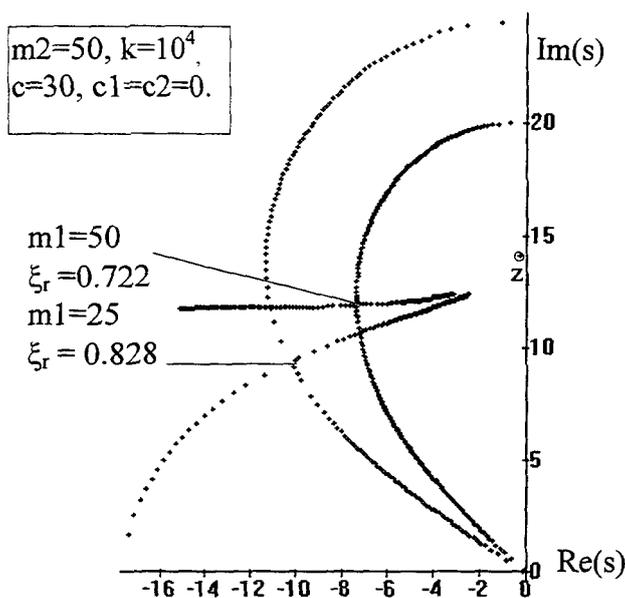
configurations possibles de migration des pôles. Mais observons plus particulièrement la migration du pôle P_f vers le zéro Z_1 sur la figure 3.7. Deux exemples de mécanisme sont donnés, avec un zéro Z_1 identique et deux pôles P_f différents. Lorsque la pulsation ω_f croît, la boucle décrite lors de la migration du pôle p_2 s'élargit, de telle façon qu'il est possible d'atteindre une partie réelle $\xi_2\omega_2$ plus importante. Notre observation, sans preuve mathématique, s'écrit comme suit :

$$\text{pour } \{ \omega_{z1|a} = \omega_{z1|b} \text{ et } \tau_{z2|a} = \tau_{z2|b} \}, \quad \omega_{f|a} > \omega_{f|b} \Rightarrow \max(\xi_2\omega_2|_a) > \max(\xi_2\omega_2|_b)$$

Notons que cette observation est faite pour le mode non contrôlé.

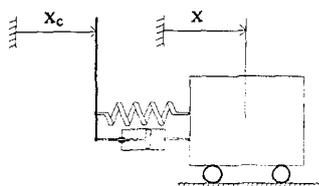
Cette propriété est utilisée pour la commande d'un bras souple [Park&Asada90] [Asada&al.92] et en contrôle actif des structures [Preumont&al.92].

Il existe une configuration particulière pour laquelle les quatre pôles P_1, P_1^*, P_2 et P_2^* se superposent (cf. figure 3.9) en une paire de pôles doubles $P_c^{(*)}$ tel que : $p_c^{(*)} = p_1^{(*)} = p_2^{(*)}$. Les pôles doubles caractérisent la capacité d'un mécanisme à atteindre des performances dynamiques (rapidité et amortissement), lors de l'application du SC. Ces pôles doubles caractéristiques constituent un invariant dans la migration des pôles : cet invariant est une illustration du calcul de quatre paramètres (3.13) de placement des pôles P_1, P_1^*, P_2 et P_2^* avec quatre équations (3.14) dont les deux paramètres de commande (g_p, g_d) seulement varient. On peut observer cette paire de pôles doubles caractéristiques pour les commandes établies dans [Sim&Lee91]. Dans [Asada&al.92], cette configuration particulière est choisie pour calculer les gains de position et de vitesse, car elle est optimale en termes de partie réelle des pôles (et donc la durée du régime transitoire est minimum).



Pôles doubles caractéristiques, $u=1, v=1$
Figure 3.9

Enfin, il est montré dans [Valdès93] que le servomécanisme est équivalent au modèle ci-dessous, quand les gains de commande tendent vers l'infini. Les observations précédentes nous indiquent néanmoins que ce cas de figure n'est pas favorable à une réponse rapide et bien amortie du servomécanisme, puisque le mode flexible (qui correspond alors au zéro Z_1) sera mal amorti.



3.3.1.2. Mesure de position non colocalisée

Nous observons sur les figures 3.10 et 3.11 des faisceaux décrits par la migration des pôles P_1 et P_2 comparables à ceux des figures 3.7 et 3.8, à une différence de taille près. Si les pôles migrent d'une façon similaire dans le demi-plan des réels négatifs, l'un des deux pôles (P_2 pour la figure 3.10 et P_1 pour la figure 3.11) migre dans le demi-plan des réels positifs (demi-plan instable), après être passé au voisinage du zéro Z_1 . Nous observons ici l'effet déstabilisant du spillover, dû à une mesure non colocalisée de position. Néanmoins, cette déstabilisation se produit pour des gains élevés, et la migration du pôle, qui déstabilise le servomécanisme, nous montre qu'il existe une grande marge de stabilité. Un servomécanisme

avec des mesures de vitesse colocalisée et de position non cocalisée aura une propriété de robustesse au spillover relative, alors que, dans le cas de mesures exclusivement colocalisées, la robustesse au spillover est absolue.

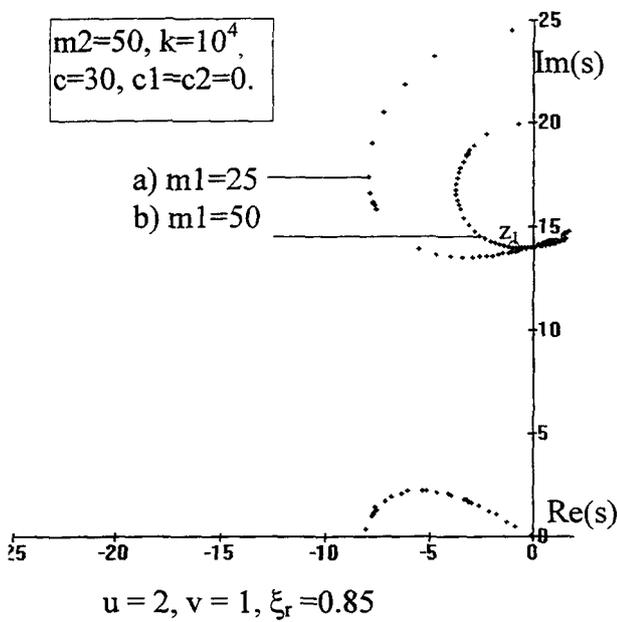


Figure 3.10

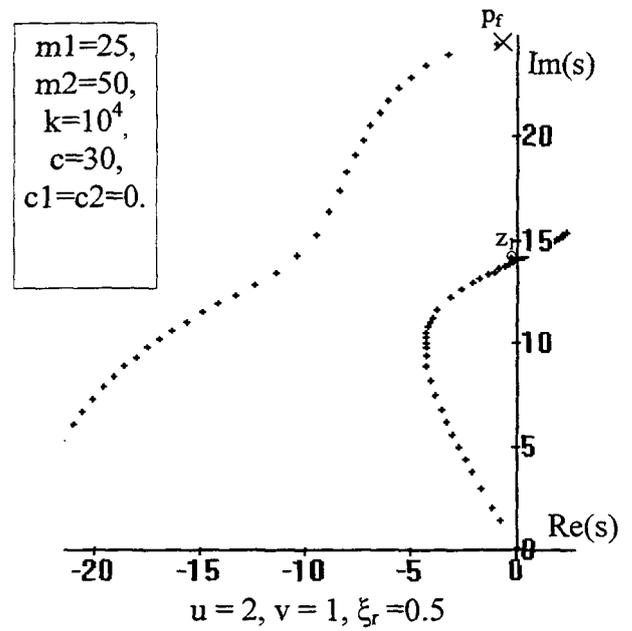
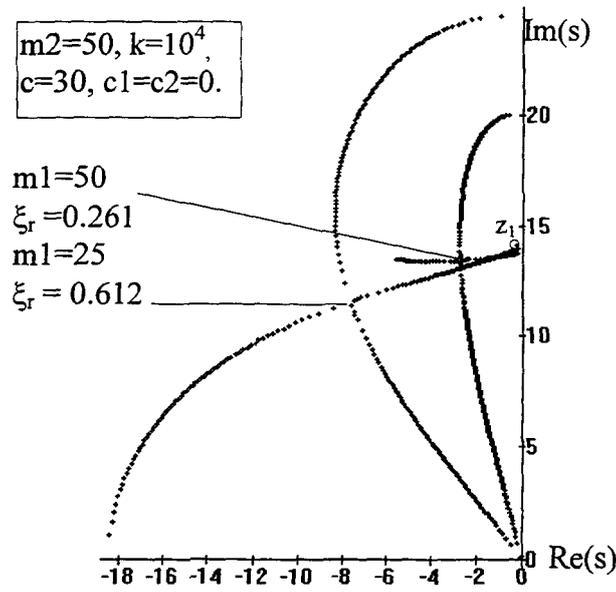


Figure 3.11

Il existe une configuration identique à celle observée pour une mesure de position colocalisée, où les pôles se superposent pour donner la paire de pôles doubles caractéristiques (cf. figure 3.12).



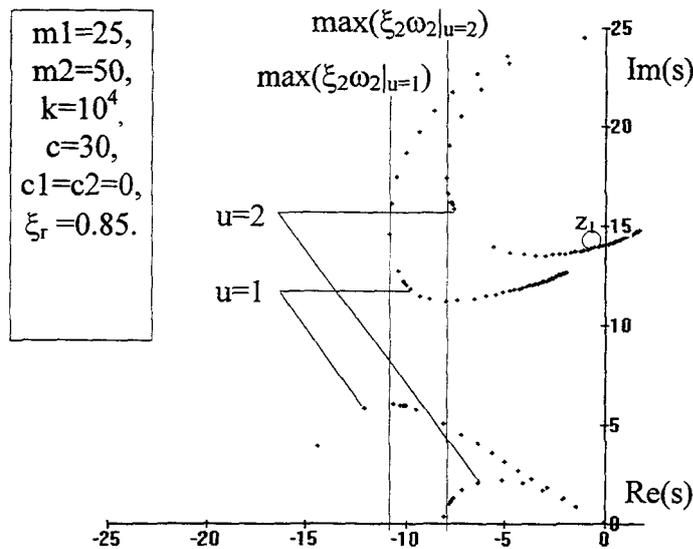
Pôles doubles caractéristiques, $u=2, v=1$

Figure 3.12

Si on compare les faisceaux décrits par la migration des pôles (cf. figure 3.13) dans les deux cas de mesures de position ($u=1$ et $u=2$), on remarque que les performances dynamiques, dans le cas non colocalisé $u=2$, seront inférieures à celles dans le cas colocalisé $u=1$, pour un même mécanisme. Cette observation s'écrit comme suit :

$$\text{pour } \{ \omega_{f|u=1} = \omega_{f|u=2}, \omega_{z1|u=1} = \omega_{z1|u=2} \text{ et } \tau_{z2|u=1} = \tau_{z2|u=2} \}$$

$$\max(\xi_2 \omega_2|_{u=1}) > \max(\xi_2 \omega_2|_{u=2}) \quad \text{si } \omega_1|_{u=1} = \omega_1|_{u=2} \text{ et } \xi_1|_{u=1} = \xi_1|_{u=2}$$

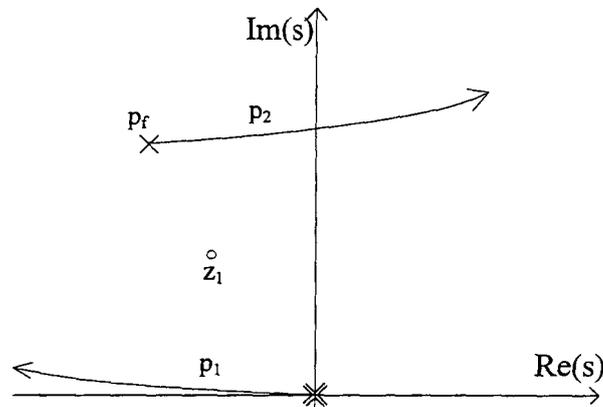


Comparaison des mesures de position

Figure 3.13

3.3.2. Mesure de vitesse non colocalisée

Lorsque la mesure de vitesse est non colocalisée, et pour une mesure de position colocalisée ou non, les pôles du servomécanisme croissent de façon identique pour de petites valeurs des gains, comme le montre la figure 2.14.



Mesure de vitesse non colocalisée $v = 2, u = 1$ ou 2

Figure 2.14

On observe ici que le pôle P_2 migre directement dans le demi plan instable tel que la somme des parties réels des pôles se conserve. Cette observation est confirmée par la première équation du système (3.18) au paragraphe 3.1.2, lorsque $c_1=c_2=0$, dont on remplace δ_3 par son expression déduite de (3.13) :

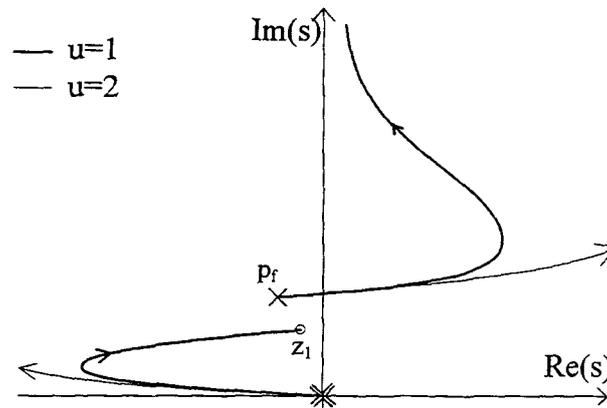
$$2\omega_1\xi_1 + 2\omega_2\xi_2 = \frac{c}{m_{eq}} \quad \text{pour } u = v = 2 \text{ et } c_1 = c_2 = 0 \quad (3.32)$$

Cet invariant dynamique (invariant aux gains de commande) du mécanisme dans l'interaction SM-SC a été démontré dans [Valdès93] pour des sorties non colocalisées ($u = v = 1$). Il montre que les performances dynamiques sont limitées par la stabilité et dépendent exclusivement de l'amortissement du mode flexible $\frac{c}{m_{eq}}$.

Nous étendons ce résultat au mécanisme commandé avec une mesure de vitesse non colocalisée, quelle que soit la mesure de position, comportant des frottements visqueux c_1 et c_2 :

$$2\omega_1\xi_1 + 2\omega_2\xi_2 = \frac{c}{m_{eq}} + \frac{c_1}{m_1} + \frac{c_2}{m_2} \quad \forall u \text{ et pour } v = 2 \quad (3.33)$$

La différence entre des mesures de position colocalisées et non colocalisées n'est remarquable que pour de grandes valeurs des gains, comme on peut l'observer sur la figure 2.15.



$v = 2$, Migration pour de grandes valeurs des gains

Figure 2.15

Lorsque la mesure de position est colocalisée, les pôles P_1 et P_1^* tendent vers les zéros Z_1 et Z_1^* , alors que, pour une mesure de position non colocalisée, les pôles P_1 et P_1^* admettent une asymptote verticale dans le demi-plan instable. Cette dernière observation cependant n'est d'aucune utilité pour le concepteur, puisque le système est déjà instable. De ce point de vue, il n'existe donc pas de différence entre les mesures de position colocalisée et non colocalisée lorsque la mesure de vitesse n'est pas colocalisée.

3.4. Récapitulatif des propriétés interdisciplinaires pour la conception

L'analyse menée au paragraphe 3.2 nous a montré que la précision stationnaire dépend essentiellement de la localisation de la mesure de position. Le tableau 3.2 regroupe les différentes précisions stationnaires suivant la localisation des mesures avec, en parallèle, le cas d'un mécanisme infiniment rigide ($k \rightarrow \infty$, $m = m_1 + m_2$, $c_r = c_1 + c_2$). La précision stationnaire d'un mécanisme flexible de raideur totale k est :

- tributaire d'un terme de déformation indépendant des gains de commande si et seulement si la mesure de position est colocalisée,
- identique à celle d'un mécanisme parfaitement rigide si et seulement si la mesure de position est non colocalisée.

En outre, la meilleure précision stationnaire est obtenue pour des mesures de position et de vitesse non colocalisées ($\varepsilon^i = 0$ si $c_1 = c_2 = 0$ et $m = \tilde{m}$).

A l'inverse, l'analyse des propriétés dynamiques dans le plan des pôles révèle que la localisation de mesure de vitesse est cruciale. On obtient la meilleure rapidité et une robustesse absolue de la stabilité au spillover, lorsque les mesures sont colocalisées. Il apparaît, quand la vitesse est non colocalisée, que la somme des parties réelles des pôles du mécanisme commandé, conditionnant sa rapidité, est indépendante des gains et qu'elle est égale à l'amortissement du mode flexible du mécanisme plus les frottements visqueux ramenés à leur

$$\text{masse respective: } 2\omega_1\xi_1 + 2\omega_2\xi_2 = \frac{c}{m_{eq}} + \frac{c_1}{m_1} + \frac{c_2}{m_2} \quad \forall u \text{ et pour } v = 2.$$

Tableau 3.2 : Précision stationnaire. Récapitulatif suivant la localisation des mesures.

| Mesure de position | | colocalisée | non colocalisée | | Mécanisme rigide $k \rightarrow \infty, m = m_1 + m_2,$ $c_r = c_1 + c_2$ | |
|--|-----------------|--|---|---------------------------------|---|-----------------------------|
| | | $u = 1$ | $u = 2$ | | | |
| Mesure de vitesse | | $v = 1$ ou 2 | $v = 1$ | $v = 2$ | | |
| sans anticipation | ε^v | $\frac{c_2}{k} + \frac{g_d + c_1 + c_2}{g_p}$ | $\frac{g_d + c_1 + c_2}{g_p}$ | | $\frac{g_d + c_r}{g_p}$ | |
| | ε^a | ∞ | ∞ | | ∞ | |
| anticipation de vitesse | ε^v | $\frac{c_2}{k} + \frac{c_1 + c_2}{g_p}$ | $\frac{c_1 + c_2}{g_p}$ | | $\frac{c_r}{g_p}$ | |
| | ε^a | si $c_1 \neq 0$ ou si $c_2 \neq 0$ | ∞ | | ∞ | |
| | | sinon ($c_1 = c_2 = 0$) | $\frac{m_2}{k} + \frac{m}{g_p}$ | $\frac{m}{g_p}$ | | $\frac{m}{g_p}$ |
| | ε^j | ∞ | ∞ | | ∞ | |
| anticipation de vitesse et d'accélération | ε^v | $\frac{c_2}{k} + \frac{c_1 + c_2}{g_p}$ | $\frac{c_1 + c_2}{g_p}$ | | $\frac{c_r}{g_p}$ | |
| | ε^a | si $c_1 \neq 0$ ou si $c_2 \neq 0$ | ∞ | | ∞ | |
| | | sinon ($c_1 = c_2 = 0$) | $\frac{m_2}{k} + \frac{m - \tilde{m}}{g_p}$ | $\frac{m - \tilde{m}}{g_p}$ | | $\frac{m - \tilde{m}}{g_p}$ |
| | ε^j | si $\begin{cases} c_1 = c_2 = 0 \\ m = \tilde{m} \end{cases}$ | ∞ | $\frac{m_2}{k} \frac{g_d}{g_p}$ | 0 | 0 |
| | | sinon | ∞ | ∞ | | ∞ |
| Régulation forces de perturbation constantes | ε^r | $\frac{f_{p2}}{k} + \frac{f_{p1} + f_{p2}}{g_p}$ | $\frac{f_{p1} + f_{p2}}{g_p}$ | | $\frac{f_p}{g_p}$ | |

De cette analyse de l'interaction SM-SC en fonction de la localisation des mesures, nous pouvons, dès maintenant, tirer des éléments pour la conception des mécanismes commandés :

Pour un mécanisme commandé nécessitant une très grande robustesse au spillover (à cause de l'incertitude du modèle, de variations de paramètres ou de perturbations extérieures) et ne demandant pas une grande précision stationnaire, le concepteur choisira des mesures colocalisées de vitesse et de position. Les frottements visqueux seront à minimiser.

Pour un mécanisme commandé précis et nécessitant une moins grande robustesse, le concepteur choisira une mesure colocalisée de vitesse et une mesure non colocalisée de position. Il opérera des choix mécaniques en conséquence (faibles frottements visqueux, une plus grande raideur que pour une mesure de position colocalisée, à bande passante identique).

Lorsque la mesure de vitesse est choisie colocalisée, le concepteur s'efforcera, lors du dimensionnement mécanique, d'éloigner le pôle complexe P_f (et son conjugué) du zéro complexe Z_1 (et son conjugué); comme nous le verrons au chapitre 4, cela revient à réduire m_1 devant m_2 .

Pour un mécanisme commandé précis et nécessitant une grande robustesse, le choix de la localisation des mesures est indéterminé. Le mécanisme commandé devra être, en tout état de cause, plus lent si l'on ne trouve pas d'artifice (choix mécanique et/ou choix d'une commande d'ordre plus élevé).

Des mesures de vitesse et de position non colocalisées se justifient rarement. En effet, peut-on prendre le risque d'avoir une erreur de consigne à jerk constant (ϵ^j) nulle³ pour obtenir un mécanisme commandé non robuste au spillover ? Si cette solution est retenue, elle nécessite un mécanisme avec un amortissement structurel élevé. L'adjonction de frottements visqueux permettrait d'accroître la marge de stabilité, mais elle est préjudiciable à la précision.

La combinaison de mesures position colocalisée-vitesse non colocalisée est inintéressante quels que soient les objectifs recherchés.

³ Sous réserve d'avoir des frottements visqueux négligeables et un modèle d'inertie parfait.

Conclusion

L'analyse du modèle interdisciplinaire a été effectuée en vue de la synthèse. Une triangularisation partielle du système d'équations mettant en relation les paramètres du mécanisme commandé avec les paramètres de performances nous a permis d'isoler un système déterminant les gains de commande et un système sans gains de commande (équations contenant les paramètres mécaniques et la structure de commande -loi et mesures). Ce second système d'équations relie donc les paramètres du mécanisme avec les paramètres de performances, en fonction de la localisation des mesures.

L'analyse de la migration des pôles dans le plan complexe met en évidence les propriétés de robustesse de la stabilité au spillover, comme les propriétés liées aux performances dynamiques (rapidité, amortissement). Nous avons montré l'importance de la localisation de la mesure de vitesse par rapport à la localisation de la mesure de position pour les propriétés dynamiques. L'utilisation d'une mesure non colocalisée de vitesse entraîne une très faible robustesse au spillover et des performances dynamiques qui dépendent exclusivement de caractéristiques mécaniques. Nous avons notamment montré l'importance du placement relatif des pôles et zéros du mécanisme pour une mesure colocalisée de vitesse.

L'étude de la précision stationnaire met en évidence l'importance de la localisation de position. Nous avons montré que la précision pour une mesure de position non colocalisée est équivalente, dans la plupart des cas, à celle d'un mécanisme parfaitement rigide, contrairement à la précision pour une mesure colocalisée de position.

Cette étude se limite à des anticipations et des consignes classiques. D'autre part, nous n'avons pas abordé la précision en régime transitoire. La précision en régime permanent, caractérisée par les dépassements, dépend à la fois des pôles et zéros du mécanisme commandé et de la consigne. La nécessité d'une étude complémentaire apparaît ici. Nous avons regroupé les propriétés et les caractéristiques de précision, de rapidité et de robustesse au spillover.

Ces données orientent le concepteur dans ses premiers choix mécaniques et ses choix de localisation de mesures, compte tenu des exigences de performances d'un cahier des charges de mécanisme commandé. Cependant, ces premières informations de synthèse sont bien insuffisantes pour évaluer et faire des choix de cinématique, d'actionneur, etc., pour dimensionner un mécanisme à commander. La synthèse nécessite l'obtention de caractéristiques du mécanisme commandé, en fonction des spécifications de performances dynamiques. A cette fin, une opération d'inversion analytique des équations du modèle interdisciplinaire doit être menée.

Chapitre 4

Lois de synthèse d'un mécanisme à commander

Introduction

La synthèse d'un mécanisme commandé nécessite des expressions qui permettent d'obtenir les caractéristiques du mécanisme et de sa commande à partir des spécifications du cahier des charges. Dans ce chapitre, nous souhaitons obtenir des lois de synthèse fonctions des spécifications de performances. Ces lois de synthèse, utilisées par le concepteur, doivent conduire à une grande lisibilité des résultats (interprétation par rapport aux spécifications et comparaison); c'est pourquoi nous mettrons les lois sous forme adimensionnelle.

Au cours des chapitres précédents, nous avons séparé progressivement le problème de la synthèse d'un mécanisme commandé en quatre problèmes. Au chapitre 1, nous avons distingué l'anticipation et la loi de mouvement du servomécanisme¹ (mécanisme avec la boucle de régulation). Au cours du chapitre 2, nous avons également occulté, dans le modèle, la limite en puissance de l'actionneur. Par une triangularisation par partie du système d'équations du modèle au chapitre 3, la synthèse des gains de commande a été écartée des équations reliant les paramètres mécaniques à la structure de commande. Les quatre problèmes de synthèse du mécanisme commandé sont donc :

- 1) synthèse de l'anticipation et de la loi de mouvement
- 2) synthèse dynamique rigide (choix de l'actionneur et du rapport de réduction de la transmission)
- 3) synthèse interdisciplinaire du mécanisme à commander
- 4) synthèse des gains de commande.

Ceci correspond à une hiérarchisation de la synthèse, dans l'ordre des opérations à effectuer. Soulignant que cette hiérarchisation conserve le couplage entre les 4 points, nous choisissons

¹ Nous rappelons que cette distinction a été faite en considérant le servomécanisme comme le siège de l'interaction dynamique SM-SC.

de nous focaliser sur les points 2) et 3), points qui concernent la conception mécanique, en laissant de côté les points 1) et 4) relevant de l'automatique.

L'obtention des lois de synthèse du mécanisme à commander sous forme littérale nécessite, d'une part, la résolution algébrique d'un problème inverse et, d'autre part, l'utilisation des bonnes entrées (spécifications de performances). La résolution algébrique du problème inverse, étant donné sa nature de « problème mal posé » [Moritz93], n'est possible qu'à partir d'un choix approprié des paramètres de synthèse. La spécification des performances est choisie afin de ne pas surcontraindre la conception mécanique avec les exigences du système commandé, et de laisser à l'automatique son rôle de synthèse des gains de commande.

La synthèse interdisciplinaire étant le point-clé de notre étude, nous procéderons à l'inversion algébrique des équations comportant les paramètres mécaniques et la structure de commande (loi et mesures). Les performances dynamiques du mécanisme commandé seront spécifiées pour la synthèse du mécanisme, afin de ne pas contraindre la conception mécanique avec des objectifs et des contraintes relevant de l'automatique, e.g. l'optimisation du compromis stabilité-performance et le respect de la contrainte de dépassement maximum. Des lois pour le choix de l'actionneur et du rapport de transmission du mécanisme sont associées au modèle interdisciplinaire, afin de vérifier les limites de l'actionneur. Enfin, nous formaliserons les lois adimensionnelles de synthèse nécessaires à la conception d'un mécanisme commandé à partir du développement précédent. Nous montrerons comment s'insèrent ces lois dans le cadre de la conception d'un mécanisme commandé.

4.1. Inversion algébrique des équations du modèle interdisciplinaire

4.1.1. Présentation de l'objectif d'inversion

Nous déterminons, dans ce paragraphe, les lois de synthèse interdisciplinaire à partir de l'inversion algébrique d'équations du modèle interdisciplinaire. Au chapitre précédent, nous avons développé les équations du modèle en vue de la synthèse. Afin de présenter l'opération d'inversion, nous écrivons sous forme de vecteur et de fonctions de ces vecteurs les groupes de paramètres et les équations les reliant. Cette notation va nous permettre d'expliquer les objectifs de calcul algébrique d'inversion.

On note le vecteur des paramètres du servomécanisme $X_{SMC} = [X_{SM}^T \ X_C^T \ X_{SC}^T]^T$

$$\text{avec } X_{SM} = [m_1, m_2, k, c, c_1, c_2]^T$$

$$X_C = [u, v]^T$$

$$X_{SC} = [g_p, g_d]^T$$

et le vecteur des paramètres de performances dynamiques du servomécanisme

$$X_{perf} = [\omega_1, \xi_1, \omega_2, \xi_2]^T.$$

Le vecteur δ des coefficients du polynôme constituant le dénominateur des fonctions de transfert du servomécanisme est un vecteur intermédiaire qui relie le vecteur X_{perf} au vecteur X_{SMC} par les systèmes d'équations (3.13), noté P et (3.14), noté S :

$$\delta = [\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_3]^T$$

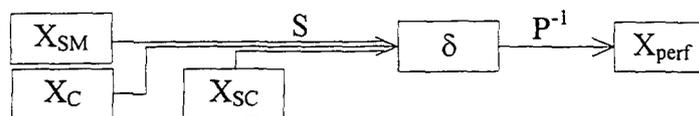
$$(3.13) : \delta = P(X_{perf})$$

$$(3.14) : \delta = S(X_{SMC})$$

A partir de ces équations vectorielles, nous évoquerons les opérations d'analyse et de synthèse du servomécanisme.

4.1.1.1. Analyse et synthèse d'un mécanisme commandé

L'opération d'analyse du servomécanisme nous a permis, au chapitre 3, de déduire du modèle et de ses paramètres associés X_{SMC} les performances dynamiques X_{perf} (cf. figure 3.1). Cette opération a pour objet l'étude du comportement temporel ou fréquentiel dans différents cas de figure. Elle est représentée par la relation : $\delta = S(X_{SMC})$ et la factorisation numérique : $X_{perf} = P^{-1}(\delta)$ ne pose pas de difficulté, le nombre d'équations étant toujours égal au nombre de paramètres de X_{perf} . Elle se ramène ici au calcul des valeurs propres.

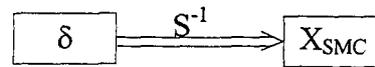


Analyse du servomécanisme.

Figure 4.1

La synthèse consiste à obtenir le vecteur X_{SMC} à partir du vecteur δ image des performances ($\delta = P(X_{perf})$, le modèle étant fixé). X_{SMC} est alors le vecteur des paramètres de synthèse. L'opération mathématique est une inversion de la fonction vectorielle S : $X_{SMC} = S^{-1}(\delta)$; Le problème inverse est un « problème mal posé », à savoir que l'une au moins des trois

exigences sur la solution -existence, unicité, stabilité- n'est pas remplie [Moritz93] (cf.§1.1.1.1).



Synthèse du servomécanisme.

Figure 4.2

Cette opération d'inversion, telle que nous l'avons présentée, pose des difficultés de deux ordres, mathématique d'une part, et propres à la conception d'autre part :

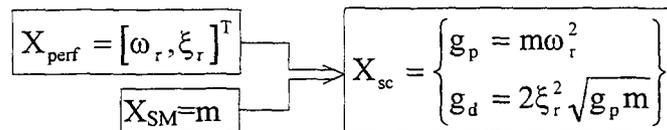
- Le système de résolution est sous-déterminé (dix inconnues pour quatre équations). La solution, si elle existe, n'est pas unique. De plus, les équations du système (3.14) ne sont pas linéaires en X_{SMC} .
- Le vecteur X_{SMC} mélange des paramètres de synthèse de nature différente, répondant à des problématiques différentes et faisant appel à des méthodes différentes. En effet, la détermination de la commande exige des choix et des calculs différents de ceux du mécanisme. La synthèse de X_c consiste en deux choix binaires ($u = v = 0$ ou 1) et la synthèse des gains de commande X_{SC} est un calcul de valeurs numériques² visant à obtenir le meilleur compromis performance-robustesse-sollicitation du mécanisme, tandis que la synthèse de X_{SM} sous-entend la détermination d'un système physique avec des contraintes d'ordres géométrique, technologique, industriel, etc.

Le but de la synthèse interdisciplinaire est d'intégrer les synthèses mécanique et automatique, afin de prendre en compte l'interaction dynamique SM-SC en laissant toutefois les tâches de conceptions proprement dites aux experts. La conception d'un mécanisme est, en soi, une tâche complexe et, par conséquent, il semble rédhibitoire d'entreprendre simultanément la conception de la commande; d'autant plus que ces tâches sont de nature différente (modèles, méthodes, outils, savoir-faire, règles, etc.). Nous présentons donc le problème de synthèse comme étant à hiérarchiser en deux problèmes propres à l'automatique et à la mécanique. Soulignons que cette hiérarchisation ne doit pas impliquer un découplage des conceptions.

² Les gains de commande sont des valeurs numériques sans réalité physique, alors que les paramètres mécaniques décrivent une réalité physique.

4.1.1.2. Synthèse d'une commande

Du point de vue de l'automatique, la synthèse consiste dans le cas d'une commande par retour d'état complet à calculer les gains du retour. L'ordre du modèle de mécanisme pour le calcul des gains étant égal à l'ordre de la commande, la synthèse d'une commande du mode rigide s'écrit simplement, comme nous l'avons évoqué au paragraphe 3.3 (équations (3.31)), à partir d'un modèle rigide :

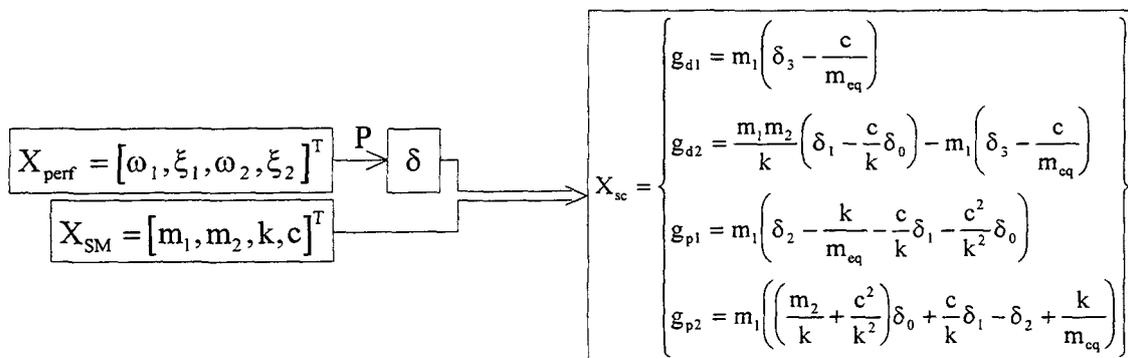


Synthèse d'un SC du mode rigide

Figure 4.3

La synthèse de commande à partir du modèle de mécanisme flexible à 2 degrés de liberté permet d'obtenir les quatre paramètres de la loi (cf. annexe A) :

$f_a = (g_{p1} + g_{p2})x_c - g_{p1}x_1 - g_{d1}\dot{x}_1 - g_{p2}x_2 - g_{d2}\dot{x}_2$ que l'on substitue à la loi du mode rigide (2.29). La nouvelle équation matricielle du servomécanisme nous fournit un système de quatre équations comparable à (3.14) et linéaire en g_{p1} , g_{p2} , g_{d1} et g_{d2} . La synthèse de ce type de commande est donc bien maîtrisée du point de vue mathématique³ (cf. figure 4.4).



Synthèse d'un SC du mode rigide et du mode flexible

Figure 4.4

4.1.1.3. Synthèse d'un mécanisme à commander

La synthèse du SC suppose bien évidemment l'existence du SM (conception préalable du SM). Cependant, la synthèse du mécanisme est-elle indépendante du SC, comme le symbolise la figure 4.5 ? Le schéma de synthèse de la figure 4.2 nous prouve le contraire : les deux synthèses sont couplées au sein du système d'équations (3.14). La question du cahier des

³ cf. [deLarminat96] pages 141-143.

charges des exigences dynamiques du mécanisme à commander se pose. De plus, il est nécessaire de connaître les lois de synthèse qui permettent de satisfaire ce cahier des charges.



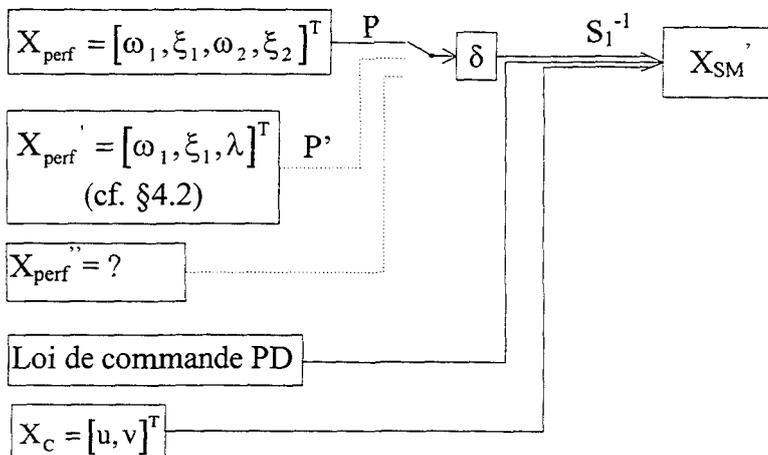
Synthèse du mécanisme indépendamment du SC
Figure 4.5

La figure 4.6 montre un schéma de synthèse d'un vecteur de paramètres mécaniques X_{SM}' à partir de la spécification des performances dynamiques du servomécanisme et compte tenu de la loi de commande. La question de la spécification des performances dynamiques du servomécanisme sera traité au paragraphe suivant. Elle correspond à une transformation du vecteur X_{perf} en un nouveau vecteur X'_{perf} : (3.13) : $\delta = P(X_{perf})$ ou bien $\delta = P'(X'_{perf})$ ou...

La question principale reste le choix d'un vecteur paramètres mécaniques X_{SM}' qui permet l'inversion des équations du modèle. Ces paramètres mécaniques doivent constituer un ensemble de paramètres de synthèse pertinents pour le concepteur. Le problème de synthèse mécanique, tel qu'il est décrit par la figure 4.6, est formalisé par les systèmes d'équations, établis au paragraphe 3.2.1, (3.16), pour une mesure de vitesse colocalisée, et (3.18) pour une mesure de vitesse non colocalisée.

$$(3.14): \delta = S(X_{SMC}) \Leftrightarrow \begin{cases} F_1(\delta, X_{SM}, X_C) = 0 & (3.16), (3.18) \\ X_{SC} = S_2^{-1}(\delta, X_{SM}, X_C) & (3.17), (3.19) \end{cases} \text{ où } F_1 \text{ est une fonction sous}$$

forme implicite des paramètres de performances, des paramètres mécaniques et des paramètres de localisation de mesure.



Synthèse du mécanisme à partir des spécifications de performances du servomécanisme compte tenu du SC.
Figure 4.6

L'objectif de l'inversion algébrique est donc d'écrire un vecteur des paramètres mécaniques de synthèse X_{SM}' en fonction du vecteur δ image des performances, du vecteur X_c de la localisation des mesures et d'un vecteur de paramètres mécaniques \bar{X}_{SM}' tel que :

$$X_{SM}' = S_1^{-1}(\delta, X_c, \bar{X}_{SM}') \Leftrightarrow F_1(\delta, X_{SM}, X_{SC}) = 0$$

\bar{X}_{SM}' est le vecteur complémentaire de X_{SM}' tel que les deux réunis sont une combinaison comportant chaque paramètre de X_{SM} . Le vecteur \bar{X}_{SM}' contient des paramètres qui doivent être déterminés avant X_{SM}' .

L'inversion algébrique consiste donc à trouver S_1^{-1} .

4.1.2. Inversion algébrique

L'inversion algébrique exige de trouver un vecteur de synthèse X_{SM} qui rende inversibles les systèmes d'équations (3.16) et (3.18) et qui soit pertinent pour le concepteur. La résolution algébrique fournira alors la solution S_1^{-1} pour les quatre localisations de mesure ($u, v = 1$ ou 2).

4.1.2.1. Réécriture des paramètres

Le nombre d'équations des systèmes (3.16) et (3.18) étant de deux paramètres mécaniques pour la résolution, combinons linéaires ou non linéaires des paramètres du vecteur X_{SM} . Parmi les combinaisons possibles, une paire de paramètres est à choisir pour obtenir une solution sous forme littérale. Ces deux paramètres de synthèse doivent, bien sûr, être pertinents pour le concepteur.

Dans un premier temps, nous éliminons des systèmes d'équations, les deux paramètres de frottement visqueux c_1 et c_2 pour pouvoir résoudre le problème d'inversion. En effet, ces paramètres ne sont pas intéressants pour la synthèse interdisciplinaire quelle que soit la localisation des mesures (cf. § 3.4). De plus, étant donné que les frottements sont à minimiser lors de la conception de mécanisme, dans la plupart des cas [Aublin&al.92], nous négligeons ces deux paramètres en posant :

$$c_1 = c_2 = 0. \quad (4.1)$$

Sans l'annulation des paramètres de frottement (4.1), nous n'avons pu résoudre algébriquement le problème d'inversion.

Afin de déterminer les deux paramètres mécaniques de synthèse, nous écrivons les fonctions de transfert en boucle ouverte issues de l'équation matricielle (2.27) :

$$\frac{x_1(s)}{f_1(s)} = \frac{1}{ms^2} \frac{m_2 s^2 + cs + k}{m_{eq} s^2 + cs + k} \quad (4.2)$$

$$\frac{x_2(s)}{f_1(s)} = \frac{1}{ms^2} \frac{cs^2 + k}{m_{eq} s^2 + cs^2 + k} \quad (4.3)$$

où $m_{eq} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ est l'inertie équivalente dans le mode flexible (3.15) et m est l'inertie totale du mécanisme : $m = m_1 + m_2$.

L'analyse dynamique dans le plan complexe (cf. § 3.3) nous conduit à utiliser l'expression des pôles et zéros du mécanisme. Des fonctions de transfert (4.2) et (4.3), nous déduisons le double pôle nul (à l'origine du plan complexe) du mode rigide et les deux pôles complexes conjugués du mode flexible:

$$P_f^{(*)} = -\xi_f \omega_f \pm j \omega_f \sqrt{1 - \xi_f^2}$$

avec $\omega_f = \sqrt{\frac{k}{m_{eq}}}$ et $\xi_f = \frac{c}{2\sqrt{km_{eq}}}$ (4.4)

Une mesure colocalisée x_1 induit deux zéros complexes conjugués :

$$P_{z1}^{(*)} = -\xi_{z1} \omega_{z1} \pm j \omega_{z1} \sqrt{1 - \xi_{z1}^2}$$

avec $\omega_{z1} = \sqrt{\frac{k}{m_2}}$ et $\xi_{z1} = \frac{c}{2\sqrt{km_2}}$ (4.5)

Une mesure non colocalisée x_2 induit un zéro réel:

$$Z_2 = -\frac{1}{\tau_{z2}} \quad \text{avec la constante de temps } \tau_{z2} = \frac{c}{k} \quad (4.6)$$

Remarquant l'égalité : $\tau_{z2} = 2 \frac{\xi_{z1}}{\omega_{z1}} = 2 \frac{\xi_f}{\omega_f}$, on peut écrire les systèmes (3.16) et

(3.18) en fonction des paramètres mécaniques ω_f^2 , ω_{z1}^2 et τ_{z2} , des paramètres images des performances dynamiques $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ et δ_4 la localisation de la mesure de position u , pour les deux mesures de vitesse ($v = 1$ et $v = 2$) :

- Mesure de vitesse colocalisée $v = 1$:

$$\begin{cases} -\tau_{z2}^2 \omega_f^2 \omega_{z1}^2 + \omega_f^2 + \delta_3 \tau_{z2} \omega_{z1}^2 - \delta_2 + \delta_0 \frac{2-u}{\omega_{z1}^2} = 0 \\ -\tau_{z2} \omega_f^2 \omega_{z1}^2 + \delta_3 \omega_{z1}^2 + \delta_0 \tau_{z2} - \delta_1 = 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

- Mesure de vitesse non colocalisée $v = 2$:

$$\begin{cases} \tau_{z2} \omega_f^2 - \delta_3 = 0 \\ -\omega_f^2 - \delta_0 \left((2-u) \frac{1}{\omega_{z1}^2} - \tau_{z2}^2 \right) - \delta_1 \tau_{z2} + \delta_2 = 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

Rappelons ici la signification de ω_f , ω_{z1} , τ_{z2} . La fréquence ω_f est celle du premier mode propre du mécanisme et la fréquence ω_{z1} est celle du premier mode propre du mécanisme sans la partie colocalisée (l'actionneur) ce qui correspond à la première fréquence propre de la transmission avec la charge (cf. §2.2.2). τ_{z2} correspond à l'amortissement structural par rapport à la raideur du mécanisme.

Les paramètres inertiels n'apparaissent pas explicitement dans (4.7) et (4.8); ils n'interviennent que dans le calcul de g_p et g_d . Les systèmes (3.16) et (3.18) ont donc été réécrits en fonction du triplet minimum $\{\omega_f^2, \omega_{z1}^2, \tau_{z2}\}$ de paramètres mécaniques. Dans ce triplet, la paire $\{\omega_{z1}^2, \omega_f^2\}$ permet la résolution algébrique de (4.7) et (4.8); on note donc le vecteur des paramètres mécaniques de synthèse

$$X_{SM}' = \begin{Bmatrix} \omega_{z1}^2 \\ \omega_f^2 \end{Bmatrix} \quad (4.9)$$

4.1.2.2. Résolution algébrique

La résolution algébrique des fonctions implicites (4.7) et (4.8) est traitée en annexe C. Par convention, nous prenons $\omega_2 \geq \omega_1 > 0$. Nous montrons (cf. annexe C) que les solutions X_{SM}' de (4.7) et (4.8) n'existent pas sur tout le domaine $\tau_{z2} \in [0, \infty[$ et qu'elles sont discontinues. Deux types de fonction sont définis pour spécifier le domaine de définition. Soit la fonction polynomiale h de la variable τ_{z2} :

$$h(\tau_{z2}) = \delta_0 \tau_{z2}^3 - \delta_1 \tau_{z2}^2 + \delta_2 \tau_{z2} - \delta_3 \quad (4.10)$$

On définit en annexe C pour chacun des trois cas de mesures ($v = 1$ et $u = 1, 2$; $v = 2$ et $u = 1$) les fonctions polynomiales $g(\tau_{z2})$ telles que :

$$\omega_f = \omega_{z1} \Leftrightarrow g(\tau_{z2}) = 0 \quad \text{pour } (v = 1 \text{ et } u = 1, 2; v = 2 \text{ et } u = 1) \quad (4.11)$$

Le système (4.8), avec $u = 2$, étant indépendant de ω_{z1} , la fonction $g(\tau_{z2})$ n'existe pas pour $v = u = 2$.

On note les racines réelles positives de ces polynômes (cf. annexe C) :

$$\tau_{hi}, i = 1 \text{ ou } i = 1, 2, 3 \quad \tau_{hi} > 0 \mid h(\tau_{hi}) = 0$$

$$\tau_{gi}, i = 1 \text{ ou } i = 1, 2, 3 \quad \tau_{gi} > 0 \mid g(\tau_{gi}) = 0$$

Les solutions données ci-après pour chaque cas de mesures, calculées en annexe A, peuvent être obtenues avec un code de calcul formel comme MAPLE V (University of Waterloo), mais leur domaine de définition resterait alors à expliciter.

Notons que la solution $\{\omega_{z1}, \omega_f\}$ est définie si et seulement si $\omega_f > \omega_{z1} > 0$. Le rapport inertiel η défini par (4.12) est un paramètre mécanique qui a un sens pour le concepteur car il est une image du rapport des inerties entre la charge (partie non colocalisée m_2) et l'actionneur (partie colocalisée m_1).

$$\eta = \frac{m_2}{m_1} \quad (4.12)$$

Nous pouvons écrire d'après (4.4) et (4.5) le rapport inertiel η sous la forme :

$$\eta = \frac{\omega_f^2}{\omega_{z1}^2} - 1 \quad (4.13)$$

Dans chacun des quatre cas de localisation de mesures, nous donnons l'expression des solutions $\{\omega_{z1}, \omega_f\}$, ainsi que leur domaine de définition. Un exemple est donné pour des paramètres de performances : $\omega_1 = 1$, $\xi_1 = 0.9$, $\omega_2 = 6$ et $\xi_2 = 0.3$ et les solutions $\{\omega_{z1}, \omega_f\}$, ainsi que le rapport inertiel m_2/m_1 , sont tracés en fonction de la constante de temps de l'amortisseur structurel τ_{z2} .

4.1.2.3. Mesures de vitesse colocalisée et de position colocalisée

$$(v=1, u=1)$$

Si $\tau_{z2} \neq \frac{\delta_1}{\delta_0}, \frac{1}{2} \frac{\delta_1}{\delta_0}, \tau_{hi}$ alors :

$$\begin{cases} \omega_{z1}^2 = \frac{2\delta_0\tau_{z2} - \delta_1}{\delta_0\tau_{z2}^3 - \delta_1\tau_{z2}^2 + \delta_2\tau_{z2} - \delta_3} \\ \omega_f^2 = \frac{(\delta_0\tau_{z2}^3 - \delta_1\tau_{z2}^2 + \delta_2\tau_{z2} - \delta_3)\delta_0}{\delta_1 - 2\delta_0\tau_{z2}} + \delta_0\tau_{z2}^2 - \delta_1\tau_{z2} + \delta_2 \end{cases} \quad (4.14)$$

$$\text{Si } \tau_{z2} = \frac{\delta_1}{\delta_0}, \quad \text{alors} \quad \begin{cases} \omega_{z1}^2 = \frac{\delta_1\delta_0}{\delta_2\delta_1 - \delta_3\delta_0} \\ \omega_f^2 = \frac{\delta_3\delta_0}{\delta_1} \end{cases} \quad (4.15)$$

$$(\delta_2\delta_1 - \delta_3\delta_0 > 0 \quad \forall \omega_1, \xi_1, \omega_2, \xi_2 > 0)$$

Si $\tau_{z2} = \frac{1}{2} \frac{\delta_1}{\delta_0}$, alors ω_f^2 n'est pas définie.

Si $\tau_{z2} = \tau_{hi}$ alors ω_{z1}^2 n'est pas définie.

La solution $\{\omega_{z1}, \omega_f\}$ est définie (cf. annexe C) sur le domaine de τ_{z2} (cf. figure 4.7 a)) :

$$\tau_{z2} \in \left[0, \min\left(\frac{2\xi_1}{\omega_1}, \frac{2\xi_2}{\omega_2}\right) \right] \cup \left[\max\left(\frac{2\xi_1}{\omega_1}, \frac{2\xi_2}{\omega_2}\right), \infty \right[$$

Notons que $\frac{1}{2} \frac{\delta_1}{\delta_0}$ et τ_{hi} appartiennent au domaine $\left[\min\left(\frac{2\xi_1}{\omega_1}, \frac{2\xi_2}{\omega_2}\right), \max\left(\frac{2\xi_1}{\omega_1}, \frac{2\xi_2}{\omega_2}\right) \right]$.

4.1.2.4. Mesures de vitesse colocalisée et de position non colocalisée

$$(v=1, u=2)$$

Si $\tau_{z2} \neq \frac{\delta_1}{\delta_0}$, τ_{hi} alors :

$$\begin{cases} \omega_{z1}^2 = \frac{\delta_0 \tau_{z2} - \delta_1}{\delta_0 \tau_{z2}^3 - \delta_1 \tau_{z2}^2 + \delta_2 \tau_{z2} - \delta_3} \\ \omega_f^2 = \delta_0 \tau_{z2}^2 - \delta_1 \tau_{z2} + \delta_2 \end{cases} \quad (4.16)$$

Si $\tau_{z2} = \frac{\delta_1}{\delta_0}$, alors $\begin{cases} \omega_{z1}^2 = 0 \\ \omega_f^2 = \delta_2 \end{cases}$, ω_{z1}^2 n'est donc pas définie

Si $\tau_{z2} = \tau_{hi}$, alors ω_{z1}^2 n'est pas définie.

La solution $\{\omega_f, \omega_{z1}\}$ est définie (cf. annexe C) sur le domaine (cf. figure 4.7 b)) :

$$\tau_{z2} \in \left[0, \tau_{g1} \right] \cup \left[\frac{\delta_1}{\delta_0}, \infty \right[$$

4.1.2.5. Mesures de vitesse non colocalisée et de position colocalisée

$$(v=2, u=1)$$

Si $\tau_{z2} \neq \tau_{hi}$, alors :

$$\begin{cases} \omega_{z1}^2 = \frac{\delta_0}{\delta_0 \tau_{z2}^3 - \delta_1 \tau_{z2}^2 + \delta_2 \tau_{z2} - \delta_3} \\ \omega_f^2 = \frac{\delta_3}{\tau_{z2}} \end{cases} \quad (4.17)$$

Si $\tau_{z2} = \tau_{hi}$, alors ω_{z1}^2 n'est pas définie.

La solution $\{\omega_f, \omega_{z1}\}$ est définie (cf. annexe C) sur le domaine (cf. figure 4.7 c)) :

$$\tau_{z2} \in]\tau_{g1}, \tau_{g2}[\cup]\tau_{g3}, \infty[\text{ ou } \tau_{z2} \in]\tau_{g1}, \infty[\text{ si les racines réelles } \tau_{g2}, \tau_{g3} \text{ n'existent pas.}$$

On retrouve, bien entendu, l'expression de l'invariant dynamique (3.32) caractéristique des servomécanismes avec une mesure non colocalisée de vitesse avec $\omega_f^2 = \frac{\delta_3}{\tau_{z2}}$.

4.1.2.6. Mesures de vitesse non colocalisée et de position non colocalisée ($v=2, u=2$)

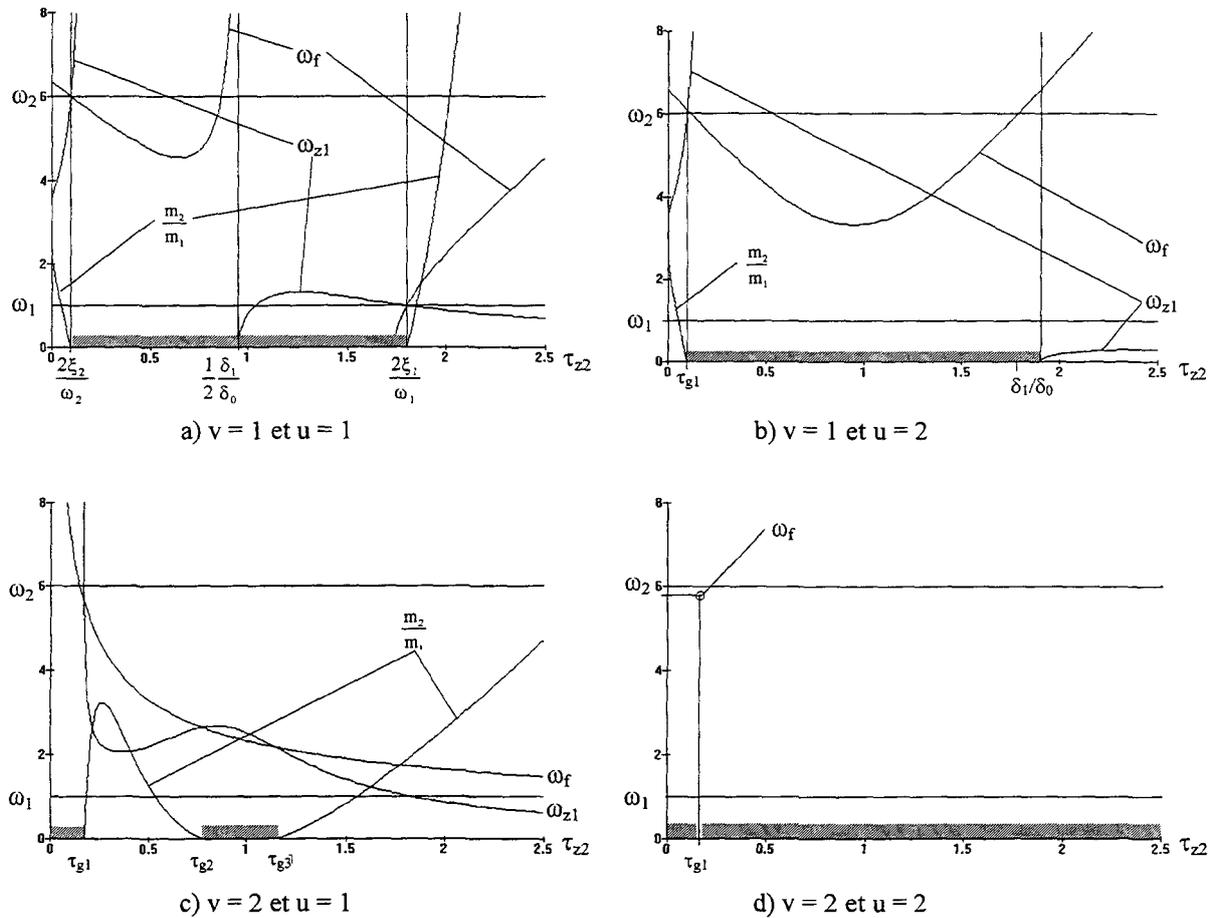
Dans ce cas de figure, la solution est indépendante de ω_{z1}^2 mais le paramètre τ_{z2} n'est plus libre: (cf. figure 4.7 d))

$$\begin{cases} \omega_f^2 = \frac{\delta_3}{\tau_{z2}}, \forall \omega_{z1} \text{ (par définition : } \omega_f > \omega_{z1} > 0) \\ \tau_{z2} = \tau_{hi} > 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

où τ_{hi} est une racine réelle positive (4.10) de

$$h(\tau_{z2}) = \delta_0 \tau_{z2}^3 - \delta_1 \tau_{z2}^2 + \delta_2 \tau_{z2} - \delta_3 = 0 \quad (4.19)$$

Les solutions tracées pour l'exemple de la figure 4.7 sont étudiées pour faire ressortir leurs implications de synthèse.



▨ domaine de τ_{z2} sur lequel la solution n'est pas définie

Solutions pour un placement arbitraire des pôles : $\omega_1 = 1$, $\xi_1 = 0.9$, $\omega_2 = 6$ et $\xi_2 = 0.3$

Figure 4.7

4.1.3. Etude des solutions

L'étude des solutions de l'inversion algébrique, illustrée par la figure 4.7, nous permet de comprendre les enjeux de la synthèse interdisciplinaire.

4.1.3.1. Existence des solutions

Suivant la localisation des mesures ($v = 1, u = 1$; $v = 1, u = 2$; $v = 2, u = 1$ et $v = 2, u = 2$), l'allure des solutions fonctions de τ_{z2} $\{\omega_{z1}(\tau_{z2}), \omega_f(\tau_{z2})\}$ -dans le cas $v = 2, u = 2$: $\{\tau_{z2}, \omega_f\}$ - sont très différentes. Le domaine de définition des solutions change suivant la localisation des mesures (cf. zones hachurées figure 4.7 où les solutions ne sont pas définies).

- Pour $v = 1$ et $v = 2, u = 1$, les domaines de définition se déduisent de la localisation des pôles.

- Pour $v = 2$, $u = 2$, il existe 1, 2 ou 3 solutions $\{\tau_{z2}, \omega_f\}$, pour tout ω_{z1} (ω_{z1} devra néanmoins respecter $0 < \omega_{z1} < \omega_f$). Dans le cas de la figure 4.7 d), la solution est unique. La figure 4.9 a) (où ω_1 et ξ_2 sont fixés) nous montre qu'il existe une solution unique τ_{z2} quel que soit ω_2 si $\xi_1 = 0.9$ (ou si $\xi_1 < 0.9$, cf. annexe C). Si $\xi_1 = 1$, alors il existe trois solutions à partir d'un ω_2 donné. Pour $\xi_1 = 0.99$, trois solutions existent dans un domaine donné de ω_2 . A chacune de ces solutions τ_{z2} (racines de $h(\tau_{z2}) = 0$) correspond une solution $\omega_2(\tau_{z2})$ (cf. figure 4.9 b)).

4.1.3.2. Conséquences

Les deux observations précédentes montrent toute l'importance de la spécification des performances dynamiques pour la synthèse mécanique et son influence sur l'existence de solutions. Soulignons également que, suivant la localisation de la mesure de vitesse, l'amortissement structurel (donné par τ_{z2}) a une importance plus ou moins grande sur l'existence de la solution.

- Pour $v = 1$, la solution est définie au voisinage de zéro alors que, pour $v = 2$, la solution n'est pas définie au voisinage de zéro.
- Le choix $v=2$ demande des mécanismes à amortissement structurel élevé. Cette exigence est reconnue au paragraphe 3.4 et dans [Valdès93].
- Pour $v = 1$, quand on peut choisir un matériau tel que $\tau_{z2} \gg 0$ ($u = 1 : \tau_{z2} > \max\left(\frac{2\xi_1}{\omega_1}, \frac{2\xi_2}{\omega_2}\right)$

et $u = 2 : \tau_{z2} > \frac{\delta_1}{\delta_0}$), la localisation de position a une grande importance.

- Pour $u = 1$, $\frac{m_2}{m_1}$ croît à partir de zéro, car, en $\tau_{z2} = \max\left(\frac{2\xi_1}{\omega_1}, \frac{2\xi_2}{\omega_2}\right)$ on a $\omega_f = \omega_{z1} = \omega_1$.

Un amortissement structurel important permet de choisir un faible rapport $\frac{m_2}{m_1}$ et une

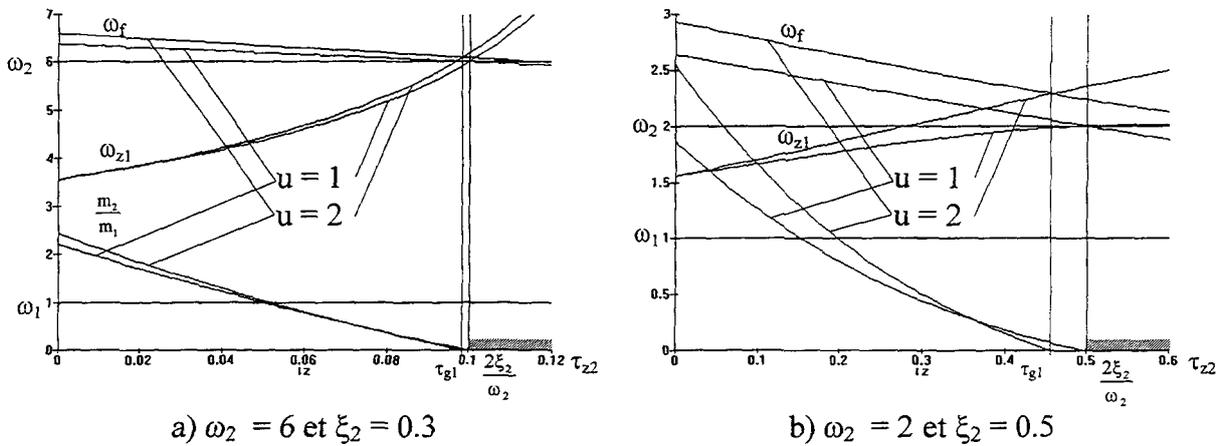
faible fréquence ω_{z1} ($\omega_{z1} < \omega_1$). La difficulté réside dans le choix d'un matériau tel que

$\tau_{z2} > \max\left(\frac{2\xi_1}{\omega_1}, \frac{2\xi_2}{\omega_2}\right)$ et avec un module d'élasticité suffisant.

- Pour $u = 2$, on a $\frac{m_2}{m_1} \gg 0$ car $\omega_f \gg \omega_{z1}$. Une mesure de position non colocalisée rendra

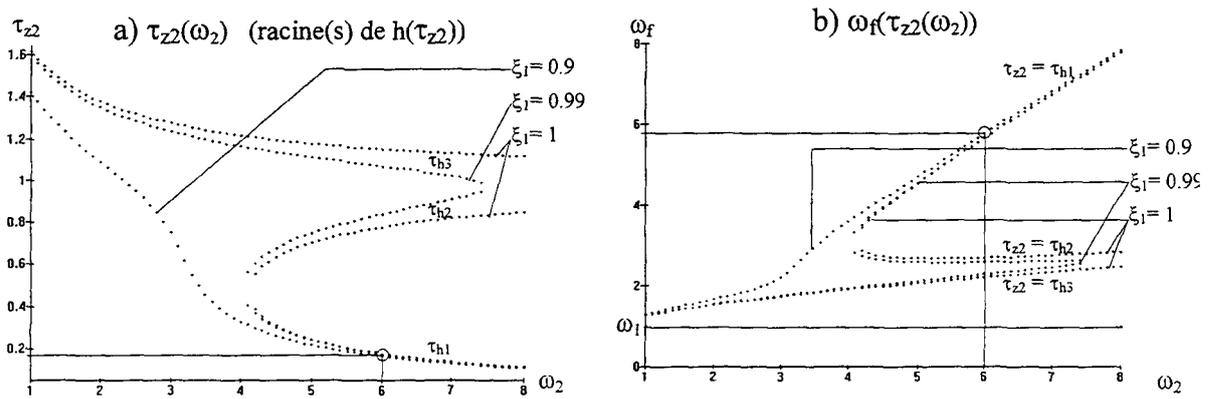
difficile, voire impossible, la synthèse de mécanisme à amortissement structurel élevé, parce qu'elle impose un actionneur à inertie très faible par rapport à celle de la charge.

- Lorsque $v = 1$, au voisinage de zéro ($u = 1 : \tau_{z2} < \min\left(\frac{2\xi_1}{\omega_1}, \frac{2\xi_2}{\omega_2}\right)$ et $u = 2 : \tau_{z2} < \tau_{g1}$), les solutions pour $u = 1$ et $u = 2$ ont des allures similaires (cf. figure 4.7 a) et b)). La figure 4.8 nous montre la solution $\{\omega_{z1}(\tau_{z2}), \omega_f(\tau_{z2})\}$ au voisinage de zéro pour deux placements du pôle P_2 différents. Dans chaque cas, on a $\omega_{z1}(\tau_{z2})|_{u=1} > \omega_{z1}(\tau_{z2})|_{u=2}$ et $\frac{m_2}{m_1}|_{u=1} > \frac{m_2}{m_1}|_{u=2}$. La différence entre les solutions varie avec le placement du pôle P_2 .



$v = 1$, comparaison des solutions pour $u = 1$ et 2 , pour deux placements de pôle P_2 , avec $\omega_1 = 1, \xi_1 = 0.9$.

Figure 4.8



○ Solution correspondante à la figure 4.7 d)

$v = u = 2 ; \{\tau_{z2}, \omega_f\}$ tracée en fonction de ω_2 et pour $\xi_1 = 0.9, 0.99, 1$. ($\omega_1 = 1$ et $\xi_2 = 0.3$)

Figure 4.9

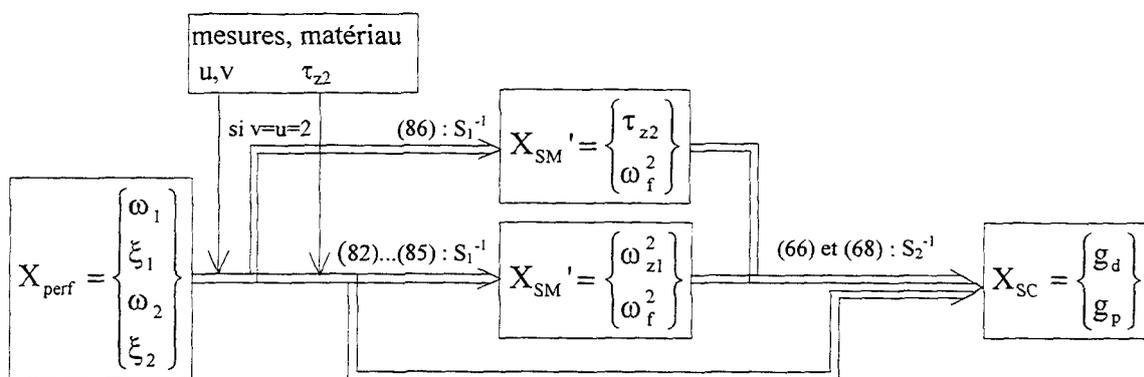
L'inversion algébrique des équations du modèle interdisciplinaire fournit les paramètres de synthèse en fonction de la caractéristique d'amortissement du matériau τ_{z2} -mis à part le cas des mesures exclusivement non colocalisée où τ_{z2} devient un paramètre de synthèse- et en fonction du placement des quatre pôles et de la localisation des mesures.

L'étude des solutions $\{\omega_{z1}(\tau_{z2}), \omega_f(\tau_{z2})\}$ ou $\{\tau_{z2}, \omega_f\}$, et de leur domaine de définition, nous a montré le rôle prédominant joué par la localisation des mesures. Il a également été montré que le domaine d'existence des solutions est lié à la spécification des performances dynamiques ($\omega_1, \xi_1, \omega_2$, et ξ_2). Nous avons choisi pour les exemples en figures 4.7 à 4.9 un placement arbitraire des pôles du SMC en fixant $\omega_1, \xi_1, \omega_2$ et ξ_2 . Il est néanmoins crucial d'établir une spécification des performances dynamiques adaptée à la synthèse mécanique car un placement fixe des quatre pôles conduit irrémédiablement à un problème de synthèse surcontraint.

4.2. Spécification des performances dynamiques

Dans ce paragraphe, nous abordons la spécification des performances à partir du vecteur X_{perf} . Cette spécification est reliée au vecteur δ image des performances par le système (3.13).

Comme cela est envisagé dans [Dequidt97a], le placement des quatre pôles P_1, P_1^*, P_2, P_2^* du servomécanisme, dès la synthèse mécanique, impose avec les solutions (4.14)...(4.18) et l'expression des gains (3.17) et (3.19), les quatre valeurs $\omega_{z1}, \omega_f, g_d$ et g_p , si la solution $\{\omega_{z1}^2, \omega_f^2\}$ existe pour une valeur donnée de τ_{z2} , excepté dans le cas des mesures non colocalisées ($v=u=2$) où ω_{z1} est quelconque⁴ et τ_{z2}, ω_f, g_d et g_p sont imposés. En effet, la masse m_2 étant déduite de la charge, τ_{z2} , du choix du matériau du mécanisme (où τ_{z2} est déduit de (4.19) si $v = u = 2$) et u, v , de la localisation des mesures, on peut résumer l'application de synthèse par la figure 4.10.



Synthèse du mécanisme avec un placement fixe des pôles

Figure 4.10

⁴ Dans le cas des mesures non colocalisées ($u = v = 2$), $\omega_{\sigma 1}$ doit néanmoins vérifier $0 < \omega_{z1} < \omega_f$.

Cependant, cette application de synthèse n'est pas acceptable pour deux raisons :

1) Les quatre pôles sont fixés dès la conception mécanique, figeant ainsi les paramètres de synthèse de commande. Or, la synthèse du mécanisme ne doit pas, même dans un cadre d'intégration des conceptions, entraver la synthèse de la commande lors de l'optimisation des gains, pour gérer précisément les compromis liés à la réponse temporelle et fréquentielle du servomécanisme et à sa robustesse.

2) Des contraintes de synthèse du mécanisme sont liées au choix de l'actionneur. Le choix de l'actionneur est couplé à celui du rapport inertiel (4.12) $\eta = \frac{m_2}{m_1}$ puisqu'il conditionne

l'inertie relative de l'actionneur par rapport à celle de la charge. Les contraintes et les règles de synthèse se rapportant à l'actionneur, formulées au paragraphe 3.3, sont liées à la

solution $\{\omega_{z1}^2, \omega_f^2\}$ par la relation (4.13) :
$$\eta = \frac{\omega_f^2}{\omega_{z1}^2} - 1$$

On en déduit que la conception du mécanisme obtenue avec le placement fixe des pôles et les contraintes de conception liées au choix de l'actionneur conduit à un problème de synthèse surcontraint.

Les points 1) et 2) exigent l'élaboration d'une spécification des performances dynamiques pour la synthèse du mécanisme à commander permettant de relaxer des contraintes induites par le placement fixe des pôles. Nous recherchons donc une méthode de placement de pôles qui relaxera les contraintes tout en garantissant, après la synthèse optimale de la commande, l'obtention des performances dynamiques exigées.

4.2.1. Placement des pôles en automatique

Les méthodes de placement des pôles, et de spécification des performances dynamiques des systèmes avec une boucle de régulation sont, en général, un sujet propre à l'automatique. Pourtant, la spécification des performances reste mal maîtrisée, tout au moins pour les techniques de commande par retour d'état. Il n'existe pas de méthode de placement de pôles recevant l'assentiment de la communauté des automaticiens; pour les techniques de synthèse de commande Linéaire Quadratique (LQ) et ses dérivées, la plus grande difficulté rencontrée est le choix des matrices de pondération du critère à minimiser [Belvin&Park90].

Les méthodes de placement des pôles font appel soit à des polynômes minimisant un critère, soit à une région définie dans le plan complexe.

Citons deux exemples de méthodes polynômiales. La méthode de Graham et Lathrop (cf. [Borne&al.93] p.262) donne l'expression des polynômes caractéristiques qui minimisent un critère intégral sur l'écart transitoire à la consigne en fonction de la bande passante désirée (et donc du temps de réponse). La méthode de Naslin (cf. [Borne&al.93] p.264) nous permet un calcul des polynômes caractéristiques suivant l'amortissement désiré du système commandé (et donc du dépassement lors de la réponse temporelle) et suivant la bande passante. Ces techniques nous sont d'aucune utilité pour la synthèse du mécanisme à commander, puisqu'elles conduisent à des placements fixes des pôles.

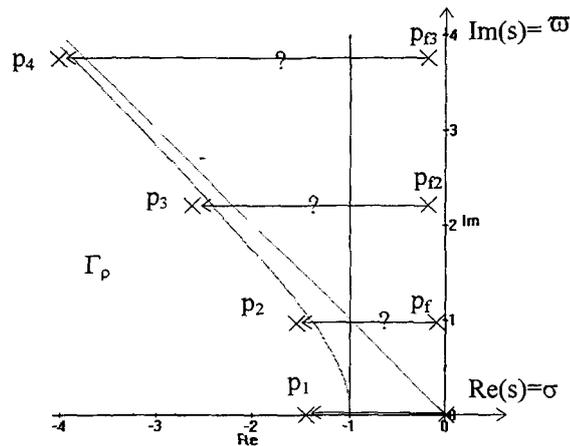
La méthode de placement des pôles dans une région du plan complexe permet de libérer des contraintes de synthèse. Ces régions sont définies pour garantir une marge absolue de stabilité et/ou une marge relative de stabilité (i.e un facteur d'amortissement minimum) de tous les pôles du système (cf. [Gilles&al.71] p.191).

Dans [Ackermann80], l'auteur définit une région Γ_ρ de placement des pôles dont la frontière est la partie d'une hyperbole du demi-plan des réels négatifs tel que pour un pôle $P_i = \sigma_i + j\omega_i$:

$$P_i \in \Gamma_\rho \Leftrightarrow \begin{cases} \omega_i > \varpi \\ \sigma_i < \sigma \end{cases} \quad \text{avec } \Gamma_\rho : \begin{cases} \frac{1}{\rho^2} \sigma^2 - \varpi^2 = \rho^2 \\ \sigma < 0 \end{cases}$$

Lorsque $\rho=1$, la région Γ_ρ garantit un facteur d'amortissement minimum de $\sqrt{2}/2$ et une partie réelle plus petite que -1 (cf. figure 4.11). J. Ackermann projette cette région Γ_ρ dans l'espace des gains pour la synthèse robuste d'une commande par retour d'état complet.

La définition d'une telle région n'est pourtant pas possible pour la synthèse du mécanisme à commander. Le SM possède, comme nous l'avons vu auparavant, une infinité de pôles très peu amortis et non contrôlés (pôles sujets au spillover); il serait donc illusoire de penser pouvoir les placer dans une région du plan complexe telle que Γ_ρ (cf. figure 4.11). Nous envisageons donc un autre type de placement des pôles pour la synthèse : le placement « souple » des pôles.



Région $\Gamma_{\rho=1}$ de placement des pôles de frontière : $\sigma^2 - \omega^2 = 1$

Figure 4.11

4.2.2. Placement « souple » des pôles pour la synthèse mécanique

Les critères de placement des pôles utilisés en automatique n'étant pas adaptés à la synthèse mécanique, nous décrivons un placement « souple » des pôles approprié à la synthèse du mécanisme à commander.

On pose l'exigence suivante :

Le(s) mode(s) non contrôlé(s) du SMC vérifie(nt) un critère de non-dégradation des performances induites par le(s) mode(s) contrôlé(s) du SMC.

Nous définissons ce critère de non-dégradation pour le modèle interdisciplinaire. Ce critère est explicité dans le diagramme de Bode et étendue dans le plan complexe de Laplace.

4.2.2.1. Critère de placement souple de $P_2^{(*)}$ par rapport à $P_1^{(*)}$:

Le critère de non-dégradation par les pôles $P_2^{(*)}$ des performances induites par $P_1^{(*)}$ est une marge de gain G_{12} dans le diagramme de gain du Bode. En reprenant les fonctions de transfert $\frac{x_2(s)}{x_c(s)}$ établies au paragraphe 3.1.1, on peut affirmer, même pour les mécanismes

commandés avec une anticipation de vitesse et d'accélération, qu'il n'existe pas de zéro entre la fréquence ω_1 et la fréquence ω_2^5 pour des matériaux à faible amortissement structural $-\tau_{22}$

⁵ Nous rappelons la convention choisie : $\omega_2 > \omega_1$.

petit. En effet, la constante de temps du zéro τ_{z2} étant très petite, on a : $\frac{1}{\tau_{z2}} \gg \omega_2$. La

commande sans anticipation n'introduit pas de zéro dans la fonction de transfert $\frac{x_2(s)}{x_c(s)}$ (3.9).

Par contre, la commande avec anticipation de vitesse et d'accélération introduit un zéro réel

de constante de temps $\tau_{PD} = \frac{g_d}{g_p}$ dans la fonction de transfert $\frac{x_2(s)}{x_c(s)}$ (3.10). Or, le rapport $\frac{\delta_1}{\delta_0}$

tiré des systèmes d'équations (3.13) et (3.14) nous donne :

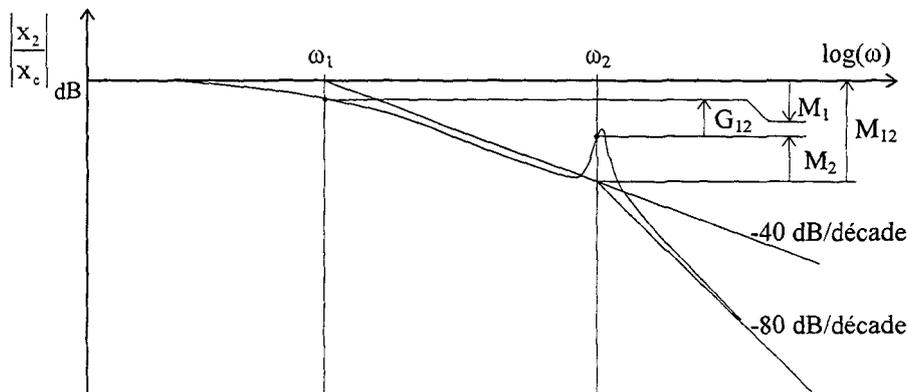
$$2 \frac{\xi_1}{\omega_1} + 2 \frac{\xi_2}{\omega_2} = \frac{g_d}{g_p} + \tau_{z2} \tag{4.20}$$

τ_{z2} étant négligeable devant $\frac{\xi_1}{\omega_1}$ et sachant qu'un amortissement $\xi_1 \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ est raisonnable, on

en déduit : $\frac{1}{\tau_{PD}} < \frac{\omega_1}{\sqrt{2}}$.

La marge de gain est exprimée au droit des fréquences ω_1 et ω_2 (cf. figure 4.12) :

$$G_{12} = M_{12} + M_1 - M_2 \tag{4.21}$$



Marge de gain G_{12} entre les fréquences ω_1 et ω_2

Figure 4.12

On construit un indice permettant de vérifier ce critère de manière approchée. L'expression de M_{12} nous est donnée par la droite de pente -40dB/décade entre ω_1 et ω_2 dans le diagramme de Bode. Les expressions approchées de M_1 et M_2 sont tirées du gain d'un second ordre au droit de sa pulsation propre :

$$\begin{aligned}
 M_{12} &= 40 \log(\omega_2) - 40 \log(\omega_1) \\
 M_1 &\cong 20 \log\left(\frac{1}{2\xi_1}\right) \\
 M_2 &\cong 20 \log\left(\frac{1}{2\xi_2}\right)
 \end{aligned}
 \tag{4.22}$$

D'où l'expression de la marge de gain G_{12} :

$$G_{12} \cong 20 \log\left(\frac{\omega_2^2 \xi_2}{\omega_1^2 \xi_1}\right)
 \tag{4.23}$$

L'indice (4.23) de la marge de gain est d'autant plus fidèle que les fréquences de vibrations ω_1 et ω_2 sont éloignées et mal amorties. On en déduit la limite de la région $\Gamma_{2/1}$ du placement des pôles $P_2^{(*)}$:

$$\Gamma_{2/1} : \frac{\xi_2}{\xi_1} \geq \lambda \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2
 \tag{4.24}$$

$$\text{avec } \lambda = 10^{\frac{G_{12}}{20}}$$

Le facteur λ représente le rapport des amplitudes des oscillations des deux modes.

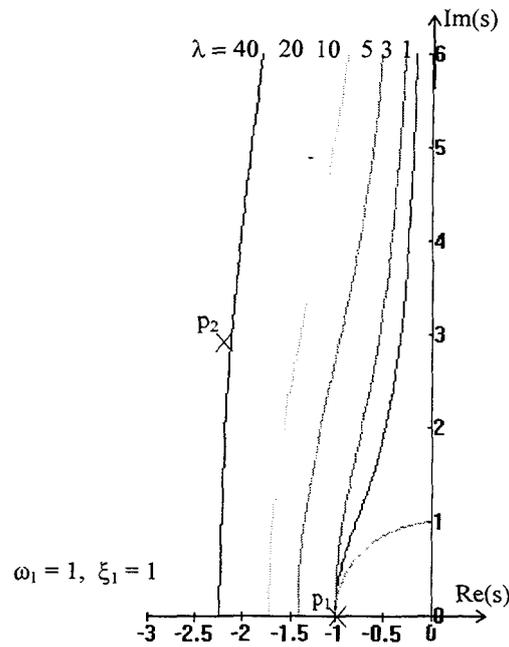
4.2.2.2. Placement « souple » des pôles dans le plan complexe

La limite de la région $\Gamma_{2/1}$ peut être tracée dans le plan complexe des pôles. A partir des pôles $P_1^{(*)}$, on définit la région $\Gamma_{2/1}$ à laquelle appartiennent les pôles $P_2^{(*)}$ se situant à droite de la limite donnée par (4.2.4). La figure 4.13 montre différentes limites de la région $\Gamma_{2/1}$ dans le plan complexe pour différents facteurs λ .

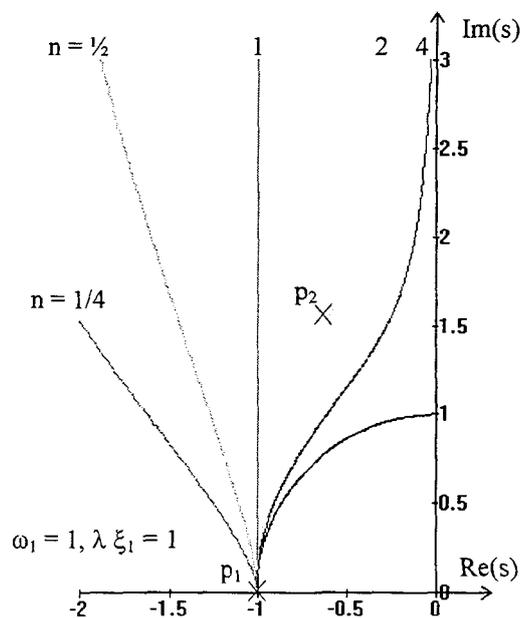
Le placement souple exprimé par (4.24), de degré 2, peut être étendu par l'expression (94) de telle sorte que l'augmentation (la diminution) de la puissance n permet de diminuer (d'augmenter) la contrainte sur les modes de fréquence élevée (cf. figure 4.14).

$$\frac{\xi_2}{\xi_1} \geq \lambda \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^n
 \tag{4.25}$$

Considérant la remarque, faite au paragraphe 4.2.1, au sujet de la région Γ_p de placement des pôles illustrée par la figure 4.11, on prendra un degré $n > 1$.



Placement souple de degré 2 pour différents facteurs λ
Figure 4.13



Placement souple de degré n
Figure 4.14

Les performances dynamiques pour la synthèse du mécanisme sont spécifiées dans la suite de ces travaux à l'aide du placement souple des pôles de degré 2 (4.24). Pour l'utilisation de cette spécification dans la solution $\{\omega_{z1}^2, \omega_f^2\}$, nous plaçons les pôles $P_2^{(*)}$ sur la limite de la région $\Gamma_{2/1}$ tel que :

$$\xi_2 = \lambda \xi_1 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 \quad (4.26)$$

L'expression (4.26) de ξ_2 est remplacée dans le système d'équations (3.13) afin d'exprimer la solution en fonction de ω_1 , λ , ξ_1 , ω_2 , τ_{z2} , u et v . Les paramètres de spécification des performances sont désormais ω_1 , ξ_1 et λ . Le paramètre ω_2 est un paramètre libre qui vérifie $\omega_2 > \omega_1 \sqrt{\lambda \xi_1}$ pour garder $\xi_2 < 1$ et qui décrit la limite de la région $\Gamma_{2/1}$. La solution s'écrira donc avec (4.26) en fonction du paramètre libre ω_2 tel que les expressions (4.14)...(4.17) et (4.18) (4.19) se mettent respectivement sous les formes :

- pour $v = 1$ ou $v = 2$, $u = 1$:

$$\begin{cases} \omega_{z1}^2 = \Omega_{z1}(\omega_2) \\ \omega_f^2 = \Omega_f(\omega_2) \end{cases} \Big|_{\omega_1, \xi_1, \lambda, u, v, \tau_{z2}}$$

- pour $v = u = 2$:

$$\begin{cases} \tau_{z2} \text{ solution de } \hat{h}(\tau_{z2}, \omega_2) \\ \omega_f^2 = \Omega_f(\tau_{z2}, \omega_2) \end{cases} \Big|_{\omega_1, \xi_1, \lambda}$$

Nous avons ainsi relaxé une contrainte pour la synthèse du mécanisme tel que la solution est une fonction paramétrique de ω_2 . Cette spécification des performances laisse une entière liberté à l'automaticien pour le réglage des gains du servomécanisme

Tous les éléments sont désormais réunis pour établir les lois de synthèse interdisciplinaire du mécanisme à commander. Cependant, ce développement serait incomplet sans y inclure les contraintes de synthèse imposées par l'actionneur. Définissons donc au préalable les lois de synthèse régissant le choix de l'actionneur et le choix du rapport de transmission du mécanisme.

4.3. Etude complémentaire pour le choix de l'actionneur

Les relations pour la synthèse interdisciplinaire du mécanisme et la spécification des performances dynamiques établies aux paragraphes précédents ne tiennent pas compte de la limite en puissance de l'actionneur. Or, l'inertie de l'actionneur est intégrée au modèle interdisciplinaire, et la synthèse du mécanisme pour atteindre avec le SC des performances dynamiques données serait incomplète sans le dimensionnement simultané de l'actionneur.

Lors de la définition du modèle interdisciplinaire au paragraphe 2.3, il a été précisé que les limites de l'actionneur ne sont pas intégrées dans le modèle mais doivent intervenir comme des contraintes de conception du mécanisme (comprenant l'actionneur).

4.3.1. Méthodes de choix des actionneurs

Plusieurs études posent la problématique du choix des actionneurs pour la conception de servomécanismes et de systèmes mécaniques articulés commandés et proposent des méthodes pour le concepteur.

Dans [Chedmail&Gautier90], le choix des moteurs électriques d'un système mécanique articulé à chaîne ouverte est optimisé pour minimiser la masse totale des actionneurs. La structure mécanique étant supposée connue (le dimensionnement du système mécanique est effectué auparavant), les actionneurs de chaque articulation sont choisis dans un espace continu (les données discrètes du catalogue constructeurs sont interpolées) pour vérifier, en tout point d'une trajectoire-type, des contraintes de limites en couple et thermique. Le choix optimum simultané du rapport de réduction des transmissions n'est pas abordé.

L'étude d'un axe de transmission [Seering&Pasch84] fournit au concepteur une bonne synthèse pour le choix de l'actionneur et du rapport de réduction. Le choix optimal du rapport de réduction permet de maximiser l'accélération de la charge pour un actionneur donné. L'effet de la variation de charge sur l'actionneur peut être minimisé en diminuant le rapport de réduction. La comparaison et le choix des actionneurs sont faits à partir de leurs caractéristiques de couple et d'inertie, pour un mécanisme donné et pour une accélération maximum de la charge. Enfin, W.P. Seering et K.A Pasch établissent le rapport de réduction qui minimise le temps de parcours d'un déplacement suivant un profil trapézoïdal de vitesse. Cette étude supposant le mécanisme parfaitement rigide, le dimensionnement de la chaîne de transmission n'y est pas abordé. Les deux rapports de réduction optimum sont également donnés dans la thèse de M.-O. Demaurex [Demaurex79].

L'article [Sangverachunsiri&al.84] formule le problème du choix du moteur d'un axe sous contraintes d'un couple moteur limite et d'une vitesse d'entraînement limite en termes de puissance et de taux de puissance (dérivée temporelle de la puissance instantanée). Les auteurs déduisent trois constantes caractérisant la puissance et le taux de puissance nécessaires au suivi de consigne spécifié par la vitesse maximum et la vitesse maximum. Ces constantes, fonctions monotones de l'inertie du moteur conduisent au choix du moteur minimum

indépendamment du rapport de réduction; celui ci peut être alors ajusté. Le dimensionnement du mécanisme de transmission n'est pas abordé, alors que sa raideur -fonction du rapport de réduction- et son inertie conditionnent le choix de l'actionneur⁶.

J. Cœuillet a établi un abaque et une méthode de choix des moteurs de servomécanisme, à partir des expressions de puissance, de taux de puissance et d'énergie cinétique caractérisant la dynamique de l'actionneur (puissance et énergie cinétique disponibles) et celle de la charge (puissance et énergie cinétique nécessaires) [Cœuillet 69]. L'auteur déduit de ces expressions une inégalité des taux de puissance et une inégalité des vitesses, toutes deux fonctions du rapport de réduction. L'étude [Cœuillet 69] montre également le lien entre le choix du rapport de réduction et la première fréquence propre du mécanisme.

4.3.2. Formulation du choix de l'actionneur

L'objet de ce paragraphe est de proposer une formulation du choix de l'actionneur et du rapport de réduction (le rapport de transmission du mécanisme) pour compléter le modèle interdisciplinaire. A partir des contraintes de conception liées à l'actionneur et des spécifications de performances, nous établirons le modèle de mécanisme rigide pour générer les lois de synthèse. L'effet de l'augmentation relative de la charge sera abordé.

4.3.2.1. Contraintes et spécifications

La limite en puissance de l'actionneur est spécifiée en termes de limites de l'effort moteur (4.27) et de la vitesse d'entraînement (4.28).

$$|f_1(t)| \leq f_m \quad \forall t \quad (4.27)$$

$$|\dot{x}_1(t)| \leq v_m \quad \forall t \quad (4.28)$$

Les spécifications dynamiques utiles à la détermination de l'actionneur et du rapport inertiel sont, outre l'inertie de la transmission avec sa charge, l'accélération maximum a et la vitesse maximum v de la charge telles que :

$$a_{\text{sup}} = \sup (|\ddot{x}_2(t)|) \leq a \quad (4.29)$$

$$v_{\text{sup}} = \sup (|\dot{x}_2(t)|) \leq v \quad (4.30)$$

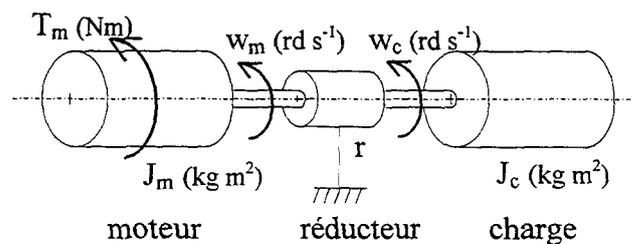
⁶ La conception interdépendante de l'actionneur et du mécanisme de transmission avec son rapport de réduction sera montrée au paragraphe 4.4. Cette question sera abordée en détails dans le chapitre 5, lors de la préconception d'un axe de machine.

Dans le cadre du dimensionnement de l'actionneur, le mécanisme est supposé rigide. Cette hypothèse simplificatrice se justifie aisément par le fait que la commande de type PD contrôle uniquement le mode rigide du mécanisme. Par conséquent, l'effort moteur proportionnel au signal de commande n'est pas utilisé pour amortir les vibrations de déformations apparentes à l'effecteur induit par les modes flexibles. Avec une loi de commande qui contrôle un ou plusieurs mode(s) flexible(s), l'actionneur consomme une énergie de déformation du mécanisme qui résulte de la modification des modes vibratoires (grand dépassement dans la réponse temporelle). Dans ce cas seulement, il est nécessaire de considérer la déformation du mécanisme lors du dimensionnement d'un actionneur avec un SC de mode(s) flexible(s).

4.3.2.2. Modèle de mécanisme rigide

Le modèle de mécanisme rigide très simple de la figure 4.15 illustre la correspondance du modèle interdisciplinaire avec un modèle technique. Il est constitué d'un actionneur de d'inertie J_m , de couple maximum T_m et de vitesse maximum w_m , ainsi que d'une transmission de rapport de réduction r et d'une charge J_c [Seering&Pasch84]. La vitesse maximum de la charge s'écrit :

$$w_c = r w_m$$



Modèle de mécanisme rigide

Figure 4.15

A partir des spécifications et des contraintes, nous écrivons les inéquations correspondant à la synthèse du mécanisme rigide figure 4.15 :

$$\begin{cases} T_m \geq \left(\frac{J_m}{r} + J_c r \right) a & (4.31) \\ w_m r \geq v & (4.32) \end{cases}$$

Nous associons le modèle interdisciplinaire au modèle de mécanisme rigide par les relations cinématiques :

$$\begin{aligned} v_m &= r w_m \\ w_c &= v_{\text{sup}} \end{aligned} \quad (4.33)$$

Les paramètres inertiels m_1 et m_2 du modèle interdisciplinaire peuvent être associés à un moment d'inertie (déplacement en rotation) ou à une masse (déplacement en translation). Compte tenu de (4.31), nous en déduisons :

$$\begin{aligned} m_2 &= J_c \\ m_1 &= \frac{J_m}{r^2} \end{aligned} \quad (4.34)$$

Le rapport inertiel $\eta = \frac{m_2}{m_1}$ est l'image du rapport de réduction r dans l'espace des paramètres du modèle interdisciplinaire. D'après (4.34), il s'écrit :

$$\eta = r^2 \frac{J_c}{J_m} \quad (4.35)$$

En élevant au carré l'équation (4.31), on en tire d'après (4.33), (4.34) et (4.35) :

$$(m_2 a^2) \leq \frac{\eta}{1 + 2\eta + \eta^2} \left(\frac{f_m^2}{m_1} \right) \quad (4.36)$$

et l'on retrouve, en dérivant cette équation par rapport à η , le rapport inertiel qui maximise l'accélération pour un actionneur et une charge donnés :

$$\begin{aligned} \eta &= 1 \\ a_{\text{max}} &= \frac{f_1}{2\sqrt{m_1 m_2}} \end{aligned} \quad (4.37)$$

Ces résultats correspondent à ceux exposés en termes de rapport de réduction r dans [Seering&Pasch84]. Les auteurs utilisent des paramètres adimensionnels $a^* = \frac{a_{\text{sup}}}{a_{\text{max}}}$ et

$r^* = \frac{r}{r|_{a_{\text{sup}}=a_{\text{max}}}}$ pour montrer le rôle joué par le rapport de réduction r . D'après (4.37), il existe

donc un rapport inertiel optimum : $\eta = 1$ qui maximise l'accélération. L'accélération maximale est mise sous forme adimensionnelle en fonction de η :

$$\begin{aligned} a^* &= \frac{2\sqrt{\eta}}{1 + \eta} \\ \eta &= (r^*)^2 \end{aligned} \quad (4.38)$$

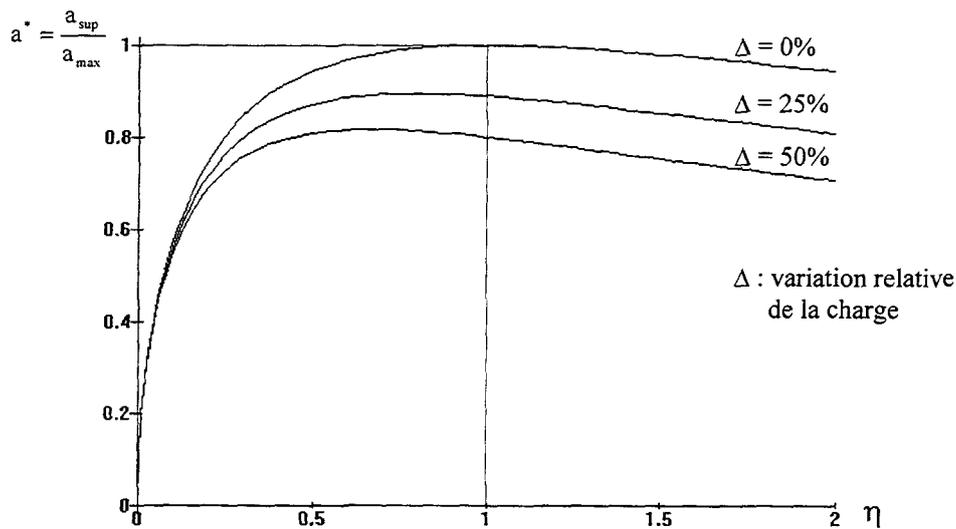
Afin de percevoir la sensibilité de cet optimum, nous étudions l'effet de l'augmentation relative de la charge sur a^* .

4.3.2.3. Effet de l'augmentation relative de la charge

L'effet de l'augmentation relative Δ de la charge sur l'accélération maximale est décrit en fonction du rapport inertiel η en posant $m_2 = \bar{m}_2(1 + \Delta)$ où \bar{m}_2 est la charge nominale. On en déduit :

$$a^*(\Delta) = \frac{a(m_2)}{a_{\max}(\bar{m}_2)} = \frac{2\sqrt{\eta}}{1 + \eta(1 + \Delta)} \quad (4.38)$$

La figure 4.16 montre l'influence de la variation relative de Δ sur l'accélération nominale a^* en fonction de η . La variation de charge a peu d'influence pour de petites valeurs de η ($\eta < 0.2$). Pour des valeurs plus importantes de η , l'accélération maximale est sensible à la variation de charge.



Accélération maximale en fonction du rapport inertiel η

Figure 4.16

4.3.2.4. Loi adimensionnelle pour le choix de l'actionneur

A partir de l'équation (4.36), caractérisons maintenant l'actionneur et la charge par des constantes, afin d'établir une relation simple pour le choix du rapport inertiel η et de l'actionneur. Nous tirons des inéquations (4.27) et (4.29) les constantes C_a et C_c qualifiant respectivement l'actionneur et la charge :

$$C_a = \frac{f_m^2}{2m_1} \quad (4.40)$$

$$C_c = 2m_2 a^2 \quad (4.41)$$

D'après (4.36), on peut alors écrire l'équation définissant le domaine de définition \mathcal{D}_η du rapport inertiel η en fonction des constantes de l'actionneur C_a et de la charge C_c :

$$1 + 2 \left(1 - 2 \frac{C_a}{C_c} \right) \eta + \eta^2 \leq 0 \quad (4.42)$$

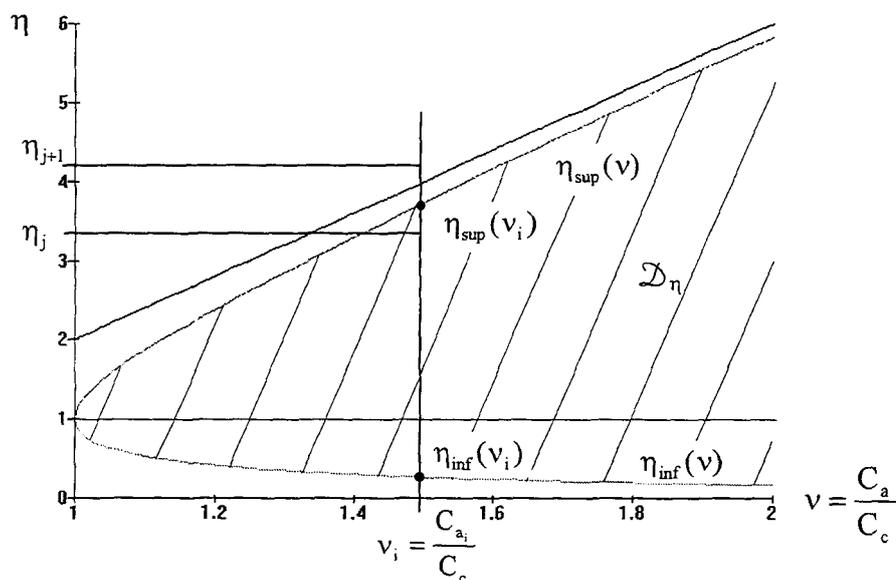
On en déduit le domaine de définition de η en fonction du facteur $\nu = \frac{C_a}{C_c}$:

$$\eta \in \left[\eta_{\inf}(\nu), \eta_{\sup}(\nu) \right] \text{ où } \nu \geq 1$$

$$\text{avec } \eta_{\inf}^{\sup}(\nu) = 2\nu - 1 \pm 2\sqrt{\nu(\nu-1)} \quad (4.43)$$

On appelle ν le facteur de capacité de charge. Il regroupe le coefficient de charge qui est issu du cahier des charges et du coefficient de l'actionneur qui est issue du choix d'un actionneur.

- Si $\nu < 1$, le mécanisme est en sur-capacité de charge; l'actionneur n'est pas capable d'entraîner la charge à l'accélération spécifiée par le cahier des charges. Il n'existe donc aucun rapport inertiel permettant de vérifier la spécification d'accélération (4.29) du cahier des charges (cf. figure 4.17).
- Lorsque $\nu = 1$, il n'existe qu'un rapport inertiel satisfaisant (4.27) : $\eta = 1$. Le rapport $\eta = 1$ correspond au rapport de réduction optimum qui maximalise l'accélération de la charge (cf. § 4.3.2.2). Un facteur de capacité de charge $\nu = 1$ correspond à un dimensionnement minimum de l'actionneur puisque $C_a = C_c$. Ce dimensionnement minimum de l'actionneur n'est valide que si le rapport inertiel est optimum ($\eta=1$) et si la spécification de vitesse est vérifiée (4.30).
- Le facteur $\nu > 1$ représente un surdimensionnement de l'actionneur qui permet d'avoir une capacité d'accélération ou d'inertie de charge supérieure à celle spécifiée par le cahier des charges. Le mécanisme est en sous-capacité de charge.



Rapport inertiel du mécanisme en fonction du facteur de capacité de charge.

Figure 4.17

Or, C_a est un coefficient que l'on ne peut pas faire varier continûment, puisqu'il correspond à des choix dans un catalogue constructeur. Le facteur de capacité de charge sera donc un paramètre de synthèse discret v_i . De même, le rapport inertiel sera, dans la plupart des cas, une variable discrète η_j telle que :

$$v_i \geq 1 \not\Rightarrow \exists \eta_j \in [\eta_{inf}(v_i), \eta_{sup}(v_i)]$$

Le concepteur pourra choisir un facteur $v_i > 1$ tel que $\eta_j = \eta_{inf}(v_i) + \vartheta \leq \eta_s < 1$ où ϑ est un résidu positif ou nul le plus petit possible. Le rapport η_s est spécifié par le concepteur. Pour avoir une marge de sécurité lors d'une variation de charge Δ (cf. § 4.3.2.3), le concepteur est parfois amené à effectuer ce choix [Seering&Pasch84], malgré un rapport inertiel η très pénalisant pour l'accélération maximale (cf. figure 4.16). D'autre part, le concepteur pourra choisir un facteur $v_i > 1$ tel que $\eta_j = \eta_{sup}(v_i) - \vartheta \geq \eta_s > 1$. Nous montrons, dans le cadre de l'approche interdisciplinaire, que ce choix peut être intéressant pour diminuer le dimensionnement de la transmission (cf. paragraphe suivant).

A partir des spécifications d'accélération (4.29) et de vitesse (4.30), nous avons rappelé les lois de synthèse correspondantes (4.31) et (4.32) du mécanisme rigide pour le choix du rapport de réduction r et de l'actionneur. Etant donné la loi de synthèse en accélération, nous avons formulé une loi sous forme adimensionnelle reliant un facteur de capacité de charge v au rapport inertiel η . Ces lois de synthèse du mécanisme rigide, dont le

fondement est repris des travaux [Cœuillet69] [Seering&Pasch84], complètent les relations pour la synthèse interdisciplinaire du mécanisme. Dans le dernier paragraphe, nous reprenons les développements précédents (inversion algébrique, spécification des performances dynamique et choix de l'actionneur) pour établir l'ensemble des lois de synthèse adimensionnelles des mécanismes à commander.

4.4. Récapitulatif

A la lecture des paragraphes précédents, les développements et les résultats de la synthèse interdisciplinaire peuvent sembler un peu éparés. Dans ce paragraphe, nous reprenons ces résultats pour établir les lois de synthèse nécessaires à la conception mécanique des mécanismes commandés. Les relations obtenues par l'inversion algébrique (cf. § 4.1) associées à la spécification des performances dynamiques (cf. § 4.2) vont nous permettre de déduire les lois adimensionnelles de synthèse interdisciplinaire (cf. § 4.4.1). Les lois de synthèse du mécanisme rigide (cf. § 4.3) reliées aux lois de synthèse interdisciplinaire constituent l'ensemble de lois dont nous étudierons les implications de conception (cf. § 4.4.2). Enfin, les paramètres de synthèse proposés sont reliés à ceux d'un cahier des charges d'un mécanisme commandé et à ceux de la synthèse de l'anticipation et de la loi de mouvement.

4.4.1. Enoncé des lois adimensionnelles de synthèse interdisciplinaire

Nous reprenons les relations obtenues lors de l'inversion avec les spécifications de performances dynamiques, afin d'en déduire des lois de synthèse interdisciplinaire. La forme la plus appropriée des lois de synthèse est la forme adimensionnelle. En effet, elle permet une comparaison directe de diverses solutions; en raison de son aspect synthétique, elle facilite l'évaluation et la compréhension générale par le concepteur des résultats de la synthèse, exempt de dimension.

Les lois adimensionnelles sont obtenues en ramenant les grandeurs de fréquences et de constantes de temps à la première fréquence du premier mode commandé ω_1 (en boucle fermée). On pose γ le rapport des fréquences⁷ du mode non contrôlé et du mode commandé :

⁷ Au paragraphe 4.1.2.2, nous avons fixé la convention $\omega_2 \geq \omega_1$

$$\gamma = \frac{\omega_2}{\omega_1} \geq 1 \quad (4.44)$$

Pour garder $\xi_2 < 1$, le placement souple des pôles (4.25) impose :

$$\gamma \geq \sqrt{\lambda \xi_1} \quad (4.45)$$

La constante de temps τ_{z2} caractérisant l'amortissement du matériau est substituée par la quantité adimensionnelle :

$$\mu_{z2} = \omega_1 \tau_{z2} \quad (4.46)$$

Soit χ la nouvelle variable de conception égale au rapport de la fréquence ω_{z1} du zéro complexe du mécanisme et de la fréquence du mode contrôlé ω_1 :

$$\chi = \frac{\omega_{z1}}{\omega_1} \quad (4.47)$$

La variable de conception η est une variable adimensionnelle $\left(\eta = \frac{m_2}{m_1} \right)$ qui relie ω_{z1} et ω_f par la relation (4.13). En divisant les équations des systèmes (3.13) et (3.14) -avec $c_1 = c_2 = 0$ - par des puissances croissantes de ω_1 , on formule le problème de synthèse en fonction de χ et η :

$$\begin{cases} \frac{\delta_3}{\omega_1} = \chi^2(\eta + 1)\mu_{z2} + (2 - v)G_d \\ \frac{\delta_2}{\omega_1^2} = \chi^2(\eta + 1) + \chi^2\mu_{z2}G_d + (2 - u)G_p \\ \frac{\delta_1}{\omega_1^3} = \chi^2G_d + \chi^2\mu_{z2}G_p \\ \frac{\delta_0}{\omega_1^4} = \chi^2G_d \end{cases} \quad (4.48)$$

$$\text{avec } G_d = \frac{g_d}{m_1\omega_1} \text{ et } G_p = \frac{g_p}{m_1\omega_1^2}$$

Le système (3.14) s'écrit avec les spécifications de performances du placement souple (4.24) sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta_3}{\omega_1} = 2\xi_1 \left(1 + \frac{\lambda}{\gamma} \right) \\ \frac{\delta_2}{\omega_1^2} = 1 + 4\xi_1^2 \frac{\lambda}{\gamma} + \gamma^2 \\ \frac{\delta_1}{\omega_1^3} = 2\xi_1 \left(\frac{\lambda}{\gamma} + \gamma^2 \right) \\ \frac{\delta_0}{\omega_1^4} = \gamma^2 \end{array} \right. \quad (4.49)$$

Conformément à l'inversion algébrique opérée au paragraphe 4.1, les lois adimensionnelles de synthèse se déduisent des systèmes (4.48) et (4.49).

Nous écrivons les lois adimensionnelles sous forme d'inégalité, parce que les relations d'égalité sont peu adaptées à la conception. En effet, plutôt que des valeurs absolues, le concepteur préférera des lois de synthèse exprimant les bornes inférieures ou supérieures des variables de conception notées χ_s et η_s . Du placement souple des pôles (4.25) sous forme adimensionnelle : $\xi_2 \geq \lambda \xi_1 / \gamma^2$ nous en déduisons, pour une mesure de vitesse colocalisée, les inéquations de la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_s \geq \eta(\gamma) \Big|_{\xi_1, \lambda, \mu_{z2}, \mu, \nu} \text{ ou } \eta_s \leq \eta(\gamma) \Big|_{\xi_1, \lambda, \mu_{z2}, \mu, \nu} \\ \chi_s \geq \chi(\gamma) \Big|_{\xi_1, \lambda, \mu_{z2}, \mu, \nu} \end{array} \right.$$

où γ est un paramètre libre vérifiant (4.44) et (4.45). Le sens de l'inéquation (\geq ou \leq) est vérifié en annexe D. Etant donné l'évolution de la solution en fonction de τ_{z2} pour une mesure de vitesse non colocalisée (cf. figure 4.7), nous n'avons pas mis leurs équations sous forme d'inégalités.

La fonction polynômiale $h(\tau_{z2})$ (cf. équation 4.10) est réécrite en fonction du placement souple des pôles et des paramètres adimensionnels :

$$\hat{h}(\mu_{z2}) = \gamma^2 \mu_{z2}^3 - 2\xi_1 \left(\frac{\lambda}{\gamma} + \gamma^2 \right) \mu_{z2}^2 + \left(1 + 4\xi_1^2 \frac{\lambda}{\gamma} + \gamma^2 \right) \mu_{z2} - 2 \left(1 + \frac{\lambda}{\gamma} \right) \quad (4.50)$$

De même, les fonctions $g(\tau_{z2})$ sont réécrites en annexe D et l'on note μ_{g1} , μ_{g2} et μ_{g3} les racines réelles de $\hat{g}(\mu_{z2}) = 0$. Par la suite, on considère que le mode contrôlé doit être mieux amorti que le mode non contrôlé, c'est à dire : $\xi_1 \geq \xi_2$.

Les lois de synthèse interdisciplinaire sont donc explicitées pour chacun des quatre cas de localisation des mesures compte tenu des relations (4.14)..(4.19). Les valeurs λ_0 , λ_0' et λ_0'' du facteur λ déterminent la condition de validité des inéquations pour une mesure de

vitesse colocalisée. Afin d'améliorer la lisibilité des équations, nous avons regroupé des sous-expressions en les paramètres A, B, C et D.

- Mesures de vitesse colocalisée et de position colocalisée ($v = 1, u = 1$) :

Pour $\mu_{z2} \in \left[0, 2 \frac{\lambda \xi_1}{\gamma^3} \right]$ et $\gamma > \gamma_0$ les lois s'écrivent :

$$\begin{cases} \chi_s \geq \sqrt{\frac{1}{A}} \\ \eta_s \geq A(B-A) - 1 \end{cases} \quad (4.51)$$

Pour $\mu_{z2} \in]2\xi_1, \infty[$ et $\gamma > \gamma_0$, les lois s'écrivent :

$$\begin{cases} \chi_s \geq \sqrt{\frac{1}{A}} \\ \eta_s \leq A(B-A) - 1 \end{cases} \quad (4.52)$$

avec
$$A = \frac{\hat{h}(\mu_{z2})}{2\gamma^2 \mu_{z2} - 2\xi_1 \left(\frac{\lambda}{\gamma} + \gamma^2 \right)}$$

$$B = \gamma^2 \mu_{z2}^2 - 2\xi_1 \left(\frac{\lambda}{\gamma} + \gamma^2 \right) \mu_{z2} + 1 + 4\xi_1^2 \frac{\lambda}{\gamma} + \gamma^2$$

- Mesures de vitesse colocalisée et de position non colocalisée ($v = 1, u = 2$) :

Pour $\mu_{z2} \in [0, \mu_{g1}]$ les lois s'écrivent :

$$\begin{cases} \chi_s \geq \sqrt{\frac{1}{C}} \\ \eta_s \geq BC - 1 \end{cases} \quad (4.53)$$

avec
$$C = \frac{\hat{h}(\mu_{z2})}{\gamma^2 \mu_{z2} - 2\xi_1 \left(\frac{\lambda}{\gamma} + \gamma^2 \right)}$$

Pour $\mu_{z2} \in \left] 2\xi_1 \left(1 + \frac{\lambda}{\gamma^3} \right), \infty \right[$, les lois ne sont pas données car les paramètres η et μ_{z2}

deviennent très grands (cf. figure 4.7) et conduisent à une solution aberrante.

- Mesures de vitesse non colocalisée et de position colocalisée ($v = 2, u = 1$) :

Pour $\mu_{z2} \in [\mu_{g1}, \mu_{g2}] \cup [\mu_{g3}, \infty[$ ou $\mu_{z2} \in [\mu_{g1}, \infty[$ s'il n'existe qu'une racine réelle, les lois s'écrivent :

$$\begin{cases} \chi_s = \sqrt{\frac{\gamma^2}{\hat{h}(\mu_{z2})}} \\ \eta_s = \frac{\hat{h}(\mu_{z2})}{\gamma^2} D - 1 \end{cases} \quad (4.54)$$

avec
$$D = \frac{2\xi_1 \left(1 + \frac{\lambda}{\gamma}\right)}{\mu_{z2}}$$

- Mesures de vitesse non colocalisée et de position non colocalisée ($v = 2, u = 2$) :

Les lois s'écrivent :

$$\begin{cases} \mu_{z2} \text{ racine de } \hat{h}(\mu_{z2}) = 0 \\ (1 + \eta)\chi \geq D - 1 \end{cases} \quad (4.55)$$

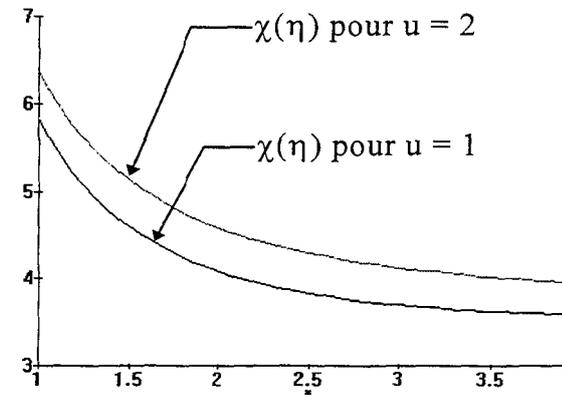
Les lois adimensionnelles de synthèse interdisciplinaire étant formulées, nous pouvons maintenant les coupler aux lois adimensionnelles de synthèse du mécanisme rigide (4.32) et (4.43).

4.4.2. Ensemble des lois adimensionnelles de synthèse

Les lois adimensionnelles de synthèse interdisciplinaire (4.51)...(4.55) et du mécanisme rigide (4.32)(4.43) sont reliées par le rapport inertiel η . La loi (4.32) sur la vitesse maximale ne dépend que du choix d'un actionneur et, en définitive, aucun paramètre ne la relie aux autres lois; elle sera reliée aux autres lois avec un modèle technique, tel que celui de la figure 4.15, par l'intermédiaire du rapport de réduction r . Nous étudions ici les implications de conception des lois adimensionnelles (4.51)...(4.55) et (4.43).

La figure 4.18 illustre l'influence de la localisation des mesures sur le dimensionnement des éléments de transmission du mécanisme. Les courbes a) nous montrent, pour une mesure de vitesse colocalisée qu'un choix de mesure de position colocalisée est moins exigeant, en termes de dimensionnement de la transmission du mécanisme.

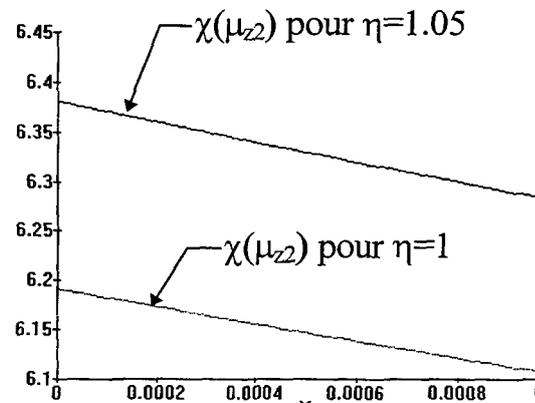
$$\xi_1 = 1 \text{ et } \lambda = 10$$



$$v = 1, u = 1 \text{ et } 2 \chi(\eta) \text{ pour } \mu_{z2} = 0$$

Figure 4.18

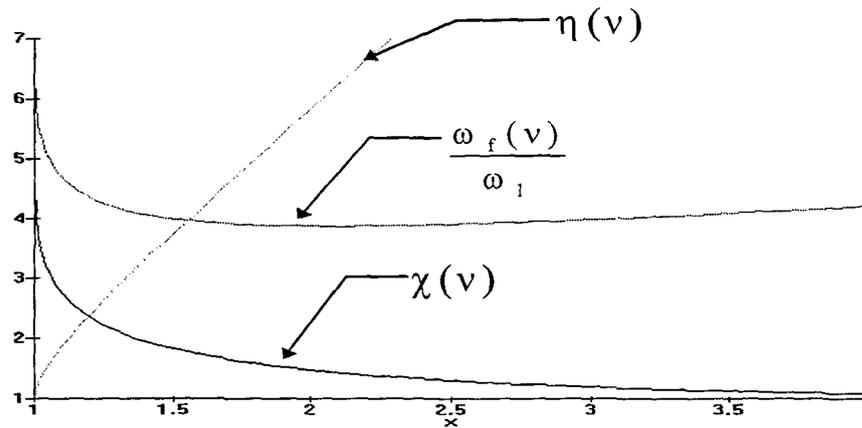
La figure 4.19 nous permet de mettre en évidence l'influence de l'amortissement structurel des matériaux sur le dimensionnement de la transmission du mécanisme.



$$v = 1, u = 1 \chi(\mu_{z2}) \text{ pour } \eta = 1 \text{ et } 1.05$$

Figure 4.19

Enfin, la figure 4.20 nous donne la relation entre le choix de l'actionneur et le dimensionnement de la transmission $\chi(v)$. Etant donné les fonctions décroissantes $\chi(\eta)$ et croissante $\eta_{sup}(v)$, on pose $\eta = \eta_{sup}(v)$ pour minimum $\chi(\eta)$. Soulignons une propriété intéressante: un actionneur en sous-capacité de charge (surdimensionnement de l'actionneur) permet de baisser la première fréquence propre ω_{z1} de la transmission avec sa charge, de $4\omega_1$ à ω_1 .



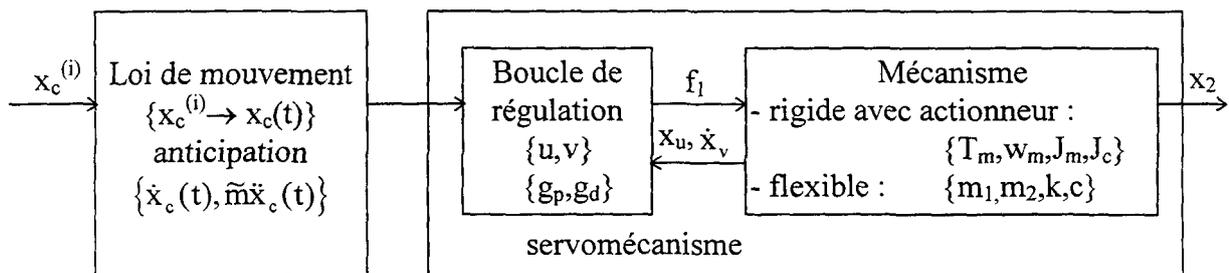
$v = 1, u = 1 \chi(v)$ et $\eta(v)$ pour $\mu_{z2} = 0$

Figure 4.20

Nous attirons l'attention sur le fait que la courbe $\chi(v)$ contient implicitement un choix de synthèse : le rapport de transmission est le rapport maximum déduit de $\eta_{sup}(v)$.

4.4.3. Conception d'un mécanisme à commander

Afin de traiter par une approche interdisciplinaire de la conception des mécanismes commandés (cf. figure 4.21), nous avons isolé au paragraphe 1.2 le système où l'interaction dynamique SC-SM est prépondérante pour la conception. Ici, ce système est le servomécanisme ou mécanisme avec la boucle de régulation. Nous avons ainsi écarté la partie du SC qui calcule la loi de mouvement pour le suivi de consigne et, éventuellement, l'anticipation, puisque cette partie du SC n'interagit pas avec le mécanisme. Les choix faits pour cette partie du SC ont néanmoins des implications sur la conception du mécanisme. Nous nous attachons dans ce paragraphe à montrer les liens entre les différents paramètres de conception du mécanisme commandé afin de situer notre contribution.



Mécanisme commandé

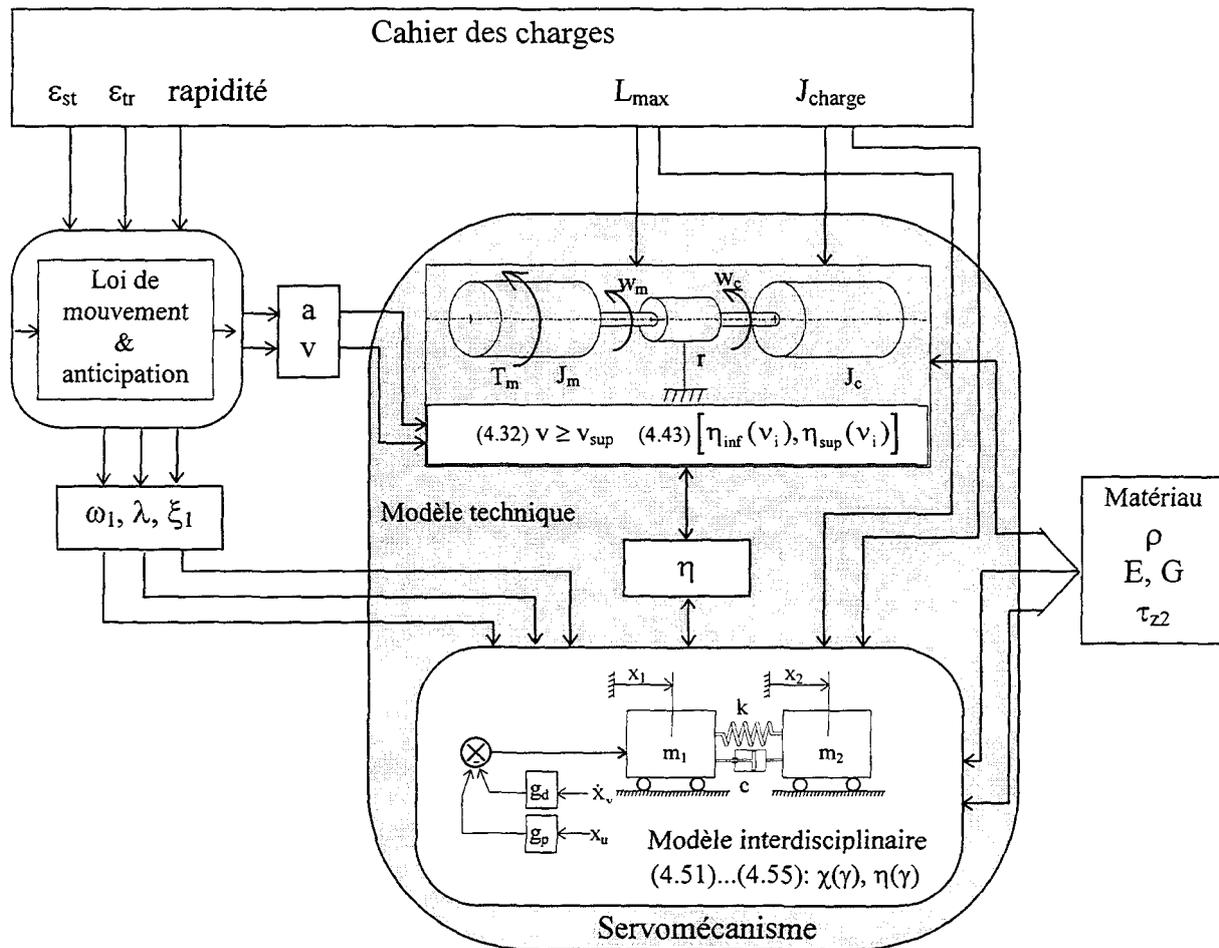
Figure 4.21

On peut énoncer les spécifications d'un cahier des charges de conception d'un mécanisme à commander en termes de :

- précision transitoire ε_{tr} et stationnaire ε_{st} ,
- rapidité (e.g. cadence, durée d'un cycle élémentaire, accélération ou vitesse maximale de travail),
- course (en translation : L_{max}),
- charge maximale (J_{max}).

La conception du mécanisme commandé telle qu'elle est décrite par la figure 4.2.2, à partir des lois de synthèse classique (4.32) (4.43) et interdisciplinaire (4.51)...(4.55), permet l'élaboration d'une solution englobant les aspects mécaniques et automatiques.

Les exigences du cahier des charges relevant du SC telles que la précision, la rapidité, sont traduites en spécifications pour les lois de synthèse du mécanisme rigide, telles que l'accélération et la vitesse maximales a et v , en fonction du choix de la loi de mouvement. De même, ces exigences de commande sont traduites en termes de placement du mode contrôlé ω_1 , ξ_1 et de facteur d'amplitude λ du premier mode non contrôlé par rapport au mode contrôlé, en fonction du choix de la loi de mouvement mais aussi du choix de l'anticipation.



Conception d'un mécanisme commandé

Figure 4.22

Les lois adimensionnelles établies à partir des concepts retenus (interaction dynamique SC-SM, localisation des mesures) et des phénomènes physiques prédominants (spillover du premier mode non commandé, mesure colocalisée ou non colocalisée) permettent de guider le concepteur dès les premiers choix de conception mécanique et automatique (loi de mouvement et anticipation, localisation des mesures, matériau, actionneur, cinématique du mécanisme, type de montage e.g. paliers, glissières, etc.) jusqu'au prédimensionnement des solutions. Le choix et le prédimensionnement des solutions mécaniques sont réalisés à partir de modèles techniques (partie grise de la figure 4.22), c'est à dire des modèles représentant les caractéristiques physiques des solutions techniques (actionneur, organes du mécanisme lié à une cinématique, à un montage, leur agencement, etc.). Ces modèles techniques répercutent donc les implications physiques d'une solution, alors que les lois de synthèse issues du modèle interdisciplinaire répercutent les contraintes de comportement dynamique issues du

cahier des charges. Le degré de précision d'un modèle technique dépendra de l'état d'avancement de la conception.

Les limites de l'utilisation du modèle interdisciplinaire pour la conception d'un mécanisme à commander sont liées aux hypothèses de définition du modèle établies au chapitre 2. Sans rappeler ces hypothèses, retenons que la qualité des résultats donnés par le modèle interdisciplinaire est limitée par la modélisation d'un seul mode non commandé, condition néanmoins nécessaire pour l'obtention des lois de synthèse interdisciplinaire. Il va de soi que cette approche interdisciplinaire n'est plus appropriée, dès lors que la solution de conception est très détaillée. A ce stade, il est possible de créer des modèles suffisamment précis pour le calcul, l'optimisation et la validation. Cette approche interdisciplinaire est, par contre, parfaitement adaptée à la phase de conception où les choix structuraux de la solution sont à définir, c'est à dire la phase de conception préliminaire ou préconception. En effet, les lois adimensionnelles de synthèse permettent d'évaluer, de comparer et de prédimensionner différentes solutions possibles avec peu d'informations sur ces solutions (modèles technologiques ayant un faible niveau de détails de cinématique, de montage, de morphologie). Le concepteur peut alors disposer d'un minimum d'informations essentielles prenant en compte la globalité du mécanisme commandé, pour choisir une solution, selon ses propres critères, etc qui vérifiera les exigences du cahier des charges.

Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons établi les lois adimensionnelles de synthèse des mécanismes à commander avec un retour statique de position et un retour statique de vitesse. L'inversion algébrique des équations du modèle interdisciplinaire et le placement « souple » des pôles nous ont permis de générer les lois de synthèse interdisciplinaire. Nous avons défini le domaine d'existence des paramètres de conception mécanique des lois de synthèse interdisciplinaire. Des lois de synthèse du mécanisme rigide ont également été définies pour inclure les contraintes de conception liées aux limites de l'actionneur. L'ensemble des lois adimensionnelles de synthèse ont été regroupées et nous avons montré comment elles s'interfacent par leurs paramètres de conception.

La conception des mécanismes commandés a été abordée en séparant les études de l'anticipation et de la loi de mouvement, de la synthèse dynamique rigide du mécanisme, de la synthèse du mécanisme à commander et de la synthèse des gains de commande. Cette triangularisation, à travers leurs équations, nous a permis de hiérarchiser les études selon les problèmes dominants à traiter. Le problème inverse de synthèse du mécanisme à commander, problème à caractère interdisciplinaire, a été résolu. Les lois de synthèse obtenues (interdisciplinaire et dynamique rigide) permettent au concepteur d'extrapoler des solutions mécaniques pour les SMC.

Telles que nous les avons définies, les lois de synthèse limitent le concepteur à l'étude d'un mécanisme isolé, pas de couplage dynamique mécanismes commandés, pas de force extérieure. D'autre part, ces lois de synthèse sont aux commandes du mode rigide. L'utilisation de lois de commande d'ordre plus élevé nécessite une nouvelle étude interdisciplinaire.

Une étude complémentaire de cette étude interdisciplinaire est nécessaire pour déterminer systématiquement les paramètres d'accélération a et de vitesse v maximales du mécanisme, ainsi que les paramètres ω_1 , ξ_1 et λ du servomécanisme. Ces paramètres sont, pour l'instant, déterminés par des simulations temporelles, afin de vérifier les spécifications de précision et de rapidité. Le but de cette étude complémentaire est la synthèse d'anticipations et de lois de mouvement pour la commande de mécanisme flexible. Nous ne l'avons pas abordée pas dans ce mémoire.

La conception mécanique à partir de ces lois de synthèse suppose une démarche appropriée. Notamment, des modèles techniques doivent être associés aux caractéristiques

mécaniques déterminées par les lois de synthèse, afin de générer la solution technique répondant le mieux au cahier des charges. L'étude interdisciplinaire, telle qu'elle a été définie au chapitre 1, correspond à la phase de préconception. Or, la formalisation d'une démarche de préconception est une question vaste et complexe en soi. Nous abordons cette question au chapitre suivant, dans le but de valider les lois de synthèse, sans prétendre, pour autant, élaborer une démarche de préconception utilisable en bureau d'étude.

Chapitre 5

Application à la préconception des axes de machines

Introduction

Au chapitre 4, nous avons présenté des lois de synthèse pour la préconception d'un mécanisme commandé. Les lois de conception ne peuvent pas être utilisées directement par le concepteur car, comme nous l'avons déjà précisé dans le chapitre 1, concevoir mécanisme commandé ne se limite pas seulement à dimensionner chaque élément constitutif (moteur, organes mécaniques, gains de la commande, etc.). La tâche de conception suppose, en premier lieu, le choix du type de chacun de ces organes et de leur agencement. Cette phase correspond aux choix structuraux (lieux des mesures, type de l'anticipation et de la régulation pour la partie automatique, cinématique, montage du mécanisme pour la partie mécanique). Il faut être capable de gérer ces choix sans être, pour autant confronté à la somme des combinaisons de solutions possibles. Pour cela, une démarche de préconception doit accompagner les résultats énoncés au chapitre précédent, afin de permettre aux concepteurs de juger ces choix structuraux. Cette démarche est progressive car la structure d'une solution ne peut être induite entièrement en une seule fois. La progressivité de la démarche fait appel au principe de hiérarchie posé au chapitre 1. Il suppose un regroupement plus ou moins large d'études à entreprendre. La progressivité de la démarche induite par ces regroupements définit le compromis rapidité de conception-inventivité. En effet, à partir d'un large regroupement d'études, on peut prendre des décisions rapidement, mais la description des résultats, inévitablement plus synthétique et condensée que celle issue d'un regroupement moins large, reste plus abstraite pour le concepteur. Nous pensons qu'une démarche rapide et plus abstraite s'oppose à une démarche plus lente mais plus accessible au concepteur; cette deuxième démarche doit favoriser la compréhension et la créativité du concepteur.

Afin de mettre en évidence cette difficulté et de mettre à la disposition des concepteurs au moins deux progressivités pour concevoir, nous proposons, dans ce chapitre, deux démarches : une démarche pas à pas et une démarche synthétique. La démarche pas à pas doit permettre de faire d'une manière progressive chaque choix structural du mécanisme

commandé. Cette démarche suppose d'ordonner et de hiérarchiser les choix structuraux. Pour la démarche synthétique, les choix structuraux sont réalisés en comparant le prédimensionnement des solutions résultantes. Pour chacune des démarches, les choix se fondent sur l'utilisation des lois de synthèse établies au chapitre 4, les différents choix structuraux étant décrits par leurs contributions dynamiques (répartition des masses et contribution à la raideur) au modèle interdisciplinaire du chapitre 2. Nous associerons donc au modèle interdisciplinaire des modèles techniques.

Les axes de machine en translation constituent un domaine d'application intéressant à deux titres : il n'existe pas de couplage dynamique entre les axes (architecture cartésienne de la machine) et chacun des axes constitue en soi un problème de conception. Souhaitant valider les lois de synthèse en phase de préconception, nous choisirons un type d'axe de machines parmi les plus difficiles à réaliser : les axes en translation équipés d'une vis-à-billes.

Nous scindons la présentation de ce chapitre en trois parties : nous décrivons tout d'abord le cahier des charges-type de ce genre d'axe ainsi que la difficulté de sa conception. Deux chapitres distincts présenteront les deux démarches de préconception : le paragraphe 5.2 décrira la démarche pas à pas, le paragraphe 5.3 décrira la démarche synthétique.

5.1. Problématique de la conception d'un axe de machine

Avant de présenter les deux démarches de préconception d'un axe de machine, il nous faut préciser les restrictions de notre étude de la préconception d'un axe de machine (paragraphe 5.1.1), puis le cahier des charges que nous nous imposons (paragraphe 5.1.2) et enfin la palette des différents choix structuraux du mécanisme à laquelle nous nous restreignons.

5.1.1. Les restrictions à la préconception d'un axe de machine

Il est bien entendu que les problèmes posés par la conception d'un axe de machine ne se restreignent pas à ceux de sa transmission. Dans l'état actuel de nos travaux de recherche, seule la préconception de l'actionneur et du mécanisme de transmission a été mise au point. D'autres difficultés doivent être intégrées dans la préconception d'un axe de machine, telles que la maîtrise du basculement des corps en mouvement, rencontrée, par exemple, en conception de machines-outils dédiées à l'usinage à grande vitesse, et les vibrations des structures. Cette intégration, actuellement en cours d'élaboration, peut être réalisée par trois préconceptions

successives. Elles sont couplées par l'ajout de conditions sur leur cahier des charges respectif. La préconception en vue de la maîtrise du basculement précède la préconception de la transmission et impose à celle-ci des conditions supplémentaires en termes de bande passante. La préconception de la structure mécanique des corps en mouvement se fait en partie sur la base de conditions en termes de bande passante minimale pour chacun des corps en mouvement¹.

5.1.2. Le cahier des charges de la préconception de l'axe

Le cahier des charges d'un axe de machine contient a priori les exigences suivantes :

- 1) vérifier une rapidité et une précision données,
- 2) vérifier des contraintes de charge et de déplacement (course),
- 3) satisfaire des conditions de fiabilité mécanique et de robustesse du système de commande,
- 4) satisfaire des conditions de sollicitation mécanique et de durée de vie,
- 5) minimiser l'encombrement, la masse ou le coût total,
- 6) vérifier des contraintes mécaniques et géométriques d'implantation (implantation d'un effecteur et implantation sur le bâti),
- 7) satisfaire des conditions d'exploitation et de maintenance.

Toutes les exigences de ce type de cahier des charges ne peuvent pas être prises en compte simultanément, comme nous l'avons déjà précisé dans le chapitre 1. Dans le contexte de la préconception, nous restreignons le cahier des charges aux exigences 1) et 2). Les exigences 3), 4), 5) et 6) peuvent être vérifiées lors de phases ultérieures à la préconception, il en sera de même pour l'exigence 7) qui est très spécifique.

Sachant que le choix de l'anticipation et de la loi de mouvement² conditionne la bande passante $(\omega_1 \xi_1)$ du servomécanisme (mécanisme avec sa boucle de régulation), nous supposons implicitement que cette bande passante nous est donnée. La précision stationnaire ne constitue pas ici une spécification nécessaire à la conception du mécanisme à commander car elle dépend, en premier lieu, de l'anticipation et de la loi de mouvement. Nous retiendrons qu'une mesure de position non colocalisée s'impose lorsque la déformation stationnaire du

¹ Dans le cas du dimensionnement d'un axe avec un moteur linéaire, la bande passante minimale de la structure mécanique correspond à celle du premier mode flexible du système mécanique, car la mesure de position est colocalisée.

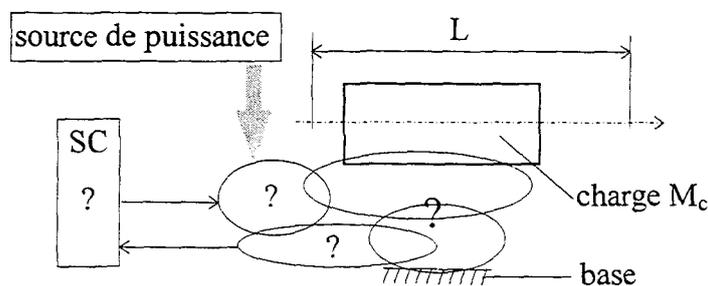
² cf schéma figure 4.22 au paragraphe 4.4.3.

mécanisme ne peut être tolérée. Le facteur d'amplitude λ du deuxième mode (non contrôlé) par rapport au premier mode (contrôlé) est déterminé pour que le deuxième mode ne dégrade pas les performances issues du premier mode (cf paragraphe 4.2.2). Nous choisissons, suite à des essais en simulation, une marge de gain de 15dB entre les deux modes. Le cahier des charges à la base de notre étude sera donc celui d'un servomécanisme avec une mesure de position et une mesure de vitesse dont nous définirons la localisation.

| | |
|-------------|---|
| CdC_{smc} | L : la course linéaire, |
| | M : l'inertie de la charge à déplacer, |
| | a : l'accélération de la charge, |
| | v : la vitesse de la charge, |
| | ε : la précision (transitoire ε_{tr} et stationnaire ε_{st}), |
| | ω_1, ξ_1 : pulsation et amortissement du mode commandé, |
| | λ : facteur d'amplitude du deuxième mode (non contrôlé) par rapport au premier mode (contrôlé). |

5.1.3. Description des différents choix structuraux

Dans ce chapitre 5.1.3, nous présentons, d'une part, une illustration de la multiplicité des choix structuraux pour réaliser un simple axe de déplacement linéaire et, d'autre part, le domaine dans lequel nous restreignons nos choix. La tâche du concepteur peut être représentée par la figure 5.1. Il s'agit de définir une solution comportant un actionneur, un mécanisme de transmission, les liaisons mécaniques, des capteurs de mesure et un système de commande.



Conception d'un axe de machine

Figure 5.1

Le nombre et le détail des choix structuraux constitue la difficulté de la conception. Nous disposons d'un éventail déjà important de solutions techniques éprouvées pour les axes de machine dans [Fioroni83]. Comme cela est évoqué dans [Garro&al.93] [Hernot&al.95], la multiplicité des solutions possibles devient vite prohibitive quand on commence à les détailler.

Une partie des solutions cinématiques, de montage et technologiques peut être donnée en décrivant les différents types :

- d'actionneurs,
- de cinématiques de transmission,
- de réducteurs,

Pour une transmission avec une vis-à-billes :

- de cinématiques du système vis-écrou,
- de montages de la vis,
- d'accouplement de l'actionneur.

5.1.3.1. Les différents types d'actionneurs

Les actionneurs peuvent être classés selon leur cinématique et leur technologie (cf. tableau 5.1).

Tableau 5.1 : Type d'actionneur

| Technologie | | Déplacement | |
|-------------|-----------------|-------------|---------------------------------|
| | | angulaire | linéaire |
| électrique | courant continu | | |
| | induction | | |
| | synchrone | | ? |
| | pas à pas | | |
| hydraulique | | | |
| pneumatique | | | |

5.1.3.2. Les différents types de cinématique de transmission

Si l'on choisit un moteur électrique à déplacement angulaire (le plus répandu), de nombreux types de transmission et de transformation du mouvement sont possibles :

- vis-écrou,
- pignon-crémaillère,
- courroie-poulie,
- mécanisme à came,
- mécanisme bielle-manivelle, etc.

5.1.3.3. Les différents types de réducteurs

Il en est de même pour les réducteurs :

- train d'engrenage,
- train épicycloïdale,
- harmonic drive
- courroie-poulie, etc..

5.1.3.4. Les différents types de cinématique de systèmes vis-écrou

Dans le cadre de l'étude d'un axe en translation, nous nous restreignons aux systèmes vis-écrou (à recirculation de billes). En effet, ils sont couramment employés pour les machines-outils à hautes performances. Quatre solutions primaires de cinématique sont possibles selon la place de l'actionneur et l'élément en rotation, comme le montre le tableau 5.2 :

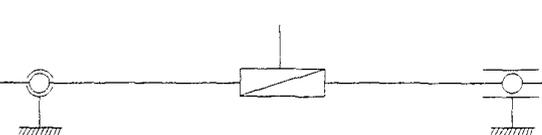
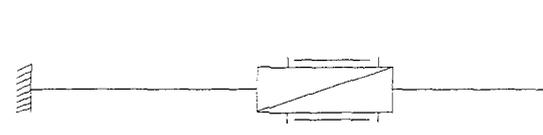
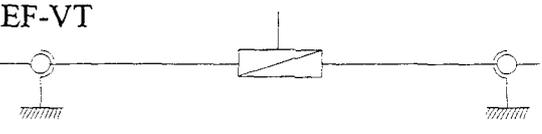
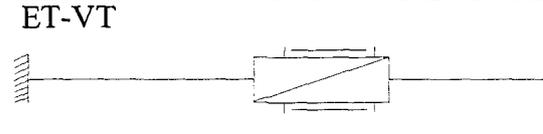
Tableau 5.2 : Cinématique primaire du système vis-écrou

| moteur | vis tournante (écrou fixe) | écrou tournant (vis fixe) |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------|
| sur base (non embarqué) | | |
| sur charge (embarqué) | | |

5.1.3.5. Les différents types de montage de la vis

Deux montages de vis sont possibles (cf. tableau 5.3) : un montage de la vis libre (ne comportant qu'une butée axiale) et un montage de la vis tendue (comportant deux butées axiales à chaque extrémité).

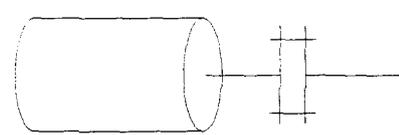
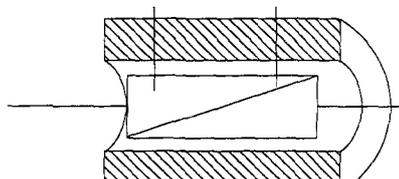
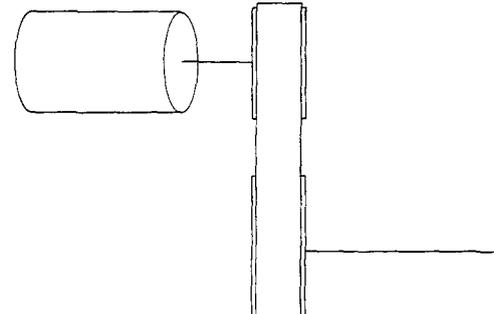
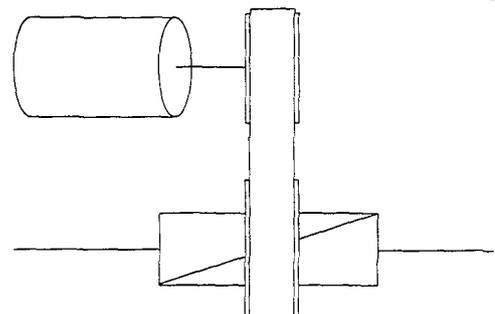
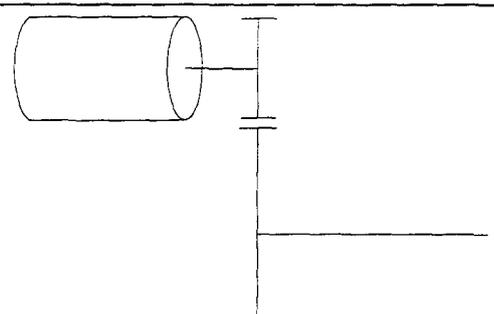
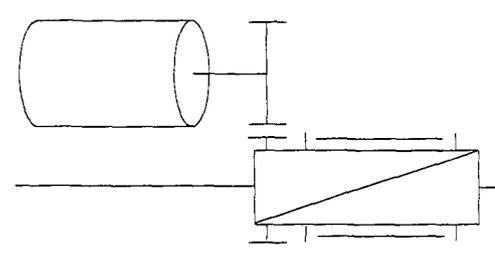
Tableau 5.3 : Montage de la vis

| Vis | tournante (écrou fixe) | non tournante (écrou tournant) |
|-----------------------|---|--|
| libre (non tendue) | EF-VNT  | ET-VNT  |
| tendue | EF-VT  | ET-VT  |

5.1.3.6. Les différents types d'accouplement de l'actionneur

On peut retenir plusieurs types possibles d'accouplement de l'actionneur à la vis ou à l'écrou comme ceux décrits dans le tableau 5.4 :

Tableau 5.4 : accouplement de l'actionneur

| accouplement | sur vis | sur écrou |
|---------------|---|--|
| prise directe |  |  |
| courroie |  |  |
| engrenage |  |  |

5.1.3.7. Conséquence sur la multiplicité des choix

Chaque choix énoncé auparavant implique des caractéristiques mécaniques, d'assemblage, de mise au point et de coût différents pour un cahier des charges identique. On pourrait continuer à détailler les types de solution tel que cela est fait dans [Hernot&al.95] (cf. figure 1.3 au paragraphe 1.1.3.1). Cependant, le nombre de combinaisons deviendrait très élevé. En choisissant a priori une famille d'actionneurs et une transmission par vis-écrou, le nombre de solutions possibles revient à : 4 (cinématique primaire)* 2 (montage de la vis)* 3 (accouplement)* 4 (localisation des mesures), soit 96 cas à étudier.

On comprend alors facilement que la description détaillée des solutions (par exemple comme dans [Daidie&al.96]) pour le dimensionnement, l'optimisation et la validation de toutes les solutions techniques d'un mécanisme de transmission n'est pas envisageable. De plus, pour valider ou invalider les solutions mécaniques, il est nécessaire de calculer la commande pour vérifier les performances dynamiques du système commandé en boucle fermée, si nous n'adoptons pas une approche de type interdisciplinaire. Sachant que le calcul d'un nombre aussi important de solutions est sujet aux erreurs imputables à la quantité d'opérations à effectuer et impose un délai de conception trop long, l'étude interdisciplinaire de mécanisme commandé développée aux chapitres 2, 3 et 4 devient une nécessité.

5.2. Proposition d'une démarche de conception pas à pas

Dans ce chapitre, nous présentons la démarche de préconception pas à pas de la transmission d'un axe de machine. Afin de réaliser progressivement chacun des choix structuraux, nous utiliserons des modèles techniques de la transmission prenant successivement en compte les différentes solutions techniques. A partir de ces modèles, nous retrouvons le premier mode flexible du système mécanique correspondant aux choix structuraux. Dans ce paragraphe, nous procédons pas à pas pour la préconception, c'est à dire que les choix structuraux sont faits étape par étape. Nous construirons des modèles techniques associés à chacun de ces choix; leur description minimum comportera les caractéristiques nécessaires à l'évaluation des choix. Nous pouvons actuellement réaliser cette progression en quatre étapes.

La première étape sera réalisée à partir d'un modèle technique ne prenant pas en compte la masse de la transmission, ceci afin de ne pas imposer une répartition a priori de l'inertie de la vis et du moteur. Nous définirons ainsi la gamme de vis utilisables pour la transmission (pas minimal et maximal de la vis, diamètre minimal de la vis suivant son montage).

La deuxième étape concerne le choix d'une cinématique. Elle sera réalisée à partir du choix d'une vis (pas et diamètre), le modèle technique prenant en compte la répartition des inerties de la vis, de l'accouplement et du moteur. Nous pourrions comparer les différentes cinématiques de système vis-écrou et d'accouplement. Le critère de sélection de la meilleure cinématique que nous retiendrons sera le diamètre de la vis.

La troisième étape correspond à la validation du choix précédent sur la base d'un modèle technique prenant en compte la raideur et la modification d'inertie des différents organes de la transmission jouant un rôle a priori mineur dans la conception (raideur de l'accouplement, raideur axiale des paliers et butées....).

La quatrième étape est la réalisation de la commande et sa validation sur la base d'un modèle de la transmission contenant au moins le second mode flexible (mode qui n'a pas été pris en compte dans le modèle interdisciplinaire).

Le cahier des charges est celui proposé au paragraphe 5.1.2; les caractéristiques du moteur sont données par les catalogues constructeurs :

$$\left\{ \begin{array}{l} J_m : \text{l'inertie du rotor,} \\ M_m : \text{la masse totale,} \\ T_m : \text{le couple moteur maximum,} \\ w_m : \text{la vitesse de rotation maximum.} \end{array} \right.$$

La transmission sera caractérisée par son rapport de réduction r donné par :

$$v_{\text{sup}} = r w_m \quad (5.0)$$

5.2.1. Première étape de la préconception

Cette première étape correspond au choix de l'actionneur, du rapport de transmission r et du rayon R , de la vis à partir des lois de synthèse établies au chapitre 4. Le modèle technique de la première étape comprend uniquement la charge et le moteur; la transmission n'intervenant uniquement par son rapport de transmission r , aucune inertie de la transmission n'est prise en compte. Le modèle interdisciplinaire est associé au modèle technique par les masses m_1 et m_2 :

$$m_1 = \frac{J_m}{r^2} \quad (5.1)$$

$$m_2 = M \quad (5.2)$$

La raideur k et le rapport de réduction r sont les deux grandeurs à calculer dans cette première étape de la préconception. Nous utilisons des matériaux à faible amortissement structural. L'amortissement c sera pris égal à 0, cas le plus défavorable (cela correspond à un

surdimensionnement de la transmission. La valeur de η sera donnée par l'équation suivante, d'après 4.12, 5.1 et 5.2) :

$$\eta = r^2 \frac{M}{J_m} \quad (5.3)$$

La mesure de vitesse du modèle interdisciplinaire sera choisie colocalisée, étant donné les propriétés dynamiques qu'elle implique (cf chapitre 3).

5.2.1.1. Choix du moteur minimum

Le choix du moteur minimum est fait à partir de la constante de charge $C_C = 2Ma^2$ (4.41) calculée à partir du cahier des charges CdC_{smc} . Le moteur minimum est choisi tel que sa

constante d'actionneur $C_a = \frac{T_m^2}{2J_m}$ (4.40) vérifie : $C_a \geq C_C$. De ce choix, nous déduisons le

facteur de capacité de charge $\nu = C_a / C_C$.

5.2.1.2. Gamme des pas de vis

A partir du facteur ν , nous pouvons déduire les valeurs inférieure η_{inf} et supérieure η_{sup} de η à partir de l'équation 4.43 :

Afin de respecter les conditions en accélération, les pas minimal P_{mini} et maximal P_{maxi} de la vis peuvent être déduits d'après 5.3. :

$$P_{\min} = 2\pi r_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{J_m}{M}} \eta_{\min} \quad (5.4)$$

Une condition supplémentaire sur le pas minimal de la vis doit être vérifiée afin que la charge puisse atteindre sa vitesse maximale v , sans que le moteur dépasse sa vitesse de rotation maximale w_m . Cette condition tirée de l'inéquation 4.43 est donnée par l'inéquation suivante, où P_{mv} est le pas minimal de la vis.

$$P_{mv} > 2\pi v/w_m. \quad (5.5)$$

Nous nommons P_1 le minimum P_{mini} , P_{mv} et $P_2 = P_{maxi}$. Le pas de la vis est à choisir entre P_1 et P_2 . Si aucune vis ne possède de pas compris entre P_1 et P_2 , plusieurs modifications sont possibles :

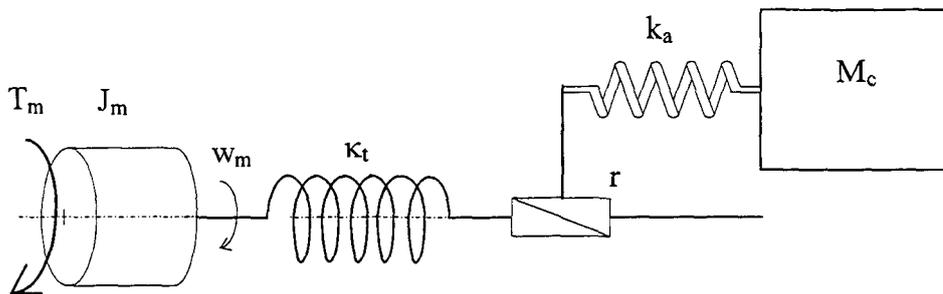
- ajouter un réducteur entre le moteur et la vis si $P_{mv} > P_{maxi}$,
- choisir un moteur ayant un C_a supérieur afin d'augmenter la gamme du pas.

5.2.1.3. Rayon R minimum de la vis

Après avoir sélectionné un pas de vis et calculé le rapport inertiel η avec l'équation (5.3), il est possible de calculer la raideur minimale k_{\min} de la transmission. Ce calcul de la raideur se fait soit à partir du calcul direct de $\chi(\eta)$ soit sur lecture des courbes données dans le chapitre 4. Connaissant $\chi(\eta)$ et la masse m_2 (égalité (5.2)), nous déduisons k_{\min} par la formule suivante.

$$k \geq k_{\min} = m_2 \omega_1^2 \chi^2(\eta) \tag{5.6}$$

Le calcul du rayon de la vis se fait sur la base de deux montages possibles de la vis : vis libre ou vis tendue. Pour chacun, le calcul du rayon minimal se fait pour la position de la charge la plus défavorable du point de vue de la raideur de la vis. Le modèle de déformation de chaque montage n'inclut pas la (non) rotation de la vis. Nous n'aborderons pas encore la cinématique de la vis. La raideur équivalente sera calculée à partir du modèle de la figure 5.2, où κ_t et k_a sont respectivement les raideurs en torsion et en traction compression de la vis.



Modèle idéal de système vis-écrou
Figure 5.2

Ces deux ressorts sont en série, la raideur équivalente k est donc donnée par l'équation (5.7). On note R le rayon de la vis, E son module d'élasticité longitudinale et on prend la valeur du module d'élasticité transversale $G = E/3$.

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_a} + \frac{r^2}{\kappa_t} \tag{5.7}$$

La raideur minimale dépend de la position de la charge sur la vis, que l'on repère par l'abscisse l appartenant à l'intervalle $[0,L]$, le couple moteur est appliqué en $l = 0$. Pour un montage de la vis libre, la raideur minimale est obtenue pour $l = L$. La raideur minimale k s'écrit alors suivant l'équation :

$$k = \frac{E\pi}{L} \frac{R^4}{6r^2 + R^2} \tag{5.8}$$

Pour un montage de la vis tendue, la vis étant encastrée à chacune de ses extrémités, la raideur minimale est obtenue pour $l = \frac{1}{2} L$. La raideur minimale k s'écrit alors suivant l'équation :

$$k = \frac{E\pi}{L} \frac{4R^4}{6r^2 + R^2} \quad (5.9)$$

Remarquons que la raideur (5.9) du montage écrou tournant-vis tendue est quatre fois plus élevée que la raideur des montages vis non tendue (5.8).

Il est intéressant de remarquer que le choix du moteur et du pas sont uniquement conditionnés par l'accélération et la vitesse maximales de la charge, alors que le calcul du diamètre de vis est conditionné par la bande passante (ω_1, ξ_1) du servomécanisme, le facteur λ (le pas ayant été choisi au préalable), et la localisation des mesures de position et de vitesse.

La première phase de la préconception permet donc de sélectionner un moteur et une vis, tout en sachant que la proposition a été faite sous l'hypothèse d'une transmission sans inertie. Ces choix pourront être remis en partie en cause dans la suite de la préconception, cette proposition fournit cependant une base fiable pour commencer la seconde étape de la préconception.

5.2.2. Deuxième étape de la préconception

Le but de cette seconde étape de la préconception est de définir la cinématique du montage vis-écrou la plus performante, cela pour une vis (pas et diamètre) et un moteur donnés. A cette fin, nous utilisons un modèle technique incluant ce qui, dans les choix structuraux, influence le plus les performances de la transmission. Ainsi, pour chaque sélection, nous prendrons non seulement en compte la répartition entre m_1 et m_2 des inerties du moteur, de la vis et de l'écrou, mais aussi l'ensemble des inerties du réducteur, de la courroie et de l'accouplement entre le moteur et la vis ou l'écrou.

5.2.2.1. Ajustement des valeurs de m_1 et m_2

Pour chacune des quatre cinématiques du montage vis-écrou (cf. tableau 5.2), nous exprimons les nouvelles inerties m_1 et m_2 . Les caractéristiques inertielles de chaque organe sont répertoriées dans le tableau 5.5.

Tableau 5.5 : caractéristiques inertielles des organes du mécanisme

| Organe | Masse | Inertie de rotation |
|--------------|-------|---------------------|
| moteur | M_m | J_m |
| vis | M_v | J_v |
| écrou | M_e | J_e |
| charge | M | |
| réducteur | M_r | J_r |
| accouplement | | J_a |

L'inertie et la masse de la vis s'écrivent :

$$J_v = \frac{1}{2} \rho \pi L R^4 \tag{5.10}$$

$$M_v = \rho \pi L R^2$$

Nous ramenons l'inertie de rotation de la vis à l'inertie m_1 pour les vis tournantes. Même si cette répartition de l'inertie de la vis dans le premier mode flexible du mécanisme est approximative, elle est implique un diamètre de vis surdimensionné, car cette approximation contribue à choisir un rapport η plus petit que le rapport η réel. Le tableau 5.6 nous donne la répartition des inerties sur m_1 et m_2 pour les quatre cinématiques du système vis-écrou selon la place du moteur (sur la base ou sur la charge) et l'élément tournant (écrou ou vis). Les grandeurs non directement liées à la cinématique du système vis-écrou (réducteur accouplement) peuvent ou non être prises en compte dans le calcul de m_1 et m_2 .

Tableau 5.6 : Inerties du mécanisme réel

| Moteur | écrou fixe | écrou tournant |
|----------------------------|--|--|
| sur base (non embarqué) | $m_1 = (J_m + J_a + J_r + J_v) / r^2$ $m_2 = M + M_e$ | $m_1 = (J_m + J_a + J_r + J_e) / r^2$ $m_2 = M + M_v$ |
| sur charge (embarqué) | $m_1 = (J_m + J_a + J_r + J_v) / r^2$ $m_2 = M + M_m + M_a + M_r + M_v$ | $m_1 = (J_m + J_a + J_r + J_e) / r^2$ $m_2 = M + M_m + M_a + M_r + M_e$ |

Disposant des valeurs ajustées de m_1 et m_2 , nous pouvons, tout d'abord, vérifier si la nouvelle valeur de v , calculée à partir de m_1 et m_2 (cf annexe F), reste toujours supérieure à 1. Dans le cas contraire, il faut choisir un moteur ayant une constante C_a plus importante et reprendre la procédure de préconception à la première étape. Dans un deuxième temps, il est

possible de recalculer la raideur minimale qui garantisse le respect des spécifications ω_1 , ξ_1 et λ avec la nouvelle valeur de m_2 . Il faut alors vérifier que le rayon de la vis est suffisant.

5.2.2.2. Calcul de la raideur de la vis en fonction de la cinématique du système vis-écrou

Dans la première étape du prédimensionnement, nous n'avons considéré que les cas de vis encastree-libre et encastree-encastree. Ces deux cas fournissent les raideurs minimum et maximum de la vis, quelque soit la cinématique. La raideur d'une vis encastree-libre est identique pour une vis tournante et une vis non tournante. Par contre, la raideur d'une vis tendue et tournante est inférieure à une vis tendue et non tournante. Nous calculons la raideur exacte d'un montage avec un écrou fixe et une vis tendue. Le montage écrou fixe-vis tendue comporte une butée axiale à chaque extrémité de la vis, mais ne comporte aucune butée en torsion sur son extrémité libre. On écrit la raideur totale k en fonction de l'abscisse l :

$$k(l) = \frac{E\pi L}{l} \frac{R^4}{6Lr^2 + (L-l)R^2} \quad (5.11)$$

La raideur $k(l)$ est minimum en $l = L \frac{R^2 + 6r^2}{2R^2} \leq L$, d'où :

$$k = \begin{cases} \frac{E\pi}{L} \frac{4R^6}{(6r^2 + R^2)^2} & \text{si } r < \frac{R}{\sqrt{6}} \\ \frac{E\pi}{L} \frac{R^4}{6r^2} & \text{si } r \geq \frac{R}{\sqrt{6}} \end{cases} \quad (5.12)$$

La raideur minimale de la transmission peut donc être calculée suivant le montage vis-écrou:

- vis non tendue, écrou fixe ou tournant : équation (5.8),
- vis tendue, écrou fixe : équation (5.9),
- vis tendue, écrou tournant : équation (5.12).

En comparant le calcul de la raideur minimale de la transmission avec celui de l'expression (5.6), nous pouvons déduire si la transmission satisfait le cahier des charges. Dans le cas contraire, un rayon de vis plus grand devra être choisi, au cours de cette seconde étape de préconception.

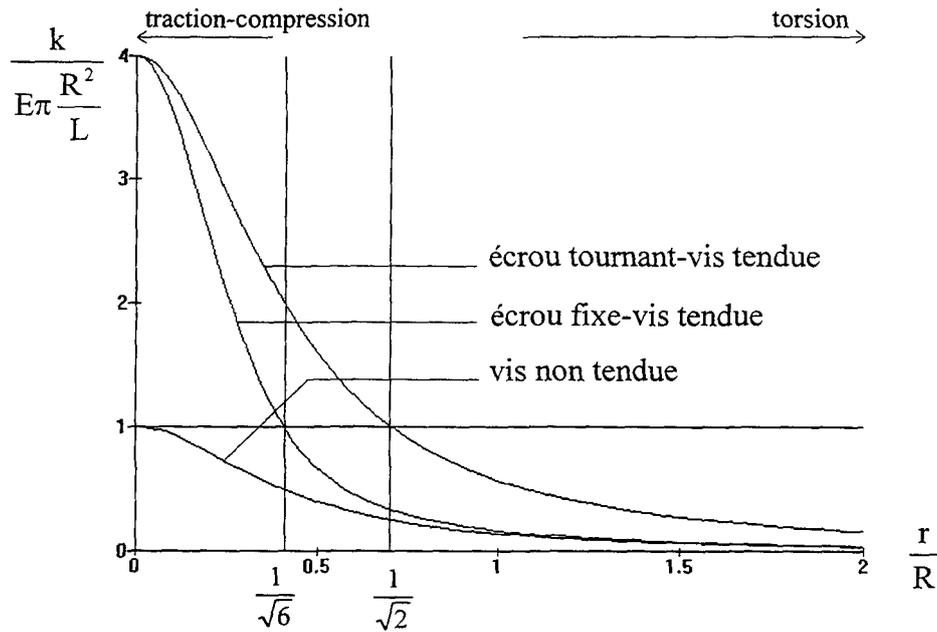
5.2.2.3. Aide au choix de la cinématique par des critères variationnels

La comparaison pour les différents choix structuraux peut être réalisée grâce aux variations du facteur v et du rapport η , en utilisant les variations relatives $\frac{\Delta v}{v}$ et $\frac{\Delta \eta}{\eta}$ (l'expression littérale de chacune des variations est donnée en annexe F). $\frac{\Delta v}{v}$, a priori toujours positif, correspond à un critère de choix relatif au dimensionnement du moteur; cette variation est un indicateur du surdimensionnement d'un actionneur entraîné par le choix d'une cinématique par rapport à une autre. La variation relative $\frac{\Delta \eta}{\eta}$ indique si le dimensionnement de la transmission, en l'occurrence le diamètre de la vis, décroît ou croît selon que son signe est respectivement positif ou négatif. Ces deux indicateurs permettent de comprendre l'origine de la perte de performance, plus qu'ils ne permettent de la calculer. Le calcul exact de v et du diamètre de la vis doit être réalisé et les résultats, correspondant aux choix de la cinématique, comparés pour choisir la meilleure.

5.2.2.4. Aide au choix de la cinématique par la raideur de la transmission

La figure 5.3 nous donne l'évolution de la raideur minimale (raideur à l'abscisse 1 la plus défavorable) du système vis-écrou en fonction du ratio entre le rapport de réduction r et le rayon R de la vis. Les trois cas de raideur de vis sont répertoriés :

- écrou fixe ou tournant-vis non tendue
- écrou fixe-vis tendue
- écrou tournant-vis tendue.



Raideurs minimales

Figure 5.3

La raideur de vis écrou fixe-vis tendue est comprise entre la raideur vis non tendue et la raideur écrou tournant-vis tendue. Lorsque le pas est petit ($r < R/\sqrt{6}$), la traction-compression est dominante et la raideur écrou fixe-vis tendue tend vers la raideur écrou tournant-vis tendue. Lorsque le pas est grand ($r > R/\sqrt{6}$), la torsion est dominante et la raideur de écrou fixe-vis tendue tend vers la raideur vis non tendue.

Le calcul du diamètre minimal de vis, à partir de la raideur minimale donnée par l'équation (5.6), nous permet de choisir la cinématique la plus appropriée parmi les quatre décrites dans le tableau 5.2. Le calcul est effectué à partir des répartitions des masses du tableau 5.2 et des trois raideurs différentes de vis. Finalement, cette étape de préconception aboutit au choix parmi 8 systèmes vis-écrou (4 cinématiques et 2 montages de vis) et au choix d'un actionneur et d'un pas de vis. Nous illustrerons cette étape de préconception à l'aide d'exemples (cf paragraphe 5.2.4)

5.2.3. Troisième et quatrième étapes de la préconception

La troisième étape de la préconception a pour but de valider la préconception sur la base d'un modèle de l'axe contenant uniquement le premier mode flexible. Il s'agit donc d'être le plus proche du premier mode flexible. Une attention particulière sera apportée au calcul des inerties. Pour cela, les données issues des catalogues de constructeurs de vis seront prises en

compte : masse et moment d'inertie linéique. Afin d'accroître la précision du calcul de la raideur, nous prendrons en compte le diamètre du noyau de la vis plutôt que le diamètre nominal. Une estimation de la raideur minimale de l'accouplement et de la butée axiale est effectuée, la vérification sera ensuite réalisée pour des composants issus de catalogues.

Dans le cadre du développement de cette troisième phase de la préconception, une étude de l'influence de l'élasticité du solide en mouvement et du bâti sur le premier mode flexible de l'ensemble doit être réalisée. Cette étude permettra de définir le cahier des charges du calcul des structures (bâti et corps en mouvement).

La quatrième étape de la préconception a pour but de valider la phase de préconception dans son ensemble. Elle utilisera les outils classiques de simulation et d'optimisation des paramètres de commande. Le modèle de la transmission devra contenir au moins le second mode flexible de la transmission et le comportement-type du bâti et des corps en mouvement (correspondant aux cahiers des charges qui ont été imposés pour la phase ultérieure du calcul des structures). Une commande doit être mise en place, l'optimisation des paramètres pouvant se faire en partant des paramètres initiaux g_p et g_d , calculés sur la base du premier mode flexible du modèle de la troisième étape de préconception. Ces gains initiaux nous sont donnés par les systèmes d'équations (3.17) et (3.18).

5.2.4. Exemples de calcul d'une transmission

Dans le cadre du paragraphe 5.2.4, nous souhaitons présenter l'utilisation des lois de synthèse dans une démarche de préconception adaptée à celle des bureaux d'étude pour la construction de machines de production (machines-outils, machines transferts, manipulateurs...). Nous choisissons d'illustrer la démarche de préconception sur la base d'un cahier des charges d'axe de machines-outils dédiées à l'usinage très grande vitesse, avec des composants actuellement disponibles. Ces exemples diffèrent de ceux du paragraphe 5.3 car leurs cahiers des charges (paragraphe 5.3.3) correspondent à des performances extrêmes encore réalisables avec des transmissions équipées de vis-à-billes, mais dont les composants ne sont pas disponibles dans les catalogues³. Nous pourrions ainsi prouver que le domaine d'utilisation des vis-à-billes pour les axes de machines de production peut être étendu si les fabricants de

³ Le calcul des transmissions présentées dans le paragraphe 5.3 aboutit à des pas de vis supérieurs à 100 mm; pour des pas de vis inférieurs à 50 mm, les diamètres des vis sont supérieurs à 110 mm. Ce type de vis n'est pas actuellement disponible dans les catalogues des fabricants de vis, car il n'est pas demandé.

moteurs augmentent le coefficient C_a de leurs produits, pour permettre des accélérations plus importantes, et si les fabricants de vis-à-billes proposent des vis avec des pas plus élevés⁴.

5.2.4.1. Description du cahier des charges

Le cahier des charges est celui donné par le tableau 5.7. Une masse de la charge de 1000 Kg correspond à une construction mécano-soudée d'un montant et d'une console de machine de dimension moyenne disposant d'une course L de 1 mètre. La précision stationnaire de 10 μm (erreur de traînage durant la phase d'accélération) correspond à une exigence qui procure à la machine une erreur de l'ordre de quelques μm sur le suivi de trajectoire dans l'espace, trajectoire où plusieurs axes sont sollicités. Une commande avec une anticipation en accélération est courante sur la nouvelle génération de commandes numériques; une erreur sur l'estimation de la masse inférieure à 1% est réalisable, soit 10Kg pour 1000Kg. Le choix d'une bande passante : $\omega_1 = 126.0 \text{ rd/s}$ et $\xi_1 = 0.95$ permettra donc d'accéder, sous les conditions précédemment définies, à la précision souhaitée.

Tableau 5.7 : Cahier des charges d'un axe de machine-outil grande vitesse.

| M (kg) | a (m/s^2) | v (m/s) | L (m) | ε (μm) | ω_1 (rd/s) | ξ_1 | λ |
|--|----------------------|---------|-------|---------------------------------|-------------------|---------|------------------|
| 1000 | 15 | 1 | 1.0 | 10.0 | 126.0 (~ 20Hz) | 0.95 | 5.62 (~ 15dB) |
| Anticipation de l'accélération avec une erreur de 10 Kg sur l'estimation de la masse | | | | | | | |

Nous décrivons par la suite la première étape de la préconception.

5.2.4.2. Choix du moteur

Du cahier des charges, nous déduisons la constante de charge C_c , dans le cas d'une transmission sans inertie, C_c vaut $4.5 \cdot 10^5 \text{ W}\cdot\text{s}^{-1}$ ($C_c = 2 \cdot M \cdot a^2$). Le moteur pouvant réaliser les performances en accélération doit avoir une constante C_a supérieure à $4.5 \cdot 10^5 \text{ W}\cdot\text{s}^{-1}$ ($C_a = T_m^2 / 2J_m$). Nous choisissons le moteur BMH 190 A du constructeur NUM qui dispose d'une constante C_a de $6.17 \cdot 10^5 \text{ W}\cdot\text{s}^{-1}$; il correspond au moteur le plus performant de la gamme de moteurs du point de vue du C_a . C'est le manque de moteurs ayant des caractéristiques C_a

⁴ Certains fabricants développent actuellement une nouvelle génération de vis avec un rapport pas sur diamètre supérieur à 2.5. Pour un pas de 50 mm, deux vis sont disponibles aux diamètres 20 mm et 25mm.

suffisamment élevées qui limite en partie les performances en accélération des transmissions par vis-à-billes.

Tableau 5.8 : Moteur choisi

| type moteur | T (N.m) | J (Kg.m ²) | M _a (Kg) | W _m (tr/min) | C _a |
|-------------|---------|------------------------|---------------------|-------------------------|----------------------|
| BMH 190 A | 160 | 20 10 ⁻⁰³ | 73.9 | 2000 | 6.17 10 ⁵ |

5.2.4.3. Choix des pas minimal et maximal de la vis

Ce choix de moteur permet d'atteindre un facteur de capacité de charge ν de 1.37. A partir de cette valeur de ν , nous pouvons déduire (cf équation 4.43) la plage de pas de vis qui permet de respecter l'exigence en accélération : pas minimal = 16.08 mm/tr ; pas maximal = 50.96 mm/tr.

Le calcul du pas minimal de la vis, pour que la vitesse de rotation maximale du moteur ne soit pas atteinte pour une vitesse maximale de la charge, est de 30.0 mm/tr ($P_{mv} > 2 \pi \nu/w$).

Tableau 5.9:

| pas minimal P ₁ | pas maximal P ₂ |
|----------------------------|----------------------------|
| 30.0mm/tr | 50.96mm/tr |

5.2.4.4. Choix du diamètre minimal du noyau de la vis

Dimensionnement en statique

Pour accélérer la masse de 1000 Kg à 15 m/s², la vis subit une force de compression ou d'extension de 15 10⁺⁰³ N; la vis est donc susceptible de flamber. Le diamètre minimal pour que la vis ne flambe pas est lié à la longueur maximale de la vis soumise au flambement : nous prendrons une longueur de vis égale à la course (1m), et correspondant au type de montage des paliers à chacune de ses extrémités. Quatre cas sont répertoriés par les constructeurs de vis-à-billes. Les quatre diamètres minimaux pour une vis de 1 m soumis à 15 10⁺⁰³ N sont donnés par le tableau 5.10 :

Tableau 5.10 : Diamètres minimaux au flambement

| Type de montage de chacun des paliers | Montage de vis correspondant (cf. tableau 5.3) | Diamètre minimal (mm) |
|---------------------------------------|--|-----------------------|
| fixe-libre | libre | 32.8 |
| supporté-supporté | | 23.3 |
| fixe-supporté | libre | 19.6 |
| fixe-fixe | tendue | 16.5 |

Les valeurs de chaque diamètre minimal sont calculées⁵ à partir de données expérimentales fournies par les fabricants de vis-à-billes dans leurs catalogues (données issues du catalogue de vis-à-billes Almé-Star : RF 83 301/05.96 page 23)

Dimensionnement en dynamique

Le diamètre de la vis est choisi de telle sorte que la raideur de la vis, selon le montage de celle-ci, soit supérieure à la raideur minimale de la transmission calculée à partir de l'équation (5.6). La valeur de $\chi(\eta)$ est directement liée aux exigences du cahier des charges par les valeurs de ω_1 , ξ_1 et de λ : nous la déduisons de la valeur de η définie durant les premiers choix de conception. La mesure de position est choisie non colocalisée, cas le plus contraignant pour le dimensionnement de la transmission (cf. figure 4.8), la mesure de vitesse étant colocalisée. Ayant choisi une motorisation, la valeur de v est déduite et un encadrement de la valeur de η (équation (4.43)) nous est alors imposé (pas minimal et maximal de la vis). Le calcul du diamètre minimal du noyau⁶ est donc lié à un choix du pas de vis, choisi parmi les trois pas possibles : 32, 40, 50, disponibles dans les catalogues de fabricants de vis-à-billes compris entre 30 mm/tr et 50 mm/tr (tableau 5.9). Nous présentons pour chacun de ces trois pas :

- la raideur minimale de la transmission k_{mini} ,
- le diamètre de la vis qui possède, suivant son montage (libre ou tendu), la raideur minimale k_{mini} .

⁵ Pour le calcul, se reporter, par exemple, à [Aublin&al.] p.144.

⁶ Le diamètre minimal de la vis est celui du diamètre d'un cylindre plein, donc implicitement celui du diamètre du noyau de la vis.

Tableau 5.11 :

Diamètres minimaux des vis au dimensionnement dynamique

| pas (mm/tr) | $k_{\text{mini}} 10^{+06}$ N/m | diamètre vis libre (mm) | diamètre vis tendue (mm) |
|-------------|--------------------------------|-------------------------|--------------------------|
| 32 | 247 | 43.9 | 26.0 |
| 40 | 125 | 35.3 | 22.4 |
| 50 | 76 | 32.4 | 21.3 |

Les résultats du tableau 5.11 confirment les tendances prévues par les lois de synthèse adimensionnelles présentées au chapitre 4 : plus le rapport des masses η est grand -ce qui équivaut à l'augmentation du pas de la vis- plus la raideur minimale de la transmission est petite. Par contre, concernant les tendances sur les diamètres de vis, il n'était pas prévu par les lois de synthèse du chapitre 4 que l'augmentation du pas entraîne la diminution des diamètres de vis de transmission. Cela met donc en évidence l'intérêt de développer des vis à pas élevé, aussi bien pour réaliser des grandes vitesses de déplacement à faible vitesse de rotation de la vis (augmentation de la durée de vie⁷ de la transmission), que pour construire des transmissions avec des diamètres de vis plus faibles (recours à des montages de vis plus économiques⁸).

A cette étape de la conception, il est intéressant de remarquer que, pour des niveaux élevés de performances, ce ne sont plus les exigences issues du dimensionnement statique (tableau 5.10) qui définissent le dimensionnement de la transmission. En effet, pour les deux cas de montage de la vis (vis tendue, vis libre), ce sont les exigences issues du dimensionnement dynamique (tableau 5.11) qui conditionnent le dimensionnement de la vis.

- Pour un montage libre de la vis, le plus petit des diamètres minimaux (pas de 50 mm, diamètre de 32.4 mm) est du même ordre que le diamètre minimal du montage de paliers le plus défavorable : le montage fixe-libre des paliers, diamètre 32.8 mm.
- Pour un montage tendu de la vis, le plus petit des diamètres minimaux (pas de 50 mm, diamètre de 21.3 mm) est plus grand que le diamètre minimal du montage de paliers correspondant au montage tendu de la vis : le montage fixe-fixe des paliers, diamètre 16.5 mm.

⁷ La durée de vie d'une vis-à-billes est liée à la rotation moyenne de la vis, calculée pour un cycle déterminé.

⁸ La réalisation d'un montage tendu de la vis est plus onéreuse qu'un montage libre ou isostatique; une cinématique avec un écrou tournant est plus difficile à réaliser et donc plus coûteuse qu'une cinématique avec une vis tournante d'utilisation classique.

5.2.4.5. Choix de la cinématique du système vis-écrou

Quatre cas de cinématique du système vis-écrou (cf tableau 5.2) doivent être étudiés selon que la vis est tournante ou fixe et que le moteur est embarqué sur la charge ou fixe (sur la base). Dans le cadre de ce mémoire, afin de comparer les différentes cinématiques avec le minimum de contingences techniques, nous proposons de calculer les diamètres minimum correspondant au montage de vis libre et/ou tournante. Le montage de vis libre, plus économique, sera retenu, quand le dimensionnement le permettra (cf note 8). Nous ne prendrons en compte que les inerties de la vis et de l'écrou. L'inertie de la vis sera calculée sur la base d'un cylindre plein en acier d'une longueur d'1 m et d'un diamètre égal au diamètre nominal de la vis. L'inertie de l'écrou sera calculée sur la base d'un cylindre creux en acier ayant, pour diamètre intérieur, le diamètre nominal de la vis et, pour diamètre extérieur, le diamètre extérieur donné par le fabricant de vis; sa longueur est également donnée par le fabricant. Le calcul du diamètre minimal de vis sera effectué pour chaque pas admissible, 32, 40, 50, afin de comparer les différents choix.

Cas du pas de 32 mm

Pour le pas de 32 mm, seule une vis ayant un diamètre nominal de 32 mm est disponible, seul le cas d'un montage avec une vis tendue sera donc étudié. L'inertie de l'écrou (diamètre extérieur 50 mm, longueur 120 mm) vaut $478 \cdot 10^{-06} \text{ Kg.m}^2$. Pour chaque cinématique et chaque montage du moteur, le diamètre minimal du noyau de la vis doit être au moins supérieur au diamètre indiqué dans le tableau suivant, le diamètre du noyau de la vis utilisée valant : 27.9 mm

| Cinématique et montage | Diamètre minimal pour une vis tendue |
|--------------------------------|--------------------------------------|
| vis tournante-moteur fixe | 26.6 |
| vis tournante-moteur embarqué | 26.1 |
| écrou tournant-moteur fixe | 26.5 |
| écrou tournant-moteur embarqué | 25.9 |

Cas du pas de 40 mm

Pour le pas de 40 mm, trois diamètres sont disponibles : 40 mm ; 50 mm ; 63 mm (vis-à-billes Almé-Star : RF 83 301/05.96). Nous étudions tout d'abord la vis de diamètre nominal 40 mm. L'inertie de l'écrou (diamètre extérieur 63 mm, longueur 142 mm) vaut $1.43 \cdot 10^{-03} \text{ Kg.m}^2$. Pour

chaque cinématique et chaque montage du moteur, le diamètre minimal du noyau de la vis doit être au moins supérieur au diamètre indiqué dans le tableau suivant, le diamètre du noyau de la vis utilisée valant : 33.8 mm

pour un diamètre nominal de 40 mm

| Cinématique et montage | vis libre | vis tendue |
|--------------------------------|-----------|------------|
| vis tournante-moteur fixe | 37.5 | 23.3 |
| vis tournante-moteur embarqué | 36.6 | 23.0 |
| écrou tournant-moteur fixe | 36.5 | 23.0 |
| écrou tournant-moteur embarqué | 36.2 | 22.8 |

Pour un montage de type vis tendue, le diamètre de 40 mm avec un pas de 40 mm convient parfaitement, si l'on souhaite utiliser un montage de vis du type vis libre, il faut avoir recours à une vis ayant un diamètre nominal supérieur, soit au moins 50 mm. L'inertie de l'écrou (diamètre extérieur 75 mm, longueur 149 mm) vaut $2.89 \cdot 10^{-03} \text{ Kg.m}^2$. Pour chaque cinématique et chaque montage du moteur, le diamètre minimal du noyau de la vis doit être au moins supérieur au diamètre indiqué dans le tableau suivant, le diamètre du noyau de la vis utilisée valant : 43.3 mm

pour un diamètre nominal de 50 mm

| Cinématique et montage | diamètre vis libre |
|--------------------------------|--------------------|
| vis tournante-moteur fixe | 39.6 |
| vis tournante-moteur embarqué | 38.9 |
| écrou tournant-moteur fixe | 37.8 |
| écrou tournant-moteur embarqué | 37.4 |

Une vis de diamètre 50 mm avec un pas de 40 mm pourrait donc être utilisée pour réaliser cette transmission, avec un montage non tendu de la vis.

Cas du pas de 50 mm

Pour le pas de 50 mm, seules deux vis ayant des diamètres nominaux de 20 mm et 25 mm sont disponibles, seule la vis de diamètre 25 mm sera étudiée, étant donné que le diamètre minimal de noyau doit être égal à au moins 21.3 mm pour une vis tendue. Seul le cas d'un montage avec une vis tendue sera donc étudié. L'inertie de l'écrou (diamètre extérieur 40 mm, longueur 58 mm) vaut $96.3 \cdot 10^{-06} \text{ Kg.m}^2$. Pour chaque cinématique et chaque montage du moteur, le diamètre minimal du noyau de la vis doit être au moins supérieur au diamètre indiqué dans le

tableau suivant, le diamètre du noyau de la vis utilisée sera approximé par défaut à 21.0 mm (sachant que le diamètre de noyau d'une vis de 25 mm à pas de 25 mm a un diamètre de noyau de 21.4 mm). Les données de cette vis sont KGF 2550RH-EE, nouvelle génération de vis proposée par INA, dont le nouveau catalogue est à paraître.

| Cinématique et montage | diamètre minimal pour une vis tendue |
|--------------------------------|--------------------------------------|
| vis tournante-moteur fixe | 20.76 |
| vis tournante-moteur embarqué | 20.69 |
| écrou tournant-moteur fixe | 20.7 |
| écrou tournant-moteur embarqué | 20.6 |

5.2.4.6. Commentaires sur les différents montages

Nous classons les commentaires concernant les différents montages suivant trois types de commentaires :

- les commentaires concernant les quatre types de montages ;
- les commentaires concernant uniquement les montages avec une vis tournante ;
- les commentaires concernant uniquement les montages avec un écrou tournant.

Commentaires concernant les quatre types de montages

Quelle que soit la cinématique de la vis, vis tournante ou écrou tournant, nous pouvons constater qu'un moteur embarqué sur la charge implique une diminution de la raideur du montage (diamètre de la vis plus petit). Ceci est la conséquence de l'augmentation de η , due au fait que la masse m_2 est augmentée de la masse du moteur. D'une façon générale, nous pouvons déduire qu'embarquer le moteur avec la charge contribue à une augmentation de la précision et du comportement dynamique de la transmission (augmentation de λ), au détriment, bien sûr, de la capacité d'accélération puisque le moteur augmente la masse de la charge.

L'augmentation du pas implique une capacité en accélération plus importante, car le diamètre de la vis peut être plus faible. En effet, que ce soit pour les montages à vis tournante (vis ayant une inertie plus faible) ou pour les montages avec un écrou tournant (moment d'inertie de l'écrou plus faible), l'inertie entraînée par le moteur est plus faible, donc à couple moteur équivalent, l'accélération maximale est plus grande.

D'une façon générale, une « réserve de raideur », c'est-à-dire un diamètre de la vis plus grand que le diamètre minimal, permet d'accroître le comportement dynamique de la

transmission, car, d'une façon identique au commentaire sur l'intérêt d'embarquer le moteur avec la charge, ce supplément de raideur permet d'obtenir un λ plus grand, donc moins de vibrations parasites du comportement du premier mode de l'axe.

De plus, le recyclage des billes dans les écrous impose de ne pas dépasser une vitesse de rotation pour un diamètre donné de vis, cette vitesse est nommée vitesse de rotation nominale. Elle n'est atteinte pour aucun des montages présentés.

Commentaires concernant uniquement les montages avec une vis tournante

Pour chaque montage avec une vis tournante, il faut vérifier que la vitesse critique de rotation ne soit pas atteinte. Cette vitesse critique de rotation correspond à la vitesse de rotation de la vis à ne pas dépasser pour ne pas exciter les vibrations de résonance de la vis. Ce critère prend en compte la longueur et le diamètre nominal de la vis, certains fabricants ajoutent une correction avec la poussée axiale. Quels que soient les montages avec une vis tournante, la vitesse critique de rotation n'est jamais atteinte. D'une façon identique au calcul au flambement des vis, ce n'est pas le dimensionnement statique ou classique des vis qui permet de dimensionner une transmission à hautes performances. Ceci est donc certainement une des raisons qui incitent les constructeurs de machines-outils à avoir recours à des moteurs linéaires, plutôt qu'à des transmissions équipées de vis-à-billes.

Afin de ne pas surcharger la présentation de ce mémoire, nous ne présentons pas les troisième et quatrième étapes de la préconception, car, en tant que validation uniquement, elles n'apportent pas d'informations supplémentaires. Nous donnons, malgré tout, quelques précisions sur la qualité des premiers résultats précédemment cités. Deux types d'erreurs peuvent être répertoriés : tout d'abord, une erreur sur le supplément d'inertie et sa répartition, puis une erreur sur le calcul de la raideur. L'inertie globale du montage est peu modifiée, car si l'accouplement entre le moteur et la vis apporte un surcroît d'inertie de $1.5 \cdot 10^{-03} \text{ Kg.m}^2$ (moins de 10% de l'inertie du moteur) et qu'un surcroît d'inertie du même ordre est nécessaire pour prendre en compte les portées de roulements des paliers, le calcul exact du moment d'inertie de la vis compense largement ce surcroît d'inertie (les filets taillés dans la vis contribuent jusqu'à 15 % du moment d'inertie de la vis). Concernant la baisse de raideur de la transmission, deux facteurs interviennent : la raideur de l'écrou qui ne peut être que de 5 à 6 fois supérieure à celle de la vis de 1 m et la raideur des paliers, de 10 à 20 fois supérieure à la raideur de la vis (pour des vis de longueur plus importante ces facteurs augmentent). Lors de la vérification avec l'ensemble des données, les résultats sont acceptables, sauf pour la vis de diamètre 25 mm au

pas de 50 mm, où l'accélération maximale est de 14.8 m/s^2 et le diamètre minimum inférieur d'1 mm (il en est de même pour la vis de diamètre nominal de 32 mm et de pas 32 mm).

Commentaires concernant uniquement les montages avec un écrou tournant

Les montages avec un écrou tournant exigent soit le recours à un moteur creux, qui n'existe pratiquement pas sur le marché, soit un renvoi réalisé avec une courroie ou un engrenage. Pour transmettre le couple de 160 N.m, un renvoi ayant un moment d'inertie d'au moins 80 Kg.m^2 est nécessaire. Ce renvoi apportant un supplément de moment d'inertie quatre fois supérieur au moment d'inertie du moteur est trop pénalisant en termes d'accélération, c'est pourquoi la solution avec un écrou tournant n'est pas utilisable, dans les conditions actuelles du marché des moteurs. Les solutions présentées avec un écrou tournant et moteur creux montrent l'intérêt du développement de ces derniers, s'ils possèdent une caractéristique C_a élevée. Il est à noter ici que, pour des courses longues, le recours à des montages avec des écrous tournants est courant, car le supplément d'inertie d'une vis longue de diamètre important est plus pénalisant que le montage avec une courroie.

5.3. Démarche synthétique de préconception d'un axe

La démarche de préconception pas à pas présentée au paragraphe 5.2 présente l'avantage d'être très progressive. Ainsi, le concepteur peut, étape par étape, étudier chaque choix structural se présentant à lui et proposer de nouvelles orientations de développement de composant. Les exemples du paragraphe précédent illustrent cette démarche à partir du cahier des charges d'un axe de machine-outil grande vitesse et à partir de catalogues constructeurs. Néanmoins, cette démarche pas à pas est inévitablement longue et délicate à gérer. Une deuxième démarche de préconception, plus synthétique, est proposée. Nous développons une procédure permettant d'embrasser simultanément plusieurs choix structuraux, afin d'évaluer leur influence mutuelle sur la solution prédimensionnée. Soulignons que cette démarche est plus abstraite et plus fermée pour le concepteur, ce qui constitue un handicap lors de la préconception.

Une démarche synthétique de préconception constitue donc une approche complémentaire de la démarche pas à pas. Elle nécessite une automatisation de la recherche de la solution minimale. L'automatisation du prédimensionnement pour les différents choix structuraux, fondée sur quatre règles (correspondant aux lois de synthèse, cf. chapitre 4), nécessite plusieurs aménagements. D'une part, nous occulterons les organes secondaires

comme l'accouplement ou l'écrou dans les modèles techniques de transmission. D'autre part, une procédure de recherche des solutions minimales est mise en place pour les choix de localisation de la mesure de position, de l'actionneur, de la cinématique et du montage de vis. Cette procédure de recherche fait appel à des règles de synthèse correspondant aux choix mécaniques (cinématique et montage de vis). Seuls les moteurs seront issus d'un catalogue constructeurs, le diamètre et le pas de la vis étant considérés continus et non limités.

Cette procédure de prédimensionnement permet au concepteur de vérifier la faisabilité des choix structuraux, de comparer les solutions résultantes et d'en choisir une, en considérant ensuite des critères industriels. Le prédimensionnement fournit au concepteur une solution approchée qui vérifie les spécifications de performances. De plus, cette solution approchée est une solution initiale viable pour l'optimisation du SM et du SC.

L'objet de ce paragraphe est également la validation des lois de synthèse proposées au chapitre 4. A l'aide de deux exemples d'application, volontairement extrêmes, nous montrerons l'intérêt d'une approche interdisciplinaire en phase de préconception. Les exemples illustreront l'interdépendance des choix structuraux mécaniques et automatiques, ainsi que leur incidence sur la faisabilité des solutions techniques.

5.3.1. Présentation de la démarche et des choix structuraux retenus

L'aide aux choix structuraux mécaniques et automatiques est réalisée grâce à une évaluation synthétique des différentes solutions. Le prédimensionnement systématique d'un ensemble de choix structuraux permet de comparer les solutions correspondantes. Nous développons une procédure de prédimensionnement des solutions correspondant aux choix de localisation des mesures, de cinématique et de montage. Cette procédure doit fournir une solution approchée minimum à chaque combinaison de choix vérifiant les spécifications de performances du cahier des charges. A cette fin, nous regroupons les règles de base du prédimensionnement du mécanisme à commander.

La combinaison des choix structuraux nous impose de n'en retenir qu'un faible nombre pour cette approche synthétique. De même, quelques simplifications seront faites pour faciliter l'automatisation de la recherche de solutions.

Les relations (4.32), (4.33) et (4.51)...(4.55), développées au chapitre 4, s'écrivent sous la forme de quatre règles :

$$\frac{T_m}{r} \geq (\hat{m}_1 + \hat{m}_2)a \quad (R1)$$

$$w_m r \geq v \quad (R2)$$

$$r^2 \frac{\hat{m}_2}{\hat{m}_1} \geq \eta(\gamma) \quad (R3)$$

$$k \geq \hat{m}_2 \omega_1^2 \chi^2(\gamma) \quad (R4)$$

Pour simplifier l'étude, nous négligeons la masse et l'inertie de l'écrou et de l'accouplement. Les masses \hat{m}_1 et \hat{m}_2 sont données par le tableau 5.6, en négligeant M_r , J_r , M_a et J_a , et par l'équation (5.10). La raideur k est donnée pour chacun des trois choix structuraux mécaniques par les équations (5.8) pour le choix écrou fixe-vis non tendue, (5.9) pour le choix écrou fixe-vis tendue et (5.12) pour le choix écrou tournant-vis tendue. Nous considérons le rayon R et le rapport de réduction r de la vis comme des grandeurs continues. Le rayon R sera, dans ce paragraphe, égal au rayon nominal de vis et non pas au rayon du rayon. Contrairement au paragraphe 5.2, nous ne tirons pas les dimensions des vis-à-billes d'un catalogue constructeurs. Nous ne vérifions donc pas l'existence des vis prédimensionnées par la procédure.

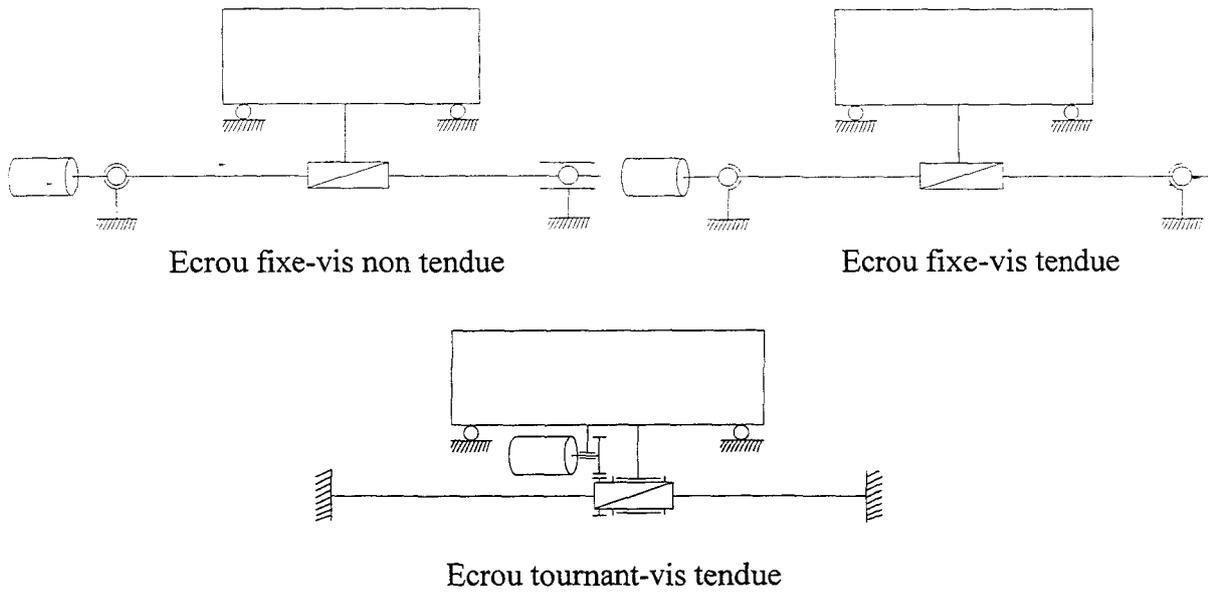
Ces règles de conception issues du modèle interdisciplinaire et du modèle de dimensionnement dynamique rigide d'un servomécanisme sont associées aux modèles techniques correspondant aux choix mécaniques (cinématiques et montages de vis). Parmi les huit cas de choix structuraux étudiés au paragraphe précédent, nous n'en retenons que trois : les deux cinématiques primaires (cf. tableau 5.2) moteur embarqué-vis tournante et moteur fixe-écrou tournant sont écartées ; le montage vis non tendue pour un écrou tournant n'est pas envisagé. Seuls trois cas de cinématique et de montage sont donc retenus (cf. figure 5.5):

- écrou fixe-vis non tendue,
- écrou fixe-vis tendue,
- écrou tournant-vis tendue.

Nous retenons également deux choix automatiques possibles. La mesure de vitesse est choisie colocalisée pour les raisons énoncées au paragraphe 3.3. Deux possibilités de localisation des mesures seront étudiées :

- $v = 1$ et $u = 1$,
- $v = 1$ et $u = 2$.

La procédure de prédimensionnement est donc développée pour trois choix structuraux mécaniques et deux choix structuraux automatiques. Ces travaux ont été présentés au congrès NATO ASI on Computational Methods in Mechanisms [Dequidt&al.97b].



Choix structuraux mécaniques retenus
Figure 5.5

5.3.2. Procédure de prédimensionnement et ses règles

En introduisant l'expression explicite des grandeurs k , \hat{m}_1 et \hat{m}_2 (cf tableau 5.6, équations (5.8), (5.9), (5.10), (5.12)) propres à chaque cinématique et type de montage, nous déclinons les quatre règles (R1)...(R4) pour obtenir une procédure de recherche des solutions approchées minimum résultantes des choix structuraux mécaniques.

5.3.2.1. Règles de prédimensionnement correspondant aux choix mécaniques

La règle (R1) se décline suivant la cinématique d'après le tableau 5.4.

- Pour un écrou fixe, de (R1) on déduit:

$$R \leq R_{sup(R1)} = \sqrt[4]{\frac{2}{\rho\pi L} \left(-Mr^2 + \frac{T_m}{a} r - J_m \right)}$$

avec $\frac{T_m^2}{J_m} > 4Ma^2$ (5.14)

et $r \in]r_{inf(R1)}, r_{sup(R1)}[$ où $r_{inf(R1)}^{sup(R1)} = \frac{T_m \pm \sqrt{T_m^2 - 4J_m Ma^2}}{2Ma}$

- Pour un écrou tournant, l'inertie de la vis n'intervient plus; on déduit de (R1) :

$$\frac{T_m^2}{J_m} > 4(M_m + M)a^2 \text{ et } r \in]r_{\inf(R1)}, r_{\sup(R1)}[$$

$$\text{où } r_{\substack{\sup(R1) \\ \inf(R1)}} = \frac{T_m \pm \sqrt{T_m^2 - 4J_m(M_m + M)a^2}}{2(M_m + M)a} \quad (5.15)$$

De la règle (R2), on obtient directement la relation valable pour les trois choix mécaniques :

$$r \geq r_{\inf(R2)} = \frac{v}{w_m} \quad (5.16)$$

La règle (R3) nous donne pour un écrou fixe :

$$R \leq R_{\sup(R3)} = \sqrt[4]{2 \frac{Mr^2 - J_m \eta(\gamma)}{\rho \pi \eta(\gamma)}} \quad (5.17)$$

et pour un écrou tournant :

$$r \geq r_{\inf(R3)} = \sqrt{\eta(\gamma) \frac{J_m}{M_m + M}} \quad (5.18)$$

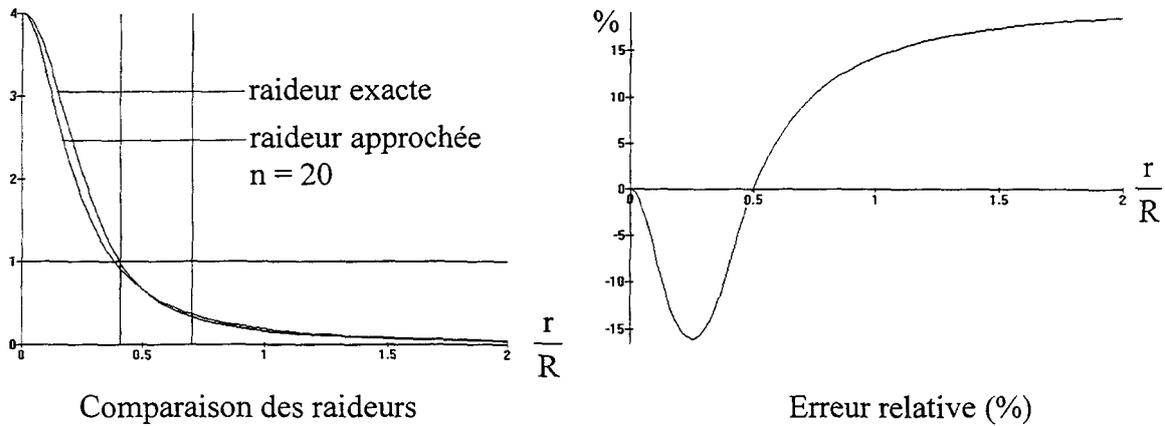
La règle (R4), pour le choix écrou fixe-vis tendue, nous fournit avec (5.8) une inéquation du second degré en R^2 dont le déterminant est toujours positif; on déduit de sa racine positive :

$$R \geq R_{\inf(R4)} = \sqrt{\frac{LM}{2E\pi} \omega_1 \chi(\gamma) \left(\omega_1 \chi(\gamma) + \sqrt{\omega_1^2 \chi^2(\gamma) + 24 \frac{E\pi}{LM} r^2} \right)} \quad (5.19)$$

Pour le choix écrou fixe-vis tendue, l'expression de la raideur minimale (5.7) ne conduit pas aux résultats analytiques nécessaires à la recherche de solutions. Nous élaborons une forme approchée (5.20) de cette raideur où n est une constante d'ajustement (cf. figure 5.6).

$$k = \frac{E\pi}{L} \frac{R^4}{nr^2 + R^2} \quad (5.20)$$

pour $n=20$: $k_{(5.20)} \approx k_{(5.12)}$



Forme approchée de la raideur du montage écrou fixe-vis tendue
Figure 5.6

La figure 5.6 nous montre l'approximation faite sur l'expression de la raideur k en fonction du ratio r/R , pour $n = 20$. Nous jugeons admissible l'erreur relative d'environ $\pm 15\%$.

Pour le choix écrou fixe-vis tendue, on déduit de (5.20), de manière identique au choix écrou fixe-vis non tendue, l'expression de la règle (R4) :

$$R \geq R_{\text{inf}(R4)} = \sqrt{\frac{LM}{8E\pi} \omega_1 \chi(\gamma) \left(\omega_1 \chi(\gamma) + \sqrt{\omega_1^2 \chi^2(\gamma) + 16n \frac{E\pi}{LM} r^2} \right)} \quad (5.21)$$

Pour le choix écrou tournant-vis tendue, la règle (R4) avec (5.9) nous donne l'unique règle concernant le rayon R (en effet, pour ce montage, la vis n'est plus un élément de transmission mais un élément de structure) :

$$R \geq R_{\text{inf}(R4)} = \sqrt{\frac{L(M_m + M)}{8E\pi} \omega_1 \chi(\gamma) \left(\omega_1 \chi(\gamma) + \sqrt{\omega_1^2 \chi^2(\gamma) + 96 \frac{E\pi}{L(M_m + M)} r^2} \right)} \quad (5.32)$$

Les règles (R1)...(R4) ont été développées pour chaque choix mécanique selon les expressions répertoriées dans le tableau 5.7.

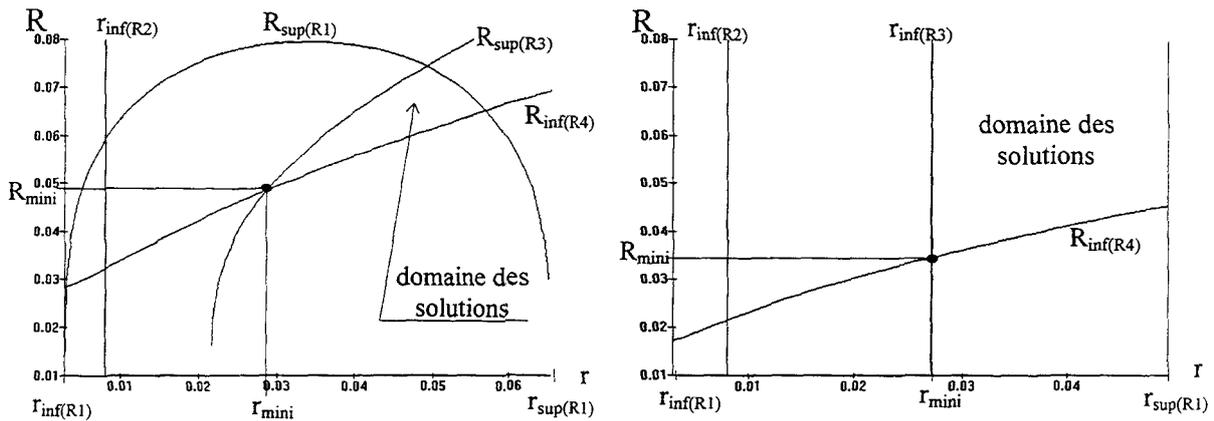
Tableau 5.7 : Règles de prédimensionnement pour chaque choix mécanique

| Cinématique et montage de vis | (R1) | (R2) | (R3) | (R4) |
|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|
| écrou fixe-vis non tendue | (5.24) | (5.26) | (5.27) | (5.29) |
| écrou fixe-vis tendue | (5.24) | (5.26) | (5.27) | (5.31) |
| écrou tournant-vis tendue | (5.25) | (5.26) | (5.28) | (5.32) |

5.3.2.2. Solutions mécaniques minimales

Pour chaque choix, ces expressions nous donnent le domaine des solutions de la transmission correspondant à un cahier des charges CdC_{smc} donné, lorsque la localisation de mesure (u) et le moteur ont été choisis et lorsque le paramètre γ a été fixé (paramètre des lois de synthèse interdisciplinaire, cf. paragraphe 4.4.2). La figure 5.7 nous montre les domaines des solutions correspondant aux cinématiques écrou fixe ou tournant. On repère le point (r_{mini}, R_{mini}) , déduit des expressions dérivées de (R3) et (R4), qui nous donne le dimensionnement de transmission minimum. Pour la cinématique écrou fixe, deux cas sans solution peuvent se présenter :

- le point (r_{mini}, R_{mini}) n'existe pas si $R_{inf(R4)} > R_{sup(R3)} \forall r > 0$,
- le point (r_{mini}, R_{mini}) existe, mais il ne vérifie pas la règle (5.14) si $R_{mini} > R_{sup(R1)}$.



a) cinématique écrou fixe

b) cinématique écrou tournant

Domaine des solutions de transmission pour un montage de vis, un moteur, une localisation u de mesure et le paramètre γ fixés.

Figure 5.7

Afin de connaître les solutions comportant un dimensionnement minimum des organes du mécanisme (vis, moteur) pour un cahier des charges donné, on établit une procédure de recherche dans le catalogue moteurs sur le domaine de variation du paramètre γ (cf. paragraphe 4.4.2). Pour chacun des trois choix mécaniques, la procédure comporte l'expression analytique du point (r_{mini}, R_{mini}) , une éventuelle condition sur J_m (développée ci-dessous), ainsi que les expressions développées des règles (R1) et (R2).

Ecrou fixe :

Pour la cinématique écrou fixe, le calcul analytique du point $(r_{\text{mini}}, R_{\text{mini}})$ est obtenu en posant $R_{\text{sup}(R3)}^4 = R_{\text{inf}(R4)}^4$; une condition sur l'inertie du moteur J_m est alors introduite : on tire de (5.17) et (5.21), avec $n = 20$, pour une vis tendue, l'équation bicarrée (5.23) :

$$R_{\text{sup}(R3)}^4 = R_{\text{inf}(R4)}^4 \Rightarrow a_{-r} r^4 + b_{-r} r^2 + c_{-r} = 0 \quad (5.23)$$

$$a_{-r} = 2\pi M^2 \left(E^2 - 3L^2 \rho \omega_1^2 \chi^2(\gamma) \eta(\gamma) \right)^2$$

$$\text{avec : } b_{-r} = -M\eta(\gamma) \left(L^3 M^2 \rho \omega_1^2 \chi^2(\gamma) + 4\pi E \left(E - 3L^2 \rho \omega_1^2 \chi^2(\gamma) \eta(\gamma) \right) J_m \right)$$

$$c_{-r} = J_m \eta^2(\gamma) \left(L^3 M^2 \rho \omega_1^4 \chi^4(\gamma) + 2\pi E^2 J_m \right)$$

Le discriminant Δ_{-r} de l'équation (5.23) doit être positif, d'où la condition (5.24) sur J_m :

$$\Delta_{-r} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \text{si } \chi^2(\gamma) \eta(\gamma) < \frac{2E}{5L^2 \rho \omega_1^2} \text{ alors } J_m < \frac{LM_c^2 \omega_1^2 \chi^2(\gamma)}{160\pi \eta(\gamma) (5L^2 \rho \omega_1^2 \chi^2(\gamma) \eta(\gamma) - 2E)} \\ \text{sin on } \forall J_m \end{cases} \quad (5.24)$$

On en déduit l'expression analytique du point $(r_{\text{mini}}, R_{\text{mini}})$ (5.25) ou (5.26) :

$$\begin{cases} r_{\text{mini}} = \sqrt{\frac{\sqrt{\Delta_{-r}} - b_{-r}}{2a_{-r}}} \text{ où } b_{-r} < \sqrt{\Delta_{-r}} \\ R_{\text{mini}} = R_{\text{inf}(R4)}(r_{\text{mini}}) = R_{\text{sup}(R3)}(r_{\text{mini}}) \end{cases} \quad (5.25)$$

Si (R2) n'est pas vérifié, alors :

$$\begin{cases} r_{\text{mini}} = \frac{v}{w_m} > \sqrt{\frac{\sqrt{\Delta_{-r}} - b_{-r}}{2a_{-r}}} \\ R_{\text{mini}} = R_{\text{inf}(R4)} \left(r = \frac{v}{w_m} \right) \end{cases} \quad (5.36)$$

La condition sur J_m et le point $(r_{\text{mini}}, R_{\text{mini}})$ sont obtenus pour une vis non tendue (écrou fixe) à partir des équations (5.17) et (5.19) de façon identique au montage vis tendue.

Ecrou tournant :

Pour la cinématique écrou tournant, le calcul analytique du point $(r_{\text{mini}}, R_{\text{mini}})$ est simplement obtenu en calculant $R_{\text{inf}(R4)}$ (équation (5.22)) pour $r = r_{\text{inf}(R3)}$ (équation (5.18)).

La procédure de recherche, pour les six choix structuraux (localisation de mesures u , cinématique et montage de la vis), consiste à parcourir le domaine de variation de γ pour chaque moteur du catalogue. Cette procédure a été implémentée dans le code de calcul formel MAPLE V.

5.3.3. Application : deux exemples extrêmes

Afin d'illustrer cette procédure synthétique de préconception, nous prenons deux exemples. A partir des données du catalogue moteurs et des cahiers des charges, la procédure de prédimensionnement nous fournit les solutions minimales correspondant aux différents choix structuraux. A la suite de commentaires sur les résultats, nous validerons le calcul.

5.3.3.1. Données des exemples

Le tableau 5.18 constitue la liste des moteurs utilisés pour la conception du mécanisme; cette liste est tirée du catalogue Siemens de moteurs d'asservissement d'axes de machine. Nous avons choisi comme couple maximum impulsif le double du couple nominal. Les deux exemples sont établis à partir des spécifications de performances reportées dans les tableaux 5.19 et 5.20. Nous fixons volontairement des spécifications « extrêmes » afin d'en mesurer la répercussion sur la conception. Nous avons choisi, pour ces deux exemples, un système de commande sans anticipation de l'accélération et avec une loi de mouvement trapézoïdale en vitesse. La fréquence ω_1 a été ajustée à partir de la simulation d'une fonction transfert de second ordre pour une consigne à accélération a et vitesse v maximales, ceci dans le but de respecter la précision transitoire ε_{tr} . Soulignons que si nous avons choisi une anticipation de l'accélération et une loi de mouvement plus « douce » [Demaurex79], la spécification de fréquence du mode commandé ω_1 serait moins exigeante (elle peut être réduite d'un facteur 10)

Tableau 5.18

| Catalogue des moteurs courant continu 'Siemens 1FT5' | | | | |
|--|---------------------------------------|------------|------------|----------------------------------|
| Moteur | J_m (10^{-4} kg.m ²) | M_m (kg) | T_m (Nm) | ω_m (rd.s ⁻¹) |
| 1 | 185 | 43 | 90 | 314 |
| 2 | 239 | 49 | 116 | 125 |
| 3 | 464 | 80 | 170 | 125 |
| 4 | 590 | 100 | 230 | 125 |
| 5 | 716 | 120 | 270 | 125 |
| 6 | 905 | 150 | 340 | 125 |

Tableau 5.19 : Cahier des charges de l'exemple 1

| M (kg) | a (m/s ²) | v (m/s) | ε (μm) | L (m) |
|--|-----------------------|---------|--------|-------|
| 500 | 20 | 1 | 40 | 0.25 |
| Loi de mouvement trapézoïdale en vitesse Commande sans anticipation de l'accélération $\omega_1 = 708 \text{ rd/s}$, $\xi_1 = 0.95$, $\lambda = 5.623$ | | | | |

Tableau 5.20 : Cahier des charges de l'exemple 2

| M (kg) | a (m/s ²) | v (m/s) | ε (μm) | L (m) |
|--|-----------------------|---------|--------|-------|
| 500 | 10 | 1 | 20 | 1 |
| Loi de mouvement trapézoïdale en vitesse Commande sans anticipation de l'accélération $\omega_1 = 715 \text{ rd/s}$, $\xi_1 = 0.95$, $\lambda = 5.623$ | | | | |

5.3.3.2. Solutions minimales

La procédure de prédimensionnement recherche les solutions minimales correspondant aux choix structuraux retenus pour un cahier des charges CdC_{smc} donné. Pour les trois choix mécaniques :

- écrou fixe-vis non tendue : EF-VNT
- écrou fixe-vis tendue : EF-VT
- écrou tournant-vis tendue : ET-VT

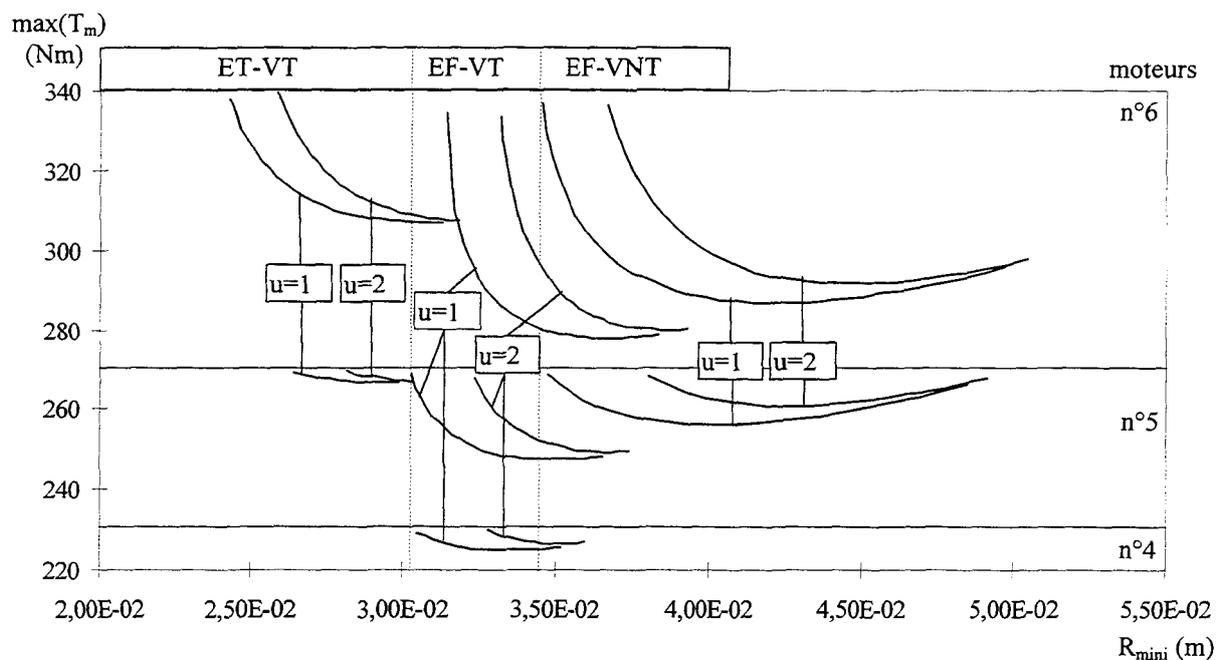
et les deux localisations de mesure :

- u = 1,
- u = 2,

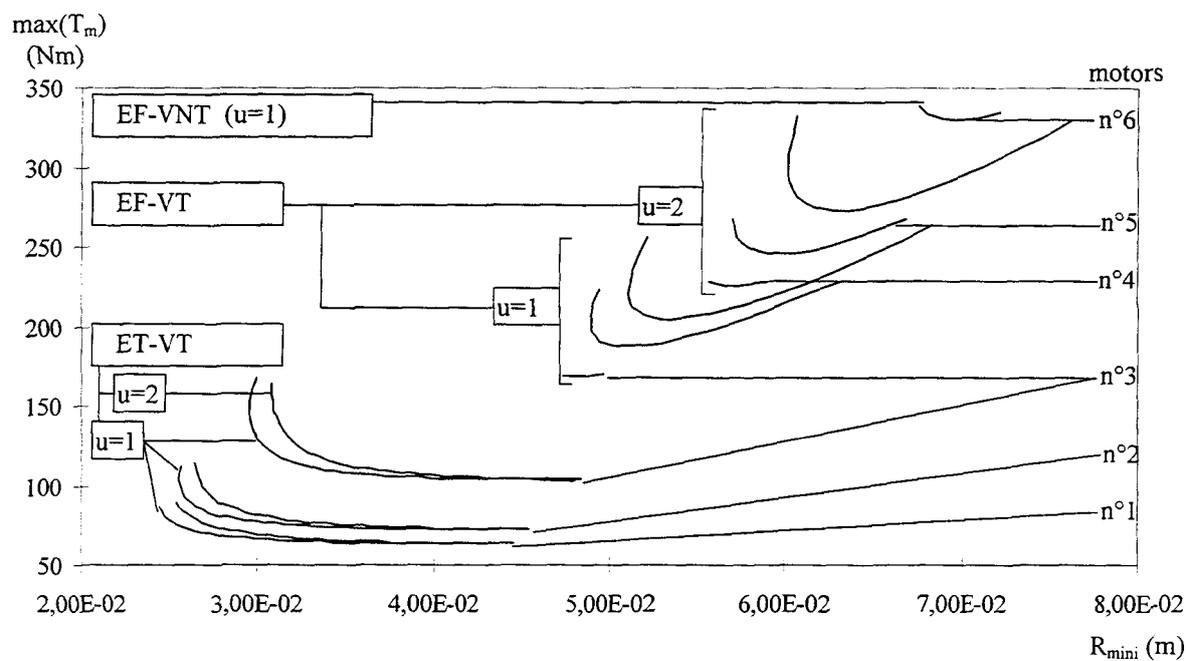
les solutions sont calculées à partir du catalogue moteurs du tableau 5.18.

En prenant un amortissement structural nul : $\mu_{22} = \omega_1 c/k = 0$, nous nous plaçons dans le cas le plus défavorable pour le prédimensionnement. Le matériau de la transmission est l'acier. Pour chaque choix structural, les figures 5.8 et 5.9 correspondant respectivement aux spécifications des tableaux 5.19 et 5.20 nous montrent, au plus, trois solutions correspondant aux trois moteurs les plus petits ; pour chaque solution, le couple moteur nécessaire maximum est tracé en fonction du rayon minimum de la vis. Ces résultats sont fonctions implicitement du rapport

de transmission et donc du pas de vis. Le dimensionnement de la vis ne correspond donc pas à une vis-à-billes d'un fabricant.



Solutions de l'exemple 1
Figure 5.8



Solutions de l'exemple 2
Figure 5.9

5.3.3.3. Commentaires

- Dans l'exemple 1, le choix de la localisation de la mesure de position influe sur le dimensionnement du mécanisme mais ne remet pas en cause les choix cinématiques. Par contre, dans l'exemple 2, la faisabilité du choix écrou fixe-vis non tendue (EF-VNT) dépend de la localisation de la mesure de position. Pour une mesure de position non colocalisée ($u = 2$), aucune solution n'existe et, pour une mesure de position colocalisée ($u=1$), il existe une solution avec le moteur n°6.

La répercussion de la localisation de mesures sur les choix mécaniques dépend du cahier des charges. Des choix de localisation de mesures peuvent donc, dans certains cas, conduire des choix mécaniques à une impasse.

- Dans l'exemple 1 (cf. figure 5.8), la minimalisation du rayon de la vis conduit au choix écrou tournant-vis tendue (ET-VT), alors que la minimalisation de l'actionneur nous fait choisir un écrou fixe-vis tendue (EF-VT). Dans l'exemple 2 (cf. figure 5.9), les minimalisations de la transmission et de l'actionneur nous orientent toutes deux vers la cinématique écrou tournant-vis tendue (ET-VT). Ce choix est intéressant à double titre pour de grandes courses, ce qui n'est pas le cas de l'exemple 1 : le rapport inertiel η décroît en embarquant le moteur et la vis devient un élément de structure de la base. Ce choix sous-entend néanmoins l'utilisation d'un élément de transmission supplémentaire, e.g. un système poulies-courroies ou alors l'utilisation d'un moteur creux intégré à la vis.
- Le choix écrou fixe-vis non tendue n'est pas adapté dans l'exemple 2. Par contre, dans l'exemple 1, si des critères de dimensionnement minimum conduisent le concepteur aux choix écrou fixe-vis tendue ou écrou tournant-vis tendue, des critères industriels de coût de la solution, de réalisation, de maintenance, etc., peuvent l'orienter vers la solution écrou fixe-vis non tendue.
- L'exemple 2 présente des solutions plus éparpillées selon les choix mécaniques que l'exemple 1, avec, respectivement, des gammes de couple moteur maximum de [50,340] contre [220,340].

Suivant le cahier des charges, les choix mécaniques ont une influence plus ou moins importante sur le dimensionnement minimum de l'actionneur.

Ces commentaires soulignent l'importance de l'incidence des choix structuraux sur le dimensionnement d'une solution et en montrent l'effet de seuil ((non) faisabilité de la solution correspondant à certains choix structuraux).

5.3.3.4. Validation

Afin de valider la procédure de prédimensionnement, nous reprenons l'exemple 1. Nous choisissons la solution qui minimise l'actionneur, c'est à dire la solution écrou fixe-vis tendue (EF-VT) avec une mesure non colocalisée de position ($u=2$). L'actionneur minimum est le moteur n°4. Ses caractéristiques sont :

$$J_m = 590.10^{-4} \text{ kg m}^2$$

$$T_m = 230 \text{ N m}$$

$$\omega_m = 125 \text{ rd s}^{-1}$$

Le prédimensionnement nous conduit au choix d'une vis de diamètre 72 mm et de rapport r 12 mm (pas ~ 75 mm/tr) :

$$R = 0.036 \text{ m}$$

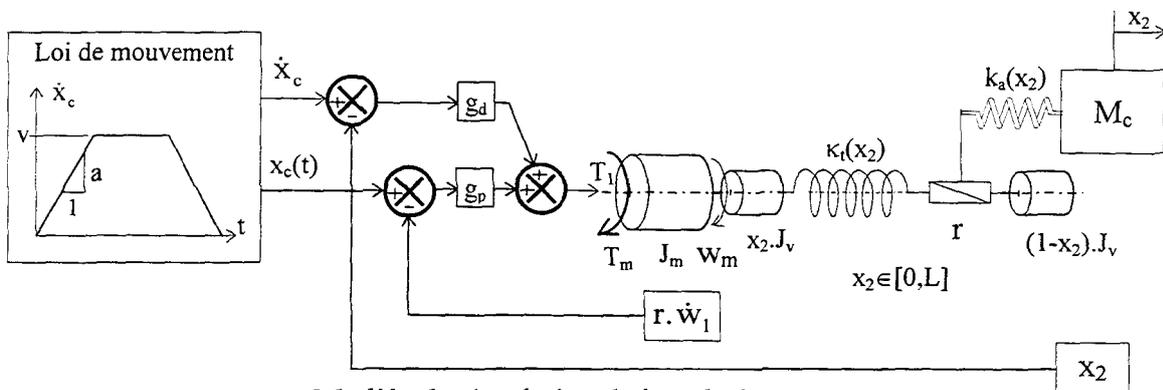
$$r = 0.012 \text{ m}$$

Du modèle interdisciplinaire (système d'équations (3.17) et (3.18) au paragraphe 3.1.2), nous déduisons les gains non optimaux de commande :

$$g_d = 1.194.10^6$$

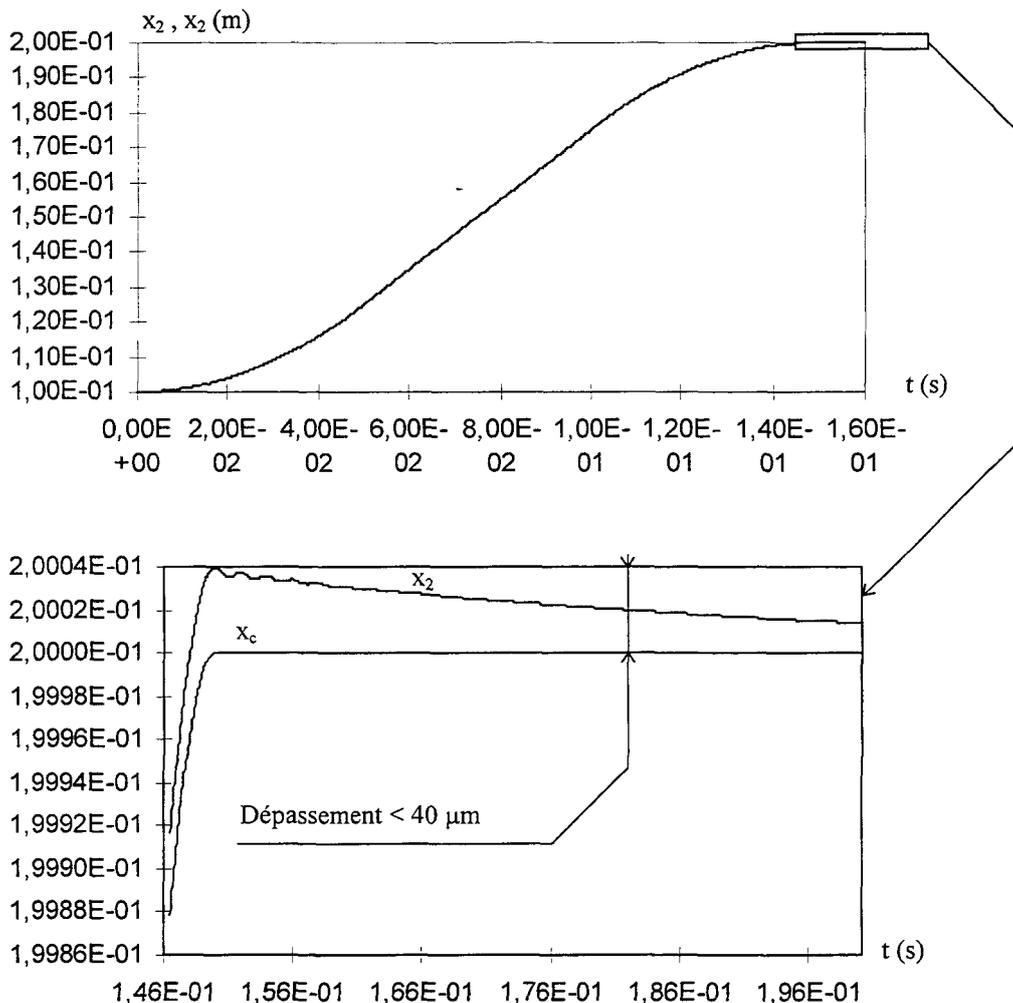
$$g_p = 3.564.10^8$$

Le modèle de simulation (cf. figure 5.10) comprend une partie mécanique à 3 degrés de liberté et paramètres variables ainsi qu'une partie commande avec une loi de mouvement trapézoïdale en vitesse et sans anticipation en accélération (cf. cahier des charges au tableau 5.19). La simulation (cf. figure 5.11) du mécanisme commandé prédimensionné donne entière satisfaction quant aux spécifications du tableau 5.19. La précision transitoire de 40 μm est notamment respectée pour une consigne à accélération et vitesse maximales.



Modèle de simulation de la solution retenue

Figure 5.10



Simulation de la solution retenue
Figure 5.11

5.3.4. Limites de la démarche synthétique et perspectives

Nous avons décrit et illustré une démarche synthétique de préconception. Une procédure de prédimensionnement pour les différents choix structuraux fournit les solutions minimales correspondantes à partir desquelles le concepteur peut réaliser ses choix. Cette démarche contient deux limites majeures :

- La procédure de prédimensionnement tend à rendre plus abstraits les résultats. Le concepteur éprouvera alors plus de difficultés à comprendre et interpréter les résultats.
- Pour établir cette procédure de prédimensionnement, nous avons retenu des modèles techniques plus éloignés de la réalité qu’au paragraphe 5.2. La simplification et le faible niveau de description des modèles entraînent une évaluation moins précise des choix structuraux.

La première limite, induite par des résultats plus abstraits, conduit à deux types de conséquences. Du fait de la faible transparence des résultats, le concepteur a moins d'éléments pour induire une solution innovante. Cette démarche synthétique amoindrit la créativité du concepteur, comme le montrent les commentaires des exemples des paragraphes 5.3.3 et 5.2.4. L'autre conséquence concerne plus directement les résultats eux-mêmes. Le prédimensionnement peut aboutir à des résultats qui ne correspondent pas à la réalité. A cause de leur caractère abstrait, le concepteur pourra ne pas déceler cette conséquence. Les exemples du paragraphe précédent illustrent bien cette remarque. Les diamètres de vis calculés ne correspondent pas à celui des vis proposées par les fabricants, et, surtout, les pas de vis calculés ne sont pas actuellement disponibles. D'autre part, la solution écrou tournant-vis tendue permet d'atteindre de hautes performances dynamiques pour des courses importantes, comme le montre l'exemple 2. Cette solution suppose néanmoins l'utilisation d'une transmission de type engrenage ou poulies-courroies, ou bien l'utilisation d'un moteur creux (intégration des composants moteur-écrou). La première alternative implique un accroissement d'inertie important (l'inertie du moteur est augmentée de celle de la transmission par poulie-courroie). La seconde alternative nécessite le développement de moteurs rotatifs creux pour les axes de machines.

Le faible niveau de description des modèles techniques, limitant la précision des résultats correspond à deux simplifications :

- Les organes secondaires environnant l'« ossature » (définie par les choix structuraux) de la solution sont ignorés, e.g. les accouplements, les butées, les paliers, la définition technologique des liaisons, les éléments de structure mécanique, etc. Tous ces éléments additionnels ont une inertie et une flexibilité qui tendent à dégrader les performances dynamiques estimées avec les modèles de préconception. Dans certains cas, l'encombrement de ces organes peut amener le concepteur à revoir ses choix structuraux.
- La description des solutions correspondant aux choix structuraux comporte des approximations. Par exemple, pour une vis-à-billes, un seul diamètre est utilisé. Or, pour le calcul de la raideur, le diamètre à fond de filet doit être utilisé et pour le calcul de l'inertie, un diamètre moyen donne des résultats plus précis. De même, nous utilisons une valeur identique pour la longueur d'une vis et pour sa course, alors que cette dernière est plus petite.

Ce faible niveau de description des solutions conduit à un avant-projet optimiste. Il convient alors de vérifier ces calculs de prédimensionnement en utilisant une description plus détaillée des solutions, comme cela est proposé en étapes 2 et 3 de la démarche pas à pas (cf. paragraphes 5.2.2 et 5.2.3). Une autre alternative est de rendre compte des incertitudes liées à la faible quantité de données sur les solutions potentielles; on peut envisager plusieurs méthodes :

- une méthode de pénalisation des résultats de prédimensionnement pour prendre en compte la dégradation des performances lors de la définition précise de la solution,
- une méthode qui s'apparente aux techniques de synthèse de commande robuste : l'utilisation de « marges de préconception » sur les paramètres de synthèse, comme ν et η , peut garantir un prédimensionnement peu sensible aux incertitudes de définition de la solution.

Néanmoins, il est clair que la préconception ne donnera pas une réponse absolue à un cahier des charges donné. L'étape de validation, suite au choix d'une structure, est primordiale pour garantir les choix structuraux. Cette étape de validation correspond à celle décrite pour la démarche pas à pas (étape 4 au paragraphe 5.2.3).

Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons appliqué l'étude interdisciplinaire à la préconception d'un axe en translation de machine équipé de vis-à-billes. La nécessité d'une démarche adéquate de préconception a été mise en évidence pour établir les choix structuraux. Avec deux types de démarches, nous avons montré la pertinence et la validité des lois de synthèse établies au chapitre 4.

Au premier paragraphe (paragraphe 5.1), le problème de conception d'un axe de machine a été posé à partir de son cahier des charges. Nous avons évoqué les multiples combinaisons de solutions qui s'offrent au concepteur. Cet aspect propre à la phase d'avant-projet souligne l'importance d'une démarche permettant de faire des choix mécaniques et automatiques, de façon rationnelle et appropriée à la préconception. A partir de l'étude interdisciplinaire entreprise aux chapitres 2, 3 et 4, nous avons développé deux démarches de préconception différentes pour les axes avec une transmission vis-écrou.

Une démarche de préconception pas à pas a été proposée au paragraphe 5.2. Les choix structuraux sont faits un à un : l'actionneur, le rapport de réduction, le montage de la vis et la cinématique du mécanisme. Cette démarche très progressive fait directement appel aux données des catalogues constructeurs et conduit à la validation de la solution avec les organes secondaires (accouplement, palier, etc.). La démarche pas à pas, quoique longue et délicate à gérer, favorise la compréhension et la créativité du concepteur. Nous avons montré plusieurs voies de développement des moteurs et des vis-à-billes. Les machines grande vitesse nécessitent des constantes d'actionneurs C_a plus élevées. De même, il serait souhaitable d'augmenter les pas de vis-à-billes. Enfin, nous avons souligné l'intérêt du développement de moteurs creux avec une constante C_a élevée. Nous avons également montré que le dimensionnement classique (statique) des vis n'est pas suffisant pour les axes grande vitesse, ce qui explique, en partie, l'abandon, par de nombreux constructeurs, de la vis-à-billes au profit des moteurs linéaires. Le dimensionnement dynamique du mécanisme à partir des spécifications du système mécanique commandé s'impose, mettant en évidence l'intérêt de l'étude interdisciplinaire.

Une démarche synthétique de préconception a été développée au paragraphe 5.3, afin d'évaluer simultanément différents choix structuraux et de comparer les solutions correspondantes. Trois choix mécaniques, ainsi que les deux choix de localisation des mesures

de position ont été retenus. Les modèles techniques sont simplifiés, afin d'établir une procédure de recherche automatique des solutions minimales. Cette démarche, plus rapide que la précédente, présente l'inconvénient d'être plus abstraite pour le concepteur. Deux exemples, extrêmes par leur cahier des charges, ont illustré l'importance des choix structuraux et l'interdépendance des choix mécaniques et automatiques. A l'issue de cette application, nous avons également éprouvé la nécessité du développement de vis à grand pas et de moteur creux. Un exemple nous a permis de valider les lois de synthèse du chapitre 4.

Au cours de ce chapitre, nous avons mis en oeuvre deux démarches différentes de préconception d'un mécanisme commandé et, surtout, nous avons montré la pertinence, la faisabilité et la validité de l'étude interdisciplinaire. Les modèles techniques utilisés en préconception fournissent des données sur le système à concevoir à partir du cahier des charges et d'un minimum de données sur les solutions potentielles :

- les phénomènes dominants qui limiteront les performances du système à concevoir (modèle interdisciplinaire),
- les caractéristiques dominantes des choix structuraux (modèles techniques).

La faible quantité de données relatives à la préconception induit une faible précision des résultats. L'objet de la préconception est l'aide aux choix de solution pour la conception, et donc l'établissement d'une structure pour la synthèse pluridisciplinaire. Chaque spécialiste peut alors déterminer des paramètres de cette structure par des techniques telles que l'optimisation.

Néanmoins, ce chapitre ayant trait à la préconception ne prétend pas établir une démarche complète et appropriée aux bureaux d'étude. Deux esquisses de préconception, avec leurs limites et leurs lacunes, ont été proposées, mettant ainsi en évidence les difficultés pour établir une démarche de préconception. En phase de préconception, deux compromis doivent être gérés :

- la progressivité de la démarche : rapidité / créativité.
- le niveau de description des modèles techniques (représentant les solutions envisageables).

Une formulation appropriée de la démarche de préconception n'est pas suffisante. La préconception nécessite également des outils et des modèles techniques. Des guide-métiers et des procédures de calcul destinés aux bureaux d'étude doivent être développés pour les mécanismes de transmission par système vis-à-billes. Dans la même optique, l'ensemble des

techniques associées aux différentes cinématiques de mécanismes doit être couvert : engrenage, poulies-courroies, mécanisme à barres articulées, etc.

Il subsiste donc un important travail de recherche à réaliser dans le domaine de la préconception des mécanismes, tant du point de vue des démarches que des outils et modèles. Ces études doivent être menées en parallèle de celle portant sur la conception intégrée des systèmes mécaniques commandés, étant donné la forte interaction de conception mécanique et automatique.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Dans ce mémoire, nous avons abordé la conception des mécanismes commandés par une approche interdisciplinaire. A partir des résultats de l'étude interdisciplinaire, nous avons proposé une préconception des axes de machine.

Le **chapitre 1** aborde la conception des systèmes mécaniques commandés. Nous avons reconnu dans le processus de conception ses particularités de problème inverse et d'activité pluridisciplinaire. La synthèse en phase de préconception est assimilée à un problème d'induction de structure; nous avons montré l'existence d'un champ d'activité interdisciplinaire pour la préconception de systèmes où l'interaction entre parties monodisciplinaires est prédominante. L'interaction dynamique entre le système mécanique et le système de commande apparaît pour l'augmentation des performances à travers le phénomène de spillover. Cette interaction dynamique entraîne un couplage des conceptions mécanique et automatique, couplage de conception que nous avons proposé de prendre en compte par une approche interdisciplinaire. Cette approche est étayée par une méthodologie de préconception des systèmes pluridisciplinaires. A partir des principes de hiérarchie et d'extrapolation, nous en avons déduit une méthode de séparation des études, selon les phénomènes physiques dominants et l'emploi de modèle minimum pour la synthèse.

Le **chapitre 2** concerne la modélisation du mécanisme commandé pour la synthèse interdisciplinaire. L'étude de l'interaction dynamique entre le système mécanique et le système de commande se fonde sur une formulation en termes de fonctions de transfert, à partir des caractéristiques dynamiques extrinsèques du système mécanique. La configuration des pôles et zéros d'une fonction de transfert de mécanisme est déterminante pour l'interaction dynamique. Nous en avons déduit un modèle interdisciplinaire de mécanisme commandé contenant le mode rigide contrôlé du mécanisme et le premier mode flexible, sujet au spillover, ainsi que la loi de commande avec une mesure de position et une mesure de vitesse, colocalisées ou non. Ce modèle interdisciplinaire est donc un modèle minimum du phénomène d'interaction.

Le **chapitre 3** a pour objet l'analyse de ce modèle en vue de la synthèse. Après avoir développé les équations et systèmes d'équations nécessaires à son étude, nous avons entrepris l'analyse de la précision stationnaire du mécanisme commandé et de la migration de ces pôles dans le plan complexe. Des propriétés de l'interaction ont été données, tant pour la précision en poursuite (consignes et anticipations classiques) et en régulation (forces de perturbation constantes) que pour la migration des pôles.

Les lois de synthèse du mécanisme à commander sont données au **chapitre 4**. L'inversion algébrique d'un système d'équations du modèle interdisciplinaire, ainsi que la spécification des performances par un placement souple des pôles, nous ont permis d'établir les lois de synthèse interdisciplinaire. Nous avons également formulé des lois de synthèse complémentaires pour la détermination de l'actionneur et du rapport de transmission d'un mécanisme. L'ensemble des lois de synthèse, mises sous une forme adimensionnelle, permet de déterminer les caractéristiques dynamiques du mécanisme, en prenant en compte la loi de commande et la localisation des mesures, à partir des spécifications de performances du mécanisme commandé.

L'objet du **chapitre 5** est l'application de l'étude interdisciplinaire à la préconception des axes de machine. Nous avons montré que, lors de l'établissement d'un avant-projet, le concepteur peut être confronté à de multiples combinaisons de choix possibles. Une difficulté de l'induction de structure d'une solution est d'évaluer chaque choix pour atteindre les spécifications du cahier des charges. Nous avons proposé deux démarches pour entreprendre la préconception d'un mécanisme de translation de type vis-écrou.

La première démarche est une démarche pas à pas permettant d'effectuer progressivement chaque choix structural, à partir des données des catalogues constructeurs. Elle permet au concepteur d'être plus créatif et inventif, mais présente l'inconvénient d'être peu rapide. Une démarche synthétique a été développée pour comparer simultanément l'effet de plusieurs choix structuraux, afin de choisir la meilleure solution. Néanmoins, cette démarche est plus abstraite et plus fermée au concepteur.

Ce chapitre, même s'il ne présente pas une démarche complète et directement utilisable par les bureaux d'étude, nous a permis de montrer l'intérêt de l'étude interdisciplinaire et de la valider. Suite aux résultats obtenus, nous avons également proposé

des orientations de développement des organes d'axes de machine grande vitesse : l'accroissement des pas de vis-à-billes et la construction de moteur rotatif creux à grande constante d'actionneur $C_a = T_m^2 / 2J_m$ pour les écrous tournants.

Cette problématique est de deux ordres : l'activité interdisciplinaire et l'existence d'un problème inverse. Pour une étude interdisciplinaire, la tâche de modélisation revêt une importance particulière, puisque, dépassant les frontières monodisciplinaires, nous devons reproduire le phénomène d'interaction sans « encombrer » le modèle de « détails monodisciplinaires ». Cette exigence rejoint celle de la résolution analytique du problème inverse : la création d'un modèle minimum et suffisant à l'étude entreprise. Le problème inverse en question a été résolu par une inversion algébrique de systèmes d'équations sous une forme non linéaire. Des travaux, non moins importants, ont été entrepris pour l'application des résultats théoriques. Un développement de démarche de préconception de systèmes techniques a été initié.

Nous avons circonscrit nos travaux à l'étude d'un système restreint, le mécanisme commandé avec un retour de position et de vitesse, afin de couvrir, durant la recherche effectuée pour ce mémoire, les champs méthodologique, de modélisation, de développements analytiques et applicatifs, ceci dans le cadre de la mécanique et de l'automatique. Par le biais de cette approche, nous entendons contribuer à la conception intégrée de systèmes mécaniques commandés. Les limites du système étudié suggèrent de nombreuses extensions et de nouvelles études.

Les limites de notre étude sont d'abord issues du modèle interdisciplinaire utilisé. Le mécanisme modélisé possède un comportement dynamique linéaire à phase minimum, sans couplage avec d'autres mécanismes (couplage dynamique des axes) ou avec l'environnement extérieur. Deux mesures, l'une en position et l'autre en vitesse, sont localisées, soit à l'actionneur (mesure colocalisée), soit à l'autre extrémité du mécanisme et éloigné du noeud de vibration du premier mode non modélisé (mesure non colocalisée). La loi de commande comprend une boucle de régulation par retour statique des mesures. L'étude de l'interaction est réalisée à partir du modèle contenant le premier mode flexible, sujet au spillover. L'étude

de l'anticipation et de la loi de mouvement d'un système de commande n'est pas abordée, exception faite de l'analyse de la précision stationnaire (anticipations et consignes classiques).

L'application de l'étude interdisciplinaire à la préconception des axes de machine nous a amenés à proposer deux démarches, chacune incomplète. Nous nous sommes restreints aux mécanismes de transmission par système vis-écrou, avec des modèles techniques dédiés aux choix de cinématique et de montage de vis. Les erreurs de description des modèles techniques n'ont pas été prises en compte lors de l'évaluation des choix. Cette application souligne donc les nombreux travaux à réaliser, tant sur les démarches de préconception que sur les modèles techniques correspondants aux différentes solutions techniques.

Dans le cadre de la conception des systèmes mécaniques commandés par une approche interdisciplinaire, de nombreux travaux restent à entreprendre. Nombre d'axes de machine et de mécanismes commandés ne correspondent pas au modèle interdisciplinaire employé dans ce mémoire. L'étude qui y est commencée doit être étendue à d'autres aspects, mécaniques et automatiques, qui ont, ou peuvent avoir, un rôle majeur :

- Des aspects mécaniques :
 - les systèmes à phase non minimum comme les segments de robot,
 - le mouvement dans le plan ou l'espace d'un mécanisme : basculement d'un corps en mouvement (e.g. la colonne d'une machine-outil), mouvement plan d'un mécanisme à barres articulées,
 - les forces extérieures, statiques et dynamiques,
 - la répercussion du couplage dynamique entre axes sur la synthèse d'un axe,
 - la non-linéarité du comportement dynamique du mécanisme lié à sa cinématique, à des effets locaux, tels que le frottement sec, ou à des forces de perturbation (force de coupe en usinage),
- Des aspects automatiques :
 - la localisation d'une mesure sur un noeud de vibration du premier mode non modélisé du mécanisme,
 - l'utilisation d'une mesure de contraintes mécaniques ou d'accélération,
 - l'implication des différents types d'anticipation et de lois de mouvement sur la conception mécanique,
 - les lois de commande d'ordre plus élevé que le simple retour statique de position et de vitesse,

- les lois de commande en effort,
- le comportement dynamique non négligeable des actionneurs ou des capteurs.

De plus, l'étude interdisciplinaire, entreprise dans ce mémoire, doit être étendue pour satisfaire plusieurs besoins de la conception mécanique :

- formulation appropriée des spécifications du cahier des charges d'un mécanisme en termes de précisions transitoire (dépassement) et stationnaire et en termes de bande passante,
- conception d'un élément de structure (e.g. une colonne de machine-outil, un segment de robot) à partir de lois de synthèse interdisciplinaire,
- calcul de l'amortissement structurel du matériau d'un mécanisme commandé avec des mesures non colocalisées.

La phase de préconception retient toute notre attention. Suite aux propositions de démarches de préconception et à leur mise en oeuvre dans ce mémoire, nous pensons que des travaux importants doivent être faits sur :

- La formulation d'une démarche pour :
 - gérer le compromis de progressivité (rapidité/créativité),
 - éviter au concepteur d'être confronté à de nombreuses combinaisons de solutions,
- Les guide-métiers et les procédures de calcul destinés aux bureaux d'étude,
- Les modèles techniques et les règles de prédimensionnement pour les choix mécaniques possibles.

Toutes les études que nous avons énoncées précédemment concourent au développement de méthodes et de modèles pour la conception intégrée des systèmes mécaniques commandés. A partir de l'approche interdisciplinaire, nous définissons quatre thèmes de recherche qui nous semblent contribuer à la conception intégrée des systèmes mécaniques commandés :

- Etude des particularités des mécanismes à commander pour leur conception : effort extérieur (application d'effort, force centrifuge et de Coriolis, force de frottement, etc.), comportement dynamique non linéaire, etc.
- Etude interdisciplinaire de mécanismes commandés avec différentes lois de commande et différentes mesures.
- Méthode de conception intégrant le système de génération de consigne (loi de mouvement, anticipation) et le servomécanisme.

- Méthode de conception des systèmes multi-axes intégrant les études de mécanismes commandés et des structures mécaniques.
- Méthodologie de conception des systèmes pluridisciplinaires, approches interdisciplinaire et pluridisciplinaire, démarche de conception.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [Anantharaman&al.95] M. Anantharaman, B. Fink, M. Hiller, S. Vogel: "Integrated development environment for mechatronic systems", Proceedings of the Third Conference on Mechatronics and Robotics, Paderborn, Germany, 54-69(1995)
- [Asada&al.91] H. Asada, J.H. Park, S. Rai: "A control-configured flexible arm: Integrated structure/control design ", Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2356-2362(1991)
- [Asada83] H. Asada: "A geometrical representation of manipulator dynamics and its application to arm design", ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, 105, 131-135 (1983)
- [Aublin&al.92] M. Aublin, R. Boncompain, M. Boulaton., D. Caron., E. Jealy, B. Lacage, J. Rea: "Systèmes mécaniques - Théorie et dimensionnement ", Dunod, Paris, 1992.
- [Balas78] M.J. Balas: "Feedback Control of Flexible Systems", IEEE Transactions on Automatic control, AC-18, 673-679(1978)
- [Balas79] M.J. Balas: " Direct velocity feedback control of large space structures", J. Guidance and Control, 2(3), 252-253(1979)
- [Belloy&al.95] P. Belloy, M. Tollenaere, S. Tichkiewitch, E. Chapa: "Intégration de connaissances métier dans la conception : exemple de l'usinage et de l'estampage", Actes du 4^e Colloque PRIMECA sur la conception Mécanique Intégrée, 79-85 (1995)
- [Belvin&Park90] W.K. Belvin, K. C. Park: "Structural tailoring and feedback control synthesis: an interdisciplinary approach", J. Guidance, 13(3) 424-429(1990)
- [BenAmara&al.96] A. BenAmara, D. Deneux, R. Soënen, A. Dogui: "Pré-dimensionnement en conception fonctionnelle", Revue internationale de CFAO et d'informatique graphique, 11(1-2) 133-147(1996)

- [Besse&al.93] F. Besse, A. Hadj-Said, J.-P. Lallemand: "Site expérimental d'un bras souple à deux axes", Actes du 11^e Congrès Français de Mécanique, Lille, 389-392(1993)
- [Bocquet&al.90] J.-C. Bocquet, P. Chedmail, H. Gachon, D. Play, S. Tichkiewitch: "Projet « PRIMECA » Pôle de Ressources Informatiques pour la MECANIQUE", Rapport de la commission pédagogique, 23 Mai, (1990)
- [Book&al.75] W.J. Book, O. Maizza-Neto, D.E. Whitney: "Feedback control of two beam, two joint systems with distributed flexibility", ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, december, 424-431(1975)
- [Book&Majette83] W.J. Book, M. Majette: "Controller design for flexible, distributed parameter mechanical arms via combined state space and frequency domain techniques", " ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, 105, 245-254(1983)
- [Borne&al.93] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J.-P. Richard, F. Rotella, I. Zambettakis: "Analyse et régulation des processus industriels - tome 1 : Régulation continue", Editions Technip, (1993)
- [Breedveld87] P.C. Breedveld : "Fundamentals of Bond Graph", University of Twente, (1987)
- [Bryson79] A.E. Bryson: "Some connections between modern and classical control concepts", ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, 101, 91-98(1979)
- [Bühler88] H. Bühler: "Conception de systèmes automatiques", Complément au Traité d'Electricité, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1988.
- [Cannon&Rosenthal84] R.H. Cannon Jr., D.E Rosenthal: "Experiments in control of flexible structures with noncolocated sensors and actuators", J. Guidance, 7(5), 546-553(1984)
- [Cannon&Schmitz84] R.H. Cannon Jr., E. Schmitz: "Initial Experiments on the End-Point Control of a Flexible One-Link Robot", International Journal Robotics Research 3(3), 62-75(1984)
- [Cetinkunt&Yu91] S. Cetinkunt, W.-L. Yu: "Closed-loop behavior of a feedback-controlled flexible arm: a comparative study", The International Journal of Robotics Reseach, 10(3), 263-275(1991)

- [Chapman&Bahill96] W.L. Chapman, A.T. Bahill : "Design, modeling, and prototyping", The Engineering Handbook, IEEE Press, 1732-1737(1996)
- [Chedmail&Gautier90] P. Chedmail, M. Gautier: "Optimum choice of robot actuator", ASME J. of Engineering for Industry, 112, 361-367(1990)
- [Chedmail86] P. Chedmail: "Robots structures and actuators optimization: a global formulation", Theory of Robots, IFAC Symposium, Vienna, Austria, 153-157(1986)
- [Chedmail90] P. Chedmail: "Synthèse de robots et de sites robotisés - Modélisation de robots souples", Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Nantes - ENSM, (1990)
- [Chedmail97] P. Chedmail: "Mechanism synthesis and optimization approach", Proceedings of the NATO ASI on Computational Methods in Mechanisms, Vol. I, 87-126, Varna, Bulgarie, 16-28 juin (1997)
- [Chin97] T.H. Chin: "New drive for motion control : survey of the techniques of vector-controlled induction motors without speed sensors", IUTAM Symposium on Interaction between Dynamics and Control in Advanced Mechanical Systems, Kluwer Academic Publishers, 75-82(1997)
- [Christian&Seering90] A.D. Christian, W.P. Seering: "Initial experiments with a flexible robot", IEEE International Conference on Robotics and Automation, 722-727(1990)
- [Cœuillet69] J. Cœuillet: "Choix des moteurs de servomécanismes", Automatismes, Tome XIV, 2, 56-67(1969)
- [Colgate&Hogan89] E. Colgate, N. Hogan: "The interaction of robots with passive environments: application to force feedback control", 4th International Conference on Advanced Robotics, Columbia, OH, June (1989)
- [Daidie&al.96] A. Daidie, X. Hernot, J. Guillot: "Recherche de la liaison optimale entre une roue d'engrenage et un arbre dans le cadre de la conception automatique d'un réducteur", Proceedings of the First International Conference IDMME'96, Nantes, France, 1013-1022(1996)
- [deLarminat96] P. de Larminat: "Automatique, commande des systèmes linéaires", Hermès, 2^e édition (1996)

- [Delattre] P. Delattre: "Recherches interdisciplinaires", Encyclopædia Universalis, Corpus 12, 433-438
- [DeLuca&Siciliano93] A. De Luca, B. Siciliano: "Regulation of flexible arms under gravity", IEEE Transactions on Robotics and Automation, 9(4), 463-467(1993)
- [Demaurex79] M.-O. Demaurex: "Approche théorique de la conception de la structure mécanique d'un robot industriel", Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, (1979)
- [Dequidt&al.97a] A. Dequidt, E. Valdès, J.M. Castelain: "Etude interdisciplinaire de la conception d'un axe de machine à hautes performances", Actes du 16^e Congrès Canadien de Mécanique Appliquée, Québec, 519-520(1997)
- [Dequidt&al.97b] A. Dequidt, J.M. Castelain, E. Valdès: "Mechanical predesign of high performance servomechanism", présenté au congrès NATO ASI on Computational Methods in Mechanisms, Varna, Bulgarie, 16-28 juin (1997)
Soumis à Mechanism and Machine Theory
- [Dequidt94] A. Dequidt: "Modélisation d'un servovérin en vue d'établir une compensation de frottement sec", Mémoire de DEA, Université de Valenciennes, (1994)
- [DeSmet&al.90] P.J. De Smet, E.I. Rivin, Y. Lou: "Robot performance as influenced by mechanical system", Annales du CIRP, 39(1), 383-386(1990)
- [Duchamp88] R. Duchamp: "La conception de produits nouveaux", Hermès, (1988)
- [Dugard88] L. Dugard: "Commande de robots flexibles", Techniques de la robotique, Tome 1, Hermès, chapitre 5, 145-168 (1988)
- [Duisinx&Fleury97] P. Duisinx, C. Fleury: "Optimisation géométrique et topologie en mécanique", Le dimensionnement en conception de produit, Université d'Automne PRIMECA, 18-20 nov. (1997)
- [Fanson&Caughey90] J.L. Fanson, T.K. Caughey: "Positive position feedback control for large space structures", AIAA Journal, 28(4), 717-724(1990)
- [Fioroni83] C. Fioroni: "Etude des chaînes cinématiques - Application aux mouvements d'avances dans les machines-outils", Thèse de Doctorat de 3^e cycle, Paris VI, (1983)

- [Formal'sky&Lavrovsky96] A.M. Formal'sky, E.K. Lavrovsky: "Stabilization of flexible one-link arm position: stability domains in the space of feedback gains", *The International Journal of Robotics Research*, 15(5), 492-504(1996)
- [Friedland86] B. Friedland: "Control system design - an introduction to state-space methods" Mc Graw-Hill (1986)
- [Gachon&al.97] H. Gachon, J.P. Pelle, E. Savattero : "Présentation générale", *Le dimensionnement en conception de produit*, Université d'Automne PRIMECA, 18-20 nov. (1997)
- [Garro&al.93] O. Garro, L. Lossent, P. Charpentier, P. Martin: "Aide à la conception d'architecture de machine-outil", *Revue d'automatique et de productique appliquées*, 6(2), 145-158(1993)
- [Garro92] O. Garro: "Conception d'éléments physiques de systèmes de production. Application aux machines-outils à architecture parallèle", *Thèse de Doctorat*, Université de Nancy I, (1992)
- [Géradin&Rixen96] M. Géradin, D. Rixen: "Théorie des vibrations. Application à la dynamique des structures", Masson, 2^e édition (1996)
- [Gevarter70] W.B.Gevarter: "Basic relations for control of flexible vehicles", *AIAA Journal*, 8(4), 666-672(1970)
- [Gille&al.71] J.-C. Gille, P. Decaulne, M. Pelegrin: "Théorie et calcul des asservissements linéaires", Dunod, (1971)
- [Goh&Caughey85] C.J. Goh, T.K. Caughey: "On the stability problem caused by finite actuator dynamics in the collocated control of large space structures", *International Journal of Control*, 41(3) 787-802 (1985)
- [Good&al.85] M.C. Good, L.M. Sweet, K.L. Strobel: "Dynamic models for control system design of integrated robot and drive systems", *ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 107, 53-59(1985)
- [Griethuysen92] J.-P. van Griethuysen: "The 'constructive-deductive' design approach - Application to power transmissions", *Annales du CIRP*, 41(1) 169-172(1992)
- [Guéguen95] O. Guéguen: "Etude et comparaison d'outils mécatroniques, application à la conception de systèmes mécaniques commandés", *Mémoire de DEA*, Université de Valenciennes, (1994)

- [Hernot&al.95] X. Hernot, A. Daidie, J. Guillot: "Décomposition fonctionnelle de mécanisme appliquée à la conception intégrée", Actes du 4^e Colloque PRIMECA sur la conception Mécanique Intégrée, 185-191(1995)
- [Hewit&al.97] J. R. Hewit, J. R. Morris, K. Sato, F. Ackermann: "Active force control of a flexible manipulator by distal feedback", Mechanism and Machine Theory, 32(5), 583-596(1997)
- [Howell&Midha96] L.L. Howell, A. Midha: "A loop-closure theory for the analysis and the synthesis of a compliant mechanisms", ASME J. of Mechanical Design 118, 121-125(1996)
- [Jin&Schmit92] I.M. Jin, L.A. Schmit: "Control design variable linking for optimization of structural/ control systems", AIAA Journal, 30(7), 1892-1900(1992)
- [Kallenbach&al.95] E. Kallenbach, K. König, E. Saffert, Chr. Schäffel, M. Eccarius: "Integrated design of shape and function in mechatronic systems", Proceedings of the Third Conference on Mechatronics and Robotics, Paderborn, Germany, 44-51(1995)
- [Kelly&al.94] R.Kelly, R. Ortega, A. Ailon, A. Loria: "Global regulation of flexible joint robots using approximate differentiation", IEEE Transactions on Automatic control, 39(6) 1222-1224(1994)
- [Khatib&Bowling95] O. Khatib, A. Bowling: "Optimization of the inertial and acceleration characteristics of non-redundant manipulators", Proceedings of the Third Conference on Mechatronics and Robotics, Paderborn, Germany, 500-509(1995)
- [Khot&Heise94] N. S. Khot, S. A. Heise: "Consideration of plant uncertainties in the optimum structural-control design", AIAA Journal, 32(3), 610-615(1994)
- [Korayen&Basu95] M.H. Korayen, A. Basu: "Optimal load of robotic manipulator with joint elasticity using accuracy and actuator constraints", International Journal Advance Manufacturing Technologie, 10, 427-434(1995)
- [Kruise90] L. Kruise: "Modeling and control of a flexible beam and robot arm", Thèse de Doctorat, University of Twente, The Netherlands (1990)
- [Lallemmand&Zeghloul94] J.-P. Lallemmand, S. Zeghloul : "Robotique - Aspects fondamentaux - Modélisation mécanique CAO robotique Commande", Masson (1994)

- [Le Moigne94] J.-L. Le Moigne: "La théorie du système général. Théorie de la modélisation", Presses Universitaires de France, 4^e édition (1994)
- [Lebrun86] M. Lebrun : "Contribution à une aide à l'analyse dynamique et à la conception de systèmes électrohydrauliques", Thèse d'Etat, Lyon I, (1986)
- [Lozano&Brogliato92] R. Lozano, B. Brogliato: "Adaptative control of robot manipulators with flexible joints", *IEEE Transactions on Automatic control*, 37(2), 174-181(1992)
- [Mare93] J.-C. Mare : "Contribution à la modélisation, la simulation, l'identification, et la commande d'actionneurs électrohydrauliques", Thèse d'Etat, Lyon I, (1993)
- [Martin78] G. Martin : "On the control of flexible mechanical systems", Thèse de Doctorat, Stanford University, (1978)
- [Mirski78] F. Mirski: "Méthodes et exemples d'analyse dynamique de machines dans les conditions industrielles", Thèse de Doctorat d'Etat, Paris VI, (1978)
- [Miu&Yang91] D.K. Miu, B. Yang: "On transfer function zeros of general colocated control systems with mechanical flexibilities", *Proceedings of ASME Winter Annual Meeting 91-WA-DSC-8*, 1-3(1991)
- [Miu91] D.K. Miu: "Physical interpretation of transfer function zeros for simple control systems with mechanical flexibilities", *ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 113, 419-424(1991)
- [Miu93] D.K. Miu: "Mechatronics Electromechanics and Contromechanics", Springer-Verlag, New York, 1993.
- [Moritz93] H. Moritz : "General considerations regarding inverse and related problems", *Proceeding of the international conference on Inverse problems - principles and applications in geophysics, technology and medicine*, Akademie Verlag GmbH, *Mathematical research* 74, 11-23(1993)
- [Nicosia&Tomei95] S. Nicosia, P. Tomei: "A global output feedback controller for flexible joint robots", *Automatica*, 31(10), 1465-1469(1995)
- [Pahl94] G. Pahl : "Fundamentals of engineering design", *Dubbel Handbook of Mechanical Engineering*, Springer Verlag, E1-E33(1994)

- [Park&Asada90] J.H. Park, H. Asada: "Design and control of minimum-phase flexible arms with torque transmission mechanisms", Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1790-1795(1992)
- [Park&Asada92] J.H. Park, H. Asada: "Integrated structure/control design of a two-link nonrigid robot arm for high speed positioning", Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 735-741(1992)
- [Park&Asada94] J.H. Park, H. Asada: "Dynamic analysis of noncollocated flexible arms and design of torque transmission mechanisms", ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, 116, 201-207(1994)
- [Pfeiffer&Gebler88] F. Pfeiffer, B. Gebler: "A multistage approach to the dynamics and control of elastic robots", IEEE Conference on Robotics and Automations, 2-8(1988)
- [Pil&Asada95] A. Pil, H. Asada: "Rapid recursive structure redesign for improved dynamics of a single link robot", ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, 117,520-526(1995)
- [Preumont&al.92] A. Preumont, J.-P. Dufour, C. Malékian: "Active damping by a local force feedback with piezoelectric actuators", J. Guidance, Control and Dynamics, 15(2), 390-395(1992)
- [Preumont&Loix95] A. Preumont, N. Loix: "Robust active damping with acceleration feedback", Internationnal Symposium MV2 Active Control in Mechanical Engineering, Hermès, 269-279(1995)
- [Pruvot93] F. Pruvot: "Conception et calcul des machines-outils. Volume 1: Généralités, morphologie, plan général", Presses polytechniques et universitaires romandes, (1993)
- [Rai&Asada95] S. Rai, H. Asada: "Integrated structure/control design of high speed flexible robots based on time optimal control", ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, 117, 503-512(1995)
- [Ravalard&al.97] Y. Ravalard, P. Drazetic, B. Marget: "Méthodologie de dimensionnement de véhicules ferroviaires anti-crash", Le dimensionnement en conception de produit, Université d'Automne PRIMECA, 18-20 nov. (1997)
- [Razik91] H. Razik: "Contribution à l'étude de la commande d'axe par mode glissant", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, (1991)

- [Rieu&al.94] D. Rieu, D. Constant, G.T. Nguyen, M. Tollenaere : "Conception intégrée des liaisons mécaniques", Proceedings of the IFIP international conference Feature Modeling and Recognition in Advanced CAD/CAM Systems, 275-292(1994)
- [Rivin&al.85] E.I. Rivin, A. Zeid, A. Rastgu-Ghamsari: "Dynamic effects associated with joint compliance in cartesian-frame manipulators", IFAC Robot Control, Syroco, Barcelona, Spain, 193-197(1985)
- [Rivin84] E.I. Rivin: "Analysis of structural compliance for robot manipulators", Robotics and factories of the future, Proceedings of International Conference, Charlotte, USA, 262-269(1984)
- [Rivin85] E.I. Rivin: "Effective Rigidity of robot structures: analysis and enhancement", Proceedings of American Control Conference, 381-382(1985)
- [Roelofs&Heuvelman92] H.H.B. Roelofs, C.J. Heuvelman: "Optimization of design tolerances servomechanisms", Annales du CIRP, 41(1), 467-471 (1992)
- [Sangveraphunsiri&al.84] V. Sangveraphunsiri, W.J. Book, S.L. Dickerson: "Considerations in selection of DC motors for lightweight arms", Proceedings of International computers in Engineering Conference, Las Vegas, 181-185(1984)
- [Schmitz85] E. Schmitz: "Experiments on the end-point position control of a very flexible one-link manipulator", Thèse de Doctorat, Stanford University, (1985)
- [Seering&Pasch84] W.P. Seering, K.A. Pasch: "Methods for choosing actuators and transmission components for high performance manipulators", NATO ASI Series F11, Springer-Verlag, Berlin, 97-108(1984)
- [Seto&Mitsuta94] K. Seto, S. Mitsuta: "A new method for making a reduced-order model of flexible structures using unobservability and uncontrollability and its application in vibration control", JSME International Journal, Series C, 37(3), 444-449(1994)
- [Shiller&Sundar91] Z. Shiller, S. Sundar: "Design of robotic manipulators for optimal dynamic performance", Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 344-348(1991)
- [Siciliano&Book88]. B. Siciliano, W.J. Book: "A singular perturbation approach to control lightweight flexible manipulators ", The International Journal of Robotics Reseach, 7(4), 79-90(1988)

- [Silberberg&al.93] Y. Silberberg, J. Guillot, C. Bohatier: "Base de connaissances orientée objet pour la conception de mécanismes par approche fonctionnelle", 11^e Congrès français de mécanique, 301-304(1993)
- [Silberberg94] Y. Silberberg: "Réalisation d'un système intelligent d'aide à la conception de mécanisme - Application à la réalisation d'un arbre de transmission" Thèse de Doctorat, Clermont Ferrand 2, (1994)
- [Sim&Lee91] E. Sim, S. W. Lee: "Active vibration control of flexible structures with acceleration or combined feedback", AIAA Conference 91-1015-CP, 744-753(1991)
- [Singer&Seering89] N.C. Singer, W.P. Seering: "Design and comparison of command shapings methods for controlling residual vibration", IEEE International Conference on Robotics and Automation, 888-893(1989)
- [Singer&Seering90] N.C. Singer, W.P. Seering: "Preshaping command inputs to reduce system vibration", ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, 112, 76-82(1990)
- [Spanos89] J.T. Spanos: "Control-structure interaction in precision pointing servo loops", J. Guidance, 12(3), 256-263(1989)
- [Spector&Flashner89] V.A. Spector, H. Flashner: "Sensitivity of structural models for noncollocated control systems", ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, 111, 646-655(1989)
- [Spector&Flashner90] V.A. Spector, H. Flashner: "Modeling and design implications of noncollocated control in flexible systems", ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, 112, 186-193(1990)
- [Spong87] M. W. Spong: "Modeling and control of elastic joint robots", ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, 109, 310-319(1987)
- [Steinle94] J. Steinle: "Controller design with observer for the control of elastic joint robots ", IUTAM Symposium, The Active Control of Vibration, 109-114(1994)
- [Suh95] N.P. Suh: "Axiomatic design, in mechanical systems", Transactions of the ASME, Special 50th Anniversary Design Issue, 2-10(1995)

- [Sweet&Good85] L.M. Sweet, M.C. Good: "Redefinition of the robot motion-control problem", IEEE Control Systems Magazine, August 18-25(1985)
- [Takahashi&al.96] K. Takahashi, T. Murakami, K. Ohnishi: "A vibration control of two-link flexible manipulator", Mechatronics'96, 359-364(1996)
- [Thomas&al.85] M. Thomas, H.C. Yuan-Chou, D. Tesar: "Optimal actuator sizing for robotic manipulators based on local dynamic criteria", ASME J. Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 107, 163-169(1985)
- [Tichkiewitch&al.95] S. Tichkiewitch, E. Chapa, P. Belloy: "Un modèle produit multi-vues pour la conception intégrée", Actes du congrès international de génie industriel de Montréal, Québec, 1989-1998(1995)
- [Tichkiewitch94] S. Tichkiewitch : "De la CFAO à la conception intégrée", Revue internationale de CFAO et d'infographie, 9(5), 609-621(1994)
- [Tomei91] P. Tomei: "A simple PD controller for robots with elastic joints", IEEE Transactions on Automatic control, 36(10), 1208-1213(1991)
- [Valdès&al.96] E. Valdès, A. Dequidt, N. Maiza, J.-P. Leroy, J.-M. Castelain : "A methodology for the machine-tools servomechanisms design", Proceedings of the First International Conference IDMMME'96, Nantes, France, 663-674(1996)
- [Valdès&al.97] E. Valdès, A. Dequidt, J.-M. Castelain : "Méthode et modèles d'une démarche de conception mécatronique de servomécanismes" en allemand, III. Magdeburger Maschinenbau-Tage Entwicklungs Methoden und Entwicklungs Prozesse im Maschinenbau, Magdeburg, Allemagne, 11-13 septembre 1997.
- [Valdès93] E. Valdès: "Contribution à la commande hybride force/position de manipulateurs flexibles", Thèse de Doctorat, ENSAM Paris, (1993)
- [VanDenBossche87] E. Van Den Bossche: "Etude et commande adaptative d'un bras manipulateur souple", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, (1987)
- [Venkayya&Tischler85] V.B. Venkayya, V.A. Tischler: "Frequency control and its effect on the dynamic response of flexible structures", AIAA Journal, 23(11), 1768-1774(1985)

- [Vischer&Khatib95] D. Vischer, O. Khatib: "Design and development of high-performance torque-controlled joints", IEEE Transactions on Robotics and Automation, 11(4), 537-544(1995)
- [Vries94] T.J.A. de Vries: "Conceptual design of controlled electro-mechanical systems - a modeling perspective", Thèse de Doctorat, University of Twente, The Netherlands (1994)
- [Wang86] C.-C. Wang: "The optimal design robot drive system-gear ratios and actuator impedances", Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 67-74(1986)
- [Wie&Byun87] B. Wie, K. Byun: "A new concept of generalized structural filtering for active vibration control synthesis", AIAA Paper 87-2456, (1987)
- [Wie&Plescia84] B. Wie, C.T. Plescia: "Attitude stabilization of a flexible spacecraft during stationkeeping maneuvers", J. Guidance, Control and Dynamics, 7, 430-436(1984)
- [Wilmert&al.78] K.D. Wilmert, W.A. Thornton, M.R. Khan: "A hierarchy of methods for analysis of elastic mechanisms with design applications", Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conference, Mineapolis, 1-8(1978)
- [Yang&al.94] L.-F. Yang, M.-S. Chew, J.-N. Juang: "Concurrent mechanism and control design for the slewing of flexible space structures", ASME J. of Mechanical Design, 116, 944-951(1994)
- [Yannou&al.95] B. Yannou, A. Vasiliu, M. Mekhilef: "Plate-forme de conception de mécanismes plans basée sur une approche de cinématique qualitative", Actes du 4^e Colloque PRIMECA sur la conception Mécanique Intégrée, 175-183 (1995)
- [Yu95] Y.Q. Yu: "Active design of a space mechanism with optimal characteristics", Mechanism and Machine Theory 30(3), 451-459(1995)
- [Zaremba96] A. T. Zaremba: "Adaptative control of flexible link manipulators using a pseudolink dynamic model", Dynamics and Control, 6(2) 179-198(1996)

ANNEXE A

LOIS DE COMMANDE FONDAMENTALES DES MECANISMES LINEAIRES

Nous rappelons dans cette annexe les fondements de la commande d'un mécanisme. Du point de vue d'une description modale de la dynamique, le système de commande permet de contrôler le mode de corps rigide du mécanisme. Nous nous intéressons à la commande en position qui nécessite au minimum une mesure de position et une mesure de vitesse. Le mécanisme à commander peut être modélisé par un système mécanique (SM) rigide ou par un SM flexible.

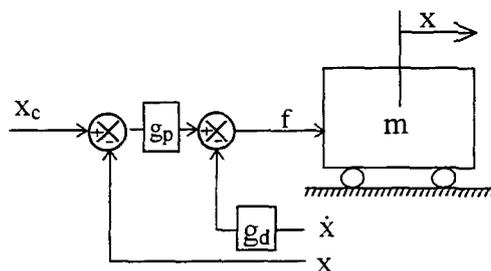
1. Commande d'un mécanisme supposé rigide

Nous supposons, dans un premier temps, le mécanisme parfaitement rigide. On peut décrire le comportement dynamique du mécanisme dans l'espace unidimensionnel du mouvement de corps rigide; le modèle mécanique sera représenté par un simple mobile en translation (cf. figure A1) :

$$f = m \ddot{x} \quad (a1)$$

La commande d'un tel système avec un retour d'état, c'est à dire avec un retour de la position x et un retour de la vitesse \dot{x} revient à une loi de commande de type proportionnelle dérivée (PD). La boucle de régulation s'écrit (équation 2.29) :

$$f = g_p(x_c - x) - g_d \dot{x} \quad (a2)$$



Mécanisme rigide commandé en position
Figure A1

A partir de (a1) et (a2), nous écrivons la fonction de transfert du servomécanisme :

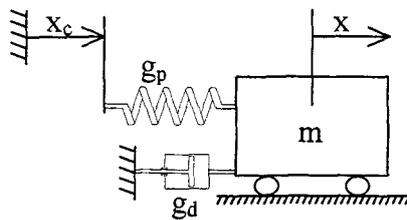
$$\frac{x(s)}{x_c(s)} = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_r^2} + \frac{2\xi_r}{\omega_r} s + 1} \quad (a3)$$

avec :

$$\omega_r = \sqrt{\frac{g_p}{m}} \quad (a4)$$

$$\xi_r = \frac{g_d}{2\sqrt{g_p m}}$$

Le servomécanisme est donc équivalent au système masse-ressort de la figure A2.

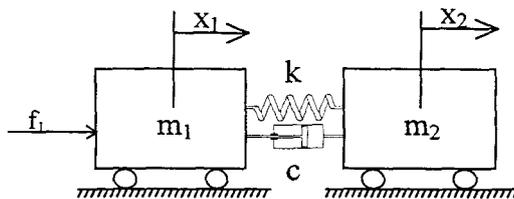


SM équivalent au servomécanisme rigide
Figure A2

L'augmentation des gains g_p et g_d met en évidence le comportement flexible du mécanisme.

2. Commande d'un mécanisme flexible

Nous modélisons le comportement dynamique flexible d'un mécanisme par un système deux masses-ressort-amortisseur (cf. figure A3). L'état de ce SM comporte la position et la vitesse des deux masses : x_1 , \dot{x}_1 , x_2 et \dot{x}_2 .



Modèle de mécanisme flexible
Figure A3

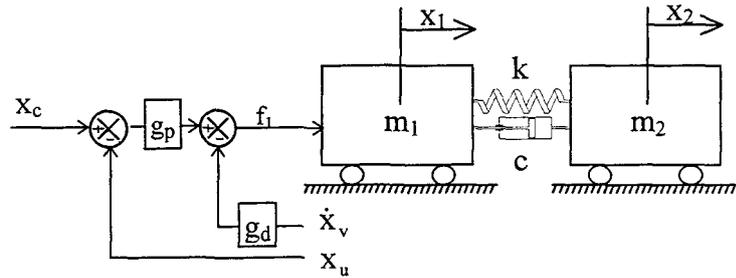
La loi de commande du mode rigide exposée au paragraphe précédent est un retour d'état incomplet du modèle de la figure A3. L'objectif est ici d'asservir x_2 (la position de la charge ou de l'effecteur) à la consigne x_c . Un retour d'état complet contrôle le mode rigide et le premier mode flexible.

2.1. Retour d'état incomplet

La loi de commande (a2) et le modèle de la figure A3 forment un servomécanisme flexible avec un retour d'état incomplet (cf. figure A4); il constitue le modèle d'étude de ce mémoire (cf. chapitre 2). Un choix de l'endroit des mesures est donc possible :

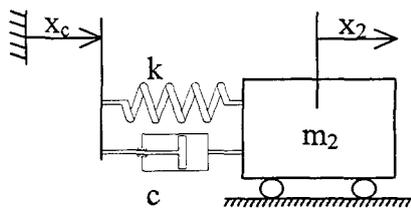
$$u=1 \text{ ou } 2, v=1 \text{ ou } 2$$

$$f_1 = g_p(x_c - x_u) - g_d \dot{x}_v \quad (\text{a5})$$



Servomécanisme flexible avec retour d'état incomplet
Figure A4

Pour $u=v=1$, on montre que le servomécanisme possède les caractéristiques d'un système passif (système toujours stable). Cette propriété est montrée, par exemple, pour un manipulateur avec des articulations flexibles [Tomei91]. Quand les gains g_p et g_d deviennent très grand, (pour $u=v=1$), le servomécanisme est équivalent au système de la figure A5 [Valdès93].



SM équivalent au
servomécanisme flexible avec $u=v=1$ et $g_p, g_d \rightarrow \infty$
Figure A5

Le mode flexible du modèle est un mode non contrôlé par la commande; il constitue la modélisation d'une limite à l'augmentation des performances du servomécanisme.

2.1. Retour d'état complet

Le retour d'état complet du modèle de la figure A3 consiste en un retour des mesures de l'état du SM : x_1, \dot{x}_1, x_2 et \dot{x}_2 . La boucle de régulation s'écrit :

$$f_1 = (g_{p1} + g_{p2})x_c - [g_{p1} \ g_{d1} \ g_{p2} \ g_{d2}][x_1 \ \dot{x}_1 \ x_2 \ \dot{x}_2]^T \quad (\text{a6})$$

En reprenant l'équation (2.27) du modèle de mécanisme flexible (cf. chapitre 2), où $c_1=c_2=0$, nous pouvons écrire le système d'équations suivant qui se déduit du dénominateur des fonctions de transfert du servomécanisme, comme au paragraphe 3.1 du chapitre 3, avec la loi de commande (a4) :

$$\begin{cases} \delta_3 = \frac{c}{m_{eq}} + \frac{g_{d1}}{m_1} \\ \delta_2 = \frac{k}{m_{eq}} + \frac{c(g_{d1} + g_{d2})}{m_1 m_2} + \frac{g_{p1}}{m_1} \\ \delta_1 = \frac{k(g_{d1} + g_{d2})}{m_1 m_2} + \frac{c(g_{p1} + g_{p2})}{m_1 m_2} \\ \delta_0 = \frac{k(g_{p1} + g_{p2})}{m_1 m_2} \end{cases} \quad (a5)$$

La résolution de ce système de 4 équations à 4 inconnues g_{p1} , g_{d1} , g_{p2} et g_{d2} nous fournit l'expression des gains de commande en fonction des paramètres du SM :

$$\begin{cases} g_{d1} = m_1 \left(\delta_3 - \frac{c}{m_{eq}} \right) \\ g_{d2} = \frac{m_1 m_2}{k} \left(\delta_1 - \frac{c}{k} \delta_0 \right) - m_1 \left(\delta_3 - \frac{c}{m_{eq}} \right) \\ g_{p1} = m_1 \left(\delta_2 - \frac{k}{m_{eq}} - \frac{c}{k} \delta_1 - \frac{c^2}{k^2} \delta_0 \right) \\ g_{p2} = m_1 \left(\left(\frac{m_2}{k} + \frac{c^2}{k^2} \right) \delta_0 + \frac{c}{k} \delta_1 - \delta_2 + \frac{k}{m_{eq}} \right) \end{cases} \quad (a6)$$

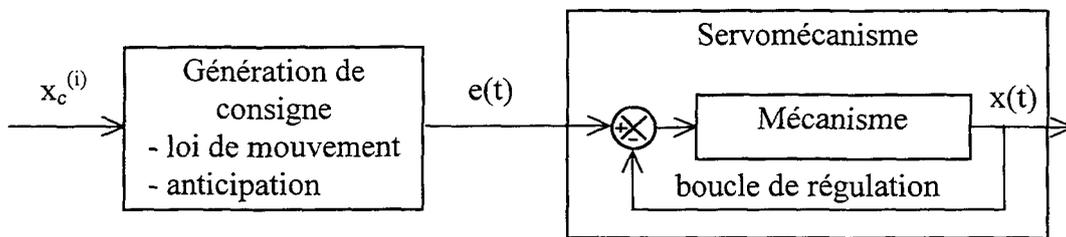
Un tel modèle de servomécanisme ne comporte pas de modélisation de la dynamique non contrôlée du mécanisme, contrairement à celui du paragraphe précédent.

Les retours d'état (a5) et (a6) sont des retours d'état statiques. Des transformations dynamiques du retour d'état ou d'une partie constituent un retour d'état dynamique comme par exemple les retours avec observateur de l'état [Bryson79].

ANNEXE B

TECHNIQUES D'ANTICIPATION ET LOIS DE MOUVEMENT DE SERVOMECHANISMES

On distingue habituellement dans les systèmes de commande (SC) de mécanisme la partie génération d'une consigne et la partie asservissement du mécanisme à cette consigne par une boucle de régulation (cf. figure B1). La génération de consigne est d'une importance cruciale pour atteindre avec un servomécanisme donné (le mécanisme et sa boucle de régulation) la réponse temporelle souhaitée du mécanisme commandé. Elle comprend deux éléments essentiels : la loi de mouvement et l'anticipation.



Mécanisme commandé

Figure B1

Pour déterminer la génération de consigne d'un mécanisme commandé en position, il est nécessaire de choisir une loi de mouvement du mécanisme fournissant la consigne de position $x_c(t)$ que la position du mécanisme $x(t)$ doit suivre; une anticipation permet d'améliorer le comportement dynamique du servomécanisme.

Une consigne en position peut être augmentée d'une anticipation de la vitesse de consigne et de l'accélération de consigne avec une estimation de l'inertie \tilde{m} du mécanisme :

$$e(t) = g_p x_c(t) + e_A(t) \quad (b1)$$

$$e_A(t) = g_d \dot{x}_c(t) + \tilde{m} \ddot{x}_c(t) \quad (b2)$$

Ici, l'anticipation permet d'améliorer le comportement dynamique rigide du servomécanisme de telle façon que le signal d'erreur ($x_c - x$) du mécanisme rigide commandé se comporte comme un second ordre non excité. L'anticipation permet également par exemple de compenser l'erreur de position due à la gravité [DeLuca&Siciliano93].

La consigne $x_c(t)$ est déterminée par une loi de mouvement compte tenu de la tâche mécanique à réaliser (déplacement point à point, suivi de trajectoire). Il est nécessaire de

transformer les points de passage $x_c^{(i)}$ ou bien la trajectoire $\{x_c^{(i-1)}, x_c^{(i)}\}$ en une consigne $x_c(t)$ tel que :

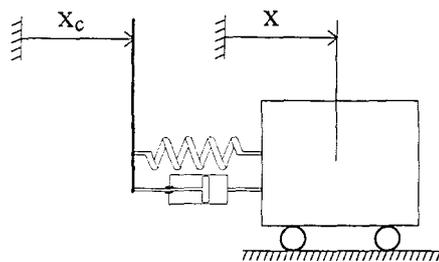
$$x_c(t) = x_c^{(i-1)} + \Delta(d) (x_c^{(i)} - x_c^{(i-1)}) \quad (b3)$$

$$\text{avec } d = \frac{t - t^{(i-1)}}{t^{(i)} - t^{(i-1)}} \text{ et } d \in [0,1]$$

Il faut donc définir la loi de mouvement $\Delta(d)$. Elle peut être donnée, par exemple, par une loi en échelon, une loi en rampe, une loi à accélération constante, une loi à jerk constant, etc, ou une combinaison de ces lois.

En considérant que le mécanisme est flexible, ces types de lois de mouvement sont étudiés dans [Demaurex79] sur la base du modèle de la figure B2 où l'actionneur est supposé parfaitement asservi à la consigne de position (et, par conséquent, la vitesse et l'accélération de l'actionneur sont exactement celles de la loi de mouvement). Dans [Demaurex79], la consigne est qualifiée par l'ordre de l'équation différentielle de la loi de mouvement, appelée « douceur », et les données de temps de parcours ($t^{(i)} - t^{(i-1)}$) et de dépassement autorisé permettent de déterminer la fréquence du premier mode flexible d'un bras de robot. L'auteur s'est placé dans le cas le plus défavorable de la réponse vibratoire $x(t)$, à savoir la coïncidence d'une grande oscillation avec la fin du temps de parcours; le dépassement estimé est ainsi le plus grand possible.

Prenant en compte une loi de consigne à accélération constante (loi bang-bang en accélération) et sur la base du même modèle (cf. figure B2), le temps de parcours par rapport au premier mode flexible d'un bras de robot peut être réglé pour qu'il coïncide avec le premier minimum du dépassement [Christian&Seering90] [Besse&al.93]. Ces études [Demaurex79] [Christian&Seering90] [Besse&al.93] établissent un lien direct entre la loi de mouvement de la consigne et le mécanisme flexible, en négligeant l'interaction dynamique SM-SC.



Mécanisme flexible commandé par le signal d'entrée x_c

Figure B2

Des lois de mouvement ont été mises au point pour minimiser le jerk (permettant de limiter l'excitation des modes vibratoires) ou pour minimiser l'énergie nécessaire au SC (cf. [Miu93]).

La génération de consigne peut être vue du point de vue fréquentiel. La loi de mouvement et l'anticipation peuvent être appréhendées via des techniques de préfiltrage. Elles doivent répondre à deux objectifs antinomiques : la minimisation du temps de parcours et la minimisation de l'excitation des modes flexibles, tout en ne dépassant pas les limites de l'actionneur (sinon, la saturation de l'actionneur amoindrit les qualités du SC). Des techniques de filtrage conduisent à des spectres à « trous » du signal de consigne correspondant aux fréquences propres du servomécanisme afin de ne pas exciter les modes flexibles du mécanisme. Ces techniques posent le problème de la robustesse aux variations des paramètres et aux incertitudes de modélisation [Singer&Seering89] [Singer&Seering90]. Dans le domaine de Laplace, elles sont équivalentes à des simplifications pôles/zéros. A.D. Singer et W.P. Seering présentent dans [Singer&Seering89] [Singer&Seering90] une technique de filtrage acausale robuste.

Pour l'étude dynamique du mécanisme commandé, on dissocie la partie loi de mouvement - anticipation de la partie servomécanisme. En effet, ces deux parties répondent à des problématiques de conception différentes. Le servomécanisme sera conçu pour avoir un mode dominant suffisamment rapide et bien amorti. Les autres modes ne doivent pas dégrader la réponse temporelle. La loi de mouvement et l'anticipation sont choisies pour que le servomécanisme atteigne les exigences de rapidité et de précision, tout en tenant compte des limites du servomécanisme (actionneur, modes vibratoires mal amorties). Les spécifications de placement de pôles du servomécanisme seront donc déduites du type de loi de mouvement et d'anticipation afin de vérifier les exigences de performances (rapidité et de précision).

ANNEXE C

INVERSION ALGEBRIQUE DU MODELE INTERDISCIPLINAIRE

L'objet de cette annexe est d'obtenir les expressions de ω_{z1} et ω_f ainsi que leur domaine de définition pour chacune des 4 localisations de mesures. Nous reprenons les systèmes d'équations posés au chapitre 4 :

- Mesure de vitesse colocalisée $v = 1$:

$$(4.7) : \begin{cases} -\tau_{z2}^2 \omega_f^2 \omega_{z1}^2 + \omega_f^2 + \delta_3 \tau_{z2} \omega_{z1}^2 - \delta_2 + \delta_0 \frac{2-u}{\omega_{z1}^2} = 0 \\ -\tau_{z2} \omega_f^2 \omega_{z1}^2 + \delta_3 \omega_{z1}^2 + \delta_0 \tau_{z2} - \delta_1 = 0 \end{cases}$$

- Mesure de vitesse non colocalisée $v = 2$:

$$(4.8) : \begin{cases} \tau_{z2} \omega_f^2 - \delta_3 = 0 \\ -\omega_f^2 - \delta_0 \left((2-u) \frac{1}{\omega_{z1}^2} - \tau_{z2}^2 \right) - \delta_1 \tau_{z2} + \delta_2 = 0 \end{cases}$$

Pour alléger l'écriture, nous prendrons :

$$\begin{aligned} \tau_{z2} &\rightarrow \tau \\ \omega_{z1}^2 &\rightarrow z \\ \omega_f^2 &\rightarrow f \end{aligned} \tag{c1}$$

1. Mesures de vitesse colocalisée et de position colocalisée ($v=1, u=1$)

D'après (4.7) et (c1), nous écrivons le système d'équations pour $u=1$:

$$\begin{cases} -\tau^2 z^2 f + z f + \delta_3 \tau z^2 - \delta_2 z + \delta_0 = 0 \\ -\tau z f + \delta_3 z + \delta_0 \tau - \delta_1 = 0 \end{cases} \tag{c2}$$

Du système d'équations (c2), nous tirons les équations (c3) et (c4) :

$$\tau(\delta_3 - \tau f)z^2 + (f - \delta_2)z + \delta_0 = 0 \tag{c3}$$

$$(\delta_3 - \tau f)z = \delta_1 - \delta_0 \tau \tag{c4}$$

- Si $\tau = \frac{\delta_1}{\delta_0}$:

Nous avons avec (c4) : $\tau = \frac{\delta_1}{\delta_0} \Leftrightarrow \delta_3 = \tau f$ car $z \neq 0$

et donc avec (c3) :

$$z = \frac{\delta_0}{\delta_2 - f} \quad (c5)$$

Soit :

$$\begin{cases} f = \frac{\delta_3 \delta_0}{\delta_1} \\ z = \frac{\delta_1 \delta_0}{\delta_2 \delta_1 - \delta_3 \delta_0} \end{cases} \quad (c6)$$

compte tenu que le dénominateur de z est toujours positif :

$$\delta_2 \delta_1 - \delta_3 \delta_0 = 2\omega_1^4 \omega_2 \xi_2 + 2\omega_2^4 \omega_1 \xi_1 + 8\omega_1^2 \omega_2^2 \xi_1 \xi_2 (\omega_1 \xi_2 + \omega_2 \xi_1) > 0 \quad \forall \omega_1, \xi_1, \omega_2, \xi_2 > 0$$

- Sinon $\tau \neq \frac{\delta_1}{\delta_0}$:

L'équation (c4) nous donne :

$$z = \frac{\delta_1 - \delta_0 \tau}{\delta_3 - \tau f} \quad (c7)$$

Cette expression de z est placée dans (c3) pour obtenir :

$$(\delta_1 - 2\delta_0)f = -\delta_0^2 \tau^3 + 2\delta_0 \delta_1 \tau^2 - (\delta_0 \delta_2 + \delta_1^2) \tau - \delta_0 \delta_3 + \delta_2 \delta_1 = 0 \quad (c8)$$

◇ Si $\tau = \frac{1}{2} \frac{\delta_1}{\delta_0}$: alors f est indéterminé.

◇ Si $\tau \neq \frac{1}{2} \frac{\delta_1}{\delta_0}$: alors on en déduit f :

$$f = \frac{-\delta_0^2 \tau^3 + 2\delta_0 \delta_1 \tau^2 - (\delta_0 \delta_2 + \delta_1^2) \tau - \delta_0 \delta_3 + \delta_2 \delta_1}{\delta_1 - 2\delta_0} \quad (c9)$$

et nous calculons z à partir de (c7) :

$$z = \frac{2\delta_0 \tau - \delta_1}{h(\tau)} \quad \text{si } h(\tau) \neq 0 \quad (c10)$$

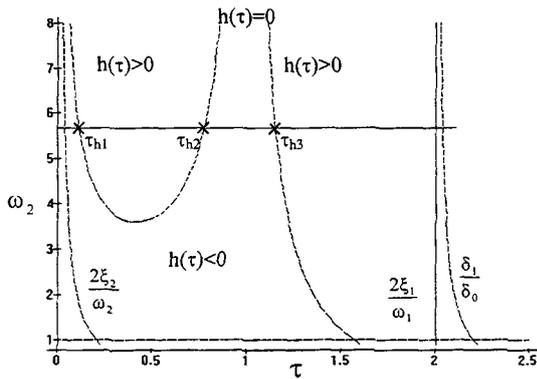
$$\text{avec : } h(\tau) = \delta_0 \tau^3 - \delta_1 \tau^2 + \delta_2 \tau - \delta_3 \quad (c11)$$

Deux points restent à élucider :

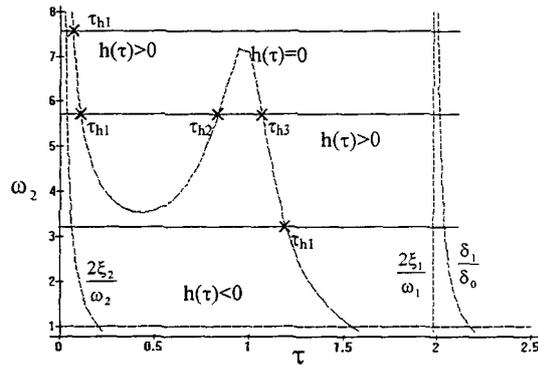
- quelles sont les racines réelles positives τ_{hi} de $h(\tau)$ et le signe de z entre ces racines ?
- pour quelles valeurs de τ on a : $f > z > 0$?

• Racines de $h(\tau)$:

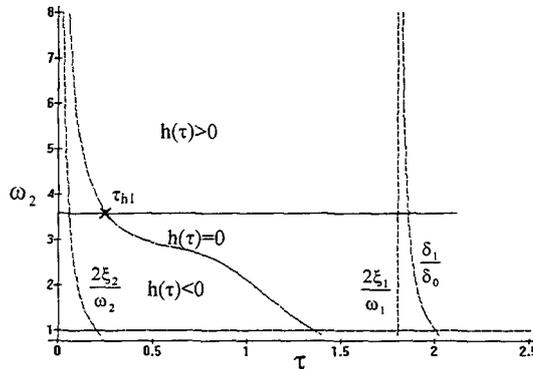
La fonction $h(\tau)$ possède 1, 2 ou 3 racines réelles positives τ_{hi} qui dépendent des paramètres $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ et δ_4 et donc des paramètres $\omega_1, \xi_1, \omega_2$ et ξ_2 . La figure C1 montre les racines et le signe de la fonction $h(\tau)$.



a) $\xi_1=1$



b) $\xi_1=0.99$



c) $\xi_1=0.9$

Racines τ_i et signe de $h(\tau)$ pour $\omega_1 = 1, \xi_2=0.1$
Figure C1

• Condition pour avoir $f > z > 0$

La condition pour avoir $f - z > 0$ s'écrit à partir de (c9) et (c10) comme suit :

$$\frac{g(\tau)}{h(\tau)(\delta_1 - 2\delta_0\tau)} > 0 \tag{c12}$$

avec :

$$g(\tau) = h(\tau)^2 \delta_0 + h(\tau)(\delta_0\tau^2 - \delta_1\tau + \delta_2)(\delta_1 - 2\delta_0\tau) + (\delta_1 - 2\delta_0\tau)^2 \tag{c13}$$

Nous développons $g(\tau)$ en fonction de $\omega_1, \xi_1, \omega_2$ et ξ_2 pour obtenir une forme factorisée :

$$\begin{aligned}
g(\tau) = & -\omega_1^6 \omega_2^6 \left(\tau - \frac{2\xi_1}{\omega_1} \right) \left(\tau - \frac{2\xi_2}{\omega_2} \right) \left(\tau - \frac{\xi_1}{\omega_1} - \frac{\xi_2}{\omega_2} - \frac{\sqrt{\xi_1^2 - 1}}{\omega_1} - \frac{\sqrt{\xi_2^2 - 1}}{\omega_2} \right) \\
& \left(\tau - \frac{\xi_1}{\omega_1} - \frac{\xi_2}{\omega_2} + \frac{\sqrt{\xi_1^2 - 1}}{\omega_1} - \frac{\sqrt{\xi_2^2 - 1}}{\omega_2} \right) \left(\tau - \frac{\xi_1}{\omega_1} - \frac{\xi_2}{\omega_2} - \frac{\sqrt{\xi_1^2 - 1}}{\omega_1} + \frac{\sqrt{\xi_2^2 - 1}}{\omega_2} \right) \\
& \left(\tau - \frac{\xi_1}{\omega_1} - \frac{\xi_2}{\omega_2} + \frac{\sqrt{\xi_1^2 - 1}}{\omega_1} + \frac{\sqrt{\xi_2^2 - 1}}{\omega_2} \right)
\end{aligned} \quad (c14)$$

Pour $\xi_1 < 1$ ou $\xi_2 < 1$, seuls $\frac{2\xi_1}{\omega_1}$ et $\frac{2\xi_2}{\omega_2}$ sont des racines réelles.

Nous remarquons l'inégalité suivante (voir par exemple la figure C1) :

$$\min\left(\frac{2\xi_1}{\omega_1}, \frac{2\xi_2}{\omega_2}\right) < \tau_{hi} < \max\left(\frac{2\xi_1}{\omega_1}, \frac{2\xi_2}{\omega_2}\right) \quad \text{pour } i=1 \text{ ou } i=1,2 \text{ ou } i=1,2,3 \quad (c15)$$

Or :

$$\frac{\delta_1}{\delta_0} = \frac{2\xi_1}{\omega_1} + \frac{2\xi_2}{\omega_2} \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{\delta_1}{\delta_0} \in \left[\min\left(\frac{2\xi_1}{\omega_1}, \frac{2\xi_2}{\omega_2}\right), \max\left(\frac{2\xi_1}{\omega_1}, \frac{2\xi_2}{\omega_2}\right) \right] \quad (c16)$$

La condition pour avoir $f > z > 0$ est donc vérifiée pour :

$$\tau \in \left[0, \min\left(\frac{2\xi_1}{\omega_1}, \frac{2\xi_2}{\omega_2}\right) \right] \cup \left[\max\left(\frac{2\xi_1}{\omega_1}, \frac{2\xi_2}{\omega_2}\right), \infty \right] \quad (c17)$$

La solution $\{f, z\}$ est donc définie sur ces deux intervalles.

Notons que :

$$\begin{aligned}
\text{si } \tau = \frac{2\xi_1}{\omega_1} \text{ alors } f = z = \omega_1^2 \\
\text{si } \tau = \frac{2\xi_2}{\omega_2} \text{ alors } f = z = \omega_2^2
\end{aligned} \quad (c18)$$

2. Mesures de vitesse colocalisée et de position non colocalisée (v=1, u=2)

D'après (4.7) et (c1), nous écrivons le système d'équations pour u=2 :

$$\begin{cases} -\tau^2 z f + f + \delta_3 \tau z - \delta_2 = 0 \\ -\tau z f + \delta_3 z + \delta_0 \tau - \delta_1 = 0 \end{cases} \quad (c19)$$

Du système d'équations (c19), nous tirons les équations (c20) et (c21) :

$$\tau(\delta_3 - \tau f)z + f - \delta_2 = 0 \quad (c20)$$

$$(\delta_3 - \tau f)z = \delta_1 - \delta_0 \tau \quad (c21)$$

- Si $\tau = \frac{\delta_1}{\delta_0}$: la solution n'existe pas car :

$$\tau = \frac{\delta_1}{\delta_0} \Rightarrow \begin{cases} z = 0 \\ f = \delta_2 \end{cases} \quad (c22)$$

- Sinon $\tau \neq \frac{\delta_1}{\delta_0}$:

L'équation (c21) nous donne :

$$z = \frac{\delta_1 - \delta_0 \tau}{\delta_3 - \tau f} \quad (c23)$$

L'expression (c23) de z est placée dans (c20) pour obtenir :

$$f = \delta_0 \tau^2 - \delta_1 \tau + \delta_2 \quad (c24)$$

$$z = \frac{\delta_0 \tau - \delta_1}{h(\tau)} \quad \text{si } h(\tau) \neq 0 \quad (c25)$$

Pour connaître le signe de f, nous cherchons les racines de :

$$\delta_0 \tau^2 - \delta_1 \tau + \delta_2 = 0 \quad (c26)$$

Le discriminant de ce polynôme du second degré s'écrit :

$$\Delta = \delta_1^2 - 4\delta_0 \delta_2 = 4\omega_1^2 \omega_2^2 (\omega_1^2 (\xi_2^2 - 1) + \omega_2^2 (\xi_1^2 - 1)) \quad (c27)$$

Pour $\xi_1 < 1$ et $\xi_2 \leq 1$, ou $\xi_1 \leq 1$ et $\xi_2 < 1$, le discriminant est négatif et donc le nombre f sera toujours positif.

Pour $\xi_1 = \xi_2 = 1$, le discriminant est nul et donc f est positif ou nul en $\tau = \frac{1}{2} \frac{\delta_1}{\delta_0}$.

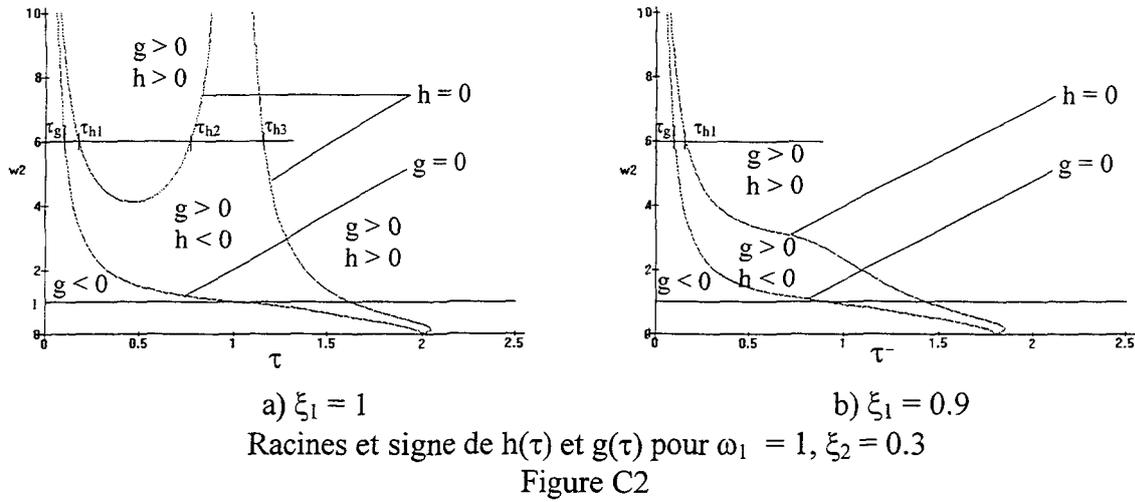
La condition pour avoir $f > z$ s'écrit à partir de (c24) et (c25):

$$\frac{g(\tau)}{h(\tau)} > 0 \quad (c28)$$

avec $h(\tau)$ définie par (c11) et avec $g(\tau)$ définie comme suit :

$$g(\tau) = (\delta_0 \tau^2 - \delta_1 \tau + \delta_2)h(\tau) - \delta_0 \tau + \delta_1 \quad (c29)$$

La figure C2 nous montre les racines réelles positives et le signe de $g(\tau)$ et $h(\tau)$.



Nous remarquons que la fonction admet une seule racine réelle τ_{g1} pour $\xi_1 \leq 1$ et $\xi_2 < 1$.

Cette racine τ_{g1} est inférieure aux racines τ_{hi} de $h(\tau)$ et donc on peut écrire (cf. figure C2) :

$$\frac{g(\tau)}{h(\tau)} > 0 \text{ pour } \tau \in [0, \tau_{g1} [\cup] \max(\tau_{hi}), \infty [\tag{c30}$$

La condition $z > 0$ est vérifiés d'après (c25) pour

$$\tau \in [0, \tau_{hi} [\cup] \frac{\delta_1}{\delta_0}, \infty [\tag{c31}$$

car $\frac{\delta_1}{\delta_0} > \tau_{hi}$.

Nous déduisons de (c30) et (c31) les conditions d'existence de la solution telles que $f > z > 0$:

$$\tau \in [0, \tau_{g1} [\cup] \frac{\delta_1}{\delta_0}, \infty [\tag{c32}$$

3. Mesures de vitesse non colocalisée et de position colocalisée ($v=2, u=1$)

D'après (4.8) et (c1), nous écrivons le système d'équations pour $u=1$:

$$\begin{cases} \tau f - \delta_3 = 0 \\ -zf + \delta_0 \tau^2 z - \delta_1 \tau z + \delta_2 z - \delta_3 = 0 \end{cases} \tag{c33}$$

Nous déduisons du système d'équations (c33) l'expression de la solution :

$$f = \frac{\delta_3}{\tau} \text{ avec } \tau > 0 \tag{c34}$$

$$\tau_{h1} < \tau_{g1} < \tau_{g2} < \tau_{g3}$$

(c39)

| racines | τ_{h1} | τ_{g1} | τ_{g2} | τ_{g3} |
|--------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| signe de $h(\tau)$ | - | + | | |
| signe de $g(\tau)$ | - | | + | - |
| $f > z$ | O | N | O | N |
| $f > z > 0$ | N | | O | N |

La solution $\{f, z\}$ est donc définie pour $\tau \in]\tau_{g1}, \tau_{g2}[\cup]\tau_{g3}, \infty[$

Lorsque $h(\tau)$ et $g(\tau)$ possèdent chacune une racine réelle positive, on remarque que :

$$\tau_{h1} < \tau_{g1}$$

(c39)

| racines | τ_{h1} | τ_{g1} |
|--------------------|-------------|-------------|
| signe de $h(\tau)$ | - | + |
| signe de $g(\tau)$ | - | |
| $f > z$ | O | N |
| $f > z > 0$ | N | |

La solution $\{f, z\}$ est donc définie pour $\tau \in]\tau_{g1}, \infty[$

4. Mesures de vitesse non colocalisée et de position non colocalisée

(v=2, u=2)

D'après (4.8) et (c1), nous écrivons le système d'équations pour $u=2$:

$$\begin{cases} \tau f - \delta_3 = 0 \\ -f + \delta_0 \tau^2 - \delta_1 \tau + \delta_2 = 0 \end{cases} \quad (c40)$$

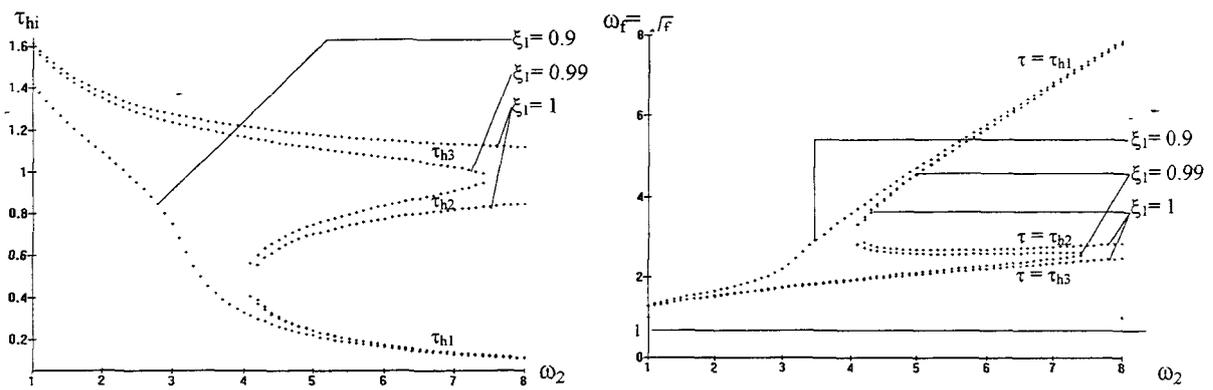
Nous déduisons du système d'équations (c40) l'expression de la solution :

$$\tau = \tau_{hi} \text{ racine réelle positive de } h(\tau) = 0 \quad (c41)$$

$$f = \frac{\delta_3}{\tau_{hi}} \quad (c42)$$

$$z \in]0, f[\quad (c43)$$

La figure C4 montre la solution en fonction de ω_2 .



Solution $\{\tau = \tau_{hi}, f\}$ en fonction de ω_2 pour $\omega_1 = 1$ et $\xi_2 = 0.3$
 Figure C4

ANNEXE D

LOIS DE SYNTHÈSE INTERDISCIPLINAIRE

1. Réécriture des fonctions $g(\tau_{z2})$ pour les mesures $v=1, u=2$ et $v=2, u=1$

Les lois de synthèse interdisciplinaire (cf. §4.4) sont obtenues à partir des solutions (4.14)..(4.19) (cf. §4.1) avec le placement « souple » des pôles (cf. §4.2). Pour les cas de localisation de mesures $v=1, u=2$ et $v=2, u=1$, le domaine de définition de la solution est donné par les fonctions polynômiales $g(\tau_{z2})$ (cf. annexe C) tel que :

$$\omega_f = \omega_{z1} \Leftrightarrow g(\tau_{z2}) = 0$$

Les fonctions $g(\tau_{z2})$ sont écrites avec le placement « souple » des pôles : $\xi_2 = \lambda \xi_1 (\omega_1/\omega_2)^2$ (4.26) et les paramètres adimensionnels : $\gamma = \omega_2/\omega_1$ (4.44), $\mu_{z2} = \omega_1 \tau_{z2}$ (4.46) :

- $v=1$ et $u=2$

A partir de l'expression (c29) de $g(\tau_{z2})$, nous écrivons :

$$\hat{g}(\mu_{z2}) = \left(\gamma^2 \mu_{z2}^2 - 2\xi_1 \left(\frac{\lambda}{\gamma} + \gamma^2 \right) \mu_{z2} + 4\xi_1^2 \frac{\lambda}{\gamma} + \gamma^2 + 1 \right) \hat{h}(\mu_{z2}) - \gamma^2 \mu_{z2} + 2\xi_1 \left(\frac{\lambda}{\gamma} + \gamma^2 \right) \quad (d1)$$

- $v=2$ et $u=1$

A partir de l'expression (c37) de $g(\tau_{z2})$, nous écrivons :

$$\hat{g}(\mu_{z2}) = 2\xi_1 \left(1 + \frac{\lambda}{\gamma} \right) \hat{h}(\mu_{z2}) - \gamma^2 \mu_{z2}^2 \quad (d2)$$

2. Lois de synthèse sous forme d'inégalité pour $v=1$

Pour une mesure de vitesse colocalisée ($v=1$), nous écrivons les lois de synthèse sous forme d'inégalité :

$$\begin{cases} \eta_s \geq \eta(\gamma) \Big|_{\xi_1, \lambda, \mu_{z1}, u} \text{ ou } \eta_s \leq \eta(\gamma) \Big|_{\xi_1, \lambda, \mu_{z1}, u} \\ \chi_s \geq \chi(\gamma) \Big|_{\xi_1, \lambda, \mu_{z1}, u} \end{cases}$$

où $\eta = m_2/m_1$ (4.12) et $\chi = \omega_{z1}/\omega_1$ (4.47)

Pour montrer ces inégalités, nous devons vérifier les équivalences suivantes à partir des fonctions de deux variables $\eta(\gamma, \lambda)$ et $\chi(\gamma, \lambda)$.

Quels que soient les nombres λ_1 et γ_1 qui vérifient $\gamma_1 > 1$ (4.44) et $\gamma_1 \geq \sqrt{\lambda \xi_1}$ (4.45), on associe les valeurs $\eta(\gamma_1, \lambda_1)$ et $\chi(\gamma_1, \lambda_1)$.

1) Soient γ_2, λ_2 tels que $\eta(\gamma_2, \lambda_2) = \eta(\gamma_1, \lambda_1)$.

Pour montrer $\chi_s \geq \chi(\gamma) \Big|_{\xi_1, \lambda, \mu_{z1}, u}$, il faut montrer :

$$\lambda_2 > \lambda_1 \Leftrightarrow \chi(\gamma_2, \lambda_2) \geq \chi(\gamma_1, \lambda_1) \quad (d3)$$

2) Soient γ_2, λ_2 tels que $\chi(\gamma_2, \lambda_2) = \chi(\gamma_1, \lambda_1)$.

a) Pour montrer $\eta_s \geq \eta(\gamma) \Big|_{\xi_1, \lambda, \mu_{z1}, u}$, il faut montrer :

$$\lambda_2 > \lambda_1 \Leftrightarrow \eta(\gamma_2, \lambda_2) \geq \eta(\gamma_1, \lambda_1) \quad (d4)$$

b) Pour montrer $\eta_s \leq \eta(\gamma) \Big|_{\xi_1, \lambda, \mu_{z1}, u}$, il faut montrer :

$$\lambda_2 > \lambda_1 \Leftrightarrow \eta(\gamma_2, \lambda_2) \leq \eta(\gamma_1, \lambda_1) \quad (d5)$$

Afin de vérifier les équivalences (d3), (d4) ou (d5), nous utilisons la différentielle $d\eta$ et $d\chi$ des fonctions $\eta(\gamma, \lambda)$ et $\chi(\gamma, \lambda)$:

$$d\eta = \frac{\partial \eta}{\partial \gamma} d\gamma + \frac{\partial \eta}{\partial \lambda} d\lambda \quad (d6)$$

$$d\chi = \frac{\partial \chi}{\partial \gamma} d\gamma + \frac{\partial \chi}{\partial \lambda} d\lambda \quad (d7)$$

1) Soient $d\gamma, d\lambda$ tels que $\eta(\gamma_1 + d\gamma, \lambda_1 + d\lambda) = \eta(\gamma_1, \lambda_1)$, c'est à dire $d\eta \Big|_{\gamma_1, \lambda_1} = 0$. On en déduit :

$$d\gamma = - \frac{\frac{\partial \eta}{\partial \lambda} \Big|_{\gamma_1, \lambda_1}}{\frac{\partial \eta}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma_1, \lambda_1}} d\lambda \quad (d8)$$

L'équivalence (d3) se traduit par :

$$d\lambda > 0 \Leftrightarrow \chi(\gamma_1 + d\gamma, \lambda_1 + d\lambda) \geq \chi(\gamma_1, \lambda_1) \quad (d9)$$

En écrivant :

$$\chi(\gamma_1 + d\gamma, \lambda_1 + d\lambda) = \chi(\gamma_1, \lambda_1) + d\chi|_{\gamma_1, \lambda_1} \quad (d10)$$

avec $d\gamma$ et $d\lambda$ tels que $d\eta|_{\gamma_1, \eta_1} = 0$

on en déduit :

$$d\lambda > 0 \Leftrightarrow d\chi|_{\gamma_1, \lambda_1, d\eta=0} \geq 0 \quad (d11)$$

Avec (d7) et (d8) $d\chi|_{\gamma_1, \lambda_1, d\eta=0}$ s'écrit :

$$d\chi|_{\gamma_1, \lambda_1, d\eta=0} = \left(\frac{\partial \chi}{\partial \lambda} \Big|_{\gamma_1, \lambda_1} - \frac{\frac{\partial \eta}{\partial \lambda} \Big|_{\gamma_1, \lambda_1} \frac{\partial \chi}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma_1, \lambda_1}}{\frac{\partial \eta}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma_1, \lambda_1}} \right) d\lambda \quad (d12)$$

2) Soient $d\gamma, d\lambda$ tels que $\chi(\gamma_1 + d\gamma, \lambda_1 + d\lambda) = \chi(\gamma_1, \lambda_1)$, c'est à dire $d\chi|_{\gamma_1, \eta_1} = 0$. On en déduit :

$$d\gamma = - \frac{\frac{\partial \chi}{\partial \lambda} \Big|_{\gamma_1, \lambda_1}}{\frac{\partial \chi}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma_1, \lambda_1}} d\lambda \quad (d13)$$

Pour montrer (d4) et (d5), on écrit :

$$\eta(\gamma_1 + d\gamma, \lambda_1 + d\lambda) - \eta(\gamma_1, \lambda_1) = d\eta|_{\gamma_1, \eta_1} \quad (d14)$$

avec $d\gamma$ et $d\lambda$ tels que $d\chi|_{\gamma_1, \eta_1} = 0$

On en déduit que :

a) l'équivalence (d4) revient à montrer :

$$d\lambda > 0 \Leftrightarrow d\eta|_{\gamma_1, \lambda_1, d\chi=0} \geq 0 \quad (d15)$$

b) l'équivalence (d5) revient à montrer :

$$d\lambda > 0 \Leftrightarrow d\eta|_{\gamma_1, \lambda_1, d\chi=0} \leq 0 \quad (d16)$$

Avec (d6) et (d13) $d\eta|_{\gamma_1, \lambda_1, d\chi=0}$ s'écrit :

$$d\eta|_{\gamma_1, \lambda_1, d\chi=0} = \left(\frac{\partial \eta}{\partial \lambda} \Big|_{\gamma_1, \lambda_1} - \frac{\frac{\partial \chi}{\partial \lambda} \Big|_{\gamma_1, \lambda_1} \frac{\partial \eta}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma_1, \lambda_1}}{\frac{\partial \chi}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma_1, \lambda_1}} \right) d\lambda \quad (d17)$$

2.1. Lois de synthèse pour une position colocalisée (u=1)

Dans les expressions calculées par la suite à l'aide de l'outil de calcul symbolique MAPLE V, nous avons les équivalences d'écriture :

$$\begin{aligned}\xi_1 &\rightarrow z_1 \\ \mu_{z2} &\rightarrow x \\ \gamma &\rightarrow y \\ \lambda &\rightarrow r\end{aligned}$$

$$2.1.1. \eta_s \geq \eta(\gamma) \Big|_{\xi_1, \lambda, \mu_{z1}, u}$$

A partir des relations $\{\eta(\gamma), \chi(\gamma)\}$, nous calculons la différentielle avec l'équation (d17) :

$$d\eta \Big|_{dx=0} = \frac{N_\eta}{D_\eta} d\lambda \quad (d18)$$

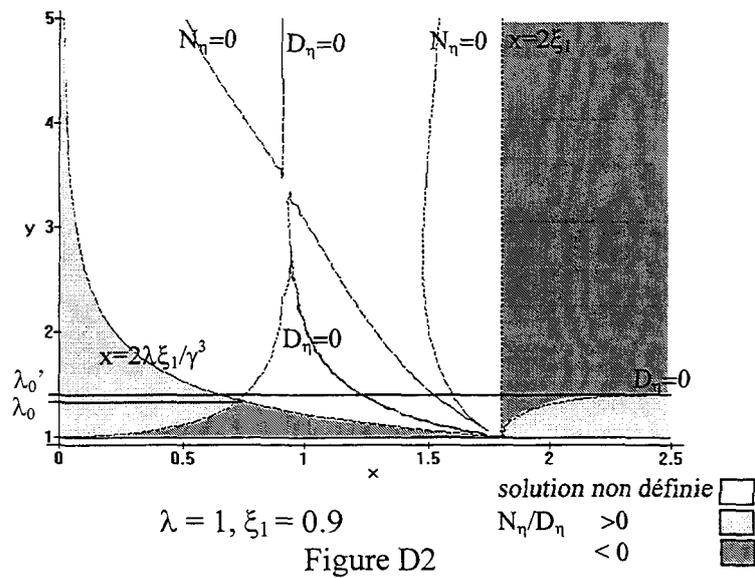
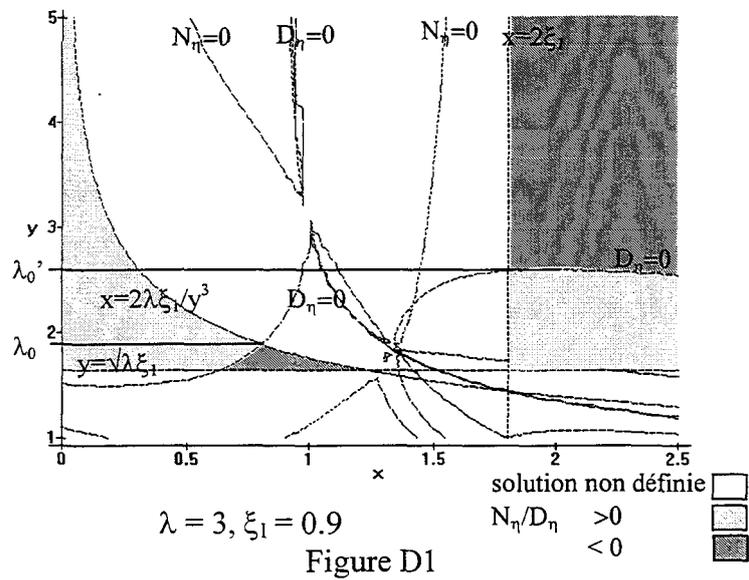
avec :

$$\begin{aligned}N_\eta = & \\ & z_1 y^8 (y^2 x^3 - 2y^2 x^2 z_1 + y^2 x - 2z_1 y x^2 + 4z_1^2 y x - 2z_1 y + x - 2z_1) \\ & (-y^3 x + r z_1 + z_1 y^3) (16y^6 x z_1^5 - 16z_1^4 y^5 - 8z_1^4 y^6 - 2z_1 y^7 x - 2z_1 y^5 x \\ & - 6z_1 y^7 x^5 + 4z_1 y^6 x^5 + 4z_1 y^6 x^3 - 8z_1 y^7 x^3 - y^3 x^2 - 8z_1^2 y^4 - 4z_1^2 y^3 \\ & + 22z_1 y^5 x^3 - 20z_1^2 y^6 x^4 - 4z_1^2 y^5 x^4 + 8z_1^2 y^7 x^2 - 8z_1^2 x^2 y^6 \\ & + 12z_1^2 y^7 x^4 + 4z_1^3 y^6 x - 8z_1^3 y^7 x^3 - 52z_1^2 y^5 x^2 + 36z_1^3 y^6 x^3 \\ & + 56z_1^3 y^5 x + 16z_1^3 y^5 x^3 + y^7 x^6 + 2y^7 x^4 - 6r z_1 y^4 x^5 + 20r y^4 x^2 z_1^2 \\ & - 8r y^4 x^3 z_1 - 40r z_1^3 y^4 x^3 - 8r z_1^3 y^4 x + 28r z_1^2 y^4 x^4 + 16r z_1^4 y^4 x^2 \\ & + 4y^4 x^3 z_1 - 16y^4 x^2 z_1^2 + 4y^4 x z_1 + 16z_1^3 y^4 x + 4y^3 x z_1 + 4z_1^2 y^6 \\ & + 2r z_1 y^2 x^3 - 12r z_1^2 y^2 x^2 - 2r z_1 y^2 x - 4y^5 x^4 - 16y^2 r z_1^4 - 2y^4 r z_1 x \\ & + y^7 x^2 + 8z_1^4 r^2 - 4z_1^3 r^2 x + 8y^3 r z_1^2 x^2 + 16y^3 r z_1^4 x^2 + 24y^2 r z_1^3 x \\ & + 4y^2 r z_1^2 - 4z_1^3 r^2 x^3 + 16z_1^4 r^2 x^2 - 16z_1^5 r^2 x + 4z_1^2 r^2 x^4 y \\ & - 16z_1^3 r^2 x^3 y + 16z_1^4 r^2 y x^2 + 4z_1^2 r^2 y x^2 - 8z_1^3 r^2 y x - 16y^3 r z_1^3 x^3 \\ & + 4y^3 r z_1^2 x^4 - 16z_1^4 y^5 x^2 - 32z_1^4 x^2 y^6 + 4y^3 r z_1^2 - 16y^3 r z_1^3 x) \quad (d19)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D_\eta = & \\ & 2 (2y^3 x^2 - 2r z_1^2 + 2z_1^2 y^4 + 4z_1^2 y^3 - 2y^4 x^3 z_1 + 6y^4 x^2 z_1^2 - 2y^4 x z_1 \\ & - 4r z_1^2 y - 4z_1^3 y^4 x - 6y^3 x z_1 + 3r z_1 y^2 x^3 - 6r z_1^2 y^2 x^2 + 3r z_1 y^2 x \\ & - 4r z_1^2 y x^2 + 8r z_1^3 y x + r z_1 x) y^7 (-y^3 x + r z_1 + z_1 y^3)^3 \quad (d20)\end{aligned}$$

Nous traçons $N_\eta = 0$ et $D_\eta = 0$ en fonction de x ($\rightarrow \mu_{z2}$) et y ($\rightarrow \gamma$) pour déterminer le signe de

$d\eta \Big|_{\gamma_1, \lambda_1, dx=0}$ (cf. figures D1 et D2).



Pour $\mu_{z2} \in \left[0, 2 \frac{\lambda \xi_1}{\gamma^3} \right]$, nous constatons que la différentielle $d\eta|_{\gamma_1, \lambda_1, d\chi=0}$ est positive pour $\gamma > \gamma_0$.

Elle peut être négative pour de faible valeur de γ ($\gamma < \gamma_0$).

Pour $\mu_{z2} \in]2\xi_1, \infty[$ nous constatons que la différentielle $d\eta|_{\gamma_1, \lambda_1, d\chi=0}$ est négative pour $\gamma > \gamma_0'$.

Elle peut être positive pour de faible valeur γ ($\gamma < \gamma_0'$).

$$2.1.2. \chi_s \geq \chi(\gamma) \Big|_{\xi_1, \lambda, \mu_{z1}, u}$$

A partir des relations $\{\eta(\gamma), \chi(\gamma)\}$, nous calculons la différentielle avec l'équation (d12) :

$$d\chi|_{d\eta=0} = \frac{N_\chi}{D_\chi} d\lambda \quad (d21)$$

avec :

$$\begin{aligned} N_\chi = & -2zl y^2 (y^2 x^3 - 2y^2 x^2 zl + y^2 x - 2zlyx^2 + 4zl^2 yx - 2zly + x - 2zl) \\ & (-rzi - zly^3 + y^3 x) (-8rziy^4 x^3 - 2rziy^4 x - 8zl^3 r^2 yx + 4zl^2 r^2 x^4 y \\ & - 16zl^3 r^2 x^3 y + 16zl^4 r^2 yx^2 + 4zl^2 r^2 yx^2 + 8zl^4 r^2 - 4zl^3 r^2 x^3 \\ & + 16zl^4 r^2 x^2 - 16zl^5 r^2 x - 4zl^3 r^2 x + 22zly^5 x^3 - 6zly^4 x^5 r + 4zly^6 x^3 \\ & - 6zly^7 x^5 - 2zlyx^5 + 4zly^6 x^5 + 24xrzi^3 y^2 - 16xrzi^3 y^3 \\ & + 16x^2 rzi^4 y^4 + 16x^2 y^3 zli^4 r + 8x^2 rzi^2 y^3 - 16x^3 rzi^3 y^3 - 32x^2 y^6 zli^4 \\ & - 16x^2 y^5 zli^4 + 16x^3 zli^3 y^5 - 8x^2 zli^2 y^6 - 40x^3 y^4 zli^3 r - 52x^2 y^5 zli^2 \\ & + 4x zli^3 y^6 + 16x zli^5 y^6 + 56x zli^3 y^5 + 28x^4 y^4 zli^2 r + 4x^4 rzi^2 y^3 \\ & + 12x^4 y^7 zli^2 - 20x^4 zli^2 y^6 - 4x^4 y^5 zli^2 - 8x^3 y^7 zli^3 + 36x^3 zli^3 y^6 \\ & - 16y^2 zli^4 r - y^3 x^2 - 16y^5 zli^4 - 8y^6 zli^4 + 4zli^2 y^6 + 4zli^2 ry^2 + 4rzi^2 y^3 \\ & + 4zly^4 x + 4x zly^3 - 2y^2 xrzi + 4zly^4 x^3 + 16zli^3 y^4 x - 8zli^2 y^4 \\ & - 4zli^2 y^3 + 2y^2 x^3 rzi - 12y^2 x^2 zli^2 r - 16zli^2 y^4 x^2 + y^7 x^2 - 4y^5 x^4 + y^7 x^6 \\ & + 20rzi^2 y^4 x^2 - 8rzi^3 y^4 x + 8y^7 x^2 zli^2 + 2y^7 x^4 - 2y^7 xzli - 8zly^7 x^3) \end{aligned} \quad (d22)$$

$$\begin{aligned} D_\chi = & (-4zli^3 yx^2 r^2 + 8zli^4 yxr^2 - 36zli^4 y^4 xr - y^6 x^3 - 2r^2 zli^3 + 3rzi^3 y^3 x^2 \\ & - 11xrzi^2 y^3 + 10rzi^3 y^3 + xr^2 zli^2 + 3y^6 x^2 zli - 14y^7 zli^3 x^4 r \\ & + 96y^5 zli^3 x^2 r - 36y^5 x^3 rzi^2 - 8y^4 x rzi^2 + 8y^9 zli^4 x + 18y^{10} zli^2 x^5 \\ & - 10y^{10} zli x^4 + 2y^9 zli^2 x^5 - 10y^9 zli^3 x^4 + 4y^9 zli^2 x^3 - 20y^{10} zli^3 x^4 \\ & + 8y^{10} zli^4 x^3 - 8y^{10} zli^3 x^2 + 16y^9 zli^4 x^3 - 8y^9 zli^5 x^2 + 2zli^2 y^7 x \\ & - 4zli^3 yr^2 + 12y^2 x^2 zli^3 r^2 + 4zli^4 r^3 x + 20zli^4 r^2 y^3 x + 16zli^4 x^3 r^3 y \\ & + 8zli^4 xr^3 y - 8r^2 zli^3 y^3 + 4zli^4 xr^2 y^4 - 16zli^5 r^3 yx^2 - 4zli^4 xry^7 \\ & + 8zli^5 ry^7 x^2 + 16zli^5 ry^6 - 8zli^5 r^2 y^4 x^2 + 8zli^5 r^2 y^3 + 54y^6 zli^3 x^4 r \\ & + 2y^{10} xzli^2 + 7y^7 x^5 rzi^2 - 4y^6 zli^2 rx - 2y^9 zli^3 - 8zli^5 r^3 + 18y^4 zli^3 r \\ & + 18y^7 zli^2 rx^3 + 7y^7 zli^2 rx + 28y^6 zli^3 rx^2 - 10y^6 zli^3 r + 6y^5 zli^3 r \\ & + 16y^{10} zli^2 x^3 - 3y^{10} zli x^2 - 12y^9 zli^3 x^2 + 2y^9 zli^2 x - 108y^5 zli^4 xr \\ & - 16y^6 x^3 rzi^2 + 4y^7 zli^4 x^3 r - 18y^7 zli^3 x^2 r - 80y^6 zli^4 x^3 r + 56y^6 zli^5 x^2 r \\ & - 30y^4 x^4 r^2 zli^3 + 36y^4 x^3 r^2 zli^4 - 26y^4 x^2 r^2 zli^3 - 12y^3 x^2 r^2 zli^3 \\ & - 7y^{10} zli x^6 - 4rzi^2 y^7 x^4 + 12y^5 zli^3 x^4 r - 48y^5 zli^4 x^3 r + 48y^5 zli^5 x^2 r \\ & - 4x^2 r^3 zli^3 y + 12x^3 r^2 zli^2 y^4 - 16r^2 zli^6 y^3 x - 32rzi^6 y^6 x - 4x^4 r^3 zli^3 y \\ & - 12rzi^2 y^6 x^5 + 7r^2 zli^2 y^4 x^5 - rzi^2 y^7 x^6 - 4r^2 zli^3 y^3 x^4 - 16r^3 zli^5 x^2 \\ & + 16r^3 zli^6 x + 4x^3 r^3 zli^4 + 12r^2 zli^4 y^3 x^3 + 2y^{10} x^5 + y^{10} x^7 - 6zli^3 y^7 x^2 \\ & + 6y^5 x^4 rzi + 34zli^3 y^4 x^2 r - 8zli^2 y^4 x^3 r + 2zli^2 y^7 x^3 + y^{10} x^3 \\ & + 5y^4 xr^2 zli^2 - 3y^7 x^2 rzi + 6y^2 xr^2 zli^2 - 6y^2 r^2 zli^3 - 36y^2 r^2 zli^4 x \\ & + 4y^7 zli^4 x + 24zli^5 ry^5 + 24zli^5 r^2 y^2 - 2y^7 zli^3 - 2xzli^2 y^6) y^3 \\ & (y^2 x^3 - 2y^2 x^2 zl + y^2 x - 2zlyx^2 + 4zl^2 yx - 2zly + x - 2zl)^2 \end{aligned} \quad (d23)$$

Pour $\mu_{z2} \in \left[0, 2 \frac{\lambda \xi_1}{\gamma^3} \right] \cup]2\xi_1, \infty[$, nous constatons que la différentielle $d\chi|_{\gamma_1, \lambda_1, d\eta=0}$ est positive (cf. figures D3 et D4).

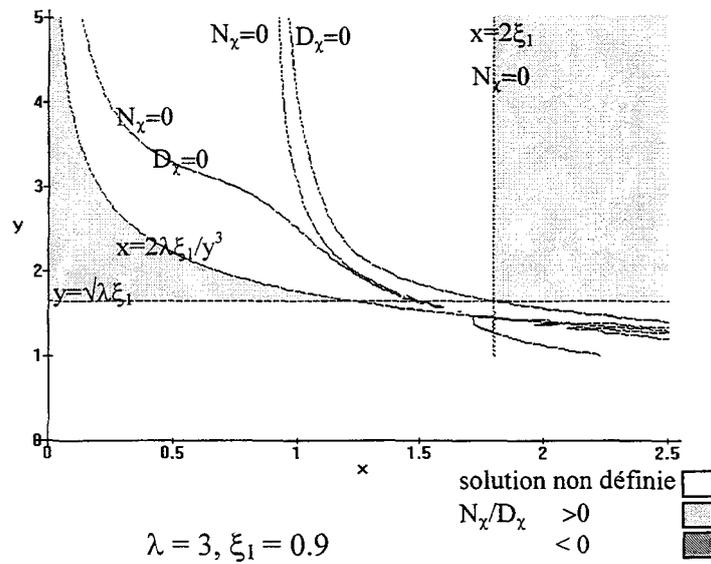


Figure D3

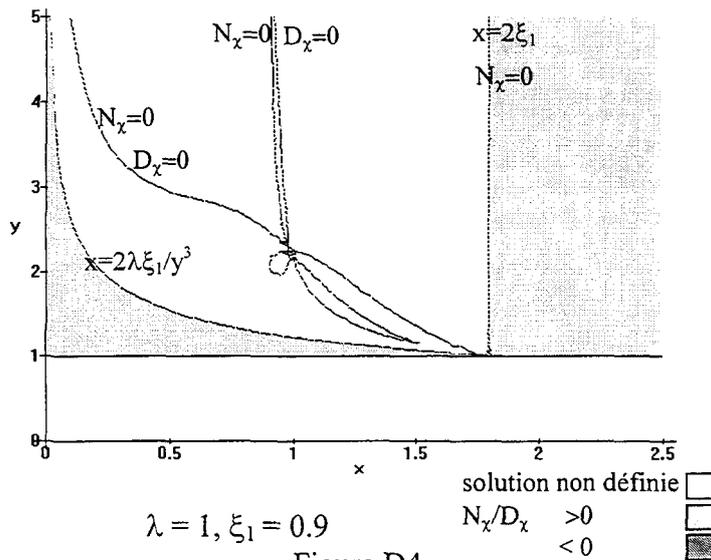


Figure D4

2.2. Lois de synthèse pour une position non colocalisée (u=2)

2.2.1. $\eta_s \geq \eta(\gamma)|_{\xi_1, \lambda, \mu_{z1}, u}$

A partir des relations $\{\eta(\gamma), \chi(\gamma)\}$, nous calculons la différentielle avec l'équation (d17) :

$$d\eta|_{dx=0} = \frac{N_\eta}{D_\eta} d\lambda \tag{d24}$$

avec :

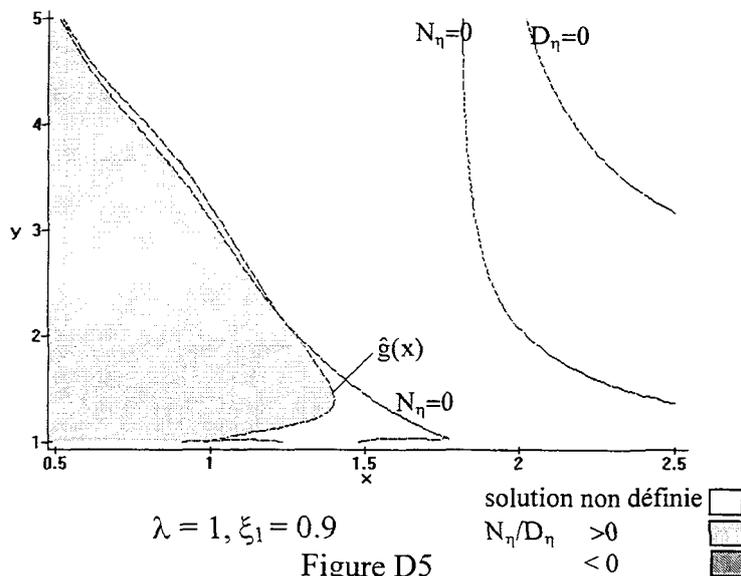
$N_\eta =$

$$\begin{aligned} & -2zly^8(y^2x^3 - 2y^2x^2zl + y^2x - 2zlyx^2 + 4zl^2yx - 2zly + x - 2zl)(-2zly^3 \\ & + y^4x + y^4x^5 - 3zly^3x^2 - 4zly^4x^2 - zly^3x^4 - 4zlx^4y^4 + y^2x - 2zly^2 \\ & + 4x^3zl^2y^4 + 2x^3zl^2y^3 + 4x^2y^3zl^3 + 4xzl^2y^3 - 8xy^3zl^4 - 8xzl^2y^2 \\ & + 8y^2zl^3 + 4y^3zl^3 + 2rzl^2x + 8rzl^4x - 8rzl^3x^2 + 2rzl^2x^3 + 2y^2x^2zl \\ & + 4rzl^2yx - 8rzl^3yx^2 - 2rzlyx^2 - 2rzlx^4y + 8rzl^2yx^3 + 2y^4x^3 \\ & - 4rzl^3)(y^3x - 2rzl - 2zly^3) \end{aligned} \tag{d25}$$

$D_\eta =$

$$\begin{aligned} & (-rzlx + y^4x^3zl - 4y^4x^2zl^2 + y^4xzl + 4rzl^2y + 4zl^3y^4x + 4y^3xzl - y^3x^2 \\ & + 2rzl^2 - 2zl^2y^4 - 4zl^2y^3 - 3rzly^2x^3 + 6rzl^2y^2x^2 - 3rzly^2x \\ & + 4rzl^2yx^2 - 8rzl^3yx)y^7(y^3x - 2rzl - 2zly^3)^2 \end{aligned} \tag{d26}$$

Pour $\mu_{z2} \in [0, \mu_{z2}[$, nous constatons que la différentielle $d\eta|_{\gamma_1, \lambda_1, dx=0}$ est positive (cf. figure D5).



2.2.2. $\chi_s \geq \chi(\gamma)|_{\xi_1, \lambda, \mu_{z1}, u}$

A partir des relations $\{\eta(\gamma), \chi(\gamma)\}$, nous calculons la différentielle avec l'équation (d12) :

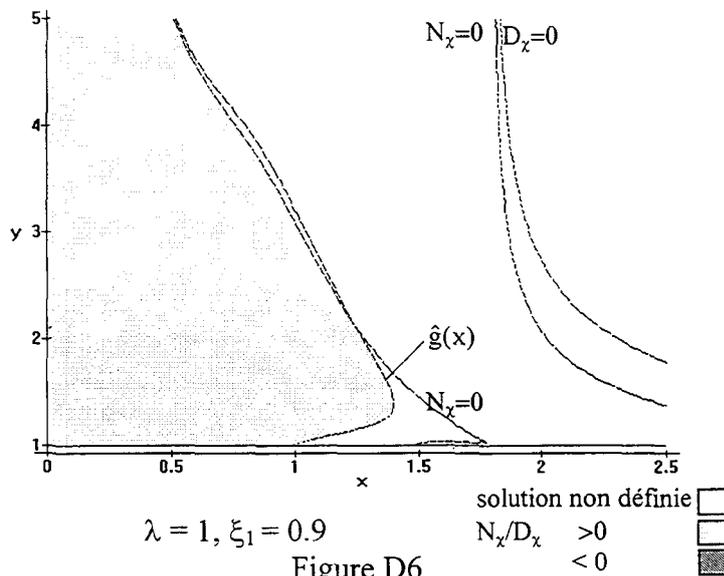
$$d\chi|_{d\eta=0} = \frac{N_\chi}{D_\chi} d\lambda \tag{d27}$$

avec :

$$N_\chi = -2zl y^2 (y^2 x^3 - 2y^2 x^2 zl + y^2 x - 2zlyx^2 + 4zl^2 yx - 2zly + x - 2zl) (y^3 x - 2rzi - 2zly^3) (-4rzi^3 - 2rzi x^4 y + 8rzi^2 yx^3 - 8rzi^3 yx^2 - 2rzi yx^2 + 4rzi^2 yx + 8y^2 zl^3 - 8y^3 zl^4 x - 8zl^2 y^2 x + 4zl^2 y^3 x + 2x^3 y^4 - 4x^4 zl y^4 - x^4 zl y^3 + 4x^3 zl^2 y^4 + 2x^3 zl^2 y^3 - 4x^2 zl y^4 - 3x^2 zl y^3 + 4x^2 y^3 zl^3 + y^4 x^5 + y^2 x - 2zly^3 + y^4 x + 2rzi^2 x + 2y^2 x^2 zl + 8rzi^4 x - 8rzi^3 x^2 + 2rzi^2 x^3 - 2y^2 zl + 4y^3 zl^3) \tag{d28}$$

$$D_\chi = (8r^2 zl^4 + 2zl^2 y^6 - 16rzi^4 y^3 - 6y^7 x^5 zl + 12y^7 x^4 zl^2 - 8y^7 x^3 zl^3 - 8y^7 x^3 zl + 8y^7 x^2 zl^2 - zl y^6 x + 8zl^2 y^3 r - 2zly^7 x - 2y^6 x^3 zl + 8y^6 x^2 zl^2 - 4r^2 zl^3 x - 8zl^3 y^6 x + 24zl^3 y^2 x r + y^7 x^6 + y^7 x^2 + 2y^7 x^4 - 4rzi x^5 y^4 + 4r^2 zl^2 x^4 y - 9rzi x^3 y^4 + 4r^2 zl^2 x^2 y - 8y^3 x^3 zl^3 r + 4rzi^2 x^4 y^3 - 16rzi^4 x^2 y^3 + 32rzi^5 x y^3 - 5y^4 x rzi - 24rzi^4 y^2 - 16rzi^3 y^3 x + 14y^4 x^4 zl^2 r - 8y^4 x^3 zl^3 r + 16y^4 x^2 zl^2 r - 8y^4 x^2 zl^4 r + 4y^4 x zl^3 r - 16r^2 zl^3 x^3 y + 16r^2 zl^4 x^2 y - 8r^2 zl^3 x y + 12y^3 x^2 zl^2 r + 6y^2 zl^2 r + 6y^6 x^4 zl^2 - 12y^6 x^3 zl^3 - 4r^2 zl^3 x^3 + 16r^2 zl^4 x^2 + 8y^6 x^2 zl^4 - 16r^2 zl^5 x - y^6 x^5 zl - y^3 x^2 + 2rzi^2 - 2zl^2 y^4 - 4zl^2 y^3 + y^4 x^3 zl - 4y^4 x^2 zl^2 + y^4 x zl + 4rzi^2 y + 4zl^3 y^4 x + 4y^3 x zl - rzi x - 3rzi y^2 x^3 - 6rzi y^2 x + 4rzi^2 yx^2 - 8rzi^3 yx) y^3 (y^2 x^3 - 2y^2 x^2 zl + y^2 x - 2zlyx^2 + 4zl^2 yx - 2zly + x - 2zl)^2 \tag{d29}$$

Pour $\mu_{z2} \in [0, \mu_{z2}[$, nous constatons que la différentielle $d\chi|_{\gamma_1, \lambda_1, d\eta=0}$ est positive (cf. figure D6).



ANNEXE E

CALCUL DES VARIATIONS DU FACTEUR DE CHARGE v ET DU RAPPORT INERTIEL η

Une démarche de préconception pas à pas (cf. §5.2) utilise dans un premier temps un modèle « idéal » de mécanisme, c'est à dire un modèle où la transmission est assimilée à une simple raideur sans inertie. Les paramètres m_1 et m_2 représentent respectivement l'inertie de l'actionneur et celle de la charge. Le rapport inertiel « idéal » s'écrit :

$$\eta = \frac{m_2}{m_1} \quad (\text{e1})$$

Le facteur de charge « idéal » v se calcule directement à partir des constantes de charge C_c et d'actionneur C_a :

$$v = \frac{C_a}{C_c}$$

$$C_a = \frac{f_m^2}{2m_1} \quad \text{avec} \quad f_m = T_m / r \quad (\text{e2})$$

$$C_c = 2m_2 a^2$$

L'actionneur a été choisi pour que : $v \geq 1$

Dès lors, le choix d'une transmission entraîne une inertie additionnelle qui peut remettre en cause les choix d'actionneur ou de rapport de réduction.

Un modèle de mécanisme avec l'inertie additionnelle due au choix de la transmission est alors considéré. Ce modèle inclut l'inertie déduite des choix structuraux du mécanisme de transmission, i.e. la cinématique et le montage du mécanisme. Cette inertie additionnelle est déduite du prédimensionnement du mécanisme de transmission grâce aux lois de synthèse interdisciplinaire (cf. §4.4.1). On note la nouvelle répartition d'inertie entre les masses \hat{m}_1 et \hat{m}_2 correspondante au premier mode flexible du mécanisme:

$$\hat{m}_1 = m_1 + \Delta m_1 \quad (\text{e3})$$

$$\hat{m}_2 = m_2 + \Delta m_2 \quad (\text{e4})$$

Δm_1 et Δm_2 représentent les accroissements d'inertie positifs ou nuls impliqués par la réalisation physique du mécanisme. L'accroissement total d'inertie étant toujours strictement positif, on aura : $\Delta m_1 + \Delta m_2 > 0$.

On en déduit le nouveau rapport inertiel $\hat{\eta}$ et le nouveau facteur de capacité de charge \hat{v} :

$$\hat{\eta} = \eta + \Delta\eta \quad (e5)$$

$$\hat{v} = v + \Delta v \quad (e6)$$

Compte-tenu des accroissements relatifs d'inertie $\frac{\Delta m_1}{m_1}$ et $\frac{\Delta m_2}{m_2}$, on en tire les accroissements

relatifs $\frac{\Delta\eta}{\eta}$ et $\frac{\Delta v}{v}$.

Le nouveau facteur de capacité de charge s'écrit :

$$v + \Delta v = \frac{f_m^2}{4a^2} \frac{1}{m_1 m_2 + m_1 \Delta m_2 + \Delta m_1 m_2 + \Delta m_1 \Delta m_2} \quad (e7)$$

On en déduit :

$$\frac{\Delta v}{v} = - \frac{\frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{\Delta m_2}{m_2} + \frac{\Delta m_1}{m_1} \frac{\Delta m_2}{m_2}}{1 + \frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{\Delta m_2}{m_2} + \frac{\Delta m_1}{m_1} \frac{\Delta m_2}{m_2}} \quad (e8)$$

On peut remarquer que : $-1 < \frac{\Delta v}{v} < 0$ et donc $\hat{v} < v$. On aura $\hat{v} > 0$ pour $v > 1$

Avec l'accroissement d'inertie, le mécanisme est en surcapacité de charge (moteur sous dimensionné) si et seulement si : $\hat{v} < 1$. Dans ce cas, le concepteur devra choisir un nouveau moteur (avec un C_a plus élevé) tel que $\hat{v} \geq 1$.

De même, compte tenu du nouveau rapport inertiel, on a la relation :

$$\eta + \Delta\eta = \frac{m_2 + \Delta m_2}{m_1 + \Delta m_1} \quad (e9)$$

de laquelle on déduit l'accroissement relatif du rapport inertiel :

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{\frac{\Delta m_2}{m_2} - \frac{\Delta m_1}{m_1}}{1 + \frac{\Delta m_1}{m_1}} \quad (e10)$$

Le signe de $\frac{\Delta\eta}{\eta}$ est donné par le signe de $\frac{\Delta m_2}{m_2} - \frac{\Delta m_1}{m_1}$.

Pour $\frac{\Delta m_1}{m_1} > \frac{\Delta m_2}{m_2}$, on a : $\hat{\eta} < \eta$

Pour $\frac{\Delta m_1}{m_1} < \frac{\Delta m_2}{m_2}$, on a : $\hat{\eta} > \eta$

Or, le nouveau rapport inertiel $\hat{\eta}$ doit vérifier le dimensionnement du mécanisme rigide (cf. §4.3.2.4) :

$$\hat{\eta} \leq \eta_{\text{sup}}(\hat{v}) \quad (\text{e11})$$

avec $\eta_{\text{sup}}(\hat{v}) < \eta_{\text{sup}}(v)$ (car $\hat{v} < v$ et $\eta_{\text{sup}}(v)$ est croissante).

Si l'inégalité (e11) n'est pas vérifiée, le concepteur devra choisir un rapport de réduction inférieur au précédent. Le prédimensionnement du mécanisme de transmission doit alors être repris.

Contribution à une approche interdisciplinaire de la conception
des systèmes mécaniques commandés - Application aux axes de machines

Résumé : Une approche interdisciplinaire de la conception des systèmes mécaniques commandés est adoptée pour la phase d'avant-projet. Soulignant le caractère pluridisciplinaire de la conception et la tâche d'induction de structure lors de la préconception, une méthodologie est proposée afin d'appréhender la synthèse dans sa globalité en identifiant les phénomènes prédominants. Leur modélisation minimum doit permettre de choisir une structure de solution qui vérifiera les spécifications de performances. L'étude concerne plus précisément la synthèse des mécanismes commandés. A partir de l'interaction dynamique entre le mécanisme et sa boucle de régulation - caractérisée par le spillover et la (non)colocalisation des mesures- un modèle minimum est élaboré pour la synthèse interdisciplinaire. L'analyse du modèle fournit des propriétés de l'interaction utiles au concepteur, notamment pour le choix de la localisation des mesures de position et de vitesse. Des lois adimensionnelles de synthèse interdisciplinaire du mécanisme sont obtenues à partir de la résolution algébrique du problème inverse. Les performances dynamiques à atteindre par le mécanisme sont spécifiées grâce à un placement « souple » des pôles du servomécanisme. Ces lois de synthèse sont complétées par les lois classiques pour le choix de l'actionneur et du rapport de transmission. L'application aux axes de machine donne lieu à deux démarches de préconception complémentaires, l'une pas à pas, l'autre plus synthétique. Pour un axe en translation grande vitesse de type vis-à-billes, les choix d'actionneur, de cinématique, de montage de vis sont faits à partir du prédimensionnement des solutions, étant donné un cahier des charges et des catalogues-constructeurs.

Mots clés : mécatronique / conception intégrée / préconception / problème inverse / synthèse algébrique / mécanisme / boucle de régulation / interaction dynamique / modèle interdisciplinaire / axe de machine / système vis écrou

Contribution to Interdisciplinary Approach of the Controlled Mechanical System Design
Application to Machine Drive Systems

Abstract : An interdisciplinary approach of controlled mechanical system design is used for the first-project step. We put emphasis on pluridisciplinary character of the design and on structure induction task during the predesign ; a methodology is proposed in order to achieve a global synthesis by identifying predominant phenomena. Their minimum model may lead to a solution structure which verified performance requirements. The study aims to synthesize controlled mechanisms. Based on dynamic interaction between mechanism and feedback -characterized by spillover and (non)colocated sensors- a minimum model is worked out for the interdisciplinary synthesis. Model analysis provides some interaction properties which are useful for the designer, especially for the location choices of position and speed sensor. Some nondimensional laws for the interdisciplinary synthesis of mechanisms are obtained from the algebraic resolution of inverse problem. A « versatile » pole placement of servomechanism is established so as to specify the dynamic performances to be performed by the mechanism. These synthesis laws are associated with some classical laws dedicated to the choices of actuator and transmission ratio. Application to drive system of machine leads to a step-by-step approach and a more synthetic approach. Based on stated requirements and manufacturer catalogues a high speed translation drive system with a ball screw system can be design : actuator, kinematic, mechanism setting are chosen owing to the presizing of the solutions.

Key words : mechatronic, integrated design, predesign, inverse problem, algebraic synthesis, mechanism, feedback, drive system, ball screw system

Bibliothèque Universitaire de Valenciennes



00904056