



**HAL**  
open science

# Analyse, Observation et Commande énergétique des systèmes robotisés

Nahla Khraief

► **To cite this version:**

Nahla Khraief. Analyse, Observation et Commande énergétique des systèmes robotisés. Automatique / Robotique. Université Polytechnique Hauts-de-France, 2021. tel-03997273

**HAL Id: tel-03997273**

**<https://uphf.hal.science/tel-03997273v1>**

Submitted on 20 Feb 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - ShareAlike 4.0 International License

# Mémoire

Présenté à

**l'Université polytechnique Hauts-de-France**

par

**Nahla Khraief ep HADDAD**

pour l'obtention de

**l'Habilitation à Diriger des Recherches**

Spécialité : **Automatique et Robotique**

Intitulé

---

## **Analyse, Observation et Commande énergétique des systèmes robotisés : Du Concept à l'implémentation temps réel**

---

Soutenance prévue pour le 07 Octobre 2021  
devant le jury composé de

M Rochdi MERZOUKI

M Krishna BUSAWON

Mme Nidhal Carla BOUAYNAYA

M Faiz BENAMAR

Mme Safya BELGHITH

M Mohamed DJEMAI

Pr. Polytech Lille

Pr. Northumbria University

Pr. Rowan University, USA

Pr. UPMC, Sorbonne (Paris 6)

Pr. ENIT-Tunis

Pr. INSA HdF

Président

Rapporteur

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Garant scientifique



# *Dédicaces*

*A l'âme de ma très chère maman **Turkia** qui nous a quitté le 21 Janvier 2018...  
" Maman je t'aime énormément j'espère que tu es parti fière de moi....j'espère que tu vas bien  
là où tu es et que tu reposes en paix."*

*A mon cher mari **ISSAM** pour son amour, sa patience et son soutien durant les années de la  
préparation de ce travail.*

*A mes petits amours **Rouaa** et **Ali** qui illuminent ma vie.*

*A la mémoire de mon père.*

*A ma soeur Nesrine et à son époux Khmaies.*

*A mon Frère Nacer et son épouse Sawsen.*

*A ma chère belle mère **Ourida** pour son soutien et son affection.*

*A mes belles soeurs Najoua et Khalsa, à leurs époux Fadhel et Mohamed et à leurs adorables  
enfants.*

*A mon beau frère Toubaa, à son épouse et à leurs enfants.*

*A mon beau frère Moslem, à son épouse et à leurs enfants.*

*A mes adorables neveux et nièces Mohamed Amine, Mayssa, Nourhène, Douaa et Thaweb.*

*A mes très chers amis qui m'ont toujours soutenus.*

*A tout mes enseignants du primaire, secondaire et supérieur que j'aime et je respecte et qui  
m'ont beaucoup appris*

*Enfin, je dédie ce travail à tous ceux qui me sont chers pour m'avoir ressourcé en amour, en  
enthousiasme et en confiance pendant toutes mes années de recherche.*

**NAHLA KHRAIEF HADDAD**



# *Remerciements*



# Table des matières

<b>Dédicaces</b>	<b>i</b>
<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Avant propos</b>	<b>1</b>
<b>I Curriculum Vitae et Bilan des activités scientifiques</b>	<b>3</b>
<b>1 Curriculum Vitae</b>	<b>5</b>
1.1 Curriculum Vitae . . . . .	5
1.1.1 État civil . . . . .	5
1.1.2 Cursus pédagogique et professionnel . . . . .	5
1.1.3 Langues pratiquées . . . . .	6
1.1.4 Stages et formations suivies . . . . .	6
1.2 Activités d'enseignement . . . . .	6
1.2.1 Productions pédagogiques . . . . .	6
1.2.2 Enseignements dispensés . . . . .	6
1.3 Responsabilités pédagogiques . . . . .	11
1.4 Responsabilités administratives . . . . .	11
<b>2 Activités scientifiques</b>	<b>13</b>
2.1 Activités antérieures : DEA et thèse . . . . .	13
2.1.1 Travaux de Thèse de Doctorat . . . . .	13
2.1.2 Travaux de D.E.A. . . . .	13
2.2 Activités de recherches pour la préparation d'une HdR . . . . .	14
2.3 Activités d'encadrement . . . . .	16
2.3.1 Encadrement de doctorants . . . . .	16
2.3.2 Encadrement de Master 2 . . . . .	21
2.4 Rayonnement scientifique . . . . .	23
<b>II Synthèse des activités de recherche</b>	<b>25</b>
<b>I Analyse et commande énergétique robuste des systèmes mécaniques sous-actionnés</b>	<b>27</b>
<b>1 Commande Robuste par façonnement d'énergie des systèmes mécaniques sous-actionnés</b>	<b>31</b>
1.1 Introduction . . . . .	31
1.2 État de l'art et problématiques étudiées . . . . .	32
1.3 Travaux et résultats . . . . .	33
1.3.1 Contribution n°01 : La stabilisation robuste des systèmes mécaniques sous-actionnés par une commande CBP-AIA adaptative . . . . .	33

1.3.2	Contribution n°02 : Application au Pendule Inversé à Roue d'Inertie (PIRI) : Simulations et expérimentations . . . . .	37
1.4	Conclusion . . . . .	46
1.5	Liste des publications et Communications . . . . .	47
1.5.1	Publications dans des revues . . . . .	47
1.5.2	Liste des communications dans des conférences Nationales et internationales	47
<b>2</b>	<b>Stabilisation des oscillations entretenues pour les systèmes mécaniques sous-actionnés</b>	<b>49</b>
2.1	Introduction . . . . .	49
2.2	État de l'art et problématiques étudiées . . . . .	49
2.3	Travaux et résultats . . . . .	51
2.3.1	Contribution n°01 : Analyse de bifurcation de Hopf pour le PIRI Contrôlé par CBP-AIA (PIRI-C) . . . . .	51
2.3.2	Contribution n°02 : De la detection de la bifurcation de Hopf vers la génération des cycles limites stables pour le PIRI-C . . . . .	57
2.4	Conclusion . . . . .	60
2.5	Liste des publications et Communications . . . . .	62
<b>II</b>	<b>Analyse, Observation et Contrôle du chaos dans la marche des robots bipèdes planaires</b>	<b>63</b>
<b>1</b>	<b>Analyse, du chaos et de la bifurcation dans la marche des robots bipèdes planaires</b>	<b>67</b>
1.1	Introduction . . . . .	67
1.2	État de l'art et Problématiques étudiées . . . . .	68
1.3	Préliminaires . . . . .	68
1.3.1	Sur la marche des robots bipèdes . . . . .	68
1.3.2	Modélisation hybride de la marche . . . . .	69
1.4	Travaux et résultats . . . . .	71
1.4.1	Contribution n°01 : Analyse de la bifurcation et du chaos dans la marche dynamique des robots bipèdes . . . . .	71
1.4.2	Contribution n°02 : Vers la recherche de nouveaux cycles limites passifs .	85
1.4.3	Contribution n°03 : Intermittence et crises dans la marche dynamique passive et semi-passive . . . . .	91
1.5	Conclusion . . . . .	97
1.6	Liste des Publications . . . . .	99
1.6.1	Chapitres de livre . . . . .	99
1.6.2	Publications dans des revues . . . . .	99
1.6.3	Communications dans des conférences nationales et internationales . . . .	99
<b>2</b>	<b>Observation et commande dans la marche dynamique des robots bipèdes planaires</b>	<b>101</b>
2.1	Introduction . . . . .	101
2.2	Contribution n°01 : Observation et Commande pour la marche dynamique stable d'un robot bipède à 5 ddl . . . . .	102
2.2.1	Conception d'observateurs à modes glissants hybrides . . . . .	102
2.2.2	Application : Commande de la marche dynamique d'un robot bipède planaire à 5 ddl . . . . .	107

2.2.3	Résultats des simulations . . . . .	110
2.3	Contribution n°02 : Contrôle du Chaos dans la Marche Dynamique Passive du Robot Bipède de Type Compas . . . . .	115
2.3.1	Modèle linéaire du robot bipède de type compas . . . . .	117
2.3.2	Application de Poincaré du modèle linéaire hybride . . . . .	122
2.3.3	Détermination du point fixe de l'application de Poincaré . . . . .	124
2.3.4	Stabilisation du point fixe et contrôle du chaos . . . . .	125
2.3.5	Résultats de simulations . . . . .	126
2.4	Conclusion . . . . .	127
2.5	Liste des Publications . . . . .	129
2.5.1	Liste des chapitres de livre . . . . .	129
2.5.2	Liste des publications dans des revues . . . . .	129
2.5.3	Liste des publications dans des conférences nationales et internationales . . . . .	129
 <b>III Modélisation, génération des trajectoires et commande des robots humanoïdes</b>		<b>131</b>
<b>1 Génération des trajectoires de marche par le modèle simplifié "Liquid Level Model" (LLM)</b>		<b>135</b>
1.1	Introduction . . . . .	135
1.2	État de l'art et problématiques étudiées . . . . .	135
1.3	Travaux et résultats . . . . .	136
1.3.1	Contribution n°01 : Le modèle simplifié LLM (Liquid Level Model) . . . . .	136
1.3.2	Contribution n°02 : Validation du modèle "LLM" . . . . .	140
1.3.3	Contribution n°03 : Commande de la marche dynamique du robot humanoïde "DARWIN-OP" . . . . .	148
1.4	Conclusion . . . . .	152
1.5	Liste des Publications . . . . .	152
 <b>IV Perspectives de Recherche</b>		<b>153</b>
<b>1 Perspectives de Recherche des trois axes</b>		<b>157</b>
1.1	Axe 1 : Analyse et commande énergétique robuste des systèmes mécaniques sous-actionnés . . . . .	157
1.2	Axe 2 : Analyse, Observation et contrôle du chaos en robotique : Cas des robots bipèdes planaires . . . . .	157
1.3	Axe 3 : Modélisation, génération des trajectoires et commande des Robots Humanoïdes : De la conception à la réalisation . . . . .	158
 <b>2 Activités actuelles de Recherche</b>		<b>159</b>
2.1	Introduction . . . . .	159
2.2	Projet 1 : Rééducation fonctionnelle du membre supérieur à l'aide d'exosquelettes commandés par des signaux biomédicaux . . . . .	159
2.3	Projet 2 : Contribution à la conception des algorithmes de contrôle basés sur la stimulation électrique fonctionnelle (FES) pour la rééducation des membres supérieurs : Application sur l'exosquelette Armeo Spring . . . . .	161
2.4	Projet 3 : Contribution à la modélisation et à la commande robuste de l'ensemble exosquelette-membre supérieur . . . . .	162

Bibliographie
---------------

165
-----

# Table des figures

2.1	Le pendule inversé à roue d'inertie (PIRI) . . . . .	14
1.1	Vue générale du contenu du chapitre . . . . .	32
1.2	Diagramme de la commande MRA-CBP-AIA . . . . .	35
1.3	Le Pendule Inversé à Roue d'Inertie (PIRI) . . . . .	37
1.4	La plate-forme expérimentale du PIRI . . . . .	37
1.5	Evolution des positions angulaires en fonction du temps . . . . .	40
1.6	Evolution des vitesses angulaires . . . . .	41
1.7	Evolution des entrées de commande . . . . .	41
1.8	Evolution dans le plan de phase $(\theta_1, \dot{\theta}_1)$ . . . . .	42
1.9	Evolution des paramètres estimés en fonction du temps . . . . .	42
1.10	Les résultats de simulations en présence des perturbations externes . . . . .	43
1.11	Evolution des gains de la commande en présence des perturbations externes . . . . .	43
1.12	Résultats de la simulation de Monte Carlo . . . . .	44
1.13	Résultats d'expérimentations des deux commandes . . . . .	45
1.14	L'évolution dans le plan de phase $(\theta_1, \dot{\theta}_1)$ obtenu pour les deux commandes . . . . .	45
1.15	Perturbations externes introduites en expérimentations . . . . .	46
1.16	Résultats d'expérimentations pour les deux commandes . . . . .	46
1.17	Expérimentations dans le plan de phase . . . . .	47
2.1	Vue générale du contenu du chapitre . . . . .	50
2.2	Existence de la bifurcation de Hopf (HB) dans l'espace des paramètres $(k_1, k_2)$ . . . . .	54
2.3	Variation de $\beta_1$ et $\beta_2$ en fonction des paramètres $k_1$ pour des valeurs fixes de $k_2$ . . . . .	54
2.4	Variation de $k_4$ en fonction des paramètres $k_1$ , pour $k_3 = 38.4$ et pour $k_2$ : $k_2 = 0.001, k_2 = 0.02, k_2 = 0.05, k_2 = 0.1$ et $k_2 = 0.15$ . . . . .	55
2.5	Détection de la bifurcation de Hopf en fonction du paramètre $k_1$ pour des valeurs fixes de $k_2, k_3$ et $k_4$ . . . . .	58
2.6	Détection de la bifurcation de Hopf en fonction du paramètre $k_4$ pour des valeurs fixes de $k_1, k_2$ et $k_3$ . . . . .	58
2.7	Position et vitesse angulaires du pendule en fonction du temps (conditions initiales $[0.2; 0; 0; 0]$ ) . . . . .	60
2.8	Portrait de phase et évolution du signal de la commande quand $k_1 = k_{1,1}^c$ . . . . .	60
2.9	Position et vitesse angulaires du pendule en fonction du temps . . . . .	61
2.10	Portrait de phase et évolution du signal de la commande quand $k_1 = k_{1,2}^c$ . . . . .	61
1.1	Différents types de la marche bipède . . . . .	69
1.2	Modèle d'un robot bipède avec des jambes droites et raides, sans genoux, avec des pieds ponctuels et avec un tronc . . . . .	69
1.3	Modèle du robot bipède de type compas sur une pente $\varphi$ . Ici, $\alpha$ est le demi-angle entre-jambe. . . . .	72
1.4	Diagramme de bifurcation : variation de la période de pas de marche passive en fonction de la pente $\varphi$ . . . . .	73
1.5	Variation du spectre des exposants de Lyapunov en fonction de la pente $\varphi$ pour la marche dynamique passive du robot bipède de type compas. . . . .	74
1.6	Variation de la dimension fractale de Lyapunov en fonction de la pente $\varphi$ . . . . .	74

1.7	Variation des deux premiers exposants de Lyapunov $\lambda_1$ et $\lambda_2$ pour des pentes supérieures à $5.04^\circ$ . . . . .	75
1.8	Diagramme de bifurcation du modèle de la marche du robot compas montrant quelques fenêtres de périodicité : Période de pas de marche en fonction de la pente. . . . .	75
1.9	Robot bipède actionné par un torse ayant une marche dynamique semi-passive sur une pente $\varphi$ . La loi de commande $u$ agit seulement entre le torse et la jambe d'appui. . . . .	76
1.10	Cycles limites de la marche dynamique semi-passive du robot bipède avec un torse pour : (a, b) $\varphi = 2^\circ$ et $\theta_t^d = 0^\circ$ , (c, d) $\varphi = 4^\circ$ et $\theta_t^d = 20^\circ$ . . . . .	77
1.11	Cycles limites de la marche dynamique semi-passive du robot bipède avec un torse pour : (a, b) $\varphi = 4^\circ$ et $\theta_t^d = -30^\circ$ , (c, d) $\varphi = 4.8^\circ$ et $\theta_t^d = -10^\circ$ . . . . .	78
1.12	Cycles limites de la marche dynamique semi-passive du robot bipède avec un torse pour $\varphi = 5^\circ$ et $\theta_t^d = 0^\circ$ . (a) Cycle limite instable de période 2 identifié dans la Table 1.1. (b) Attracteur chaotique qui est l'ensemble limite du cycle limite instable de période 2. . . . .	79
1.13	Diagrammes de bifurcation montrant la variation de la période d'un pas de marche et la vitesse angulaire en fonction de la pente $\varphi$ pour trois différentes valeurs de l'angle désiré du torse : $\theta_t^d = 18^\circ$ (a, b), $\theta_t^d = 30^\circ$ (c, d) et $\theta_t^d = 40^\circ$ (e, f). . . . .	80
1.14	Diagrammes de bifurcation : Période d'un pas de marche semi-passive et vitesse moyenne en fonction de l'angle désiré du torse $\theta_t^d$ pour trois pentes différentes : $\varphi = 4.8^\circ$ (a, b), $\varphi = 5.2^\circ$ (c, d) et $\varphi = 7.1^\circ$ (e, f). . . . .	81
1.15	Variation des exposants de Lyapunov en fonction de $\varphi$ pour la marche dynamique semi-passive du robot bipède actionné par un torse. . . . .	82
1.16	Variation des deux plus grands exposants de Lyapunov, $\lambda_1$ et $\lambda_2$ , en fonction de $\varphi$ . . . . .	83
1.17	Variation de la dimension fractale de Lyapunov en fonction de $\varphi$ pour la marche dynamique semi-passive du robot bipède actionné par un torse. . . . .	83
1.18	Diagramme de bifurcation pour le robot bipède actionné par un torse : Période de pas marche en fonction de la pente $\varphi$ . . . . .	84
1.19	Élargissement du diagramme de bifurcation de la Fig. 1.18 pour des pentes entre $4.1^\circ$ et $5.144^\circ$ . . . . .	84
1.20	Cycle limite hybride passif instable de période 3 pour $\varphi = 3.9128 \text{ deg}$ et $\beta = \mu = 0.5$ , et le cycle limite final de période 1 correspondant (représenté en pointillés). Le cycle limite instable de période 3 frôle l'hypersurface cible pour $\dot{\theta}_{nsg} = 141.958^\circ/\text{s}$ qui est tracé ici comme une ligne horizontale rouge en pointillés. . . . .	86
1.21	Coexistence de deux cycles limites hybrides passifs stables distincts de période 1 (a) et de période 3 (b) pour le même ensemble de paramètres : $\varphi = 4.7654 \text{ deg}$ , $\beta = 0.59$ et $\mu = 0.55$ . . . . .	87
1.22	Bifurcation "cyclic-fold". (a) : Une seule bifurcation "cyclic-fold" se produit dans le diagramme de bifurcation. (b) : Deux bifurcations "cyclic-fold" coexistent en paire et un phénomène d'hystérésis est généré. . . . .	88
1.23	Diagrammes de bifurcation : période d'un pas en fonction de l'angle de la pente $\varphi$ pour $\beta = 0.5$ et $\mu = 0.5$ . . . . .	89
1.24	Diagrammes de bifurcation : vitesse moyenne en fonction de l'angle de la pente $\varphi$ pour $\beta = 0.5$ et $\mu = 0.5$ . . . . .	89
1.25	Diagrammes de bifurcation : période d'un pas en fonction de l'angle de la pente $\varphi$ pour $\beta = 0.5$ et $\mu = 0.5$ . Ce diagramme de bifurcation est un élargissement de celui de la Fig. 1.23. . . . .	90
1.26	Diagrammes de bifurcation : vitesse moyenne en fonction de l'angle de la pente $\varphi$ pour $\beta = 0.5$ et $\mu = 0.5$ . Ce diagramme de bifurcation est un élargissement de celui de la Fig. 1.24. . . . .	90

1.27	Diagrammes de bifurcation : période d'un pas de marche en fonction de l'angle de la pente pour $\beta = 0.5$ et $\mu = 0.5$ . Ce diagramme de bifurcation est un élargissement de la partie centrale du diagramme de bifurcation de la Fig. 1.25. . . . .	91
1.28	Diagrammes de bifurcation : période d'un pas de marche en fonction de l'angle de la pente pour $\beta = 0.5$ et $\mu = 0.5$ . Ce diagramme de bifurcation est un agrandissement de la zone bleue rectangulaire dans le diagramme de bifurcation de la Fig. 1.27. Certaines fenêtres de périodicité apparaissent. . . . .	92
1.29	Diagramme de bifurcation pour le robot bipède de type compas : agrandissement de la zone indiquée par la flèche rouge sur la Fig. 1.8. . . . .	93
1.30	Diagramme de bifurcation pour le robot bipède actionné par un torse : élargissement de la zone indiquée par la flèche rouge sur la Fig. 1.19. . . . .	93
1.31	Élargissement de la zone rectangulaire rouge dans le diagramme de bifurcation de la Fig. 1.29. . . . .	94
1.32	Élargissement de la zone rectangulaire rouge dans le diagramme de bifurcation de la Fig. 1.30. . . . .	94
1.33	Variation des deux plus grands exposants de Lyapunov, $\lambda_1$ et $\lambda_2$ , en fonction de la pente $\varphi$ pour le robot bipède de type compas. . . . .	95
1.34	Variation des deux plus grands exposants de Lyapunov, $\lambda_1$ et $\lambda_2$ , en fonction de la pente $\varphi$ pour le robot bipède actionné par le torse. . . . .	95
1.35	Variation de la dimension fractale de Lyapunov en fonction de la pente $\varphi$ pour le robot bipède de type compas. . . . .	96
1.36	Variation de la dimension fractale de Lyapunov en fonction de la pente $\varphi$ pour le robot bipède actionné par le torse. . . . .	96
1.37	Diagramme de bifurcation : période de pas de marche en fonction de la pente $\varphi$ . L'attracteur en bleu $A_1$ est le comportement classique généré par la marche dynamique passive du robot bipède de type compas. L'attracteur en rouge $A_2$ est l'attracteur qui est généré par la bifurcation "cyclic-fold" (CFB) à laquelle une orbite périodique stable de période 3 entre en collision avec une orbite périodique instable de période 3 (p3-UPO). Une telle p-3 UPO est responsable de la génération d'une crise frontière double (BC) qui est la cause principale de la chute du robot bipède de type compas. . . . .	98
2.1	Schéma cinématique d'un robot bipède à 5 d.d.l . . . . .	107
2.2	Organigramme de la stratégie de commande du robot bipède . . . . .	108
2.3	Trajectoires désirées des deux jambes . . . . .	109
2.4	Position articulaire et son estimée pour la jambe d'appui . . . . .	111
2.5	Vitesse articulaire et son estimée pour la jambe d'appui . . . . .	111
2.6	Position articulaire et son estimée pour la jambe en vol . . . . .	112
2.7	Vitesse articulaire et son estimée pour la jambe en vol . . . . .	112
2.8	Position et vitesse articulaire du tronc . . . . .	113
2.9	Plan de phase de la jambe d'appui . . . . .	113
2.10	Plan de phase de la jambe en vol . . . . .	114
2.11	Plan de phase du tronc . . . . .	114
2.12	Forces tangentielle et normale . . . . .	115
2.13	Entrées de commandes appliquées . . . . .	116
2.14	Diagrammes de bifurcation présentant tous les cycles de marche dynamique passive du robot bipède de type compas en fonction du paramètre de bifurcation $\varphi$ . Une bifurcation "cyclic-fold" (CFB) et des bifurcations de dédoublement (PD) sont générées conduisant au chaos. À la première bifurcation de dédoublement de période (PD-1), une marche instable de période 1 (p1-UPO) est créée. . . . .	116

2.15	Cycles périodiques symétriques stables et instables dans la marche dynamique passive du robot bipède de type compas. . . . .	117
2.16	Modèle du robot bipède de type compas avec une seule commande $u_H$ localisée à la hanche. . . . .	118
2.17	Cycle limite hybride passif $\Lambda_d$ pour un paramètre de bifurcation désiré $\varphi_d$ . . . . .	119
2.18	Flot $\phi(t, \mathbf{x}_0)$ de la marche dynamique passive pour la pente $\varphi_d$ pour un seul pas de marche. Le flot débute à $t_0 = 0s$ et il est terminé à la fin d'un pas de marche à $\tau_d$ . . . . .	119
2.19	Diagramme schématique montrant la subdivision du flot $\phi(t, \mathbf{x}_0)$ du cycle de la marche dynamique passive pour une pente désirée $\varphi_d$ . Le modèle non-linéaire original sera divisé en $p$ modèles linéaires $M_{ij}$ . Chaque modèle $M_{ij}$ est défini durant un intervalle de temps défini $[t_{(i-1)j} \ t_{ij}]$ , et il est défini autour du point $\chi_{ij}$ . Ici, $\chi_{ij}$ est choisi d'être $\chi_{ij} = \mathbf{x} \left( \frac{t_{ij} + t_{(i-1)j}}{2} \right)$ . . . . .	120
2.20	Diagrammes de bifurcation montrant certains descripteurs de la marche dynamique passive lorsque l'angle d'inclinaison $\varphi$ varie en utilisant le modèle non-linéaire (en bleu) et l'application de Poincaré soumise à des contraintes (en rose). (a) Angle de la jambe de vol juste avant l'impact, (b) Vitesse de la jambe de support juste avant l'impact, (c) Vitesse de la jambe de balancement juste avant l'impact, (d) Période d'un pas de marche passive. . . . .	124
2.21	Attracteur chaotique pour une marche dynamique passive pour $\varphi = 5.2^\circ$ . . . . .	127
2.22	Cycle limite hybride passif de période 1 contrôlé. . . . .	127
2.23	Période d'un pas de marche bipède en fonction du nombre du pas pour $\varphi = 5.2^\circ$ . . . . .	128
2.24	Loi de commande $u$ en fonction du nombre du pas pour $\varphi = 5.2^\circ$ . . . . .	128
1.1	Un robot humanoïde qui peut marcher selon un modèle de marche donné . . . . .	136
1.2	Exemple du modèle "LLM" en 3D. . . . .	137
1.3	Le modèle LLM dans son état initial . . . . .	138
1.4	Le modèle LLM pour une trajectoire de marche ascendante . . . . .	139
1.5	Le modèle LLM pour une trajectoire de marche descendante . . . . .	140
1.6	le modèle d'un quart de véhicule à deux degrés de liberté . . . . .	140
1.7	le modèle latéral d'un demi véhicule . . . . .	141
1.8	le modèle longitudinal d'un demi véhicule . . . . .	142
1.9	Modélisation du véhicule par le LLM . . . . .	142
1.10	Modélisation du véhicule sur une pente par le LLM . . . . .	143
1.11	Modélisation du véhicule par le LLM . . . . .	143
1.12	Le déplacement vertical de chaque roue en présence de la commande . . . . .	144
1.13	Le déplacement vertical de chaque roue sans commande . . . . .	145
1.14	Le déplacement vertical de la masse suspendue avec et sans contrôle . . . . .	145
1.15	Le déplacement vertical de la masse non suspendue avec et sans contrôle . . . . .	145
1.16	Avion en décollage V/STOL . . . . .	146
1.17	Modélisation de l'avion en décollage V/STOL avec le LLM . . . . .	147
1.18	La relation entre la force $F_z$ et le poids de l'avion en phase de décollage . . . . .	147
1.19	L'évolution de l'angle de tangage $\theta$ . . . . .	148
1.20	L'évolution des coordonnées du $COM$ dans le référentiel terre . . . . .	148
1.21	Schéma block de la stratégie de commande . . . . .	149
1.22	Le robot humanoïde Darwin-OP (Dynamic Anthropomorphic Robot with Intelligence Open Platform). . . . .	150
1.23	Les trajectoires du CoM et du ZMP suivant l'axe $x$ . . . . .	150
1.24	Les trajectoires du CoM et du ZMP suivant l'axe $y$ . . . . .	150
1.25	Les trajectoires des CoM, ZMP et les pieds du robot . . . . .	151
1.26	La marche de Darwin-OP sur sol plat . . . . .	151
1.27	La marche de Darwin-OP pour montée d'escalier . . . . .	151

---

1.28	La marche de Darwin-OP pour descente d'escalier . . . . .	151
2.1	Synoptique de l'étude des signaux EEG en vue de la commande d'un exosquelette membre supérieur . . . . .	160
2.2	Principe de la commande par FES d'un mouvement Flexion/extension d'un membre supérieur . . . . .	162
2.3	Schéma général de la démarche de la recherche : problématique et méthodologie .	163



# Liste des tableaux

1.1	Description des paramètres dynamique du PIRI . . . . .	38
2.1	Valeurs numériques et analytiques calculées pour les points critiques quand $k_1 = k_{1,1}^c$ . . . . .	59
2.2	Valeurs numériques et analytiques calculées pour les points critiques quand $k_1 = k_{1,2}^c$ . . . . .	59
2.3	Description et valeurs numériques pour les points critiques . . . . .	59
1.1	Cycles limites semi-passifs identifiés . . . . .	77
1.2	Cycles limites identifiés et les valeurs de frôlement associées . . . . .	86



# Avant propos

*La robotique est une discipline qui fait partie des "sciences de l'artificiel"*  
(Herbert Simon, Prix Nobel)

La robotique représente un volet de la science des systèmes et peut être définie comme la science de la perception et de l'action intelligente. L'intégration de ces dernières dans une machine physique donne naissance à ce qu'on appelle un robot. Aujourd'hui les systèmes robotisés sont largement utilisés dans l'industrie, la médecine et dans diverses applications domestiques. L'objectif étant d'aider l'Homme à accomplir des tâches qui nécessitent des efforts dépassant sa propre échelle de grandeur tout en veillant à la préservation de sa sécurité. Ils permettent ainsi d'exécuter des tâches complexes avec haute précision. Vu l'importance de ce domaine, la recherche en robotique est en pleine effervescence rassemblant plusieurs communautés de chercheurs de diverses disciplines : mathématiciens, physiciens, mécaniciens, automaticiens, etc.

Ma motivation essentielle dans ce vaste domaine de recherche étant de concevoir et d'exécuter de nouvelles commandes robustes appliquées aux systèmes robotisés. Par conséquent, le titre pouvant résumer au mieux mes travaux est : **L'automatique et les systèmes robotisés.**

Une synthèse de mes activités scientifiques et pédagogiques est présentée dans cette habilitation. Elle résume le déroulement de ma carrière d'enseignant/chercheur au sein de plusieurs établissements tunisiens depuis ma nomination en septembre 2005 en tant que maître assistant à l'Université de Carthage, Tunis, Tunisie. Après une thèse de doctorat soutenue en 2004 et dix-sept ans en tant qu'enseignant chercheur, j'ai développé plusieurs axes de recherches qui concernent l'analyse, l'observation et la commande des systèmes mécaniques.

En effet, mes travaux concernent l'analyse, la génération des trajectoires, et la commande de quelques exemples de systèmes robotisés à savoir : les robots bipèdes planaires, les robots humanoïdes, le pendule inversé à roue d'inertie, la suspension d'une voiture et le modèle d'un avion.

Ce travail est orienté vers trois principaux axes de recherche. Cette répartition étant motivée par les types d'applications étudiées. Le premier axe concerne l'analyse et la commande robuste du pendule inversé à roue d'inertie. Le second porte sur l'analyse, l'observation et la commande de la marche pour les robots bipèdes planaires. Quant au dernier il traite la génération des trajectoires et la commande des robots humanoïdes.

Le premier axe, dont l'application concerne un exemple d'une classe des systèmes robotisés sous-actionnés, est divisé en deux chapitres. Le premier concerne la conception d'une commande robuste par façonnement d'énergie. Ma contribution étant de concevoir, tester et valider une nouvelle commande robuste qui consiste en une combinaison entre une loi d'adaptation et la Commande Basée sur la Passivité avec Assignation d'Interconnexion et d'Amortissement (CBP-AIA). Le deuxième chapitre porte sur la recherche et la stabilisation des trajectoires périodiques du système traité à savoir : le pendule inversé à roue d'inertie. Mon idée étant d'utiliser la bifurcation de "Hopf" pour la recherche de cycles limites stables.

Le deuxième axe, également divisé en deux chapitres, porte sur l'analyse, l'observation et la commande de la marche dynamique pour les robots bipèdes planaires. Il est à noter que les

travaux conduits dans le cadre de cet axe représentent une continuité de mon travail de thèse. Dans le premier chapitre je présente des résultats sur l'analyse du chaos et de la bifurcation pour la marche dynamique passive (le robot de type compas) et semi-passive (robot compas actionné par un torse). Le second chapitre est divisé en deux parties. La première traite la conception d'un observateur par modes glissants pour la commande d'un robot bipède à 5 degrés de liberté. Quant à la deuxième elle présente des résultats sur le contrôle du chaos pour la marche dynamique passive d'un robot bipède de type compas.

Le dernier axe concerne la robotique humanoïde. Il est présenté sous deux parties. La première traite de la génération des trajectoires de la marche pour les robots humanoïdes. Dans ce cadre, ma contribution porte sur l'introduction d'une nouvelle stratégie de génération des trajectoires basée sur un modèle simplifié que nous avons appelé modèle à niveau de liquide "The Liquid Level Model" (LLM). Le champs applicatif de ces travaux étant : La suspension de la voiture, le décollage d'un avion et l'exemple d'un robot humanoïde (Darwin-OP). La deuxième partie porte sur la description de l'architecture matérielle et logicielle d'une nouvelle plate-forme de robotique humanoïde appelée : CyHRoP (Cynapsis Humanoid robot Platform).

La présente habilitation est structurée comme suit : Dans la première partie je présente mon CV ainsi qu'un bilan de mes activités scientifiques et pédagogiques. La deuxième partie comporte une synthèse de mes activités de recherche. En dernière partie, je donne quelques conclusions et des perspectives à mes travaux de recherche actuels et futurs.

Première partie

**Curriculum Vitae et Bilan des  
activités scientifiques**



# Curriculum Vitae

---

## 1.1 Curriculum Vitae

### 1.1.1 État civil

Nom	Khraief ep HADDAD
Prénom	Nahla
Date et lieu de naissance	24 Décembre 1972, Tunis, Tunisie
Situation familiale	Mariée, 2 enfants
Adresse personnelle	29 rue Mer méditerranée, 2040, Rades
Corps - grade	Maître de conférences
Organisme d'affectation (enseignement)	Ministère de l'enseignement Supérieur (Tunisie) Ecole Nationale d'ingénieurs de Carthage
Organisme d'affectation (Recherche)	Laboratoire de Robotique, Informatique et Systèmes Complexes, Ecole Nationale d'ingénieurs de Tunis
Dates d'affectation	01/09/2005
Adresse professionnelle	45 rue des Entrepreneurs Charguia 2 , 2035, Tunis
E-Mail :	khraiefnahla@gmail.com nahla.khraief@ept.u-carthage.tn nahla.khraief@enicar.u-carthage.tn
Tél :	+216 97 42 42 42

### 1.1.2 Coursus pédagogique et professionnel

Septembre 2020	Maître de conférences à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage, ENICar
Décembre 2018	Obtention d'une Habilitation Universitaire en Génie Electrique à l'INSAT (Institut National des Sciences Appliquées et de Technologie)
Septembre 2005	Maître Assistant à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage, ENICar
Juin 2004	Diplôme de Doctorat en Robotique de l'Université de Versailles Saint Quentin en Yvelines, Mention Très Honorable
2004/2005	Contrat PRAG à l'université de Versailles Saint Quentin en Yvelines à l'IUT de Mantes, France
2003/2004	ATER (Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche) à l'Université de Cergy, France
2002/2003	ATER à l'Université de Versailles Saint Quentin en Yvelines à l'IUT de Vélizy, France
2001/2002	Vacataire à l'ESIGETEL (Ecole Supérieure d'Ingénieurs en Informatique et Génie de Télécommunications)
1997-2000	Ingénieur Principal à Tunisie Télécom
1997-1999	Diplôme d'Etudes Approfondies en Automatique-Productique à l'Ecole Supérieure des Sciences et Techniques de Tunis (ESSTT), Mention Très Bien
Juin 1995	Diplôme National d'Ingénieur en Génie Electrique, option Micro-électronique, ENIS, Mention Bien
Juin 1991	Baccalauréat Math, Mention Assez Bien

### 1.1.3 Langues pratiquées

Anglais, Français, Arabe.

### 1.1.4 Stages et formations suivies

Année	Intitulé	Organisme	Durée
2018	Animer un séminaire	KAUST	1 semaine
2013-2014	Stage de post-doc (bourse AVERROES)	LIRMM	6 mois
2011	Visite des laboratoires et animation d'un séminaire.	UTBM	1 semaine
2007	Séjour de recherche dans le cadre d'un projet CMCU	ECS-Lab ENSEA	1 semaine
2006	Séjour de recherche	ECS-Lab ENSEA	4 mois
2005	Séjour d'enseignement	UFE Egypte	2 mois
2002	Séjour de recherche	CSL-Lab, USA	2 mois
1999	Stage de DEA	ENSIT, Tunisie	1 année

## 1.2 Activités d'enseignement

Après avoir passé le concours national des Maître Assistants (juillet 2005), j'ai été nommé en tant que Maître Assistant à l'Ecole Supérieure de Technologie et d'Informatique de Tunis (Actuellement ENicar). Les enseignements assurés depuis l'année universitaire 2005/2006, sont liés aux disciplines des 4 filières : Génie Electrique, Ingénierie en mécatronique, Gestion industrielle (GI), Master Automatique, Robotique et Traitement de l'Information (ARTI). Les modules enseignés concernent aussi bien le Cycle licence, Cycle Maîtrise, le Cycle ingénieur et le troisième cycle. J'ai assuré en parallèle des enseignements des modules en robotique, dans d'autres établissements à savoir l'école nationale d'ingénieurs de Tunis (ENIT), l'école polytechnique de Tunisie (EPT) et l'Université virtuelle de Tunis (UVT).

### 1.2.1 Productions pédagogiques

- Elaboration d'un support de cours : "Introduction à la robotique".
- Elaboration d'un support de cours : "Modélisation et commande des robots"
- Elaboration d'un support pour mini-projets : "Dynamiques des systèmes mécatroniques"
- Elaboration d'un fascicule de Travaux Pratiques : "Introduction aux systèmes mécatroniques"
- Elaboration d'un fascicule de Travaux Pratiques instrumentation industrielles, dispensé à l'ESTI.
- Elaboration d'un fascicule de Travaux Pratiques Systèmes robotisés, dispensé à l'ESTI.
- Participation à l'élaboration d'un fascicule de Travaux Pratiques de Robotique et informatique industrielle, dispensé à l'EPT
- Elaboration d'un support de cours : "Robotique avancée".
- Développement de deux modules à distance (<http://fad.uvt.rnu.tn/my/>) pour l'UVT : "Robotique intelligente et bio-inspirée" et "Commande des robots collaboratifs intelligents".

### 1.2.2 Enseignements dispensés

Le détail de mes activités d'enseignement ainsi que la répartition des heures correspondantes sont représentés dans le tableau ci-après :

Année	Modules	Nombre D'heures D'enseignement	Classes	Volume Horaire Annuel
20/21	<b>Systèmes Robotisés Et Robots Manipulateurs</b>	168h Cours Intégré	3 <sup>ème</sup> Année Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Modélisation Et Commande Des Robots</b>	19.5h Cours	2 <sup>ème</sup> Année Master Arti	
19/20	<b>Systèmes Robotisés Et Robots Manipulateurs</b>	168h Cours Intégré	3 <sup>ème</sup> Année Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Modélisation Et Commande Des Robots</b>	19.5h Cours	2 <sup>ème</sup> Année Master Arti	
18/19	<b>Systèmes Robotisés Et Robots Manipulateurs</b>	168h Cours Intégré	3 <sup>ème</sup> Année Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Modélisation Et Commande Des Robots</b>	19.5h Cours	2 <sup>ème</sup> Année Master Arti	
17/18	<b>Systèmes Robotisés Et Robots Manipulateurs</b>	168h Cours Intégré	3 <sup>ème</sup> Année Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Modélisation Et Commande Des Robots</b>	19.5h Cours	2 <sup>ème</sup> Année Master Arti	
16/17	<b>ANNEE SABATIQUE</b>			
15/16	<b>Systèmes Robotisés Et Robots Manipulateurs</b>	168h Cours Intégré	3 <sup>ème</sup> Année Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Modélisation Et Commande Des Robots</b>	19.5h Cours	2 <sup>ème</sup> Année Master Arti	
14/15	<b>Systèmes Robotisés Et Robots Manipulateurs</b>	168h Cours Integre	3 <sup>ème</sup> Année Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Modélisation Et Commande Des Robots</b>	19.5h Cours	2 <sup>ème</sup> Année Master Arti	
13/14	<b>Régulation Des Systèmes Linéaires</b>	39h Cours Integre	1 <sup>ère</sup> Année Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Vision Pour La Robotique</b>	39h Cours Integre	3 <sup>ème</sup> Année Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Systèmes Robotisés Et Robots Manipulateurs</b>	39h Cours	3 <sup>ème</sup> Année Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Modélisation Et Commande Des Robots</b>	19.5h Cours	2 <sup>ème</sup> Année Master Arti	
	<b>Mdi (Mécatronique Et Démarches D'intégration)</b>	39h Cours	3 <sup>ème</sup> Année Ingenieurs Mecatroniques	
12/13	<b>Systemes Robotisés Et Robots Manipulateurs</b>	78h Cours	3 <sup>ème</sup> Année Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Systemes Robotisées Et Actionneurs Pour La Robotique</b>	39h Cours Integre	3 <sup>ème</sup> Année Genie Electrique. La	
	<b>Mdi (Mecatronique Et Demarches D'integration)</b>	39h Cours	3 <sup>ème</sup> Année Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Modelisation Et Commande Des Robots</b>	19.5h Cours	2 <sup>ème</sup> Année Master Arti	
	<b>Introduction A La Robotique</b>	39h Cours	1 <sup>ère</sup> Année Master Arti	
	<b>Ism (Introduction Aux Systemes Mecatroniques)</b>	58.5h Cours	1 <sup>ère</sup> Année Ingenieurs Mecatroniques	
11/12	<b>Asservissement Continu</b>	19.5 Heures Cours + 10.5 Heures De Td.	2 <sup>ème</sup> Année Genie Electrique Lf.	

	<b>Systemes Lineaires, Modelisation, Systemes Asservis, Synthese Des Correcteurs</b>			
	<b>Instrumentation Industrielle Ce Module Est Destine Principalement A L'etude Detailee Des Differentes Familles De Capteurs Industriels Et L'etude Explicite Des Systemes De Conditionnement Associes</b>	39 Heures Instrumentation Industrielle + 24 Heures De Tp .	3 <sup>eme</sup> Annee Genie Electrique. La Et Lf	
	<b>Vision Pour La Robotique</b>	39h Cours	3 <sup>ieme</sup> Annee Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Systemes Robotisees Et Actionneurs Pour La Robotique</b>	39h Cours Integre	3 <sup>eme</sup> Annee Genie Electrique. La	
	<b>Mdi (Mecatronique Et Demarches D'integration)</b>	19.5h Cours	3 <sup>ieme</sup> Annee Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Dsm (Dynamique Des Systemes Mecatroniques)</b>	39h Cours	2 <sup>ieme</sup> Annee Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Introduction A La Robotique</b>	39h Cours	1 <sup>ere</sup> Annee Master Arti	
	<b>Ism (Introduction Aux Systemes Mecatroniques)</b>	39h Cours	1 <sup>ere</sup> Annee Ingenieurs Mecatroniques	
10/11	<b>Ism (Introduction Aux Systemes Mecatroniques)</b>	39h Cours	1 <sup>ere</sup> Annee Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Dsm (Dynamique Des Systemes Mecatroniques)</b>	39h Cours	2 <sup>ieme</sup> Annee Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Instrumentation Industrielle Ce Module Est Destine Principalement A L'etude Detailee Des Differentes Familles De Capteurs Industriels Et L'etude Explicite Des Systemes De Conditionnement Associes</b>	19.5 Heures Instrumentation Industrielle + 39 Heures De Tp .	2 <sup>eme</sup> Annee Genie Electrique. La	
09/10	<b>Systemes Robotises Introduction A La Robotique • Rappels Sur Les Mecanismes • Modele Geometrique • Modele Cinematique • Rappels De Mecaniques • Modele Dynamique • Robots Mobiles • Generation De Trajectoire • Controle Des Robots • Composants Robotiques</b>	39 Heures Cours Integre De Systemes Robotises (4 <sup>ieme</sup> Annee) 39 Heures Cours + 39 Heures Tp (3 <sup>ieme</sup> Annee La)	4 <sup>eme</sup> Annee Genie Electrique. 3 <sup>ieme</sup> Annee La	
	<b>Instrumentation Industrielle Ce Module Est Destine Principalement A L'etude Detailee Des Differentes Familles De Capteurs Industriels Et L'etude Explicite Des Systemes De Conditionnement Associes</b>	39 Heures Instrumentation Industrielle + 24 Heures De Tp .	3 <sup>eme</sup> Annee Genie Electrique Lf	
	<b>Ism (Introduction Aux Systemes Mecatroniques)</b>	24h Cours	1 <sup>ere</sup> Annee Ingenieurs Mecatroniques	
	<b>Systemes Echantillonnees</b>	19.5h De Cours	2 <sup>eme</sup> Annee Genie Electrique. Lf	
08/09	<b>Signaux Et Systemes Systemes Lineaires, Modelisation, Systemes Asservis, Synthese Des Correcteurs</b>	39h Cours Integre + 78 Heures Tp.	2 <sup>eme</sup> Annee Genie Electrique. La Et Lf	
	<b>Instrumentation Industrielle Ce Module Est Destine Principalement A L'etude Detailee Des Differentes Familles De Capteurs Industriels Et L'etude Explicite Des Systemes De Conditionnement Associes</b>	19.5h Cours + 39h De Tp.		

	<p align="center"><b>Systemes Robotises</b></p> <p><b>Introduction A La Robotique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rappels Sur Les Mecanismes <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modele Geometrique</li> <li>• Modele Cinematique</li> </ul> </li> <li>• Rappels De Mecaniques <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modele Dynamique</li> <li>• Robots Mobiles</li> </ul> </li> <li>• Generation De Trajectoire <ul style="list-style-type: none"> <li>• Controle Des Robots</li> </ul> </li> <li>• Composants Robotiques</li> </ul>	39 Heures Cours Integre		
07/08	<p align="center"><b>Systèmes Logiques</b></p>	39 Heures Cours Integre + 78 Heures De Tp.	2 <sup>eme</sup> Annee Gestion Industrielle.	
	<p align="center"><b>Instrumentation Industrielle</b></p> <p><b>Ce Module Est Destine Principalement A L'etude Detaillee Des Differentes Familles De Capteurs Industriels Et L'etude Explicite Des Systemes De Conditionnement Associes</b></p>	39 Heures Instrumentation Industrielle + 78 Heures De Tp.	3 <sup>eme</sup> Annee Genie Electrique. La Et Lf	
	<p align="center"><b>Systemes Robotises</b></p> <p><b>Introduction A La Robotique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rappels Sur Les Mecanismes <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modele Geometrique</li> <li>• Modele Cinematique</li> </ul> </li> <li>• Rappels De Mecaniques <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modele Dynamique</li> <li>• Robots Mobiles</li> </ul> </li> <li>• Generation De Trajectoire <ul style="list-style-type: none"> <li>• Controle Des Robots</li> </ul> </li> <li>• Composants Robotiques</li> </ul>	78 Heures Cours Integre	4 <sup>eme</sup> Annee Genie Electrique.	
06/07	<p align="center"><b>Instrumentation Industrielle</b></p> <p><b>Ce Module Est Destine Principalement A L'etude Detaillee Des Differentes Familles De Capteurs Industriels Et L'etude Explicite Des Systemes De Conditionnement Associes</b></p>	39 Heures Instrumentation Industrielle + 78 Heures De Tp .	3 <sup>eme</sup> Annee Genie Electrique. La Et Lf	
	<p align="center"><b>Systemes Robotises</b></p> <p><b>Introduction A La Robotique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rappels Sur Les Mecanismes <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modele Geometrique</li> <li>• Modele Cinematique</li> </ul> </li> <li>• Rappels De Mecaniques <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modele Dynamique</li> <li>• Robots Mobiles</li> </ul> </li> <li>• Generation De Trajectoire <ul style="list-style-type: none"> <li>• Controle Des Robots</li> </ul> </li> <li>• Composants Robotiques</li> </ul>	78 Heures Cours Integre	4 <sup>eme</sup> Annee Genie Electrique.	
05 /06	<p align="center"><b>Automatique</b></p> <p><b>Systèmes Linéaires, Modélisation, Systèmes Asservis, Synthèse Des Correcteurs Systèmes Echantillonnées</b></p>	39 Heures D'automatique (Cours Integre) + 54 Heures De Tp (6 Tp Sur 3 Groupes).	2 <sup>eme</sup> Annee Gestion Industrielle.	
	<p align="center"><b>Instrumentation Industrielle</b></p> <p><b>Ce Module Est Destine Principalement A L'etude Detaillee Des Differentes Familles De Capteurs Industriels Et L'etude Explicite Des Systemes De Conditionnement Associes</b></p>	39 Heures Instrumentation Industrielle + 24 Heures De Tp .	3 <sup>eme</sup> Annee Genie Electrique. La Et Lf	
04 /05	<p align="center"><b>Licence Dpem : (Developpement De Produits / Equipements Mecatroniques) + Isty :</b></p> <p align="center">➤ <b>Informatique Industrielles</b></p>	108 Heures De Tp	Licence Dpem + Isty 2	158.5

	<p>- Iti Simulation X (Modelisation Des Systemes Mecatroniques)  - Labview (Logiciel D'acquisition Des Donnees)  - Matlab</p>			
	<p><b>Gim 1 : (Genie Industrielles Et Maintenances)</b>  ➤ <b>Electroniques</b>  <b>Redressement Simple Alternance (Diodes), Montages Aop, Filtres,...</b></p>	28 Heures De Tp	1ere Annee Gim	
	<p><b>Isty 1: Institut De Sciences Et Technologies Des Yvelines (Mecatroniques)</b>  ➤ <b>Automatique</b>  <b>Systemes Asservis; Identification;</b>  <b>Synthese De Correcteurs</b>  ➤ <b>Modelisations</b>  <b>Modelisation Bond Graph, Grafcet</b></p>	30 Heures De Cours Automatique + 15 Heures Cours De Modelisation	Isty 1ere Annee	
03 /04	<p><u>Automatique</u>  <b>Systemes Asservis; Identification; Synthese De Correcteurs Analogiques Et Numeriques.</b>  <u>Électronique</u>  <b>PLL, Modulation / Demodulation De Frequence, Filtres A Capacites Commutees</b></p>	144 H Tp Equivalent 96 H Td	2eme Annee Iut - Cergy Geii	96 H
02/03	<p><u>Électronique</u>  <b>Travaux De Realisation : Deux Projets</b>  • <b>Realisation D'un Chenillard</b>  • <b>Realisation D'un Thermometre Interieur (0-50°C) Avec 7 Segments</b></p>	84h Tp Equivalent 56 H Td	1ere Annee Iut - Velizy Geii	96 H
	<p><u>Mathematiques Appliquees</u>  <b>Transformee De Fourier; Transformee En 'Z', Diagramme De Bode...</b></p>	40 H Td	1ere Annee Iut - Velizy Geii	
01/02	<p><u>Électronique</u>  <b>Systemes Lineaires En Regime Permanent Et Transitoire; Logique Combinatoire; Logique Sequentielle</b>  <b>Hyperfrequences, Telecommunications</b></p>	24 H Tp (S.L) 72h Tp (S.L) 20 Tp (Hyperf) 20 Tp (Telecom)	2ème Année Ing Esigetel Geii	91 H

### 1.3 Responsabilités pédagogiques

- Membre de la Commission d'Admission sur dossiers des Ingénieurs en mécatronique de l'ENIcar
- Membre de la Commission de Choix des Programmes d'enseignement cycle Ingénieur en mécatronique de l'ENIcar.
- Participation à des Jurys de soutenances du mastère professionnel SE "Sécurité Electrique" de l'ENIcar.
- Participation à des Jurys de soutenances du mastère de Recherche "Mathématiques pour l'ingénieur" de l'EPT.
- Participation à des Jurys de soutenances du mastère de Recherche "Systèmes Electriques" et "Automatique et traitement de Signal" de l'ENIT.
- Participation à des Jurys de soutenances des PFE et de la Validation des Stages à l'ENIcar.
- Participation à des Jurys de soutenances des PFE à l'Ecole Polytechnique de Tunisie.
- Responsable des PFE du Cycle Ingénieurs en Mécatronique de l'ENIcar (2015-2016).
- Responsable du module "Systèmes Robotisés et robots manipulateurs".
- Responsable du module "Instrumentation industrielle".

### 1.4 Responsabilités administratives

- Membre du conseil scientifique de l'ENIcar (Elue pour une période de 3 ans à partir de décembre 2020)
- Membre du comité qualité au sein de l'ENIcar (depuis Janvier 2019)
- Membre du comité Plan Stratégique au sein de l'ENIcar (depuis Janvier 2019)



# Activités scientifiques

---

Ce chapitre présente une synthèse de mes activités scientifiques engagées depuis mon Diplôme d'Etudes Approfondies en Automatique/Productique entamé en 1999, allant jusqu'à mes activités actuelles que j'entreprends en ma qualité de maître de conférences à l'ENICAR (Ecole Nationale d'Ingénieurs de Carthage) et également en tant que chercheur au RISC-Lab (Laboratoire de Robotique, Informatique et Systèmes Complexes) de l'ENIT (Ecole nationale d'ingénieurs de Tunis).

## 2.1 Activités antérieures : DEA et thèse

### 2.1.1 Travaux de Thèse de Doctorat

Les activités de recherche effectuées dans le cadre d'une thèse en Robotique au sein du laboratoire de Robotique de Versailles (LRV actuellement LISV) de l'Université de Versailles Saint Quentin en Yvelines, ont débuté en Janvier 2001. Les travaux avaient pour objectifs la modélisation et la commande des robots bipèdes afin de générer des trajectoires de marche dynamique stables. Dans la thèse nous avons traité le cas des robots bipèdes planaires. En effet, nous avons proposé une méthodologie de commande pour la marche dynamique stable. L'approche proposée se basait sur deux travaux à savoir :

1. Les travaux développés sur les robots sauteurs par Raibert, Buchler, N.K. M'sirdi. . .
2. Les résultats sur la marche passive sur plans inclinés initiée par Tad McGeer et étudiée par Espiau, Keramane, Spong...

Comme contribution essentielle nous avons introduit la notion de **la marche semi passive**. Cette dernière consiste, après avoir défini et stabiliser une posture, à la recherche de cycles périodiques (cycles limites) pour des robots bipèdes mis sur des plans inclinés. La stabilisation d'une posture d'équilibre assure l'existence de cycles limites. Dans ce contexte nous avons présenté des résultats relatifs à la stabilité par la méthode de Poincaré et la sensibilité des trajectoires. Cependant, de tels cycles limites n'existent pas pour un sol plat. Pour cela nous avons introduit une commande additionnelle, à base d'énergie, dans l'objectif de stabiliser des cycles de marches sur sol plat. Les résultats ont été validés par des simulations sur deux types de modèles à savoir les robots bipèdes planaires à 5 et à 7 degrés de liberté.

### 2.1.2 Travaux de D.E.A.

Les travaux de DEA concernaient l'étude de contrôle commande d'un robot Hexapode : La plateforme de Stewart. La première tâche consistait à comprendre la topologie des échanges énergétiques au niveau du robot hexapode et étudier ces propriétés structurales. Pour répondre à ces objectifs nous avons choisi d'utiliser le langage des bonds graphs. Après avoir décrit les outils du formalisme Bond Graph, nous avons procédé à développer et exploiter un modèle bond graph tridimensionnel du robot Hexapode, qui a permis d'une part à reproduire graphiquement les conditions aux limites ainsi que les relations cause à effet dans le système. D'autre part l'utilisation du logiciel SIMULINK/MATLAB a permis la quantification des aspects dynamiques.

Cette étude a été enrichie par une application qui consiste à implémenter la structure de la commande du robot Hexapode dans un logiciel de commande des robots (ROMUS). Nous avons utilisé des régulateurs PID pour effectuer une commande en vitesse du robot Hexapode.

## 2.2 Activités de recherches pour la préparation d'une HDR

Les orientations de recherche postdoctorales et qui entrent dans le cadre de la préparation d'une HDR concernent l'analyse, l'observation et la commande des systèmes mécaniques. Nous nous sommes intéressés essentiellement à quelques exemples de systèmes robotisés à savoir : les robots bipèdes planaires, les robots humanoïdes, le pendule inversé à roue d'inertie et les exosquelettes. Nous avons choisi de répertorier ces travaux de recherche selon trois principaux axes, ci-dessous présentés.

### – Axe1 : Analyse et commande énergétique des systèmes mécaniques sous-actionnés : Du concept à l'implémentation Temps réel

Les recherches menées dans cet axe concernent l'analyse non linéaire et la commande énergétique des systèmes mécaniques sous-actionnés. Nous nous sommes particulièrement intéressés au pendule inversé à roue d'inertie (PIRI)(voir figure (2.1)).

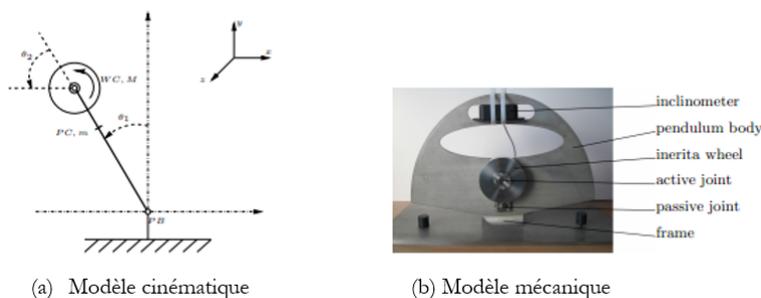


FIGURE 2.1 – Le pendule inversé à roue d'inertie (PIRI)

Les résultats obtenus peuvent être divisés en deux grands volets à savoir :

- La conception d'une commande énergétique robuste pour la stabilisation d'un point d'équilibre instable : de la conception à l'implémentation temps réel : Dans cette partie nous nous sommes intéressés à la robustification de la commande énergétique par façonnement d'énergie (Ortega et al.) appelé encore l'IDA-PBC. Notre contribution a conduit à une commande qu'on l'a nommé : MRA-IDA-PBC qui est une combinaison entre l'IDA-PBC et la commande adaptative par modèle de référence. Nous avons prouvé en simulation et en expérimentation les performances de la commande proposée.
- De l'analyse de bifurcation vers la génération des auto-oscillations : L'objectif dans cette partie est d'exploiter les analyses non linéaires en chaos et en bifurcations afin de générer des auto-oscillations stables pour le PIRI. Nous avons démontré analytiquement, en simulations et en expérimentations que : en variant des gains spécifiques de la commande IDA-PBC appliquée au PIRI nous passons de la stabilisation d'un point d'équilibre à la stabilisation d'un cycle limite.
- **Axe 2 : Analyse, Observation et contrôle du chaos en robotique : Cas des robots bipèdes planaires//** Cet axe constitue une suite de mes travaux de recherches doctorales. Il s'agit de développer une analyse du chaos et des bifurcations dans la marche dynamique des robots bipèdes planaires. Nous avons commencé par analyser le chaos et les bifurcations dans la marche dynamique passive d'un robot bipède de type compas et dans

la marche dynamique semi-passive d'un robot bipèdes actionné par un torse (tronc) en descendant des surfaces inclinées. Comme outils nous avons utilisé les exposants de Lyapunov et la dimension fractale de Lyapunov. Les mêmes études ont été effectuées pour un robot bipède présentant une asymétrie causée par une inégalité de longueur des jambes. Dans la deuxième partie de cet axe nous avons procédé à la recherche de nouveaux cycles de marche. Nous avons utilisé la méthode de tir et celle de Davidchack-Lai. Les résultats ont révélé l'existence d'une bifurcation "cyclic-fold" donnant naissance à des cycles de marche stables de période 3 et conduisant au chaos. Afin de stabiliser/poursuivre ces cycles nous avons introduit une commande énergétique. Dans la troisième partie nous avons montré l'existence de deux routes vers le chaos à savoir : la route par une intermittence de Type-I et la route par une crise intérieure. De plus, nous avons montré l'existence d'une bifurcation globale appelée crise frontière dans les deux types de la marche bipède (passive et semi-passive). Cette crise est générée via la bifurcation "cyclic-fold" et est la cause principale de la chute des robots bipèdes. Finalement, et dans une quatrième étape, nous avons proposé une approche de contrôle du chaos basée sur la méthode OGY. L'application concernait le robot bipède de type compas. La contribution essentielle consistait à effectuer une linéarisation autour d'un cycle limite. Cette méthode a permis de déterminer une application de Poincaré soumise à des contraintes dont sa simulation numérique est présentée. En utilisant l'application de Poincaré linéarisée contrôlée, nous avons développé une commande par retour d'état pour le contrôle du chaos.

– **Axe 3 : Modélisation, génération des trajectoires et commande des Robots Humanoïdes : De la conception à la réalisation**

Les recherches effectuées dans cet axe traitent quelques problématiques liées à la robotique humanoïde à savoir :

- La robotique humanoïde et la conception mécanique : Les robots humanoïdes sont des systèmes mécatroniques nécessitant l'intégration de plusieurs technologies. En effet, pour un robot classique la maîtrise de l'électronique, la mécanique, et l'informatique sont nécessaires. Pour la robotique humanoïde il s'ajoute à cela la biomécanique. Un champ d'étude qui intervient parmi les premiers dans la création d'un nouveau robot est l'étude mécanique. Cette étude mécanique en amont de la conception du robot permet de raisonner sur sa structure. Elle permet d'analyser le comportement des robots, de calculer l'espace opérationnel et de générer une structure permettant d'éviter les singularités. Dans cet axe, et dans le cadre de la thèse de doctorat de Naceur Chafroud, la conception et la réalisation d'une plateforme d'un robot humanoïde a été effectuée (Figure 2). CyHRoP est un robot humanoïde ayant 20 degrés de liberté (DDL) et il pèse 2.8 Kg. Il a une longueur de 445 mm et une largeur de 208 mm. Nous avons développé sa configuration matérielle et logicielle.
- La modélisation et la génération des trajectoires : Dans l'objectif d'assurer la stabilité de la marche dynamique plusieurs types de générateurs de modèles ont été proposés. Ces solutions ont été classées selon différentes catégories :
  - o Les méthodes relatives à la bio-mécanique (Bruneau et al., Kim et al. et Takano et al.).
  - o Katoh et al. Zhao et al. et Yamaguchi et al. ont étudié l'utilisation des approches basées sur des oscillateurs.
  - o Huang et al. ont proposé une méthode pour préparer un schéma de la marche consistant en une trajectoire de pied et une trajectoire de la hanche en fonction des fonctions B-spline.
  - o D'autres méthodes ont été proposées en utilisant par exemple des fonctions polynomiales par Zaier et al. et les réseaux de neurones par Yang et al.

o La modélisation basée sur les modèles simplifiés. Ces méthodes approximent la dynamique d'un robot marcheur bipède à un simple modèle. Kajita et al. ont proposé des méthodes de synthèse de modèle de la marche en fonction du ZMP (Zero-Moment-Point) fourni par un pendule inversé linéaire et un modèle chariot-table qui simplifient le calcul du ZMP.

Pour qu'un robot bipède puisse s'adapter aux conditions de tous les cas possibles de pentes sur un terrain de marche accidenté, le pied du robot doit avoir différents types de mouvements. Pour cette raison, nous avons proposé dans cet axe une méthode pour la marche en pentes et en escaliers basée sur un nouveau modèle qu'on l'a nommé "The Liquid Level Model" (LLM) (figure 3). En effet, la dynamique d'un robot bipède est modélisé comme un niveau de liquide dans un réservoir ce qui donne une représentation pratique pour bien traiter le ZMP (Zero-Moment-Point) et le CoM (Center of mass). Le test et la validation du modèle LLM ont été effectué sur :

- o La commande active de la suspension d'une voiture ;
- o Le contrôle de décollage et atterrissage d'un avion.

o La commande des robots Humanoïde : Le contrôle de mouvements est une discipline à part entière dans l'étude des robots humanoïdes. Dans notre travail nous nous sommes intéressés au suivi des trajectoires générées par le corps complet. La stabilisation de la marche dynamique était basée sur deux principes :

- o La combinaison entre le modèle simplifié " LLM " et le pré-contrôle.
- o La combinaison entre le modèle simplifié " LLM " et la logique Floue.

Les tests et les validations des algorithmes de contrôle ont été effectués en :

- o Simulation graphique 3D du robot humanoïde HOAP-2 sous Webots.
- o Simulation graphique 3D du robot humanoïde HOAP-3 sous OS Linux.

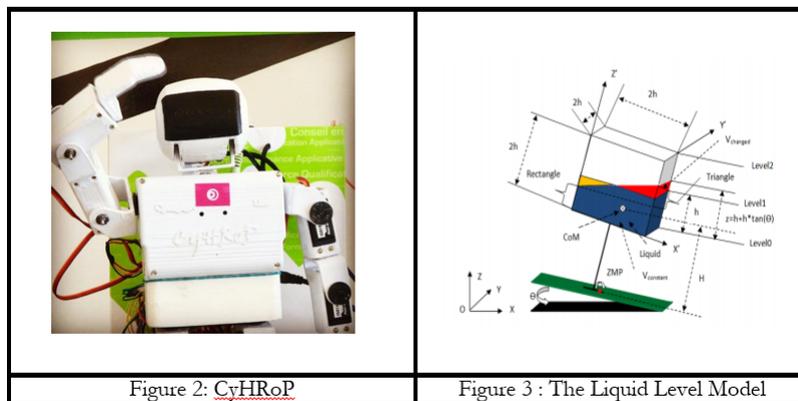


Figure 2: [CyHRoP](#)

Figure 3 : The Liquid Level Model

## 2.3 Activités d'encadrement

Depuis ma prise de poste de maître assistant, j'ai encadré 6 thèses de doctorat, dont trois achevées, soutenues respectivement en 2012, 2014 et 2020. Trois thèses sont en cours dont une à soutenir avant la fin de cette année. J'ai également encadré 10 PFE en master 2 dont 8 déjà soutenus et 2 sont en cours. Ces activités d'encadrement sont présentées dans ce chapitre.

### 2.3.1 Encadrement de doctorants

– Novembre 2008– décembre 2012

**Doctorant** : Mohamed M'Chiri

**Encadrement** : N. Khraief (20%), S. Belghith (80%)

**Sujet** : Conception d'observateurs par modes glissants pour le contrôle de systèmes dynamiques complexes : application aux robots bipèdes et aux oscillateurs chaotiques.

**Financement** : Candidat salarié

**École doctorale** : Sciences et Technologies de l'Ingénieur, ENIT, Université El Manar.

**Situation actuelle** : Le candidat a été recruté en tant que maître assistant à l'université de Gafsa.

**Résumé** : Les travaux de recherche menés dans cette thèse rentrent dans le cadre de la conception de nouveaux observateurs pour les systèmes mécaniques non linéaires. Les objectifs principaux de ce travail sont :

1. Proposer de nouvelles structures d'observateurs par modes glissants d'ordre 1 et 2 pour des systèmes mécaniques non linéaires à dynamique continue avec ou sans présence d'entrées inconnues. Leur synthèse doit être réalisée d'une façon simple, sans recours à une connaissance exacte de perturbations et indépendamment du choix de la commande (vérification du principe de séparation). Ces nouveaux observateurs doivent être robustes vis-à-vis des incertitudes et leurs conditions de convergence doivent être établies du point de vue faisabilité par rapport à des résultats existant dans la littérature.

2. Étendre l'approche que nous avons proposée à une classe de systèmes mécaniques hybrides, c'est-à-dire des systèmes dont l'évolution au cours du temps est soumise à des contraintes (par exemple un contact avec une surface). Ceci se traduit par une discontinuité au niveau de la vitesse du système au moment où ces contraintes auront lieu. Le but est, donc, de proposer un observateur hybride qui prend en considération à la fois les structures continue et discrète du système mécanique et qui permet de garantir une convergence asymptotique dans un temps fini et réduit.

3. Appliquer les résultats obtenus à la commande d'un robot bipède. Il s'agit d'élaborer une loi de commande basée sur la technique de la linéarisation partielle par retour d'états reconstruits par l'observateur hybride proposé. La convergence des états estimés vers les états réels (continus et discrets) doit être assurée et la stabilisation du cycle de marche du robot bipède doit être prouvée.

4. Appliquer les résultats obtenus à au contrôle des oscillateurs chaotiques. Ce type de systèmes est extrêmement sensible aux petites variations dans ses conditions initiales et comporte plusieurs orbites périodiques instables. L'observateur doit donc assurer, dans un temps fini, une bonne estimation des états du système chaotique. Une fois ces états sont reconstruits, une loi de commande sera développée pour le contrôle de la dynamique chaotique de l'oscillateur et par la suite stabiliser les orbites périodiques instables.

**Publications** : 1 publication dans une revue internationale et 5 articles de Conférences Internationales.

– Novembre 2010– décembre 2013

**Doctorant** : Hasséne Gritli

**Encadrement** : N. Khraief (60%), S. Belghith (40%)

**Sujet** : Analyse et Contrôle du Chaos en Robotique : Cas des Robots Bipèdes Planaires.

**Financement** :

**École doctorale** : Sciences et Technologies de l'Ingénieur, ENIT, Université El Manar.

**Situation actuelle** : Le candidat a été recruté en tant que maître assistant à l'Université de Carthage. Il a soutenu son habilitation universitaire en juin 2020.

**Résumé** : Nous nous sommes intéressés dans ce travail à l'analyse et au contrôle du chaos dans la marche dynamique des robots bipèdes. Dans une première étape, nous introduisons des

notions fondamentales concernant le chaos et la marche des robots bipèdes où la dynamique non linéaire hybride impulsive de la marche bipède est présentée. Dans cette thèse, nous analysons le chaos et les bifurcations dans la marche dynamique passive d'un robot bipède de type compas et dans la marche dynamique semi-passive d'un robot bipède actionné par un torse en descendant des surfaces inclinées. Notre analyse sur le chaos est réalisée également par l'intermédiaire des exposants de Lyapunov et la dimension fractale de Lyapunov. De plus, nous étudions le chaos et les bifurcations dans la marche dynamique passive d'un robot bipède présentant une asymétrie causée par une inégalité de longueur des jambes. Dans une deuxième étape, nous proposons une technique de recherche de nouvelles allures de la marche dynamique passive du robot bipède de type compas. Cette technique est basée essentiellement sur les contraintes d'une bifurcation de frottement. En utilisant la méthode de tir et celle de Davidchack-Lai, nous montrons l'existence d'une multi-stabilité dans une fenêtre dans l'espace des paramètres de bifurcation. Dans cette fenêtre, nous révélons l'existence d'une bifurcation "cyclic fold" donnant naissance à des marches dynamiques passives stables de période 3 conduisant au chaos. Nous introduisons une commande énergétique basée sur la poursuite de l'énergie du robot bipède afin de stabiliser/poursuivre l'allure de la marche passive de période 3. Dans une troisième étape, dans notre analyse du chaos dans la marche dynamique passive et dans celle semi-passive, nous montrons l'existence, outre la route par dédoublement de période, de deux routes supplémentaires au chaos à savoir : la route par une intermittence de Type-I et la route par une crise de type intérieure. De plus, nous révélons l'existence d'une bifurcation globale appelée crise frontière dans les deux types de la marche bipède. Cette crise est générée via la bifurcation "cyclic-fold" et est la cause principale de la chute des robots bipèdes. Finalement, et dans une quatrième étape, nous proposons une approche de contrôle du chaos dans la marche dynamique passive du robot bipède de type compas. Cette stratégie de contrôle est basée essentiellement sur la méthode OGY. Nous construisons un modèle à dynamique linéaire hybride impulsive en faisant la linéarisation autour d'un cycle limite. Cette méthode a permis de dériver une application de Poincaré contrôlée contrainte dont sa simulation numérique est présentée. En utilisant cette application de Poincaré, nous identifions son point fixe et nous avons déterminé l'application contrôlée linéarisée de Poincaré. Par le biais de cette dernière, nous concevons une commande à retour d'état pour la stabilisation du point fixe et par conséquent pour le contrôle du chaos.

**Publications** : 4 publications dans des revues internationales et 7 articles de Conférences Internationales.

– Novembre 2015– décembre 2020

**Doctorant** : Houda Barbouch

**Encadrement** : N. Khraief (80%), S. Belghith (20%)

**Sujet** : Contribution to bio-inspired control algorithm of Functional Electrical Stimulation for rehabilitation therapy of upper limb : Armeo Spring exoskeleton.

**Financement** : Candidate salariée

**École doctorale** : Sciences et Technologies de l'Ingénieur, ENIT, Université El Manar.

**Situation actuelle** : Ingénieur de recherche.

**Résumé** : Dans cette thèse, nous avons proposé de mettre en oeuvre un cadre de simulation qui permet d'étudier les performances et la robustesse de divers schémas de contrôle FEL pour les mouvements d'extension et de flexion de l'articulation du coude dans deux cas différents : en absence de perturbation et en présence de fatigue musculaire. Nous avons effectué une étude de simulation pour comparer quatre stratégies de commande : le contrôle par couple pré-calculé (CTC) et le contrôle par mode glissant (SMC), le contrôle adaptatif utilisant l'apprentissage par erreur de rétroaction (FEL) avec les stratégies CTC et SMC. Une validation expérimentale des deux approches les plus efficaces ont été réalisées à l'aide du dispositif robotique passif Armeo Spring.

La première contribution concerne le développement du modèle musculo-squelettique afin de parvenir à un modèle de comportement suffisamment réaliste des complexes muscle-tendon de l'articulation du coude, nous avons développé un modèle biomécanique basé sur le type Hill. Ce modèle présente l'intérêt d'être simple à mettre en oeuvre et d'être facilement analysé à partir des méthodes de la mécanique classique. Pour la modélisation de la dynamique d'activation et de désactivation musculaire, nous nous sommes appuyés sur deux modèles de la littérature celui de Stroeve et celui de Zhang. La deuxième contribution traite des contrôleurs de rétroaction du système musculo-coude grâce à des stratégies de contrôle robustes. Nous avons mis en place un cadre de simulation dans le but principal d'évaluer les performances et la robustesse des contrôleurs FES sur la base du schéma FEL. Nous considérons que cette méthode pourrait potentiellement bénéficier au domaine de la réadaptation robotique car elle fournit un cadre adaptatif simple mais puissant. D'après les résultats, il est clair que le schéma FEL est capable de s'adapter à la fatigue avec précision et rapidité, ainsi que sa capacité d'adaptation à la réponse hautement non linéaire et la variance dans le temps du système musculo-squelettique à la FES. Dans les études de simulations, nous avons émis l'hypothèse qu'un contrôleur de rétroaction plus fiable et robuste pourrait améliorer les capacités d'apprentissage d'un réseau de neurones artificiels dans un schéma d'apprentissage par erreur de rétroaction (FEL) pour la stimulation électrique fonctionnelle du bras. Deux configurations d'une stratégie de contrôle d'apprentissage des erreurs de rétroaction ont été comparées à deux contrôleurs purement à rétroaction. La comparaison a été faite avec une simulation musculo-squelettique de l'articulation du coude prenant en compte les non-linéarités des propriétés contractiles musculaires et l'effet de la fatigue musculaire. Nous avons évalué les performances de quatre contrôleurs pour diverses conditions. Les résultats montrent qu'un contrôleur par mode glissant fournit en effet une meilleure entrée d'apprentissage au réseau de neurones artificiels (ANN), résultant en une meilleure suivie par rapport aux autres approches. Par conséquent, cet appariement apprend un modèle plus précis du bras et compense mieux la fatigue musculaire.

Dans l'évaluation expérimentale, un système robotique hybride pour la réhabilitation du mouvement a été présenté. Nous avons implémenté deux contrôleurs FES basés sur le Feedback Error Learning (FEL) et sur le contrôle par mode glissant (SMC) afin d'aider à suivre un mouvement. L'utilité du système hybride a été prouvée par les expériences menées avec des participants sains. L'étude a démontré la capacité des schémas FEL et SMC pour aider à l'exécution des mouvements à suivre. Ces résultats soutiennent l'idée que la complémentarité de la rééducation avec le système hybride proposé ici peut être utile pour augmenter la dose de thérapie et augmenter l'engagement et la motivation des patients pendant le processus de rééducation. Nos expériences produisent des résultats cohérents avec ceux obtenus en simulation. Compte tenu de la proximité croissante des robots et des humains, il reste encore de nombreuses questions ouvertes concernant les stratégies de contrôle appropriées. Les méthodes décrites dans cette thèse peuvent être étendues dans différentes directions à la recherche de réponses.

**Publications** : 3 publications dans des revues internationales, 2 articles de Conférences Internationales et un chapitre de livre.

– Novembre 2016– Soutenance prévue en décembre 2021

**Doctorant** : Sana Bembli

**Encadrement** : N. Khraief (80%), S. Belghith (20%)

**Sujet** : Analyse de robustesse des algorithmes de commande des exosquelettes utilisés pour la rééducation du membre supérieur.

**Financement** : Candidate salariée

**École doctorale** : Sciences et Technologies de l'Ingénieur, ENIT, Université El Manar.

**Résumé** : Le nombre des accidents vasculaires cérébraux dans le monde qui engendre des personnes handicapées est de plus en plus croissant. Ce nombre exige de trouver des solutions

pour aider ces personnes à rétablir leur vie normale. Avec le progrès technologique, la robotique a développé des exosquelettes qui apparaissent comme une solution efficace visant à faciliter la vie de cette catégorie de population. Les travaux présentés dans cette thèse de doctorat visent dans un premier temps à proposer une loi de commande robuste pour contrôler un exosquelette du membre supérieur destiné à assister les mouvements flexion/ extension de l'épaule et du coude pour des personnes hémiplegiques. Dans un deuxième temps, on étudie la robustesse du système exosquelette-membre supérieur en présence des perturbations et des incertitudes. Différentes commandes ont été testées au cours de ces travaux de thèse pour aboutir à des résultats performants. La combinaison de deux lois de commande avec la compensation de gravité nous a donné la commande "Model Free Terminal Sliding Mode with gravity compensation (MFTSMGC)". Cet algorithme permet également de garantir d'une part, un bon suivi des trajectoires désirées, et d'autre part, une bonne robustesse vis-à-vis des perturbations internes, externes et des incertitudes paramétriques. Une étude de robustesse en utilisant la méthode de Monte Carlo a été réalisée pour confirmer l'efficacité de la commande proposée. La technique la plus performante et robuste au cours des simulations sera appliquée à notre robot lors de la réalisation des expérimentations.

**Publications** : 3 publications dans des revues internationales, 9 articles de Conférences Internationales et 1 chapitre de livre.

- Novembre 2013– Thèse en instance en raison de la création d'une startup

**Doctorant** : Naceur Chafroud

**Encadrement** : N. Khraief (80%), N. Haj Braiek (20%)

**Sujet** : Génération de trajectoires et commande des robots humanoïdes

**Financement** : Candidat salarié

**École doctorale** : Ecole Polytechnique de Tunisie, Université de carthage.

**Résumé** : Ce travail porte sur la génération des trajectoires de la marche pour les robots humanoïdes. Nous introduisons essentiellement une nouvelle stratégie de génération des trajectoires basée sur un modèle simplifié que nous avons appelé "The Liquid Level Model" (LLM). En effet, la dynamique d'un système robotisé sera modélisée comme étant un niveau de liquide s'exécutant dans un réservoir. Dans le but de prouver l'efficacité de la technique proposée nous l'avons testé sur divers systèmes complexes tels que dans le contrôleur de décollage de l'avion et dans un contrôleur pour la suspension active des véhicules. En dernière partie, nous procédons à l'application d'une commande à base (LLM) pour la marche dynamique du robot humanoïde "DARWIN-OP".

**Publications** : 3 articles de Conférences Internationales.

- Novembre 2018– Soutenance prévue en 2022

**Doctorant** : Nesrine Khelif

**Encadrement** : N. Khraief (80%), S. Belghith (20%)

**Sujet** : Utilisation des algorithmes de " Renforcement Learning " pour la Navigation intelligente d'un robot mobile autonome.

**Financement** : Candidate salariée

**École doctorale** : Sciences et Technologies de l'Ingénieur, ENIT, Université El Manar.

**Résumé** : Cette thèse traite le problème de la navigation intelligentes autonome d'un robot mobile dans des environnements inconnus et dynamiques. On s'intéressera particulièrement à :

- Concevoir un système de perception intelligent basé sur l'apprentissage par renforcement pour un robot mobile évoluant dans un milieu naturel.
- Améliorer au maximum le fonctionnement d'un algorithme de SLAM, tout en gardant la simplicité et la rapidité des calculs.
- Concevoir un système de planification intelligent pour un robot mobile évoluant dans un milieu naturel.

- Combiner l'intelligence de perception, l'intelligence de prédiction, et l'intelligence de raisonnement, le tout de façon adaptable et polyvalente.
- Utiliser le middleware ROS pour simuler les algorithmes de fonctionnement (de perception, évitement d'obstacle, planification de trajectoire, détection et classification d'objet) et programmer le robot mobile.
- Tester les algorithmes sur une plate-forme mobile (Pioneer 3-AT).

**Publications** : en cours

### **2.3.2 Encadrement de Master 2**

Diplôme préparé	Réalisé par	Intitulé	Lieu et date de la soutenance
Mastère de recherche en Automatique	Safa Amara	Task assistive strategies for upper-limb exoskeleton based on reinforcement learning	ENIT, 2021 En cours...
Diplôme de mastère de recherche en Automatique, Robotique et Traitement de l'Information	Nabiha Raissi	Simulation of autonomous AGV using an RPLIDAr (laser radar and a SLAM algorithm)	ENICAR, 2021 En cours...
Diplôme de mastère de recherche en Automatique, Robotique et Traitement de l'Information	Montassar Fatnassi	Développement de la méthode d'évitement d'obstacle MPC et validation sur le robot mobile Pearl-Guard	ENICAR, Décembre 2019
Mastère de recherche en Automatique, Robotique et Traitement de l'Information	Abdellah Benaddy	Synthèse des stratégies de commandes non linéaires pour la navigation autonome d'un drone de type Quadrotor	Faculté des sciences et Technique SETTAT (Maroc), 30 Juin 2019
Mastère de recherche en Automatique	Khaled Griou	Etude, Conception et Réalisation d'un robot mobile détecteur d'explosifs	ENIT, 14 Décembre 2018
Mastère Automatique et Traitement de Signal	Houda Barbouch	Etude d'exosquelettes isostatiques pour la rééducation fonctionnelle : Application à la conception et la commande d'une orthèse active pour le membre supérieur	ENIT, 29 Octobre 2014
Mastère Automatique et Traitement du Signal	Abderraouf Khemiri	Etude d'exosquelettes isostatiques pour la rééducation fonctionnelle : Application au développement d'observateurs de l'effort musculaire du porteur d'une orthèse active membre supérieur	ENIT, 29 Octobre 2014
Mastère Informatique Industrielle et Automatique	Naceur Chafroud	Commande énergétique d'un modèle hybride d'un robot humanoïde en 3D	INSAT, Mai 2012
Mastère Systèmes Electriques	Walid Zaghouani	Contribution à la commande par formulation d'énergie « energy shaping » des systèmes hybrides	ENIT Décembre 2011
Mastère Mathématiques appliquées	Sarra Jlassi	Contribution à la commande énergétique des systèmes dynamiques non linéaires impulsifs	EPT Juin 2009

▪ Mastères professionnels

Diplôme préparé	Réalisé par	Intitulé	Lieu et date de la soutenance
Commande et Supervision des Systèmes Automatisés	Mouna Chairat	Etude et conception d'un système de chargement automatisé	ESTI, Novembre 2013

## 2.4 Rayonnement scientifique

- Membre actif du Laboratoire RISC (Robotique, Informatique et Systèmes Complexes) de l'ENIT.
- Membre du conseil du Laboratoire RISC de l'ENIT.
- Publications : 13.
- Communications : 30.
- Chapitres de livre : 4.
- Reviewer dans des journaux scientifiques internationaux : JART, International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, International journal of control, Asian journal of control
- Reviewer dans des Conférences internationales : CEIT'15, SSD'14, '15, '16, '17, IC-ASET'2017, MMAR 2017
- MC à IC-ASET'2017
- Member of Scientific Committee à ICATS'17 (2nd International Conference on Automatic, Control, Telecommunications and Signals)
- Encadrement de 10 Mastères de recherche (ENIT, EPT, INSAT) et contribution aux travaux de recherche de 06 Thèses de Doctorat (3 achevées et 3 en cours).
- Encadrement de 2 Mastères professionnels à l'ENICar.
- Participation aux jurys de 9 soutenances de Mastères de recherche à l'ENIT, l'EPT, l'INSAT et à l'ENICar
- Participation aux Jurys de 15 soutenances de Mastères professionnels à l'ENICar.
- Participation à l'élaboration d'un Projet de Recherche CMCU 15437ZB : "Synchronisation et Contrôle du Chaos : Application en communication et en mécanique", financé par le Comité Mixte franco-tunisien de Coopération Universitaire 2008-2011.
- Développement d'un projet CMCU (Utique 2018) en collaboration avec le laboratoire LAMIH : déposé le 20/4/2017 intitulé : « Stratégies de Contrôle Robustes pour des systèmes multi-agents : Application pour une flottille de Robots : SCR-SMR », code projet : 39190R.
- Développement d'un projet VRR (Valorisation des Résultats de Recherche) qui est un programme qui finance les meilleurs projets de valorisation des résultats de la recherche en vue de leur exploitation par le milieu socio-économique. Accord donné en décembre 2020. Le projet est intitulé : « Conception et réalisation d'un prototype d'exosquelette membre supérieur contrôlé par des signaux biomédicaux ».



Deuxième partie

**Synthèse des activités de recherche**



AXE

I

---

*Analyse et commande énergétique robuste des systèmes mécaniques sous-actionnés*



*D'ailleurs, le chemin n'est pas si ardu que certains se l'imaginent. C'est à ses débuts qu'on trouve des cailloux, des éboulis qui lui donnent l'air impraticable. La plupart des chemins de montagne, quand on les regarde de loin, semblent escarpés, tourmentés. C'est la distance qui provoque cette illusion d'optique ; qu'on se rapproche et tous les éléments que l'erreur de perspective nous présentait en entassement chaotique se distinguent peu à peu les uns des autres et l'on s'aperçoit que ce qui, de loin, semblait un éperon impossible à gravir n'est qu'une pente tout à fait accessible.*

---

*Sénèque, La Constance du sage*



# Commande Robuste par façonnement d'énergie des systèmes mécaniques sous-actionnés

## Sommaire

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>31</b>
<b>1.2</b>	<b>État de l'art et problématiques étudiées</b>	<b>32</b>
<b>1.3</b>	<b>Travaux et résultats</b>	<b>33</b>
1.3.1	Contribution n°01 : La stabilisation robuste des systèmes mécaniques sous-actionnés par une commande CBP-AIA adaptative	33
1.3.2	Contribution n°02 : Application au Pendule Inversé à Roue d'Inertie (PIRI) : Simulations et expérimentations	37
<b>1.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>46</b>
<b>1.5</b>	<b>Liste des publications et Communications</b>	<b>47</b>
1.5.1	Publications dans des revues	47
1.5.2	Liste des communications dans des conférences Nationales et internationales	47

## 1.1 Introduction

Ce chapitre présente une première partie d'un axe développé par moi même. Le contenu s'intéresse à la conception d'une commande robuste par façonnement d'énergie appliquée aux systèmes mécaniques sous-actionnés [Choukchou2014]. Cette technique introduit la notion de l'énergie dans la commande. Les avantages d'une telle perspective touchent à plusieurs disciplines citons par exemple :

- La modélisation : l'utilisation des approches Lagrangiennes et Hamiltoniennes ;
- L'analyse de la stabilité : Certains phénomènes physiques (production, dissipation ou stockage d'énergie) permettent d'avoir des propriétés aidant dans l'analyse de stabilité ;
- L'implémentation temps réel : La perspective énergétique offre des avantages pratiques (minimisation de la consommation énergétique).

Le travail présenté dans ce chapitre (voir figure (1.1)) vise essentiellement l'amélioration et l'analyse de la robustesse des systèmes mécaniques sous actionnés et ce par l'utilisation d'une commande énergétique adaptative. C'est pour toutes ces raisons que le fil conducteur de ce chapitre sera basé sur deux points essentiels à savoir :

- La description des systèmes sous-actionnés par des modèles Hamiltonians Commandés par Port (HCP)
- L'utilisation de la commande basée sur la passivité appelée Assignment d'Interconnexion et d'Amortissement(CBP-AIA) [OrtegaEtal2002], [Schaft2006].

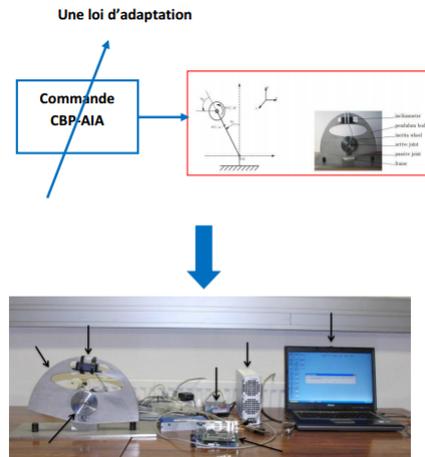


FIGURE 1.1 – Vue générale du contenu du chapitre

## 1.2 État de l'art et problématiques étudiées

R.Ortega est parmi les premiers qui ont initié à la commande non linéaire basée sur la passivité (CBP). Cette dernière consiste à proposer une loi de commande qui transforme le système en un autre système passif ayant une fonction d'énergie façonnée. Dans cette procédure le point d'équilibre sera choisi comme étant un minimum de la fonction d'énergie. La stabilité asymptotique est établie en rajoutant de l'amortissement au système. Cette procédure est appelée : façonnement de l'énergie et injection d'amortissement (energy shaping and damping injection). Pour certains systèmes mécaniques sous-actionnés, ainsi que la plupart des systèmes électriques et électromécaniques il a été noté que le façonnement de l'énergie totale avec la procédure classique de la CBP n'est pas possible. En effet, cette procédure détruit la structure du système en boucle fermée (le système ne devient plus Lagrangien) et par conséquent la fonction de stockage n'est plus une fonction d'énergie. Pour remédier à cette problématique [OrtEtal2002], [Schaft2006] ont proposé une nouvelle méthodologie de conception de la commande basée sur la passivité appelée Assignation d'Interconnexion et d'Amortissement(CBP-AIA). Cette méthode exige que les systèmes soient décrits par un modèle Hamiltonien Commandé par Port (HCP). La structure HCP a été présentée par Van der Schaft et Maschke aux débuts des années 90 [Maschke1994]. Le système HCP est initialement stable car il est passif. L'avantage de cette structure est qu'elle fournit des informations énergétiques essentiels qui aideront à la synthèse du système en boucle fermée. Ainsi, la matrice d'interconnexion sert à décrire l'échange d'énergie entre les variables, tandis que la propriété positive semi-définie de la matrice d'amortissement indique que les termes appartenant à cette matrice sont des termes associés à la dissipation.

La principale différence entre la CBP classique et la CBP-AIA [OrtegaEtal2004] est que dans cette dernière on ne propose pas la fonction d'énergie de la boucle fermée mais on la détermine. L'objectif est de stabiliser un point d'équilibre désiré du système, cette tâche peut être effectuée si on prouve que le système, en boucle fermée, possède une structure HCP. Ce dernier est conçu en changeant la nature de l'interconnexion interne ainsi que la fonction Hamiltonienne du système. En effet, il faut résoudre un ensemble d'équations aux dérivées partielles (EDPs) non linéaires afin d'obtenir la structure d'interconnexion et l'Hamiltonien du système en boucle fermée. Cette technique a été appliquée à une large variété de systèmes : systèmes mécaniques [Acosta2004], système de levitation magnétique [Rodriguez2000], un système de bilan massique [Astolfi2000], machines électriques [Battle2005] et convertisseurs de puissances[Escobar2000]. Plusieurs cher-

cheurs ont abordé la problématique de l'amélioration de la robustesse du contrôleur CBP-AIA. Dans [Gentili2003], les auteurs ont procédé à la suppression de la perturbation pour les systèmes HCP et ce en se basant sur le modèle interne. Dans [Rodr2000] la commande CBP-AIA a été appliquée à un système de lévitation magnétique et testée expérimentalement. Pour résoudre le problème de robustesse, un terme intégral a été ajouté à l'erreur de la sortie passive. La même technique a été utilisée dans [Battle2005] pour améliorer la robustesse du contrôleur. La stabilité et la robustesse, des systèmes Hamiltonian contrôlés par port, en présence d'incertitudes paramétriques ont été étudié dans [Bechrif2005]. En 2013 Romero et al. [Romero2013] ont amélioré la robustesse de la commande CBP-AIA, vis-à-vis des perturbations externes, pour des systèmes mécaniques totalement actionnés. Ils ont conçu un contrôleur par retour d'état pour que le système en boucle fermée conserve quelques propriétés de stabilité malgré la présence des perturbations externes. Dans ce qui suit nous présentons trois contributions à savoir :

- La stabilisation des systèmes mécaniques sous-actionnés par une commande CBP-AIA adaptative ;
- Analyse de robustesse de la commande CBP-AIA adaptative ;
- Application au Pendule Inversé à Roue d'Inertie (PIRI) : Implementation temps réel.

## 1.3 Travaux et résultats

### 1.3.1 Contribution n°01 : La stabilisation robuste des systèmes mécaniques sous-actionnés par une commande CBP-AIA adaptative

#### 1.3.1.1 Commande CBP-AIA des systèmes mécaniques sous-actionnés en présence des perturbations

**Préliminaires sur la commande CBP-AIA pour les systèmes mécaniques sous-actionnés** La description du concept de la commande CBP-AIA pour les systèmes mécaniques sous-actionnés donnée ci-dessous est basée sur les travaux de R. Ortega [OrtEtal2002, OrtegaEtal2002]. Dans ce qui suit nous traitons le cas des systèmes mécaniques sous-actionnés et sans dissipation. Ils peuvent être décrits par le modèle HCP suivant <sup>1</sup> :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla_q H \\ \nabla_p H \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ G(q) \end{pmatrix} u \\ y = G(q)^T \nabla_p H \end{cases} \quad (1.1)$$

Avec une énergie totale

$$H(q, p) = \frac{1}{2} p^T M^{-1}(q) p + V(q) \quad (1.2)$$

(1.1) est appelé le système nominal, où  $q \in \mathbb{R}^n$ ,  $p \in \mathbb{R}^n$  représentent respectivement les positions et les moments généralisées.  $G(q) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ , est la matrice d'entrées. Le système considéré est sous-actionné avec  $\text{rang}(G) = m < n$ ,  $u$  et  $y$  sont respectivement le vecteur d'entrées de commande et le vecteur de sortie.  $M(q) = M^T(q) > 0$  est la matrice d'inertie, et  $V(q)$  représente l'énergie potentielle. Notons que :

$$\dot{q} = M^{-1}(q) p \quad (1.3)$$

La fonction d'énergie désirée (en boucle fermée) est donnée par [OrtEtal2002] :

$$H_d(q, p) = \frac{1}{2} p^T M_d^{-1}(q) p + V_d(q) \quad (1.4)$$

---

1. Dans ce qui suit nous présentons tous les vecteurs contenant le gradient ( $\nabla_x H = \frac{\partial H}{\partial x}$ ), comme un vecteur colonne

avec  $[q^* \ 0]^T$  est l'équilibre désirée,  $M_d$  est la matrice d'inertie désirée.  $V_d$  est choisi pour avoir un minimum isolé en  $q^*$ . Cet objectif est atteint en appliquant la loi de commande CBP-AIA suivante :

$$u = u_{es} + u_{di} \quad (1.5)$$

avec :

$$u_{es} = (G^T G)^{-1} G^T (\nabla_q H - M_d M^{-1} \nabla_q H_d + J_2 M_d^{-1} p) \quad (1.6)$$

$$u_{di} = (-K_v) G^T \nabla_p H_d \quad (1.7)$$

Les relations (1.6) et (1.7) définissent un ensemble d'équations aux dérivées partielles (EDPs) non linéaires avec inconnues  $M_d$  et  $V_d$ , en considérant  $J_2$  comme un paramètre libre, et  $p$  comme coordonnée indépendante.  $u_{es}$  est la commande par énergie façonnée pour stabiliser le point d'équilibre et la commande  $u_{di}$  sert à injecter la dissipation pour atteindre la stabilité asymptotique. En insérant (1.5) dans (1.1) nous obtenons la dynamique HCP désirée suivante :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{pmatrix} = (J_d(q, p) - R_d(q, p)) \begin{pmatrix} \nabla_q H_d \\ \nabla_p H_d \end{pmatrix} \\ y = G(q)^T \nabla_p H_d \end{cases} \quad (1.8)$$

Avec  $M_d = M_d^T > 0$ ,  $J_d = -J_d^T = \begin{pmatrix} 0 & M^{-1} M_d \\ -M_d M^{-1} & J_2 \end{pmatrix}$  est la matrice d'interconnexion, et  $R_d = R_d^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & G K_v G^T \end{pmatrix}$  est la matrice de dissipation [OrtEtal2002].

**Rejet des perturbations par la commande CBP-AIA** Dans ce qui suit nous décrivons le système mécanique sous-actionné, en présence des incertitudes structurelles, comme suit :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla_q H \\ \nabla_p H \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ G(q) \end{pmatrix} (u + \delta(x, t)) \\ y = G(q)^T \nabla_p H \end{cases} \quad (1.9)$$

avec  $t \in \mathbb{R}^+$ ,  $x = [q \ p]^T \in \mathbb{R}^{2n}$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  est l'entrée de commande,  $\delta(x, t)$  représente le vecteur des entrées de perturbation (dues à des incertitudes structurelles),  $\delta(x, t)$  est supposé non mesurable et borné en amplitude avec la norme Euclidienne donnée par  $\|\delta(x, t)\|$ . Le problème de la commande est formulé comme suit : étant donné le système (1.9), décrit par un modèle HCP et soumis à des perturbations externes, et un point d'équilibre désiré  $[q^* \ 0]^T$ . Est ce que la commande CBP-AIA est capable de stabiliser le système malgré la présence des perturbations. Sachant que l'espace de travail est loin de la région des singularités.

Appliquons la loi de commande (1.5) au système (1.9) on obtient le système (en présence des perturbations) en boucle fermée suivant :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{pmatrix} = (J_d(q, p) - R_d(q, p)) \begin{pmatrix} \nabla_q H_d \\ \nabla_p H_d \end{pmatrix} + \delta_1(x, t) \\ y = G(q)^T \nabla_p H_d \end{cases} \quad (1.10)$$

Sachant que  $\delta_1(x, t) = (0 \ G(q)\delta(x, t))^T$  représente aussi un vecteur des entrées de perturbation. Supposons que  $\lambda_{min} \{K_v\}$  est la plus petite valeur propre de la matrice  $K_v$ , et  $\tilde{x} = [q - q^* \ p]^T$ . La proposition suivante donne des conditions suffisantes sur les bornes des perturbations, permettant d'avoir  $[q^* \ 0]^T$  comme un point d'équilibre stable.

**Proposition 1.** [Khraief2014] Considérons le système en boucle fermée (1.10) avec une énergie totale désirée  $H_d$ .

si  $\|\delta(x, t)\| \leq \lambda_{\min} \{K_v\} |(\nabla_p H_d)^T G|^2$ , alors  $\dot{H}_d \leq 0$  et  $\tilde{x}$  de (1.10) est un point d'équilibre stable.

*Preuve.* La dérivée de  $H_d$  défini par (1.4) est donnée comme suit :

$$\dot{H}_d = (\nabla_q H_d)^T \dot{q} + (\nabla_p H_d)^T \dot{p} \quad (1.11)$$

Nous remplaçons  $\dot{q}$  et  $\dot{p}$  par leurs expressions dans (1.10) nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{H}_d &= (\nabla_q H_d)^T (M^{-1} M_d) \nabla_p H_d + (\nabla_p H_d)^T G(q) \delta_1(x, t) - (\nabla_p H_d)^T (M_d M^{-1}) \nabla_q H_d + \\ & (\nabla_p H_d)^T (J_2 - G K_v G^T) \nabla_p H_d \\ &= (\nabla_p H_d)^T G(q) \delta_1(x, t) - (\nabla_p H_d)^T (G K_v G^T) \nabla_p H_d \end{aligned} \quad (1.12)$$

Si  $\|\delta_1(x, t)\| \leq \lambda_{\min} \{K_v\} |(\nabla_p H_d)^T G|^2$  alors

$$\dot{H}_d \leq \|\delta_1(x, t)\| - \lambda_{\min} \{K_v\} |(\nabla_p H_d)^T G|^2 \quad (1.13)$$

et  $\dot{H}_d \leq 0$ . □

### 1.3.1.2 Rejet des perturbations par la commande CBP-AIA adaptative

Plusieurs travaux ont prouvé la robustesse de la commande CBP-AIA en présence des perturbations parmi eux les résultats présentés dans la section précédente. Cependant, et pour calculer les gains de la commande une connaissance exacte des matrices de connexion et d'amortissement est exigée. Par conséquent le comportement dynamique désiré du système en boucle fermée est fortement lié à la détermination des gains de la commande. Pour remédier à ce problème nous avons procédé à l'ajout d'une loi d'adaptation au contrôleur CBP-AIA [Khraief2015]. L'objectif est de réduire l'erreur de poursuite et d'augmenter les bornes des perturbations admissibles. L'approche proposée (figure 1.2) est une commande adaptative directe que nous avons nommé MRA-CBP-AIA (Commande CBP-AIA, adaptative par modèle de référence) où les gains de la commande sont estimés on ligne.

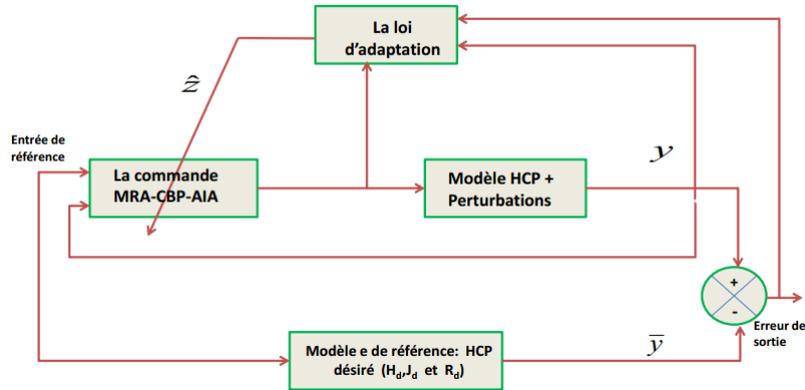


FIGURE 1.2 – Diagramme de la commande MRA-CBP-AIA

**Conception de la loi de commande MRA-CBP-AIA** Nous avons procédé à la décomposition de la loi de commande  $u$  en deux termes, le premier appelé partie nominale et le deuxième contient la partie inconnue (les erreurs inconnues des gains de la commande). Nous énonçons le résultat suivant :

**Proposition 2.** [Khraief2015] *Considérons la loi de commande  $u^*$  :*

$$u^* = u(x, t) + \Delta(x, t)\hat{z} \quad (1.14)$$

où  $u(x, t)$  la commande "nominale" définie dans (1.5),  $\Delta(x, t)$  est une matrice des fonctions inconnues,  $z = [z_1, z_2, \dots, z_p]^T$  est le vecteur des paramètres inconnus et  $\hat{z}$  est l'estimé de  $z$  avec la loi d'adaptation suivante :

$$\dot{\hat{z}} = -K_a \Delta^T(x, t)y \quad (1.15)$$

où  $K_a$  est une matrice diagonale définie positive.

La loi de commande  $u^*$  rend le point d'équilibre stable.

si  $\|\delta_1(x, t)\| \leq (\alpha + \lambda_{\min} \{K_v\}) |(\nabla_p H_d)^T G|^2$ .

*Preuve.* Avec la loi de commande (1.14), le système (en présence des perturbations) en boucle fermée est donné par :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{pmatrix} = (J_d(q, p) - R_d(q, p)) \begin{pmatrix} \nabla_q H_d \\ \nabla_p H_d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ G(q)(\Delta(x, t)\hat{z} + \delta(x, t)) \end{pmatrix} \\ y = G(q)^T \nabla_p H_d \end{cases} \quad (1.16)$$

On définit l'erreur d'estimation par  $\tilde{z} = \hat{z} - z$  et le hamiltonien  $\bar{H}$  par :

$$\bar{H}(q, p, \tilde{z}) = H_d(q, p) + \frac{1}{2} \tilde{z}^T K_a^{-1} \tilde{z} \quad (1.17)$$

Alors le système en boucle fermée (1.16) avec l'erreur  $\tilde{z}$  est exprimé comme suit :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \\ \dot{\tilde{z}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & M^{-1}M_d & 0 \\ -M_d M^{-1} & J_2 - Gk_v G^T & G\Delta K_a \\ 0 & -K_a \Delta^T G^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla_q \bar{H} \\ \nabla_p \bar{H} \\ \nabla_{\tilde{z}} \bar{H} \end{pmatrix} + \delta_1(x, t) \\ = (J_{eq}(q, p) - R_{eq}(q, p)) \begin{pmatrix} \nabla_q \bar{H} \\ \nabla_p \bar{H} \\ \nabla_{\tilde{z}} \bar{H} \end{pmatrix} + \delta_1(x, t) \end{cases} \quad (1.18)$$

Sachant que  $\delta_1(x, t) = (0 \quad G(q)\delta_1(x, t) \quad 0)^T$  est le nouveau vecteur des perturbations externes. Nous montrons que(1.18) est représenté par un modèle HCP, ( $J_{eq} = -J_{eq}^T$  et  $R_{eq} = R_{eq}^T \geq 0$ )<sup>2</sup>. Choisissons  $\bar{H}$  comme étant une fonction de Lyapunov candidate, alors la dérivée de cette fonction est donné par :

$$\begin{aligned} \dot{\bar{H}} &= (\nabla_q \bar{H})^T \dot{q} + (\nabla_p \bar{H})^T \dot{p} + (\nabla_{\tilde{z}} \bar{H})^T \dot{\tilde{z}} \\ &= (\nabla_q \bar{H})^T (M^{-1}M_d) \nabla_p \bar{H} + (\nabla_p \bar{H})^T G(q)\delta_1(x, t) - (\nabla_p \bar{H})^T (M_d M^{-1}) \nabla_q \bar{H} + (\nabla_p \bar{H})^T (J_2 - Gk_v G^T) \nabla_p \bar{H} + \\ &\quad \nabla_p \bar{H}^T G(q)\Delta(x, t)K_a \nabla_{\tilde{z}} \bar{H} - \nabla_{\tilde{z}} \bar{H} K_a \Delta(x, t)^T G^T \nabla_p \bar{H} \\ &= \nabla_q H_d \dot{q} + \nabla_p H_d \dot{p} + K_a^{-1} \tilde{z} \Delta^T(x, t) G^T \nabla_p H_d \end{aligned} \quad (1.19)$$

---

2. Pour plus de détails voir : ([Dirksz2010], [Dirksz2012], [Fujimoto1998],[Fujimoto2000],[Fujimoto2003])

Si  $\|\delta_1(x, t)\| \leq (\alpha + \lambda_{\min} \{K_v\}) |(\nabla_p H_d)^T G|^2$  alors

$\dot{\bar{H}} \leq \delta_1(x, t) - (\alpha + \lambda_{\min} \{K_v\}) |(\nabla_p H_d)^T G|^2$  où  $\alpha > 0$ .

Alors  $\dot{\bar{H}} \leq 0$ , et  $[q^* \ 0 \ \tilde{z}]^T$  est un point d'équilibre stable.  $\square$

### 1.3.2 Contribution n°02 : Application au Pendule Inversé à Roue d'Inertie (PIRI) : Simulations et expérimentations

Comme un exemple d'application (figures (1.3) et (1.4)) nous avons travaillé sur le Pendule Inversé à Roue d'Inertie (PIRI). Il s'agit d'un système mécanique sous-actionné avec une dynamique non linéaire. Ces types de systèmes (les pendules inversés) sont généralement considérés comme benchmark pour valider expérimentalement plusieurs techniques de commandes avancées [Spong1998] [Spong & Vidyasagar 1989] [And2009]. Les expérimentations en temps réel ont été réalisées sur la plate-forme développée au LIRMM<sup>3</sup>. L'objectif de cette conception était de construire un prototype simplifié d'un tramway monorail. Plusieurs schémas de commande ont été implémentés sur cette plate-forme [Touati2013], [And2009].

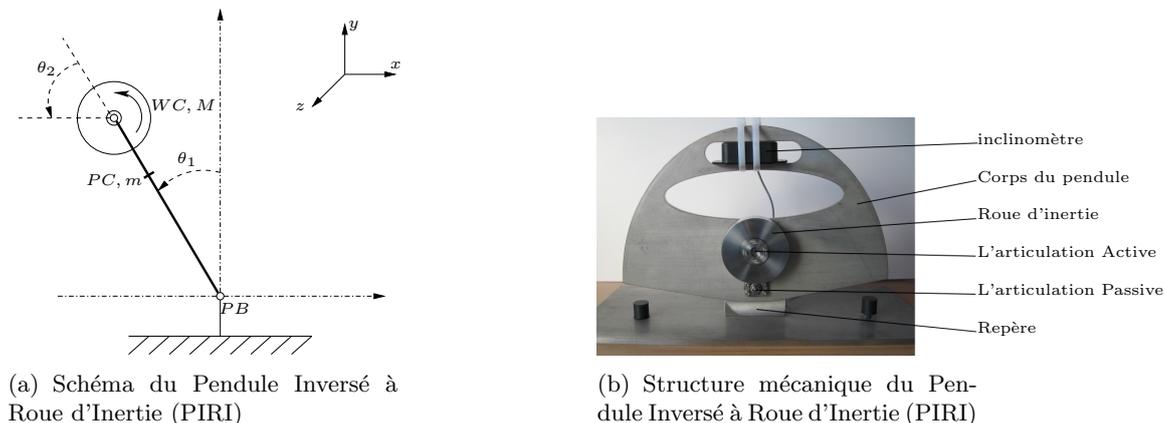


FIGURE 1.3 – Le Pendule Inversé à Roue d'Inertie (PIRI)

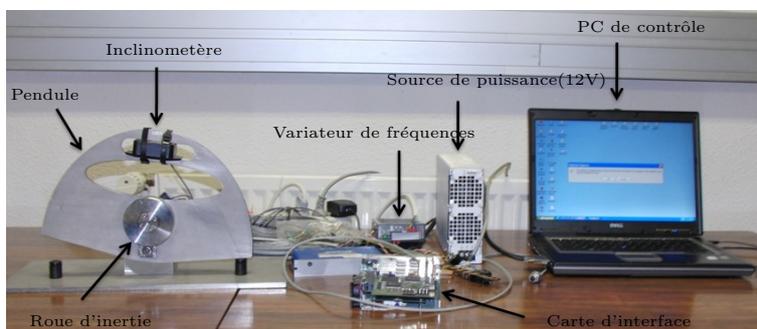


FIGURE 1.4 – La plate-forme expérimentale du PIRI

<sup>3</sup>. LIRMM (Laboratoire d'Informatique, Robotique et Microélectronique de Montpellier) : <http://www.lirmm.fr>

### 1.3.2.1 Description et modélisation du PIRI

La plate forme PIRI est constituée d'un pendule attaché d'une extrémité à un socle et à l'autre extrémité à un volant d'inertie. Les deux liaisons sont de type rotoïde et évoluent dans le même plan. La liaison du pendule au socle est passive (pas d'actionnement), tandis que la deuxième liaison (volant d'inertie) est actionnée par un moteur à courant continu équipé d'un codeur. Pour mesurer l'angle entre l'axe du pendule et la verticale, le système est doté d'un inclinomètre. L'idée serait donc de commander indirectement la position angulaire du pendule par le biais du volant. En effet, un couple sera induit sur le pendule au niveau de la liaison passive suite au couple moteur appliqué au niveau du volant d'inertie. Les différents paramètres du système sont résumés dans le tableau 1.1.

TABLE 1.1 – Description des paramètres dynamique du PIRI

Description	Notation	Valeurs	Unité
L'angle du pendule par rapport à la verticale	$\theta_1$		<i>rad</i>
L'angle de la roue par rapport à l'axe du pendule	$\theta_2$		<i>rad</i>
La masse du pendule	$m$	3.228	<i>kg</i>
La masse de la roue	$m_r$	0.33081	<i>kg</i>
Longueur de la base du pendule (PB) au centre de masse du pendule (PC)	$l$	0.06	<i>m</i>
Longueur de la base du pendule (PB) au centre de masse de la roue (WC)	$L$	0.044	<i>m</i>
Inertie du pendule par rapport à son centre de masse	$I_{PC}$	0.0314	<i>kg.m<sup>2</sup></i>
Inertie du pendule par rapport à sa base	$I_{PB}$		<i>kg.m<sup>2</sup></i>
Inertie de la roue par rapport à son centre de masse	$I_{WC}$	$4.176e - 4$	<i>.m<sup>2</sup></i>
Accélération de gravité	$g$	9.8	<i>m/s<sup>2</sup></i>

Les équations de mouvements d'Euler-Lagrange sont donné par :<sup>4</sup> ([Spong & Vidyasagar 1989]) :

$$\begin{pmatrix} (a + I_{WC}) & I_{WC} \\ I_{WC} & I_{WC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} bg \sin \theta_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

où :

$\theta = [\theta_1 \quad \theta_2]^T$  est le vecteur des positions généralisées,  $u$  l'entrée de commande générée au niveau du volant d'inertie :

$$\begin{aligned} a &= m_r L^2 + I_{PB} \\ b &= ml + m_r L. \end{aligned} \quad (1.21)$$

Introduisons les changements de variables suivants :

---

4. Notons que dans le modèle suivant nous ne tenons pas compte des termes des frottements au niveau de l'articulation du pendule. Selon ([And2009]), les frottements dans le dispositif physique du système PIRI a été mécaniquement conçue afin de minimiser les effets d'amortissement (les frottements visqueux et secs). Ainsi, dans cette étude les frottements des joints actifs et passifs sont si faibles que nous avons négligé.

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

Ce qui conduit au modèle simplifié suivant :

$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & I_{WC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} bg \sin q_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} u. \quad (1.23)$$

Le modèle (1.23) peut être transformé aux équations d'Hamilton suivant ([santibanez2005]) :

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{p}_1 \\ \dot{p}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{p_1}{a} \\ \frac{p_2}{I_{WC}} \\ bg \sin q_1 - u \\ u \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Où  $q = [q_1 \ q_2]^T$  et  $p = [p_1 \ p_2]^T = [a\dot{q}_1 \ I_{WC}\dot{q}_2]^T$  sont respectivement les positions et les moments généralisés. Par conséquent, la fonction d'Hamilton est donnée par :

$$H(q, p) = \frac{1}{2} p^T M^{-1}(q) p = \frac{1}{2} \left[ \frac{p_1^2}{a} + \frac{p_2^2}{I_{WC}} \right] + bg \cos q_1 \quad (1.25)$$

L'objectif principal de la commande consiste à stabiliser le point d'équilibre instable du pendule (pendule vers le haut) : ( $q_1 = q_2 = 0$ ).

### 1.3.2.2 Résultats de simulations

La loi de commande suivante est proposée dans ([OrtEtal2002]) :

$$u = \gamma_1 \sin(q_1) + k_p(q_2 + \gamma_2 q_1) + k_v k_2(\dot{q}_2 + \gamma_2 \dot{q}_1) \quad (1.26)$$

où  $\gamma_1 > b$ ,  $\gamma_2 = -\frac{a\gamma_1}{I_{WC}(\gamma_1 - b)}$  et  $k_2 > 0$ .

ensemble avec  $k_p$  et  $k_v$  qui représentent des constantes positives, ils définissent les gains de la commande.

Nous avons proposé dans ([Khraief2014], [Khraief2015]) de reformuler l'expression de la commande (1.26) en fonction des coordonnées et des moments généralisés  $q$  et  $p$  comme suit :

$$u = \underbrace{\gamma_1 \sin(q_1) + k_1 q_1 + k_2 q_2}_{u_{es}} + \underbrace{k_3 p_1 + k_4 p_2}_{u_{di}} \quad (1.27)$$

Où :  $k_1 = k_p \gamma_2$ ,  $k_2 = k_p$ ,  $k_3 = k_v \left( \frac{a_2 + a_3}{a_1 a_3 - a_2^2} \right)$  et  $k_4 = -k_v \left( \frac{a_1 + a_2}{a_1 a_3 - a_2^2} \right)$ . Avec  $M_d = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_3 \end{pmatrix}$ ,  $a_1 > 0$ ,  $a_1 a_3 > a_2^2$  et  $a_1 + a_2 < 0$ .

Dans ce qui suit les résultats de simulation sont présentés et interprétés. Ces résultats présentent une première validation et attestent de la faisabilité de l'approche de commande robuste MRA-CBP-AIA. Les simulations sont réalisées dans l'environnement MATLAB/SIMULINK. Les équations différentielles régissant la dynamique du système sont intégrées en utilisant la méthode Runge-Kutta (fonction ode45 de MATLAB). Deux scénarios de simulation sont envisagés. Dans le premier scénario, aucune perturbation externe n'est introduite dans le modèle hormis des conditions initiales non nulles. Dans le second scénario, une perturbation ponctuelle est introduite sous forme d'un couple perturbateur au niveau de la liaison avec la base (le socle). Nous appliquons les deux commandes (CBP-AIA et MRA-CBP-AIA) pour les deux scénarios.

**Scénario 01 : Stabilisation par les deux commandes dans le cas nominal** Nous considérons dans ce qui suit le modèle HCP (1.24). Les paramètres du PIRI sont donnés dans le tableau (1.1). Ils sont identifiés sur le prototype réel du système. Les résultats de simulations sont obtenus (dans le cas nominal) pour le PIRI en appliquons les deux lois de commande. La première commande est celle de CBP-AIA et donnée par l'expression (1.27). Nous choisissons comme configuration initiale  $[q_1 \ q_2 \ p_1 \ p_2]^T = (0.2 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ . Le choix du reste des paramètres est donné comme suit :  $\gamma_1 = 6.1284$ ,  $k_1 = 1.0367$  et  $k_2 = 0.0011$ .  $k_3 = 16.62$  et  $k_4 = 3.4640$ .<sup>5</sup> La deuxième loi de commande MRA-CBP-AIA pour le PIRI est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} u^* &= \gamma_1 \sin(q_1) + k_1 q_1 + k_2 q_2 + k_3 p_1 + k_4 p_2 + \Delta(x, t) \hat{z} \\ \Delta(x, t) &= [p_2 \ p_1]^T \\ \hat{z} &= [\hat{k}_3 \ \hat{k}_4]^T \\ \dot{\hat{z}} &= -K_a [p_2 \ p_1]^T (\dot{q}_2 + \gamma_2 \dot{q}_1) \end{aligned} \quad (1.28)$$

Nous considérons les conditions initiales suivantes :

$(q_1 \ q_2 \ p_1 \ p_2 \ k_3 \ k_4)^T = (0.2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 10)^T$ . Le reste des paramètres est choisis comme suit :  $\gamma_1 = 6.1284$ ,  $\gamma_2 = 942.447$ ,  $k_1 = 1.0367$ ,  $k_2 = 0.0011$  et  $K_a = \begin{pmatrix} 2.08e-4 & 0 \\ 0 & 2.08e-4 \end{pmatrix}$ . En appliquons les deux commandes, nous montrons dans la figure (1.5) l'évolution des positions

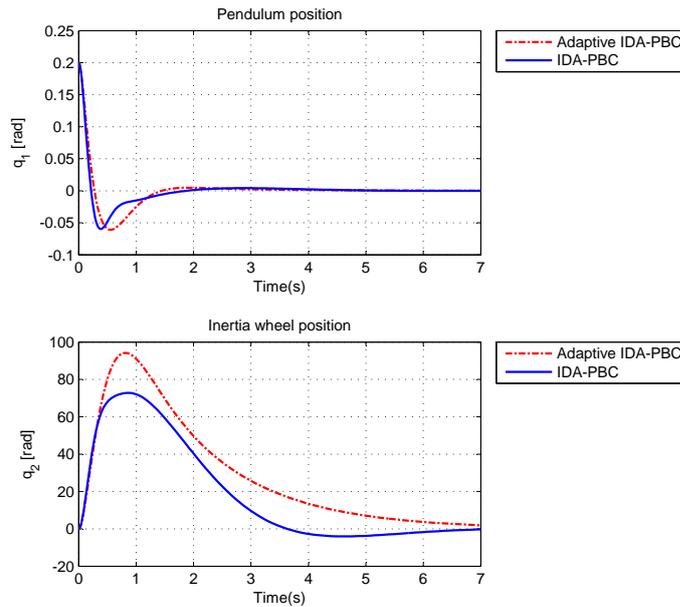


FIGURE 1.5 – Evolution des positions angulaires en fonction du temps

angulaires en fonction du temps pour le cas nominal. Nous observons une meilleure performance de la commande proposée par rapport à la commande CBP-AIA. En effet, une convergence plus rapide est assurée par la commande MRA-CBP-AIA. La figure (1.6) montre l'efficacité de la commande MRA-CBP-AIA à travers l'évolution des vitesses angulaires du pendule et du volant d'inertie. En appliquant le contrôleur adaptatif proposé on remarque les résultats de convergence rapide par rapport à l'effet du contrôleur CBP-AIA et qui présente moins d'oscillations. Ces observations peuvent être aussi vues dans la figure(1.7). Les simulations dans le plan de phase sont données dans la figure (1.8), quant aux estimations des gains de la commande en fonction du

5. Il est important de noter que le choix des gains de la commande  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  est fortement lié à la résolution des équations partielles aux différences associés à une équation énergétique.

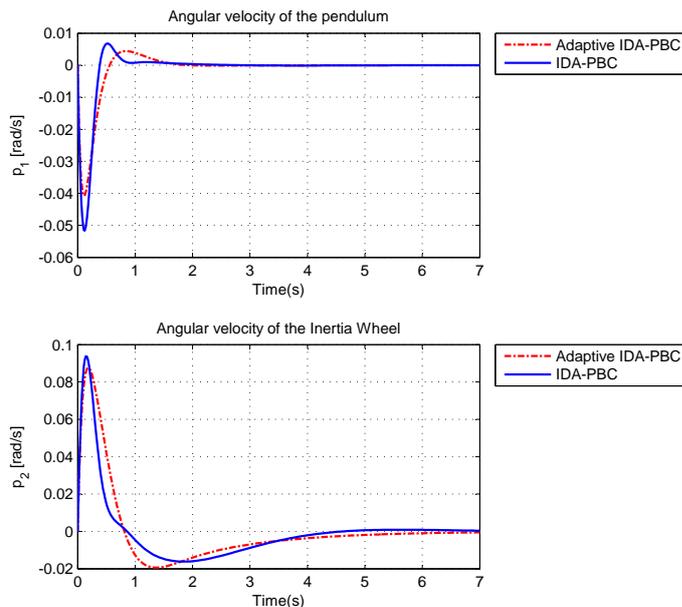


FIGURE 1.6 – Evolution des vitesses angulaires

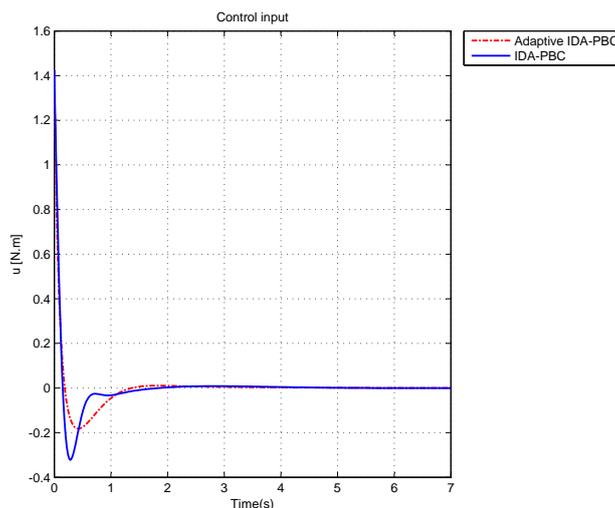


FIGURE 1.7 – Evolution des entrées de commande

temps elles sont illustrées dans la figure (1.9). Nous observons aussi l'efficacité de la commande proposée.

### Scénario 02 : Stabilisation par les deux commandes en présence des perturbations

Ce scénario a pour but de montrer l'effet d'une perturbation ponctuelle sur la stabilité du système en boucle fermée. Le modèle et les lois de commande utilisées sont les mêmes que pour la simulation précédente. La perturbation est introduite sous forme d'un couple perturbateur<sup>6</sup>, aux instants  $t = 5s$ ,  $t = 10s$  et  $t = 15s$ . Le couple perturbateur est une impulsion d'une durée de  $0,2s$  à chaque instant. Cette impulsion est suffisante pour perturber le système. Elle survient au moment où le pendule est à une position extrême. Les résultats de cette simulation sont présentés dans les figures (1.10)et (1.11). Nous concluons que les deux contrôleurs sont capables

6. Nous pouvons vérifier que  $\|\delta_1(x, t)\| \leq 12 \| |(\nabla_p H_d)^T G|^2$ , ce qui coïncide avec les résultats théoriques.

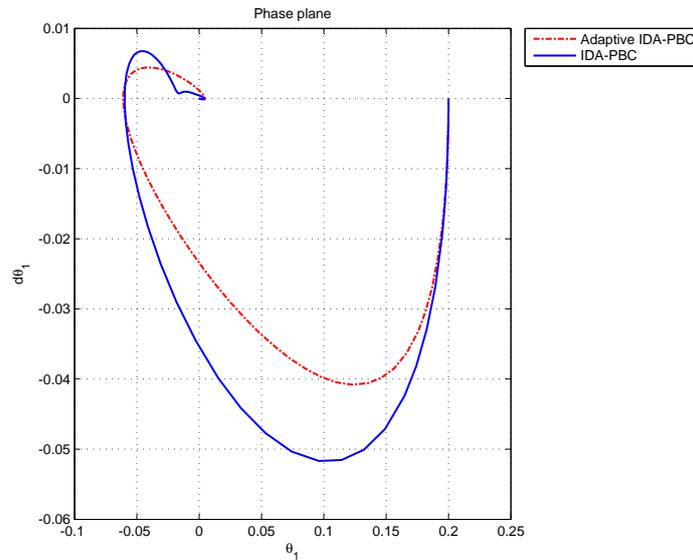
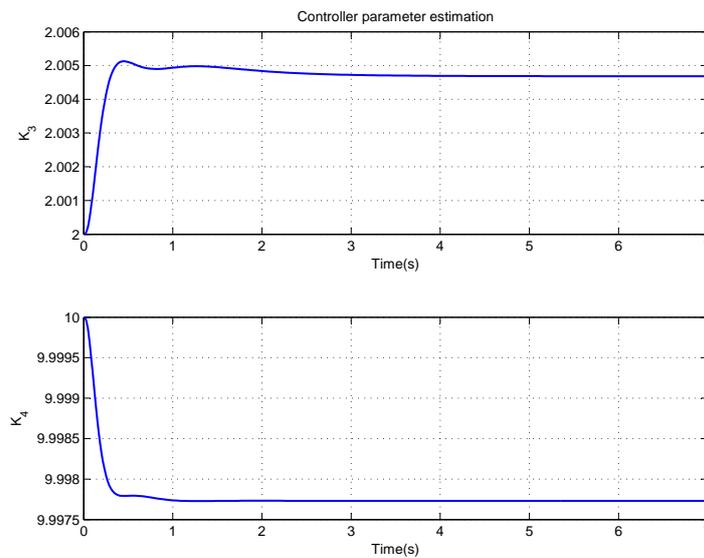
FIGURE 1.8 – Evolution dans le plan de phase  $(\theta_1, \dot{\theta}_1)$ 

FIGURE 1.9 – Evolution des paramètres estimés en fonction du temps

de rejeter une perturbation ponctuelle conséquente, même si elle survient à un moment critique de l'évolution du système. L'efficacité de la commande MRA-CBP-AIA est nettement claire par rapport à la commande CBP-AIA.

### 1.3.2.3 Analyse de robustesse

Dans cette section nous présentons une analyse de robustesse afin de tester et de prouver l'efficacité de la commande proposée. A cet effet, nous utilisons la méthode de Monte Carlo ([Chen *et al.* 2006]) qui est une analyse de robustesse probabiliste. Nous procédons à varier les

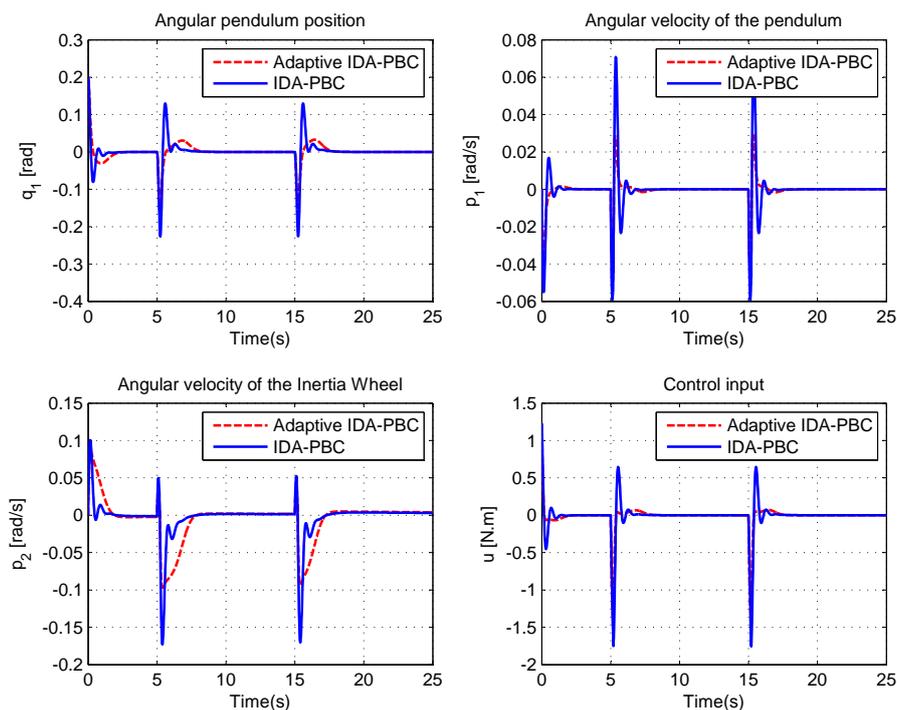


FIGURE 1.10 – Les résultats de simulations en présence des perturbations externes

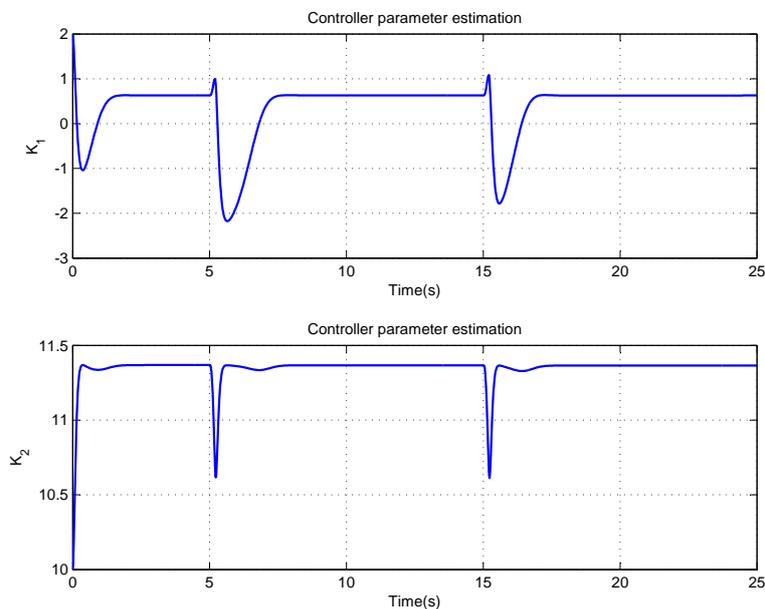


FIGURE 1.11 – Evolution des gains de la commande en présence des perturbations externes

perturbations externes appliquées au système PIRI. Cette variation est probabiliste. Nous effectuons plusieurs tests et nous comparons chaque fois l'erreur quadratique (RMS). Dans cette simulation nous avons considéré des perturbations aléatoires. La simulation de Monte Carlo permet de quantifier l'effet de ces perturbations aléatoires. Les résultats de simulations sont donnés dans la figure(1.12). Cette dernière nous permet de conclure que la commande MRA-CBP-AIA est plus robuste que la commande classique CBP-AIA.

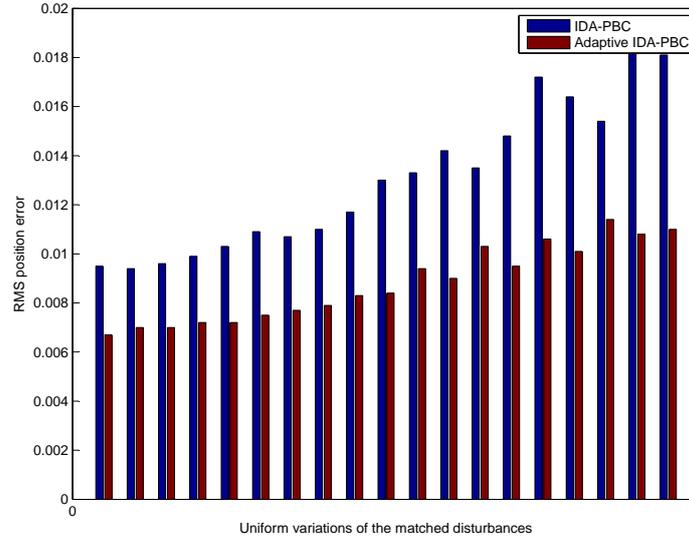


FIGURE 1.12 – Résultats de la simulation de Monte Carlo

### 1.3.2.4 Résultats d'expérimentations

Les expérimentations en temps réel ont été réalisées sur la plate-forme illustrée dans la figure (1.4). L'axe du pendule est contraint de rester dans l'intervalle  $[-10^\circ, +10^\circ]$  à cause des butées mécaniques. L'actionneur utilisé au niveau du volant d'inertie est un moteur à courant continu de type Maxon EC-powermax 30 équipé d'un codeur incremental permettant de mesurer en temps réel la position angulaire du volant d'inertie et de calculer sa vitesse correspondante. Afin de mesurer l'angle du pendule par rapport à la verticale, le système est équipé d'un inclinomètre de type FAS-Gde (la marque Micro strain). Le pilotage du système est assuré par un ordinateur équipé d'un processeur Intel cadencé à  $2.4GHz$ . L'implémentation de la loi de commande est effectuée en langage C et la plate-forme tourne sous le système temps réel Ardence RTX basé sur un noyau MS Windows modifié. La loi de commande est calculée avec une fréquence d'échantillonnage de  $150Hz$ . Dans le reste de cette section nous allons comparer les performances des deux commandes après implementation sur la plate-forme. Les mêmes scénarios présentés en simulations seront testés expérimentalement.

**Stabilisation dans le cas nominal** Dans ce premier scénario, aucune perturbation externe n'est appliquée. Le système reste cependant sujet à des perturbations inhérentes à tout système robotique : incertitudes sur les paramètres mécaniques, mesures bruitées de l'état du système, etc. Au début nous appliquons la loi de commande CBP-AIA (1.27) avec les paramètres suivant :  $\gamma_1 = 6.1284$ ,  $k_1 = 0.0471$ ,  $k_2 = 0.00005$ ,  $k_3 = 15.9840$  et  $k_4 = 3.9960$ . Les expérimentations proposées commencent par les conditions initiales  $(q_1 \ q_2 \ p_1 \ p_2)^T = (0.17 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ . Ensuite nous appliquons la commande proposée MRA-CBP-AIA (1.28) en commençant par la configuration :  $(q_1 \ q_2 \ p_1 \ p_2 \ K_3 \ K_4)^T = (0.17 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 10)^T$ . Le reste des paramètres est choisi comme suit :  $\gamma_1 = 6.1284$ ,  $\gamma_2 = 942.447$ ,  $k_1 = 0.0471$ ,  $k_2 = 0.00005$ , et  $K_a = \begin{pmatrix} 0.02547 & 0 \\ 0 & 0.02547 \end{pmatrix}$ .

L'évolution des positions, des vitesses angulaires et des entrées de commande en fonction du temps sont données dans la figure (1.13). Nous observons que la convergence avec la commande MRA-CBP-AIA est nettement meilleure que celle avec la commande CBP-AIA. Le plan de phase dans la figure (1.14) illustre les performances expérimentales de la loi d'adaptation ajoutée à la commande CBP-AIA. En commençant par les mêmes conditions initiales et en appliquant les

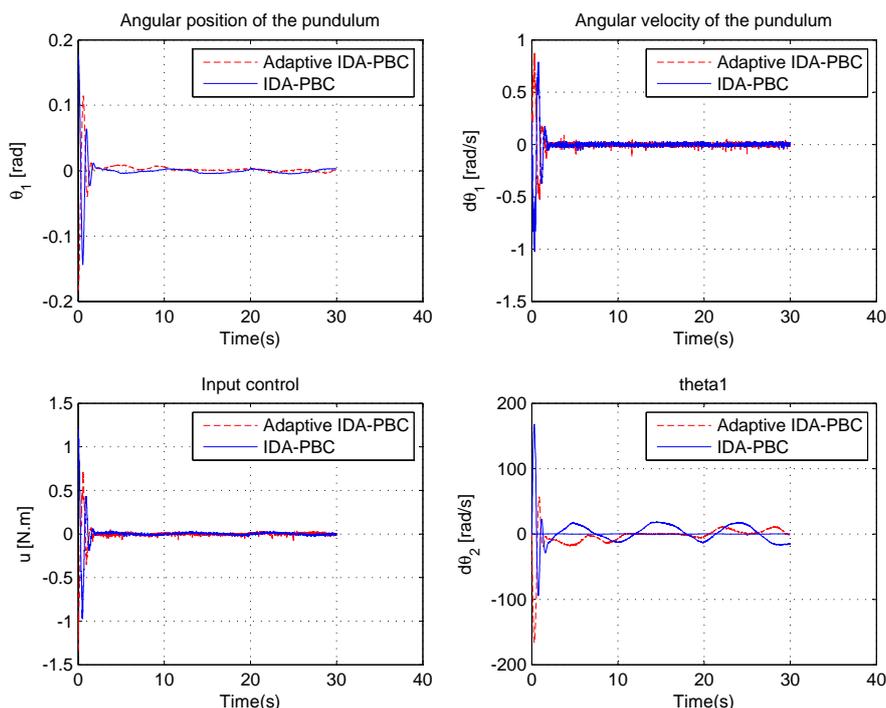
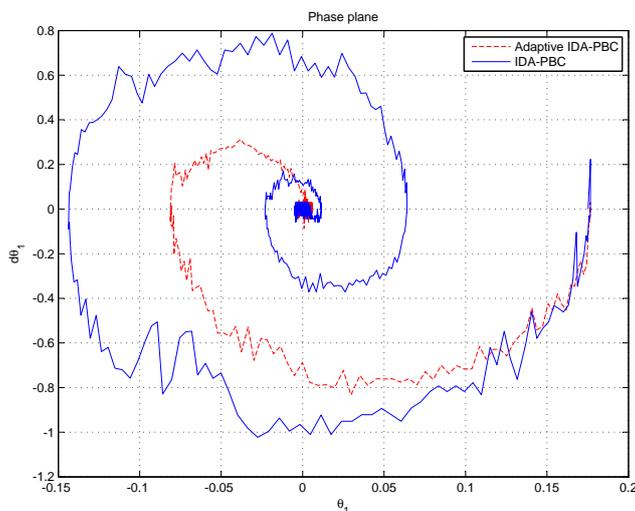


FIGURE 1.13 – Résultats d'expérimentations des deux commandes

FIGURE 1.14 – L'évolution dans le plan de phase  $(\theta_1, \dot{\theta}_1)$  obtenu pour les deux commandes

deux commandes, nous observons une convergence plus rapide au point d'équilibre assurée par la commande MRA-CBP-AIA.

**Stabilisation en présence des perturbations externes** Dans ce second scénario, des perturbations externes sont introduites en poussant légèrement le pendule approximativement aux instants :  $t = 6s$ ,  $t = 8s$  et  $t = 12s$  (voir figure (1.15)) . Des résultats d'expérimentations sont donnés dans la figure (1.16). L'effet des perturbations ponctuelles est observé sur la figure. La compensation de ces perturbations est illustrée dans l'évolution des positions et vitesses angulaires. Un meilleur rejet des perturbations est assuré par la commande MRA-CBP-AIA tout en gardant le système autour de son point d'équilibre désiré. Toutes ces observations sont prouvés

par les résultats dans le plan de phase dans la figure (1.17).

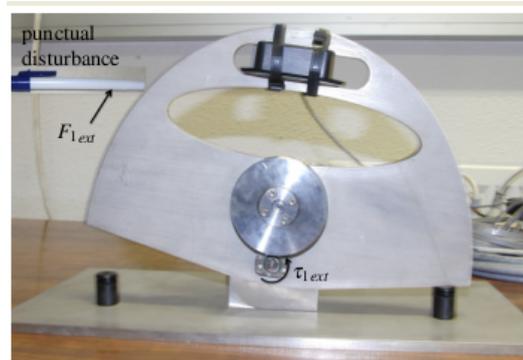


FIGURE 1.15 – Perturbations externes introduites en expérimentations

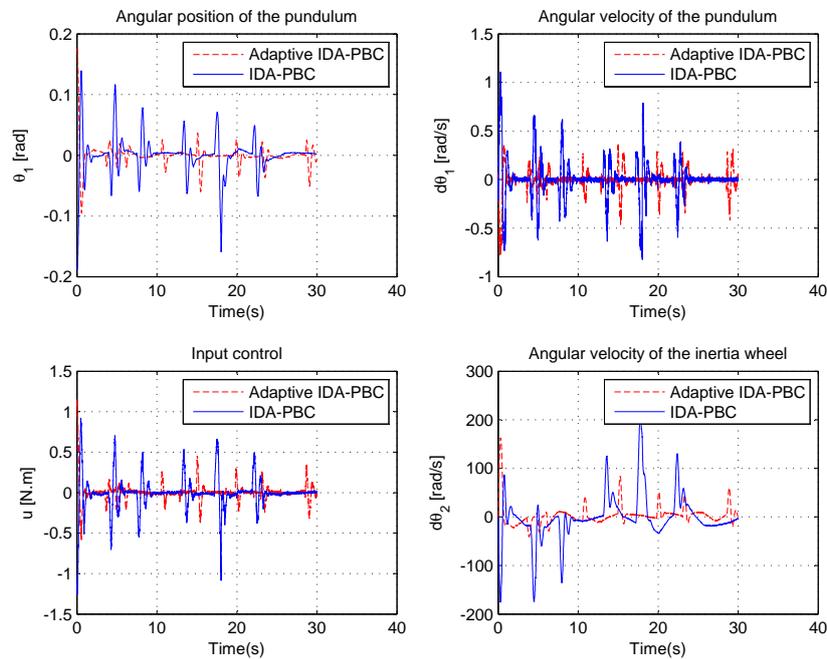


FIGURE 1.16 – Résultats d'expérimentations pour les deux commandes

## 1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'effet des perturbations externes (incertitudes structurales) en appliquant la commande CBP-AIA. Nous avons considéré l'amélioration de la robustesse de la commande CBP-AIA appliquée à une classe de systèmes mécaniques sous-actionnés. Nous avons proposé un schéma de commande adaptatif combiné à la stratégie de commande CBP-AIA. A titre d'illustration, nous avons présenté la loi d'adaptation proposée pour le contrôleur CBP-AIA du pendule inversé à roue d'inertie. L'objectif était de stabiliser le système à sa position vers le haut (position d'équilibre instable). Pour prouver la robustesse, nous avons utilisé un outil d'analyse intéressant, à savoir la simulation par la méthode de Monte Carlo (MCS). La MCS peut être appliquée dans différents domaines tels que l'analyse de tolérance statistique, la conception et l'analyse de fiabilité, l'analyse d'incertitudes dans la mesure mécanique, etc. Il convient de

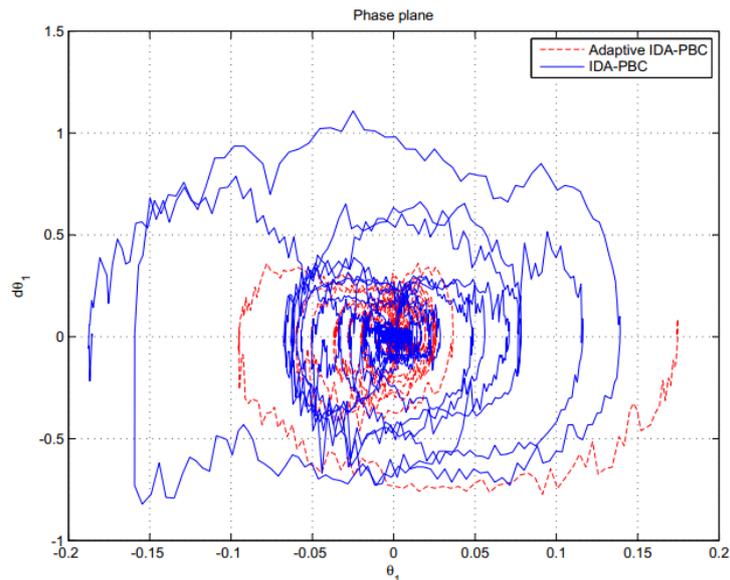


FIGURE 1.17 – Expérimentations dans le plan de phase

souligner que le présent travail ne peut inclure toutes les applications. Ainsi, seule la propagation des perturbations et la mesure appariés des RMS ont été pris en compte dans ce travail . Des simulations ainsi que des résultats expérimentaux ont été présentés pour montrer l'efficacité du contrôleur proposé par rapport à la commande CBP-AIA classique. Les résultats illustrent la façon dont les estimations de contrôle adaptatif compensent les erreurs sur les paramètres de gain, ce qui donne une stabilisation plus lisse.

## 1.5 Liste des publications et Communications

### 1.5.1 Publications dans des revues

- Khraief, N., Belghith, S., Chemori A. : Robustness enhancement of IDA-PBC controller in stabilizing the inertia wheel inverted pendulum : theory and real-time experiments. International Journal of Control, 22(3), Paper No. 1250056, 19 p. (2017) **Impact factor : 2.208**

### 1.5.2 Liste des communications dans des conférences Nationales et internationales

- 1 Khraief, N., Ahmed Chemori, J.J. Pena, Belghith, S. : Stabilization of Inertia Wheel Inverted Pendulum by Model Reference Adaptive IDA-PBC : From simulation to real-time experiments. The 3rd IEEE Conference on Control, Engineering and Information Technology, Telemcen, Algeria (2015)
- 2 Khraief, N., Ahmed Chemori, Belghith, S. : External disturbance rejection in IDA-PBC controller for underactuated mechanical systems : from theory to real time experiments. The IEEE Conference on Control Applications (CCA) Part of 2014 IEEE Multi-conference on Systems and Control, Antibes, France (2014), **Classed B5**



# Stabilisation des oscillations entretenues pour les systèmes mécaniques sous-actionnés

---

## Sommaire

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>49</b>
<b>2.2</b>	<b>État de l’art et problématiques étudiées</b> . . . . .	<b>49</b>
<b>2.3</b>	<b>Travaux et résultats</b> . . . . .	<b>51</b>
2.3.1	Contribution n°01 : Analyse de bifurcation de Hopf pour le PIRI Contrôlé par CBP-AIA (PIRI-C) . . . . .	51
2.3.2	Contribution n°02 : De la detection de la bifurcation de Hopf vers la génération des cycles limites stables pour le PIRI-C . . . . .	57
<b>2.4</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>60</b>
<b>2.5</b>	<b>Liste des publications et Communications</b> . . . . .	<b>62</b>

---

## 2.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre la partie 2 de l’axe n°01. Nous nous intéressons, dans cette partie, à la stabilisation des trajectoires périodiques (figure 2.1) . Les vibrations ou la flexibilité d’un matériau peuvent causer des oscillations qui provoquent l’apparition de cycles limites dans un système. Dans ce cas de figure ces cycles sont indésirables et pour les éviter nous nous procédons à la conception d’un contrôleur adéquat pour rejeter ces perturbations. Dans d’autres cas les cycles limites peuvent être considérés comme des trajectoires désirées. Le but du contrôleur sera donc de stabiliser le système autour de ces trajectoires périodiques. Dans ce chapitre nous nous intéressons aux cycles limites désirés qui peuvent jouer le rôle des oscillations entretenues au sein d’un système mécanique sous-actionné. Nous avons choisi comme application le Pendule Inversé à Roue d’Inertie (PIRI) décrit dans le chapitre précédent. Afin de générer ces cycles nous nous sommes basées sur deux notions : Analyse de la bifurcation de Hopf et la commande énergétique CBP-AIA. Les résultats ont conduit à deux contributions à savoir :

- 1 L’analyse de bifurcation de Hopf pour le PIRI Contrôlé par CBP-AIA (PIRI-C)
- 2 La génération des cycles limites stables pour le PIRI.

## 2.2 État de l’art et problématiques étudiées

Différentes méthodologies ont été considérées dans la littérature [Fradkov1998] et [Leonard1998] pour stabiliser les oscillations des systèmes mécaniques sous-actionnés [Choukchou2014]. De telles trajectoires ont une importance pratique, y compris ses applications en génie mécanique, acoustique, électronique et biomécanique etc... Une des applications concerne le pendule inversé

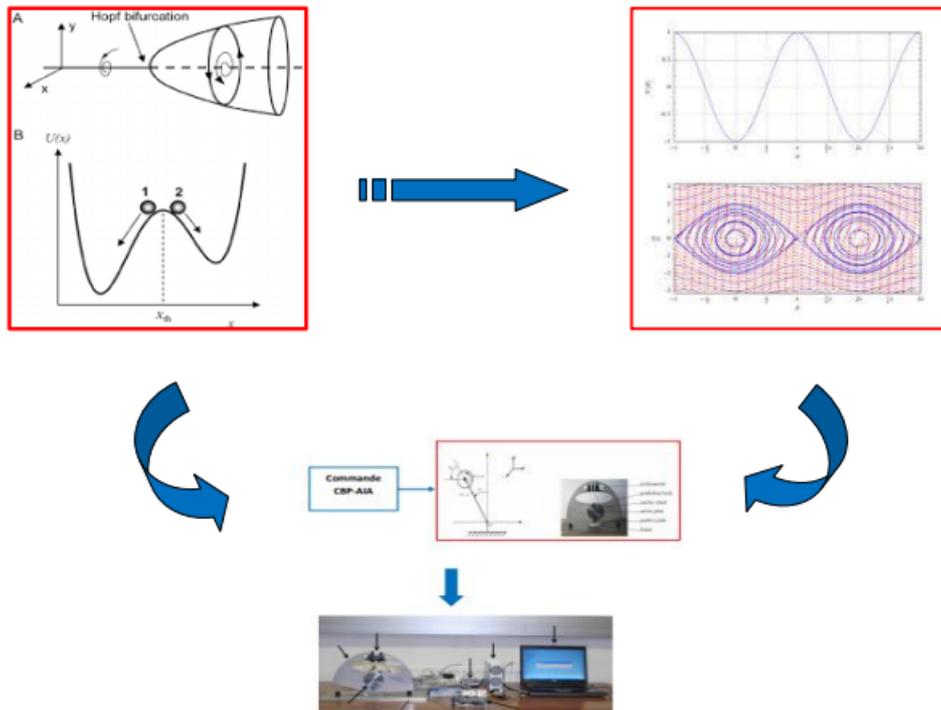


FIGURE 2.1 – Vue générale du contenu du chapitre

à roue d'inertie (PIRI). Deux approches de contrôle dédiées à la génération des cycles limites stables pour le PIRI ont été présentées par Andary et al. La première [And2009] est basée sur une linéarisation de retour non linéaire partielle et un contrôle dynamique pour un suivi optimal des trajectoires de référence périodiques. La seconde [Chemori2012] est un double contrôleur sans modèle qui suit certaines trajectoires de référence paramétrées. L'efficacité des deux contrôleurs a été illustrée par des résultats numériques et expérimentaux sur le banc d'essai du PIRI. L'ajustement de la fréquence et de l'amplitude des cycles limites obtenus présente la limitation de ce travail. Par conséquent, certains problèmes d'optimisation doivent être résolus pour obtenir des trajectoires de référence avec des périodes différentes. Beaucoup d'études [Fradkov1998], [Marsden1976] ont traité des auto-oscillations utiles émergeant des points de bifurcation de Hopf. L'analyse de bifurcation du PIRI a été considérée dans la littérature. Alonso et al. [Alonso *et al.*(2002)Alonso, Paolini & Moiola] a utilisé la théorie de la bifurcation pour classer les différents comportements dynamiques apparaissant dans le PIRI soumis à une loi de commande (continue et bornée) par retour d'état. Pour limiter l'amplitude maximale de l'action de contrôle, la loi de commande est soumise à une fonction de saturation, qui a été introduite dans [Alonso *et al.*, Paolini & Moiola (2005)] afin de stabiliser le PIRI en position inversée. Les auteurs ont montré que la dynamique globale du PIRI passe d'un point d'équilibre stable à un cycle limite stable via une bifurcation de Hopf lorsque certains gains de contrôle changent. Un travail similaire a été réalisé sur le pendule Furuta en analysant la bifurcation de Hopf [Pagano2000]. Nikolov et Nedev [Nikolov2016] ont analysé la bifurcation et le comportement dynamique du PIRI avec une commande bornée au moyen de la théorie de Poincaré-Andronov-Hopf (PAH). Les contributions présentées dans ce chapitre concernent une étude de la stabilisation des oscillations par la commande CBP-AIA introduite dans [OrtegaEtal2002] et revisitée dans [Khraief2014] et [Khraief2015]. Nous nous intéressons au suivi des trajectoires de référence (di-

vers cycles limites stables) à partir de la stabilisation du PIRI autour du point d'équilibre par le contrôleur CBP-AIA. En appliquant ce dernier au PIRI, nous le transformons en un système Hamiltonien généralisé présentant des points critiques de bifurcation Hopf. Des cycles limites stables et instables apparaissent à ces bifurcations. Pour étudier la direction et la stabilité de ces solutions périodiques, nous avons procédé au calcul du premier coefficient de Lyapunov à la bifurcation de Hopf. Pratiquement, de telles solutions coïncident avec une grande variété de vibrations (utiles ou indésirables). Dans un premier temps, nous analysons la stabilité du point d'équilibre par rapport aux gains de la commande. De plus, nous développons des conditions pour l'existence de la bifurcation de Hopf puis d'oscillations périodiques. En outre, la stabilité de ces oscillations périodiques a été étudiée analytiquement au moyen du premier coefficient de Lyapunov en fonction de certains gains de la commande CBP-AIA. Des résultats de simulations ont prouvé cette étude analytique.

## 2.3 Travaux et résultats

### 2.3.1 Contribution n°01 : Analyse de bifurcation de Hopf pour le PIRI Contrôlé par CBP-AIA (PIRI-C)

Dans ce qui suit nous considérons le modèle du PIRI décrit et développé dans le chapitre précédent. L'objectif dans cette section est d'analyser la bifurcation de Hopf pour le modèle (1.24) soumis à la commande CBP-AIA donnée par l'expression (1.27). Le système en boucle fermée sera nommé PIRI-C. Les points d'équilibre du système en boucle fermée (1.24) sont déterminés quand  $\dot{q}_1 = 0$ ,  $\dot{q}_2 = 0$ ,  $\dot{p}_1 = 0$ ,  $\dot{p}_2 = 0$  d'où :

$$\mathbf{x}_{eq} = \begin{bmatrix} k\pi \\ -k\pi \frac{k_1}{k_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

On peut donc distinguer  $x_{eq} = (2k\pi, -2k\pi \frac{k_1}{k_2}, 0, 0)$  (position inversée ou ascendante) ou  $x_{eq} = ((2k+1)\pi, -(2k+1)\pi \frac{k_1}{k_2}, 0, 0)$  (position de suspension ou de repos),  $k \in \mathbb{Z}$ . Pour éviter de considérer un nombre infini d'équilibres, nous avons traité seulement le point d'équilibre  $x_{eq} = (0, 0, 0, 0)^T$  stabilisé par la commande CBP-AIA et correspondant au pendule à la position inversée avec une vitesse de la roue d'inertie nulle.

#### 2.3.1.1 Bifurcation de Hopf dans le PIRI-C

Considérons le vecteur d'état  $X = (q, \zeta)^T$  avec  $\zeta = (k_1, k_2, k_3, k_4)^T$ . Le modèle (1.24) peut être exprimé comme suit :

$$\dot{X} = F(X, \zeta), \quad X \in \mathbb{R}^4, \quad \zeta \in \mathbb{R}^4 \quad (2.2)$$

L'équation (2.2) représente le champ vectoriel du PIRI. La matrice jacobienne, notée  $\mathcal{J}$ , du système (1.24) au point d'équilibre  $\mathbf{x}_{eq}$  est défini comme suit :

$$\mathcal{J} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{wc}} \\ b_1g - \gamma_1 - k_1 & -k_2 & -k_3 & -k_4 \\ \gamma_1 + k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Faisons le changement de variable suivant :  $a = \frac{1}{a}$ ,  $c = \frac{1}{I_{wc}}$ ,  $b = b_1g$  et  $\gamma = \gamma_1$ . Alors nous obtenons :

$$\mathcal{J} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \\ b - \gamma - k_1 & -k_2 & -k_3 & -k_4 \\ \gamma + k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Les valeurs propres de la matrice jacobienne  $\mathcal{J}$  (2.4) sont calculées en résolvant l'équation suivante

$$\det(\lambda(\zeta)\mathcal{I} - \mathcal{J}) = 0 \quad (2.5)$$

Nous supposons que la matrice jacobienne  $\mathcal{J}$  admet deux valeurs propres complexes conjuguées,  $\alpha(\zeta) \pm i\beta(\zeta)$  où  $\beta(\zeta) > 0$ , et deux valeurs propres  $\mu$  et  $\eta$  vérifiant :  $(\mu + \eta) < 0$  et  $(\mu\eta) > 0$  et sont tous les deux réels. Ainsi, le polynôme caractéristique peut être exprimé comme suit :

$$(\lambda(\zeta) - \mu)(\lambda(\zeta) - \eta)(\lambda(\zeta) - (\alpha(\zeta) + i\beta(\zeta)))(\lambda(\zeta) - (\alpha(\zeta) - i\beta(\zeta))) = 0 \quad (2.6)$$

Cette dernière relation peut être convertie en :

$$\lambda(\zeta)^4 + [-2\alpha(\zeta) - (\mu + \eta)]\lambda(\zeta)^3 + [(\alpha(\zeta)^2 + \beta(\zeta)^2) + 2\alpha(\zeta)(\mu + \eta) + \mu\eta]\lambda(\zeta)^2 + [-(\mu + \eta)(\alpha(\zeta)^2 + \beta(\zeta)^2) - 2\alpha(\zeta)\mu\eta]\lambda(\zeta) + \mu\eta(\alpha(\zeta)^2 + \beta(\zeta)^2) = 0 \quad (2.7)$$

D'après l'expression de l'équation (2.7) on peut écrire<sup>1</sup> :

$$-2\alpha - (\mu + \eta) = k_3 - k_4 \quad (2.8a)$$

$$(\alpha^2 + \beta^2) + 2\alpha(\mu + \eta) + \mu\eta = a(\gamma - b + k_1) - ck_2 \quad (2.8b)$$

$$-(\mu + \eta)(\alpha^2 + \beta^2) - 2\alpha\mu\eta = abk_4 \quad (2.8c)$$

$$\mu\eta(\alpha^2 + \beta^2) = abck_2 \quad (2.8d)$$

La bifurcation de Hopf se produit si et seulement si  $\alpha(\zeta) = 0$  et  $\beta(\zeta) \neq 0$ . Ensuite, les relations dans (2.8) peuvent être simplifiées comme suit :

$$\mu + \eta = k_4 - k_3 \quad (2.9a)$$

$$\beta^2 + \mu\eta = a(\gamma - b + k_1) - ck_2 \quad (2.9b)$$

$$-(\mu + \eta)\beta^2 = abk_4 \quad (2.9c)$$

$$\mu\eta\beta^2 = abck_2 \quad (2.9d)$$

Le problème est alors de trouver les paramètres de gain,  $k_i$ , pour lesquels la bifurcation de Hopf se produit. Les fonctions de (2.9) peuvent être reformulées comme suit :

$$\mu + \eta = k_4 - k_3 \quad (2.10a)$$

$$\beta^4 - (a(\gamma - b + k_1) - ck_2)\beta^2 + abck_2 = 0 \quad (2.10b)$$

$$k_4 = \frac{\beta^2}{ab + \beta^2}k_3 \quad (2.10c)$$

$$\mu\eta = \frac{abc}{\beta^2}k_2 \quad (2.10d)$$

---

1. Dans ce qui suit nous prenons  $\beta(\zeta) = \beta$

En utilisant la relation (2.10c) dans (2.10a) et s'appuyant sur l'expression (2.10d), nous soulignons que :  $\mu + \eta < 0$  et  $\mu\eta > 0$ .

De plus, en s'appuyant sur les relations précédentes dans (2.10), nous notons que  $\beta$  est la solution de (2.10b) et ne dépend que des deux paramètres  $k_1$  et  $k_2$ . De plus,  $k_4$  est proportionnel à  $k_3$  et dépend de  $\beta$ . Ensuite, en choisissant la valeur de  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$ , nous pouvons calculer la valeur de  $k_4$  à laquelle il se produit la bifurcation de Hopf. Nous affirmons que le gain  $k_3$  n'affecte pas l'occurrence de la bifurcation de Hopf.

En résolvant la relation (2.10b), nous obtenons deux solutions  $\beta_1$  et  $\beta_2$  définies comme suit :

$$\beta_1 = \sqrt{\frac{a(\gamma - b + k_1) - ck_2 - \sqrt{(a(\gamma - b + k_1) - ck_2)^2 - 4abck_2}}{2}} \quad (2.11a)$$

$$\beta_2 = \sqrt{\frac{a(\gamma - b + k_1) - ck_2 + \sqrt{(a(\gamma - b + k_1) - ck_2)^2 - 4abck_2}}{2}} \quad (2.11b)$$

Dans (2.11), nous avons  $\beta_1 < \beta_2$ . En fait, les deux solutions,  $\beta_1$  et  $\beta_2$ , existent si et seulement si les trois conditions suivantes sont remplies :

$$(a(\gamma - b + k_1) - ck_2)^2 - 4abck_2 > 0 \quad (2.12a)$$

$$a(\gamma - b + k_1) - ck_2 - \sqrt{(a(\gamma - b + k_1) - ck_2)^2 - 4abck_2} > 0 \quad (2.12b)$$

$$a(\gamma - b + k_1) - ck_2 + \sqrt{(a(\gamma - b + k_1) - ck_2)^2 - 4abck_2} > 0 \quad (2.12c)$$

**Proposition 2.3.1.** *Considérons le PIRI-C représenté par le champ vectoriel (2.2). Selon les conditions (2.12b) et (2.12c) et comme  $k_1 > 0$  et  $k_2 > 0$ , il s'ensuit que :  $a(\gamma - b + k_1) - ck_2 > 0$ . Par conséquent, en se basant sur (2.12a), et pour certains  $k_2 > 0$ , nous avons :*

$$k_1 > b - \gamma + \frac{c}{a}k_2 + 2\sqrt{\frac{bc}{a}}\sqrt{k_2} \quad (2.13)$$

L'expression (2.13) représente la condition sur  $k_1$  par rapport à  $k_2$  pour l'existence de la bifurcation de Hopf pour le PIRI-C.

### 2.3.1.2 Analyse dynamique du PIRI-C en présence de la bifurcation de Hopf

Dans cette section, nous nous intéressons à l'analyse du comportement dynamique du PIRI-C autour du point d'équilibre  $x_{eq}$  lorsque les paramètres contrôlés représentés par le vecteur  $\zeta$  varient.

La figure (2.2) illustre le comportement dynamique du PIRI-C dans l'espace des paramètres  $(k_1, k_2)$ . HB désigne la zone dans laquelle se produisent les deux bifurcations de Hopf (HB). Dans l'espace blanc, les deux HB disparaissent simultanément. Ce type de courbe est connu comme l'échec de la condition de transversalité du croisement de la valeur propre de la bifurcation de Hopf. Le BC-HB représente une bifurcation de Hopf dégénérée et est défini par l'équation suivante

$$k_{1,c} = b - \gamma + \frac{c}{a}k_2 + 2\sqrt{\frac{bc}{a}}\sqrt{k_2} \quad (2.14)$$

Alors pour l'expression (2.14), nous obtenons :  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_c$

$$\beta_c = \sqrt{\sqrt{abc}\sqrt{k_2}} \quad (2.15)$$

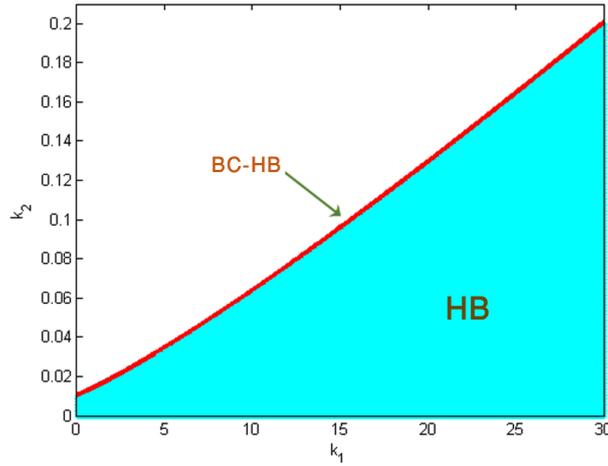


FIGURE 2.2 – Existence de la bifurcation de Hopf (HB) dans l’espace des paramètres  $(k_1, k_2)$ .

Ensuite, les deux bifurcations de Hopf entrent en collision et sont remplacées par une seule bifurcation de Hopf. En conséquence, le BC-HB révèle la courbe pour laquelle un seul Hopf existe. En variant un des paramètres  $k_1$  ou  $k_2$  ou les deux paramètres ensemble, on provoque la disparition de ces deux HBs et la naissance d’un seul HB. Ainsi, en faisant varier légèrement ces deux paramètres, le HB disparaît.

La figure (2.3) montre la variation de  $\beta_1$  et  $\beta_2$  dans (2.11) quand le gain  $k_1$  varie. Ici, nous avons choisi 5 valeurs différentes du gain  $k_2$  :  $k_2 = 0.001$ ,  $k_2 = 0.02$ ,  $k_2 = 0.05$ ,  $k_2 = 0.1$  et  $k_2 = 0.15$ . Les petits cercles indiquent la valeur critique à laquelle un seul HB se produit. La valeur de  $\beta$  est donnée par l’expression (2.15). Il est évident que pour une valeur fixe de  $k_2$  et lorsque  $k_1$  diminue, les deux HBs se rencontrent et s’annihilent à la valeur critique  $k_{1,c}$  donnée par la relation (2.14). Par conséquent, en diminuant légèrement  $k_1$ , le HB disparaît soudainement. S’appuyant sur les résultats de la figure (2.3), pour  $k_2 = 0.001$  et comme  $k_1 > 0$ , les deux HBs coexistent toujours.

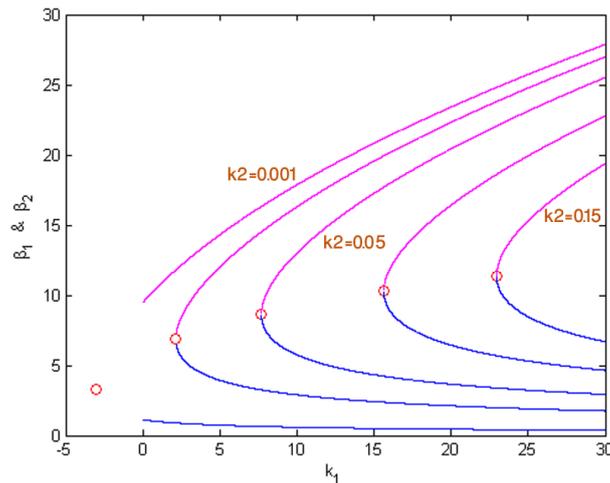


FIGURE 2.3 – Variation de  $\beta_1$  et  $\beta_2$  en fonction des paramètres  $k_1$  pour des valeurs fixes de  $k_2$ .

Nous avons traité la variation du gain  $k_4$  quand  $k_1$  varie pour une valeur constante de  $k_3$  et pour différentes valeurs de  $k_2$ . Une telle recherche a été réalisée au moyen de la relation (2.10c). Soit  $k_3 = 38.4$ . Fig. (2.4) montre la variation de  $k_4$  par rapport à  $k_1$  pour certaines valeurs de  $k_2$ .

Par exemple, pour  $k_1 = k_p * \gamma_2 = 1.036691874482759$ ,  $k_2 = k_p = 0.0011$  et  $k_3 = 38.4$ , les deux valeurs de  $k_4$  sont calculées et données par les valeurs suivantes :  $k_{4,1} = 0.871599173381224$  et

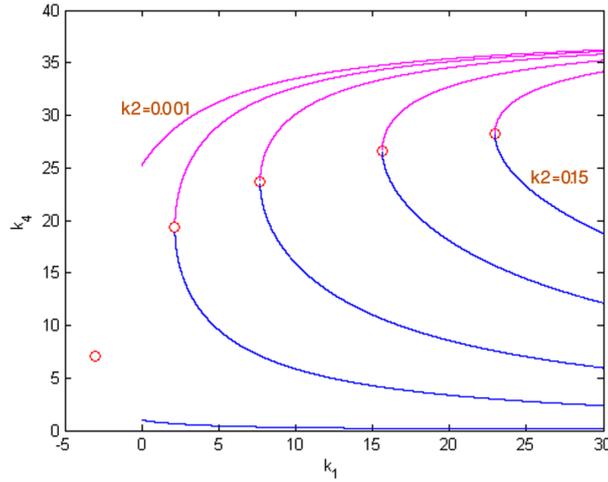


FIGURE 2.4 – Variation de  $k_4$  en fonction des paramètres  $k_1$ , pour  $k_3 = 38.4$  et pour  $k_2 : k_2 = 0.001, k_2 = 0.02, k_2 = 0.05, k_2 = 0.1$  et  $k_2 = 0.15$ .

$$k_{4,2} = 27.197725293683821.$$

### 2.3.1.3 Analyse de stabilité de la bifurcation de Hopf pour le PIRI-C

**Étude analytique** Dans la section précédente, nous avons obtenu quelques conditions qui garantissent que le PIRI-C subit une bifurcation de Hopf au point d'équilibre  $x_{eq}$ . Dans cette section, nous utiliserons la forme normale et la théorie de la variété centrale [Kuznetsov 1998], [Wiggins 2003] et [Guckenheimer1983] pour donner les formules explicites qui déterminent la direction et la stabilité des solutions périodiques bifurquant du point d'équilibre  $x_{eq}$  en fonction de certaines valeurs critiques des paramètres (les gains de la commande) donnés par le vecteur  $\zeta$ . Dans ce qui suit, nous considérons un seul paramètre scalaire, c'est-à-dire  $\zeta = k_2$ . Nous fixons  $k_1 = k_{1,c}$  (2.14) et laissons  $k_2$  libre de varier. Dans ce cas  $\beta^2 = \beta_c^2 = \sqrt{abck_2}$ , nous ne traitons qu'une seule bifurcation de Hopf. D'après les expressions (2.9), (2.10), (2.14) et (2.15) on écrit les expressions suivantes

$$k_1 = b - \gamma + \frac{\beta^4}{a^2b} + 2\frac{\beta^2}{a} \quad (2.16a)$$

$$k_2 = \frac{\beta^4}{abc} \quad (2.16b)$$

$$k_3 = -(\mu + \eta)\left(1 + \frac{\beta^2}{ab}\right) \quad (2.16c)$$

$$k_4 = -(\mu + \eta)\left(\frac{\beta^2}{ab}\right) \quad (2.16d)$$

La matrice jacobienne(2.4) donnée au point d'équilibre  $x_{eq}$  peut être réécrite comme suit

$$\mathcal{J} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \\ -\frac{\beta^4}{a^2b} - 2\frac{\beta^2}{a} & -\frac{\beta^4}{abc} & (\mu + \eta)\left(1 + \frac{\beta^2}{ab}\right) & (\mu + \eta)\left(\frac{\beta^2}{ab}\right) \\ b + \frac{\beta^4}{a^2b} + 2\frac{\beta^2}{a} & \frac{\beta^4}{abc} & -(\mu + \eta)\left(1 + \frac{\beta^2}{ab}\right) & -(\mu + \eta)\left(\frac{\beta^2}{ab}\right) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Que la bifurcation de Hopf soit sous-critique ou supercritique, elle est déterminée par le signe du premier coefficient de Lyapunov  $l_1(0)$  du PIRI-C près du point d'équilibre. Dans ce qui suit, nous allons adopter la convention de Kuznetsov [Kuznetsov 1998] et [Kuehn2010] pour calculer

$l_1(0)$ .

Supposons que le système (2.2) s'écrit comme suit

$$\dot{X} = \mathcal{J}X + f(X) \quad (2.18)$$

Où  $f(X) = O(\|X^2\|)$  est une fonction continue. Nous écrivons le développement de Taylor pour transformer (2.18) en la forme normale suivante

$$\dot{X} = \mathcal{J}X + \frac{1}{2}B(X, X) + \frac{1}{6}C(X, X, X) + O(\|X^4\|) \quad (2.19)$$

Avec  $B(u, v)$  et  $C(u, v, w)$  sont des fonctions multilinéaires avec les composants suivants

$$B_i(u, v) = \sum_{j,k=1}^4 \frac{\partial^2 f_i(\xi)}{\partial \xi_j \partial \xi_k} \Big|_{\xi=0} u_j v_k$$

$$C_i(u, v, w) = \sum_{j,k,l=1}^4 \frac{\partial^3 f_i(\xi)}{\partial \xi_j \partial \xi_k \partial \xi_l} \Big|_{\xi=0} u_j v_k w_l$$

Nous pouvons vérifier que pour l'équation PIRI-C (2.18) est donnée par

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \\ b - \gamma - k_1 & -k_2 & -k_3 & -k_4 \\ \gamma + k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (b - \gamma) \frac{q_1^3}{6} \\ -\gamma \frac{q_1^3}{6} \end{bmatrix} + O(\|X^4\|) \quad (2.21)$$

Nous vérifions aussi que la fonction bilinéaire  $B(u, v) = 0$  tandis que la fonction multilinéaire  $C(u, v, w)$  peut être exprimée comme suit

$$C(u, v, w) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (b - \gamma) u_1 v_1 w_1 \\ -\gamma u_1 v_1 w_1 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

La matrice  $\mathcal{J}$  a les valeurs propres  $:\lambda_{1,2} = \pm i\beta$  pour  $\beta > 0$ ,  $\lambda_3 = \mu$  et  $\lambda_4 = \eta$ . Soit  $\Xi \in \mathbb{C}^4$  est le vecteur propre de  $\lambda_1$  et  $\xi \in \mathbb{C}^4$  le vecteur propre correspondant à  $\mathcal{J}^T$  i.e :

$\mathcal{J}\Xi = i\beta\Xi$ ;  $\mathcal{J}\bar{\Xi} = -i\beta\bar{\Xi}$  et  $\mathcal{J}^T\xi = -i\beta\xi$ ;  $\mathcal{J}^T\bar{\xi} = i\beta\bar{\xi}$ . Un calcul sous mupad/Matlab donne les vecteurs

$$\Xi = \begin{pmatrix} \frac{a\beta i}{ab+\beta^2} \\ \frac{-ci}{\beta} \\ \frac{-\beta^2}{ab+\beta^2} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.23a)$$

$$\xi = \begin{pmatrix} -\frac{(\beta^2+ab)(\beta^3+ab\beta-ab\eta i-ab\mu i)}{2a^2 b\beta(\mu+\eta)} \\ -\frac{\beta^4+ab\beta^2}{2abc(\mu+\eta)} \\ -\frac{(\beta^2+ab)(abi-\mu\beta-nu\beta+\beta^2 i)}{2ab\beta(\mu+\eta)} \\ \frac{(\beta^2+ab)(\mu+\eta-\beta i)}{2ab(\mu+\eta)} \end{pmatrix} \quad (2.23b)$$

qui sont les vecteurs propres de  $\mathcal{J}$  et  $\mathcal{J}^T$  correspondant respectivement aux valeurs propres  $i\beta$  et  $-i\beta$ . Notons que  $\xi$  est normalisé de sorte que le produit vectoriel complexe standard avec  $\Xi$  satisfait  $:\bar{\xi}^T \Xi = \sum_{j=1}^4 \bar{\xi}_j \Xi_j = 1$ .

Le premier coefficient de Lyapunov de la bifurcation de Hopf est défini par [Kuznetsov 1998] :

$$l_1(0) = \frac{1}{2\beta} (\bar{\xi}^T C(\Xi, \Xi, \bar{\Xi}) - 2\bar{\xi}^T B(\Xi, \mathcal{J}^{-1}B(\Xi, \bar{\Xi})) + \bar{\xi}^T B(\bar{\Xi}, (2i\beta I_4 - \mathcal{J})^{-1}B(\Xi, \Xi))) \quad (2.24)$$

En utilisant les expressions de  $\Xi$ ,  $\xi$  dans (2.23) et  $C(u, v, w)$  dans (2.22) et en se basant sur (2.24) nous obtenons le premier coefficient de Lyapunov du PIRI-C pour le point de bifurcation de Hopf considéré :

$$l_1(0) = \frac{1}{2\beta} \text{Re}[\bar{\xi}^T C(\Xi, \Xi, \bar{\Xi})] \quad (2.25a)$$

$$l_1(0) = \frac{130.7340692 \beta (\beta^2 - 93.42868368)}{(\mu + \eta) (\beta^2 + 46.71434184)^2} \quad (2.25b)$$

On prend  $\varsigma = 93.42868368$ .

**Proposition 2.3.2.** *Considérons le PIRI-C représenté par le champ vectoriel (2.2). Selon l'expression du premier coefficient de Lyapunov (2.25b) la bifurcation de Hopf (dans le cas où  $\beta = \beta_c$ ) est non dégénérée et supercritique si et seulement si  $\beta^2 > \varsigma$ .*

Nous pouvons maintenant retourner aux gains de la commande CBP-AIA qui en faisant quelques substitutions nous énonçons le résultat suivant

**Proposition 2.3.3.** *Pour toutes les conditions initiales - à l'exception d'un ensemble de mesures nulles - la commande CBP-AIA pousse le PIRI vers un cycle limite stable avec la période  $\frac{2\pi}{\beta}$  si les paramètres de contrôle satisfont les conditions suivantes*

$$k_1 > b - \gamma + \frac{\varsigma^2}{a^2b} + 2\frac{\varsigma^2}{a} \quad (2.26a)$$

$$k_2 > \frac{\varsigma^2}{abc} \quad (2.26b)$$

$$\frac{k_4}{k_3} > \frac{\varsigma}{\varsigma + ab} \quad (2.26c)$$

### 2.3.2 Contribution n°02 : De la detection de la bifurcation de Hopf vers la génération des cycles limites stables pour le PIRI-C

Dans cette section nous présentons des résultats de simulations pour attester l'efficacité des résultats analytiques obtenus dans la section précédente.

#### 2.3.2.1 Détection de la bifurcation de Hopf pour le PIRI-C

**Résultats de simulations** Nous avons effectué un calcul numérique des points de bifurcation de Hopf et du premier coefficient de Lyapunov  $l_1(0)$ , en utilisant le "package MATCONT" [Dhooge2003]. L'étude porte sur l'analyse de bifurcation du point d'équilibre, nous avons donc fixé trois paramètres et avons varié un seul. Par exemple pour  $k_2 = 0.0782$ ,  $k_3 = 4.94$  et  $k_4 = 3.4640$  nous n'avons trouvé qu'une seule valeur critique de  $k_{1,1}^c = 12.386476$  à laquelle la bifurcation de Hopf a apparu (voir figure (2.5)). De plus, nous avons  $\mu = -0.738041 + i8.90205$ ,  $\eta = -0.738041 - i8.90205$ ,  $l_1(0) = -64.76669e - 2$  et  $\beta = 10.4705$ . Nous avons prouvé que les résultats précédents coïncident avec les conditions rencontrées dans les propositions 5.1 et 5.2. Ensuite, nous choisissons  $k_2$ ,  $k_3$  et  $k_4$ , satisfaisant les conditions (2.26). Ici, nous avons pris  $k_2 = 0.0783$  et nous avons fixé  $k_3 = 38.4$  et  $k_4 = 35.97$ . En faisant varier le paramètre  $k_1$ , nous

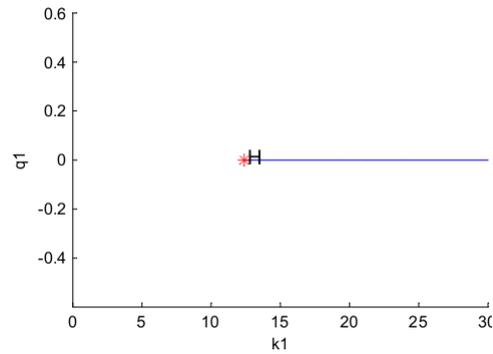


FIGURE 2.5 – Detection de la bifurcation de Hopf en fonction du paramètre  $k_1$  pour des valeurs fixes de  $k_2$ ,  $k_3$  et  $k_4$

avons trouvé une valeur critique de  $k_{1,2}^c = 34.905957$  à laquelle la bifurcation de Hopf apparaît (voir figure (2.6)).

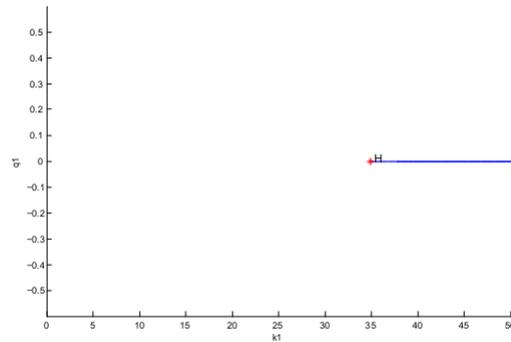


FIGURE 2.6 – Detection de la bifurcation de Hopf en fonction du paramètre  $k_4$  pour des valeurs fixes de  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$

Les tableaux 2.1 et 2.2 montrent une comparaison entre les résultats numériques et analytiques pour les deux points critiques ( $k_{1,1}^c$  et  $k_{1,2}^c$ ). On peut montrer que les deux résultats coïncident. De plus, toutes les valeurs satisfont les hypothèses de la section 5.1. Les différences entre chaque cycle sont l'amplitude et la fréquence. En s'appuyant sur la proposition 5.1 la période des cycles limites stables autour des paramètres critiques  $k_{1,1}^c$  et  $k_{1,2}^c$  étaient respectivement :  $T_{1,1}^c = 0.6s$  et  $T_{1,2}^c = 0.2389s$ .

### 2.3.2.2 Génération des cycles limites stables pour le PIRI-C

**Résultats de simulations** Des résultats de simulations sont présentés et discutés dans ce qui suit. Ils attestent l'efficacité de la commande CPB-AIA (1.27) pour le suivi d'un cycle limite stable de période 1 issu de la bifurcation de Hopf supercritique. Les résultats de la simulation ont été obtenus en utilisant le logiciel Matlab. Notre objectif était d'étudier l'influence de la loi de commande conçue avec les gains critiques  $k_{1,1}^c$  et  $k_{1,2}^c$  sur le comportement dynamique du PIRI-C et puis sur la convergence vers le cycle limite stable de période-1. Il est à noter que la description du paramètre et le choix de la valeur initiale de  $X$  ont été motivés par les propriétés

Paramètre	Description	Résultats Numériques	Résultats analytiques
$l_1(0)$	Le premier coefficient de Lyapunov	$-64.2935e - 2$	$-0.6147$
$\lambda_1$	Valeur propre 1	$-0.738041 + i8.90205$	$\lambda_1 + \lambda_2 < 0$
$\lambda_2$	Valeur propre 2	$-0.738041 - i8.90205$	$\lambda_1 + \lambda_2 < 0$
$\lambda_3$	Valeur propre 3	$i10.4705 = i\beta$	$\beta^2 > \varsigma$
$\lambda_4$	Valeur propre 4	$-i10.4705 = -i\beta$	$\beta^2 > \varsigma$

TABLE 2.1 – Valeurs numériques et analytiques calculées pour les points critiques quand  $k_1 = k_{1,1}^c$ 

Paramètre	Description	Résultats Numériques	Résultats analytiques
$l_1(0)$	Le premier coefficient de Lyapunov	$-15.2935e - 2$	$-1.5526$
$\lambda_1$	Valeur propre 1	$-1.215 + i3.3452$	$\lambda_1 + \lambda_2 < 0$
$\lambda_2$	Valeur propre 2	$-1.215 - i3.3452$	$\lambda_1 + \lambda_2 < 0$
$\lambda_3$	Valeur propre 3	$i26.2961 = i\beta$	$\beta^2 > \varsigma$
$\lambda_4$	Valeur propre 4	$-i26.2961 = -i\beta$	$\beta^2 > \varsigma$

TABLE 2.2 – Valeurs numériques et analytiques calculées pour les points critiques quand  $k_1 = k_{1,2}^c$ 

physiques du pendule inversé, puisque la valeur de l'angle du pendule est de  $10^\circ$  à l'arrêt. Le tableau 2.3 donne la description et les valeurs numériques de tous les paramètres nécessaires.

Paramètre	Description	$k_{1,1}^c$	$k_{1,2}^c$
$l_1(0)$	Le premier coefficient de Lyapunov	$-0.6147$	$-1.5526$
$X_0$	Valeurs initiales	$[0.2; 0; 0; 0]$	$[0.2; 0; 0; 0]$
$k_1$	Gain de commande 1	12.386476	34.905957
$k_2$	Gain de commande 2	0.0782	0.0783
$k_3$	Gain de commande 3	4.94	38.4
$k_4$	Gain de commande 4	3.4640	35.972012

TABLE 2.3 – Description et valeurs numériques pour les points critiques

Les simulations suivantes traitent deux cas :

**Cas n°01 :**  $k_1 = k_{1,1}^c$  Dans ce premier cas, les incertitudes et les perturbations externes ont été négligées. La simulation proposée a démarré à partir de la condition initiale donnée dans le tableau 2.3. Ensuite, l'application de la loi de commande (1.27) à la dynamique nominale non-linéaire du PIRI a donné des résultats illustrés dans les figures (2.7) et (2.8). La première figure montre la position et la vitesse angulaires du pendule en fonction du temps, ce qui montre clairement la convergence de la trajectoire du PIRI-C vers le cycle limite souhaité de période-1. La période du cycle limite de référence est d'environ  $0,6207[s]$ . La deuxième figure représente l'entrée de commande et le portrait de phase qui montrent clairement la convergence vers un cycle limite stable.

**Cas n°02 :**  $k_1 = k_{1,2}^c$  De même, dans ce cas les incertitudes et les perturbations externes ont été négligées. La simulation proposée a démarré à partir de la condition initiale donnée dans le tableau 2.3. Ensuite, l'application de la loi de commande (1.27) à la dynamique nominale non-linéaire du PIRI a donné les résultats illustrés dans les figures (2.9) et (2.10). La première figure

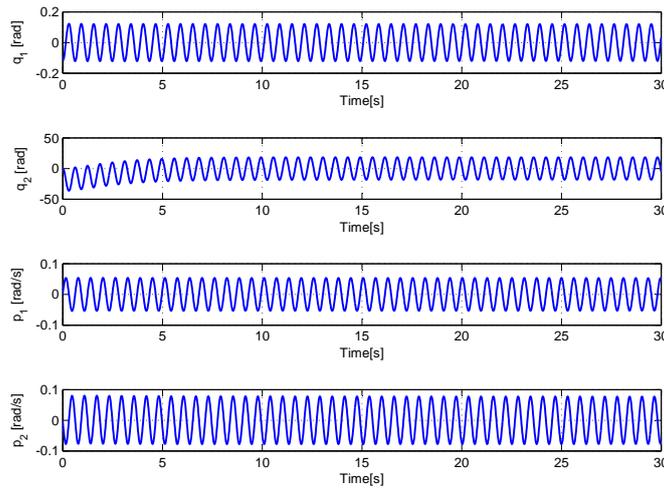


FIGURE 2.7 – Position et vitesse angulaires du pendule en fonction du temps (conditions initiales  $[0.2; 0; 0; 0]$ )

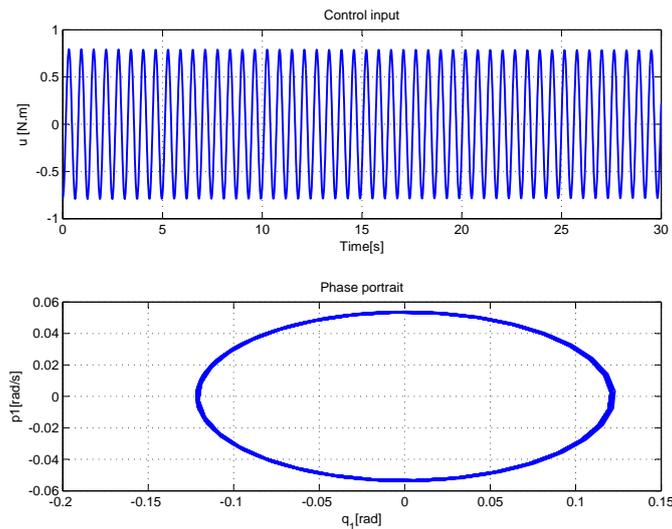


FIGURE 2.8 – Portrait de phase et évolution du signal de la commande quand  $k_1 = k_{1,1}^c$

affiche la position et la vitesse angulaire du pendule en fonction du temps. Ces résultats montrent clairement la convergence de la trajectoire du PIR-C vers le cycle limite stable de période-1. On peut observer à partir des résultats affichés que la période du cycle limite de référence est d'environ  $0,2388[s]$ . La deuxième figure représente la loi de commande et le portrait de phase qui montrent clairement la convergence de la condition initiale à un cycle limite stable.

## 2.4 Conclusion

Dans ce travail, nous avons étudié le comportement dynamique d'un pendule inversé avec un disque dans son extrême libre. Le système est sous-actionné puisque le pendule peut tourner librement autour de son point de pivotement. Il était contrôlé par la commande CBP-AIA qui stabilise le système à sa position ascendante (équilibre instable). La loi de commande conçue était basée sur certains paramètres de contrôle tels qu'un gain proportionnel et un gain d'injection

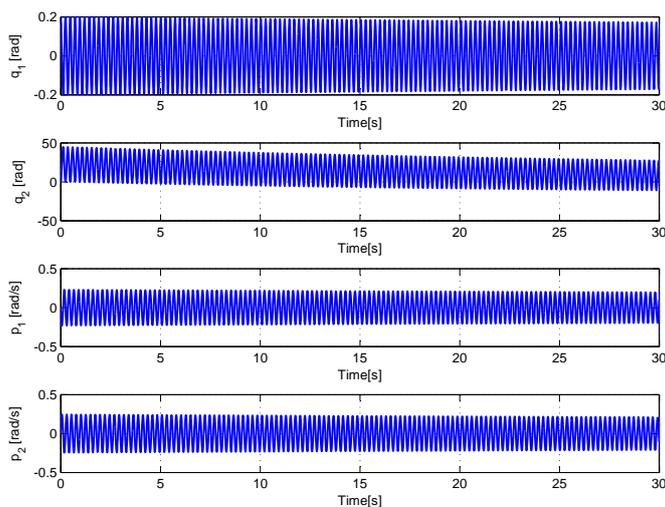
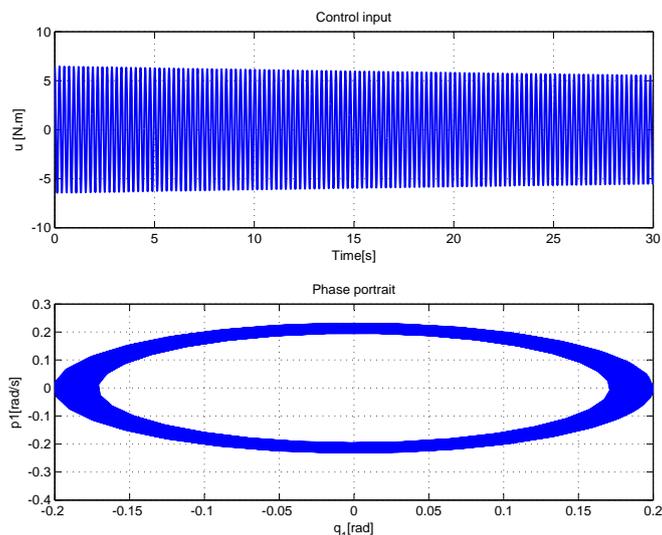


FIGURE 2.9 – Position et vitesse angulaires du pendule en fonction du temps

FIGURE 2.10 – Portrait de phase et évolution du signal de la commande quand  $k_1 = k_{1,2}^c$ 

d'amortissement. L'étude principale dans ce chapitre traite la question suivante : Est-ce que les propriétés dynamiques (essentiellement la stabilité) du PIRI-C changent en faisant varier les gains de contrôle  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ , et  $k_4$  ?

Notre contribution principale consiste à utiliser la théorie de la bifurcation de Hopf et le théorème de la variété centrale pour montrer quelques comportements dynamiques supplémentaires du pendule inversé. Nous avons analysé la stabilité du point d'équilibre du PIRI-C ensuite deux conditions de stabilité ont été développées. De plus, nous avons déterminé la condition d'existence de la bifurcation de Hopf en fonction de certains paramètres de gain de la commande CBP-AIA et donc la génération d'oscillations périodiques (cycles limites). Nous avons caractérisé la stabilité de telles solutions analytiquement en calculant le premier coefficient de Lyapunov à la frontière de la bifurcation. En outre, nous avons prouvé l'efficacité des résultats analytiques numériquement (détection de la bifurcation de Hopf et localisation des cycles limites stables). Dans ce chapitre, des résultats analytiques et numériques ont été développés lors de l'application de la commande CBP-AIA au PIRI.

## 2.5 Liste des publications et Communications

- 1 Khraief, N., Belghith, S., Gritli, H., Chemori A. : From Hopf-bifurcation to the control of limit cycles in underactuated mechanical systems. International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol : 27, Iss 07 (Juillet 2017) **Impact factor : 1.329**

AXE

II

---

*Analyse, Observation et  
Contrôle du chaos dans la  
marche des robots bipèdes pla-  
naires*



*Il faut faire de la vie un rêve et  
d'un rêve une réalité*  
*Pierre Curie*

---



# Analyse, du chaos et de la bifurcation dans la marche des robots bipèdes planaires

---

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>67</b>
<b>1.2</b>	<b>État de l'art et Problématiques étudiées</b>	<b>68</b>
<b>1.3</b>	<b>Préliminaires</b>	<b>68</b>
1.3.1	Sur la marche des robots bipèdes	68
1.3.2	Modélisation hybride de la marche	69
<b>1.4</b>	<b>Travaux et résultats</b>	<b>71</b>
1.4.1	Contribution n°01 : Analyse de la bifurcation et du chaos dans la marche dynamique des robots bipèdes	71
1.4.2	Contribution n°02 : Vers la recherche de nouveaux cycles limites passifs	85
1.4.3	Contribution n°03 : Intermittence et crises dans la marche dynamique passive et semi-passive	91
<b>1.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>97</b>
<b>1.6</b>	<b>Liste des Publications</b>	<b>99</b>
1.6.1	Chapitres de livre	99
1.6.2	Publications dans des revues	99
1.6.3	Communications dans des conférences nationales et internationales	99

---

## 1.1 Introduction

Ce chapitre présente la première partie de l'axe n°02. En effet, nous nous intéressons à l'analyse du chaos et de la bifurcation dans la marche des robots bipèdes planaires. Les résultats développés constituent une continuité de mon travail de thèse qui portait sur une contribution à la commande énergétique des robots bipèdes planaires. Les modèles de la marche dynamique des robots bipèdes peuvent être décrites par des équations non-linéaires et hybrides. L'analyse de ces dernières a montré l'existence des comportements complexes et étranges tels que le chaos et les bifurcations.

Motivés par l'exploration de ces comportements nous présentons dans ce chapitre trois contributions essentielles à savoir :

- Calcul des exposants de Lyapunov et dimension fractale dans la marche dynamique passive ;
- Détection des nouveaux cycles limites passifs ;
- Intermittence et crises dans la marche dynamique passive et semi-passive.

## 1.2 État de l'art et Problématiques étudiées

La marche dynamique des robots bipèdes est décrites par des équations non-linéaires hybrides. Une telle dynamique peut montrer des comportements complexes et étranges tels que le chaos et les bifurcations.

Goswami et al. ont été les premiers à signaler l'occurrence des bifurcations de dédoublement de période pour le robot bipède de type compas, évoluant sur une pente de faible inclinaison, et conduisant progressivement à un comportement chaotique [Goswami *et al.* 1996a, Keramane 1997, Goswami *et al.* 1998, Thuilot *et al.* 1997, Kajita & Espiau 2008]. Des résultats numériques ont montré que la marche dynamique passive de ce robot bipède présente des bifurcations de dédoublement de période qui conduisent vers le chaos. Les paramètres de bifurcation étaient l'angle d'inclinaison de la surface de la marche et même le ratio des longueurs ou celui des masses. La stabilité des cycles émergeant d'une bifurcation de dédoublement de période a été étudié par [Garcia *et al.* 1998, Garcia *et al.* 2000]. Les exemples d'études concernait le modèle des robots marcheurs à des pieds points et le modèle avec des genoux. L'existence d'un cycle de la marche stable de période 3 et des bifurcations de dédoublement de période conduisant au chaos a été montré dans les travaux de [Howell & Luo 1998]. Toutes ces recherches ont été réunis autour d'un point essentiel à savoir : la bifurcation de dédoublement de période présente une route vers le chaos. Ce phénomène a été observé aussi pour d'autres modèles de robots bipèdes [Osuka & Kirihara 2000, Narukawa *et al.* 2005, Aoi 2006, Narukawa *et al.* 2007, Safa *et al.* 2007, Zhang *et al.* 2008, Asano 2009, Iida & Tedrake 2010, Moon & Spong 2010, Moon & Spong 2011, Farshimi & Naraghi 2011, Li & Yang 2012]. Le modèle d'un robot marcheur avec un tronc a aussi attiré l'attention de plusieurs chercheurs [Khraief *et al.* 2003a, Khraief *et al.* 2003b, Khraief *et al.* 2003c, Khraief 2004, Wisse *et al.* 2004, Wisse 2004, Narukawa *et al.* 2005, Narukawa *et al.* 2007, Sasaki & Yamakita 2007, Wisse *et al.* 2007, Asano & Luo 2008a, Asano & Luo 2008b, Farshimi & Naraghi 2011]. Depuis 2003 Khraief et al. ont travaillé sur les cycles limites semi-passifs en conservant le modèle non-linéaire hybride impulsif complet [Khraief *et al.* 2003b, Khraief *et al.* 2003c, Khraief 2004]. L'analyse par l'intermédiaire des diagrammes de bifurcation restait un chemin d'investigation. Dans ce premier chapitre de l'axe n°02, nous allons adopter le modèle du robot compas, ainsi que le modèle du robot bipède avec un torse. Nous allons analyser le chaos et la bifurcation des modèles non linéaires complet

## 1.3 Préliminaires

### 1.3.1 Sur la marche des robots bipèdes

La structure d'un robot bipède est représentée par une chaîne cinématique comportant deux sous-chaînes appelées jambes et une troisième appelée tronc. L'interconnexion de ces trois sous-chaînes est assurée par une articulation commune appelée la hanche. La marche bipède est constituée essentiellement de trois phases qui peuvent être classées comme suit :

- 1) Phase de simple support : durant laquelle le robot est en contact avec le sol à travers une seule jambe. La jambe de contact est appelée jambe de support, tandis que l'autre jambe est appelée jambe de balancement ;
  - 2) Phase d'impact : c'est la phase de choc entre le pied de balancement et le sol.
  - 3) Phase de double support : Durant cette phase les deux jambes sont en contact avec le sol ;
- Les différents types de la marche bipède sont décrits dans la Figure (1.1). Il s'agit essentiellement de la marche dynamique et la marche statique.

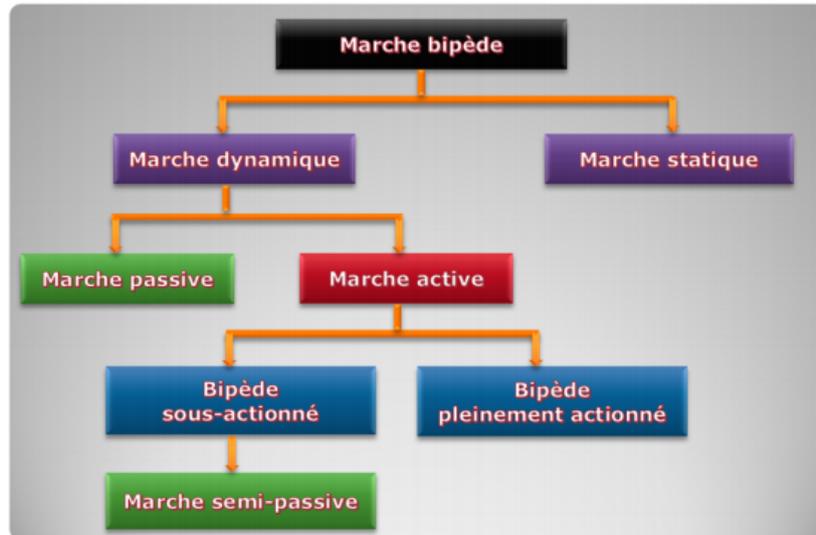


FIGURE 1.1 – Différents types de la marche bipède

### 1.3.2 Modélisation hybride de la marche

Dans ce paragraphe, nous décrivons le modèle mathématique de la marche dynamique des robots bipèdes planaires (objets d'étude dans cet axe). Ces derniers ont des pieds ponctuels, des jambes droites et raides, et donc n'ayant pas des genoux (Figure (1.2)). Nous considérons dans ce qui suit une marche composée seulement de deux phases : une phase de balancement et une phase d'impact. Par conséquent, le modèle complet (hybride) du robot bipède sera constitué par un modèle en phase de balancement et un deuxième en phase d'impact.

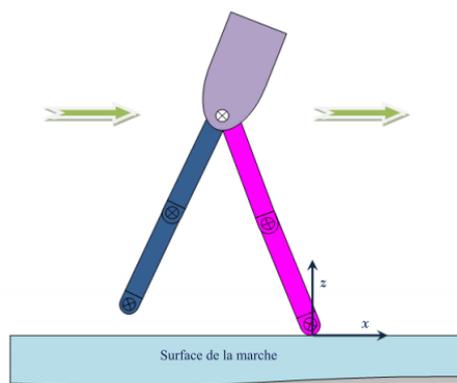


FIGURE 1.2 – Modèle d'un robot bipède avec des jambes droites et raides, sans genoux, avec des pieds ponctuels et avec un tronc

#### 1.3.2.1 Hypothèses de la modélisation

Afin de déterminer le modèle mathématique de la marche bipède nous considérons les hypothèses suivantes :

– Les hypothèses pour le robot bipède sont :

1. Le robot bipède est constitué par des segments rigides avec des articulations qui peuvent être actionnées ou non,
  2. Le robot bipède est planaire, dont le mouvement est contraint dans le plan sagittal,
- Les hypothèses pour la marche dynamique du robot bipède sont :
1. La marche est composée d'une succession des phases de simple support,
  2. Le pied de support agit en tant qu'un pivot pendant la phase de simple support,
  3. La jambe de balancement ne subit ni un glissement ni un rebondissement,
  4. La marche est considérée de gauche à droite, de sorte que la jambe de balancement se déplace par derrière de la jambe de support et touche le sol devant la jambe de support à l'impact.
- Les hypothèses pour la phase d'impact sont :
1. La force de réaction due à l'impact peut être modélisée comme étant une impulsion.
  2. La force impulsive a comme conséquence des changements discontinus des vitesses tandis que les positions demeurent continues.
  3. Le contact de la jambe de balancement avec le sol est modélisé comme étant un contact entre deux corps rigides.
  4. L'impact se produit sur une période de temps infiniment petite
  5. Les couples fournis par les actionneurs ne sont pas impulsionnels.

Le robot bipède est considéré comme étant un système hybride

### 1.3.2.2 Modélisation de la phase de balancement

Dans cette section nous déterminons le modèle dynamique d'un robot bipède en phase de balancement. La configuration du robot est décrite par un vecteur de coordonnées articulaires  $\theta$  de  $n$  degrés de libertés. Soit  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]$ . Nous allons commencer par définir le Lagrangien  $\mathcal{L}_g$  qui est la différence entre l'énergie cinétique ( $E_c(\theta, \dot{\theta})$ ) et l'énergie potentielle ( $E_p(\theta)$ ) du système :

$$\mathcal{L}_g(\theta, \dot{\theta}) = E_c(\theta, \dot{\theta}) - E_p(\theta) \quad (1.1)$$

Les équations de Lagrange [Spong & Vidyasagar 1989] sont données par :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}_g(\theta, \dot{\theta})}{\partial \dot{\theta}_j} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}_g(\theta, \dot{\theta})}{\partial \theta_j} = \frac{\partial \mathcal{W}_g(\theta, u)}{\partial \theta_j}, j = 1, \dots, n \quad (1.2)$$

avec  $\mathcal{W}_g(\theta, u)$  est le travail du robot bipède pendant la phase de balancement, et  $u$  est le vecteur de commande :  $u = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$ . Les équations dans (1.2) sont appelées les équations Euler-Lagrange de mouvement. Elles peuvent être réarrangées sous la forme matricielle suivante :

$$\mathcal{J}(\theta)\ddot{\theta} + \mathcal{H}(\theta, \dot{\theta}) + \mathcal{G}(\theta) = \mathcal{B}u \quad (1.3)$$

avec  $\mathcal{J}(\theta)$  est la matrice d'inertie,  $\mathcal{H}(\theta, \dot{\theta})$  est la matrice des forces centrifuges et de Coriolis et est exprimée par :

$$\mathcal{H}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{d}{dt}(\mathcal{J}(\theta))\dot{\theta} - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathcal{J}(\theta)}{\partial \theta} \right)^T \quad (1.4)$$

En outre,  $\mathcal{G}(\theta)$  représente le vecteur de gravité et est défini par :

$$\mathcal{G}(\theta) = \frac{\partial E_p(\theta)}{\partial \theta} \quad (1.5)$$

La matrice  $\mathcal{B}$  définit la répartition des actions des moteurs sur les différentes articulations du robot.

Le modèle de la phase de balancement du robot bipède peut être décrit dans l'espace d'état par les équations suivantes :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (1.6)$$

avec  $x = \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 1}$ ,  $f(x) = \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ -\mathcal{J}(\theta)^{-1}(\mathcal{H}(\theta, \dot{\theta}) + \mathcal{G}(\theta)) \end{pmatrix}$ ,  $g(x) = \begin{pmatrix} 0_{n \times m} \\ \mathcal{J}(\theta)^{-1}\mathcal{B} \end{pmatrix}$  et  $u \in \mathbb{R}^{m \times 1}$

### 1.3.2.3 Modélisation de la phase d'impact

L'impact entre la jambe de balancement et le sol est modélisé comme étant un contact entre deux corps rigides. Il existe de nombreux modèles d'impact rigides dans la littérature [Babitsky 1998, Brach 1989, Brogliato 1996, Hurmuzlu Marghitsu 1994, Pfeiffer Glocker 1996]. Nous allons considérer dans cet axe le modèle de [Hurmuzlu Marghitsu 1994] répondant aux hypothèses indiquées ci-dessus. Le modèle de contact nécessite le calcul des coordonnées de l'extrémité de la jambe de support  $[x \quad z]^T$  (voir figure 1.2). Ainsi, nous obtenons le modèle augmenté suivant :

$$\mathcal{J}_e(\theta_e)\ddot{\theta}_e + \mathcal{H}_e(\theta_e, \dot{\theta}_e) + \mathcal{G}_e(\theta_e) = \mathcal{B}_e u + \delta\mathcal{F}_{ext} \quad (1.7)$$

Où  $\theta_e = [\theta^T \quad x \quad z]^T \in \mathbb{R}^{n+2}$  est le vecteur des coordonnées généralisées et  $\delta\mathcal{F}_{ext}$  représente les forces extérieures agissant sur le robot bipède au point de contact.

En intégrant l'équation (1.7) durant la "durée" de l'impact [Hurmuzlu Marghitsu 1994] nous obtenons :

$$\mathcal{J}_e(\theta_e)(\dot{\theta}_e^+ - \dot{\theta}_e^-) = \mathcal{F}_{ext} \quad (1.8)$$

Où  $\mathcal{F}_{ext} = \int_{t^-}^{t^+} \mathcal{F}_{ext}(\tau)d\tau$  est le résultat de l'intégration du contact impulsionnel lors de la durée d'impact,  $\dot{\theta}_e^+$  est la vitesse juste après l'impact et  $\dot{\theta}_e^-$  est la vitesse juste avant l'impact (pour plus de détails, voir [Brogliato 1996]).

Selon [Hurmuzlu & Marghitsu 1994], étant donné que la jambe de support est supposée détachée du sol sans interaction, les forces extérieures agissant au niveau du point de pivotement sont nulles. Ainsi,  $\mathcal{F}_{ext}$  nécessite seulement de considérer les forces extérieures à la fin de la jambe de balancement. En outre, la position,  $(x, z)$ , de l'extrémité de la jambe de support ne concerne pas le mouvement généré, donc cette position est remise à zéro :  $(x^+, z^+) = (0, 0)$ .<sup>1</sup>

Le résultat final de la modélisation de la phase d'impact est une expression de  $X^+ = (\theta^+, \dot{\theta}^+)$  en fonction de  $X^- = (\theta^-, \dot{\theta}^-)$ , ce qui s'écrit comme suit :

$$X^+ = h(X^-) \quad (1.9)$$

avec  $h(X^-) = \begin{pmatrix} \mathcal{R}_e & 0_n \\ 0_n & \mathcal{S}_e(X^-) \end{pmatrix} X^-$

## 1.4 Travaux et résultats

### 1.4.1 Contribution n°01 : Analyse de la bifurcation et du chaos dans la marche dynamique des robots bipèdes

Dans cette section, nous allons analyser le chaos et les bifurcations dans la marche dynamique passive et semi-passive des robots bipèdes descendant des surfaces inclinées. Dans ce qui suit nous présentons deux résultats.

1. Pour plus de détails voir les travaux de [Hassène Gritli 2014], [Goswami *et al.* 1996a], [Keramane 1997]

### 1.4.1.1 Exposants de Lyapunov et dimension fractale dans la marche dynamique passive du robot compas

**Description du bipède de type compas** Le robot bipède de type compas est composé de deux corps (jambes) reliés par une hanche sans frottements. Les deux jambes sont modélisées comme des barres rigides sans genoux et sans pieds. Le schéma cinématique du robot bipède de type compas est donné dans la Fig. 1.3. Chaque jambe a une masse  $m_i$  concentrée à une distance  $b_i$  de la hanche qui a une masse  $m_H$ . Le modèle du bipède ne possède aucune source extérieure d'énergie en descendant la pente  $\varphi$ . La configuration de la marche du robot compas est déterminée essentiellement par l'angle de support  $\theta_s$  et l'angle de non-support  $\theta_{ns}$ .

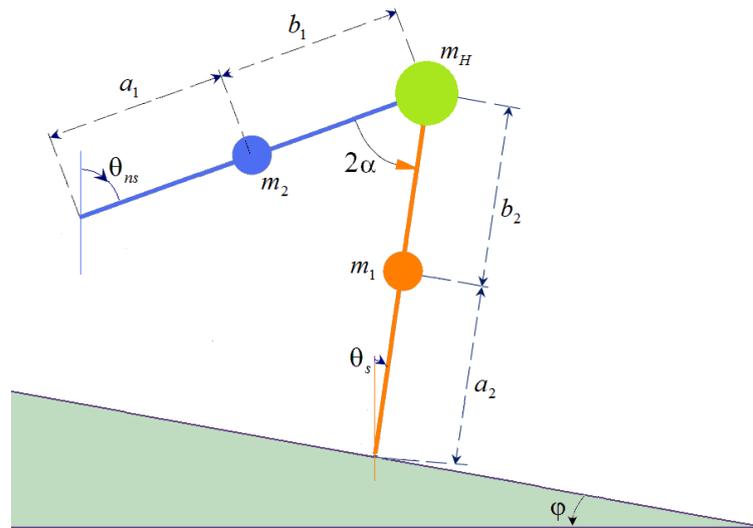


FIGURE 1.3 – Modèle du robot bipède de type compas sur une pente  $\varphi$ . Ici,  $\alpha$  est le demi-angle entre-jambe.

Les détails des équations dynamiques et des paramètres du robot compas sont donnés dans [Hassène Gritli 2014].

**Exposants de Lyapunov et dimension fractale** Les exposants de Lyapunov et la dimension fractale sont définis comme des outils de quantification du chaos<sup>2</sup>. Dans cette partie nous procédons à l'application de ces outils pour le modèle hybride du robot compas. L'analyse consiste à étudier la variation de ces indicateurs afin de montrer la structure fractale des attracteurs chaotiques de la marche dynamique passive du robot bipède de type compas [Gritli *et al.* 2012a]. Considérons le modèle dynamique hybride du robot compas [Hassène Gritli 2014], [Goswami *et al.* 1996a], nous procédons à la variation de l'angle de la pente  $\varphi$ . Le diagramme de bifurcation est obtenu dans la Fig. 1.4. Sur cette dernière les cycles limites instables (UPO : *Unstable Periodic Orbit*) sont tracés avec des courbes vertes en pointillées. Quant aux cycles limites stables (SPO : *Stable Periodic Orbit*) ils sont représentés par des courbes continues bleues. Quand la valeur de la pente  $\varphi$  augmente alors le cycle limite stable de période 1 (p1-SPO) dédouble sa période pour atteindre une certaine valeur critique de  $\varphi$  pour devenir un cycle limite stable de période 2 (p2-SPO), et ainsi de suite. Ce dédoublement continu jusqu'à l'apparition du chaos.

Le diagramme de bifurcation obtenu a été prouvé dans plusieurs travaux de recherches. Dans ces

2. Une description détaillée de ces outils est donnée dans le chapitre 2 de la thèse de M. Hassène Gritli [Hassène Gritli 2014]

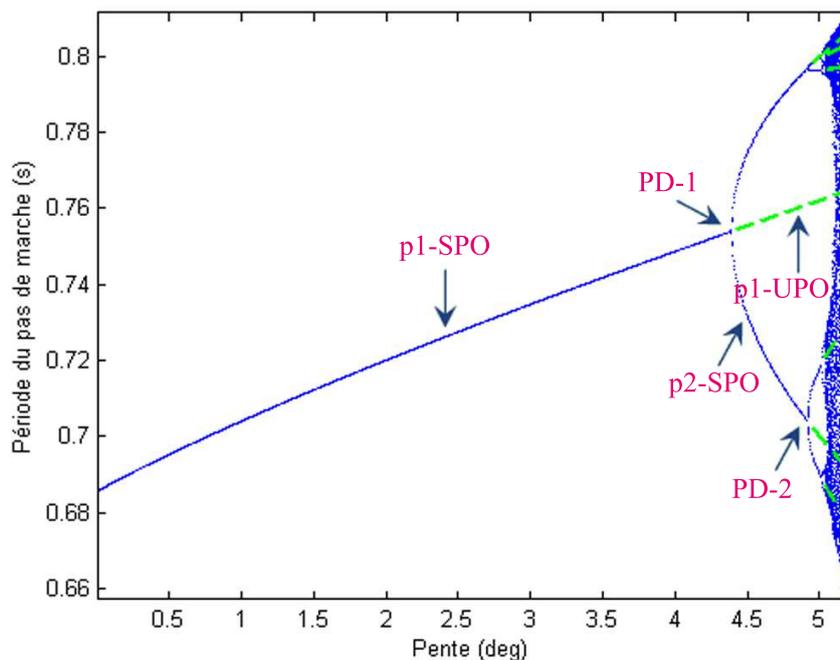


FIGURE 1.4 – Diagramme de bifurcation : variation de la période de pas de marche passive en fonction de la pente  $\varphi$ .

derniers les auteurs ont signalé que la marche dynamique passive est complètement chaotique entre les valeurs des pentes  $5.04^\circ$  et  $5.201^\circ$  et aucun autre attracteur n'est identifié. Cependant, nous utilisons dans la suite les indicateurs de quantification du chaos pour montrer l'existence de certaines fenêtres de périodicité dans le régime chaotique de la marche passive du bipède compas.

En se basant sur les méthodes décrites dans chap 2 de [Hassène Gritli 2014] nous traçons la variation du spectre des exposants de Lyapunov et celle de la dimension de Lyapunov correspondante par rapport à la variable  $\varphi$ . Les résultats sont illustrés dans les figures 1.5 et 1.6. Nous présentons uniquement les résultats relatifs aux pentes comprises entre  $4^\circ$  et  $5.201^\circ$ . Les quatre exposants de Lyapunov du modèle de la marche dynamique passive sont donnés dans la Fig. 1.5. Nous observons que le premier (le plus grand) exposant de Lyapunov  $\lambda_1$  est égal à zéro, tandis que les trois autres exposants de Lyapunov sont négatifs pour des pentes comprises entre  $4^\circ$  et  $5.04^\circ$ . Quant à la dimension de l'attracteur elle reste à peu près constante à une valeur entière égale à 1 lorsque la marche est périodique. À l'exception des bifurcations de dédoublement de période où la dimension de Lyapunov est égale à 2.

Cependant, pour des pentes supérieures à  $5.04^\circ$ , et en se référant à la Fig. 1.7, les deux plus grands exposants de Lyapunov,  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , oscillent entre des valeurs positives et négatives ce qui correspond à des cycles de marche périodiques et chaotiques. Par exemple lorsque  $\lambda_1$  s'annule, et  $\lambda_2$  est négative, nous signalons un attracteur périodique (un cycle limite) et ainsi la marche dynamique passive devient périodique. Les attracteurs périodiques montrent l'existence de fenêtres de périodicité dans le régime chaotique du modèle dynamique passif du robot compas.

Nous avons montré numériquement que  $\lambda_1$  est égale à 0.55 pour la plus grande pente admissible  $\varphi = 5.201^\circ$  indiquant ainsi un attracteur chaotique "fort" (le robot compas tombe). Quant à la dimension fractale elle atteint une valeur maximale égale à 2.22 qui coïncide également avec la chute du robot.

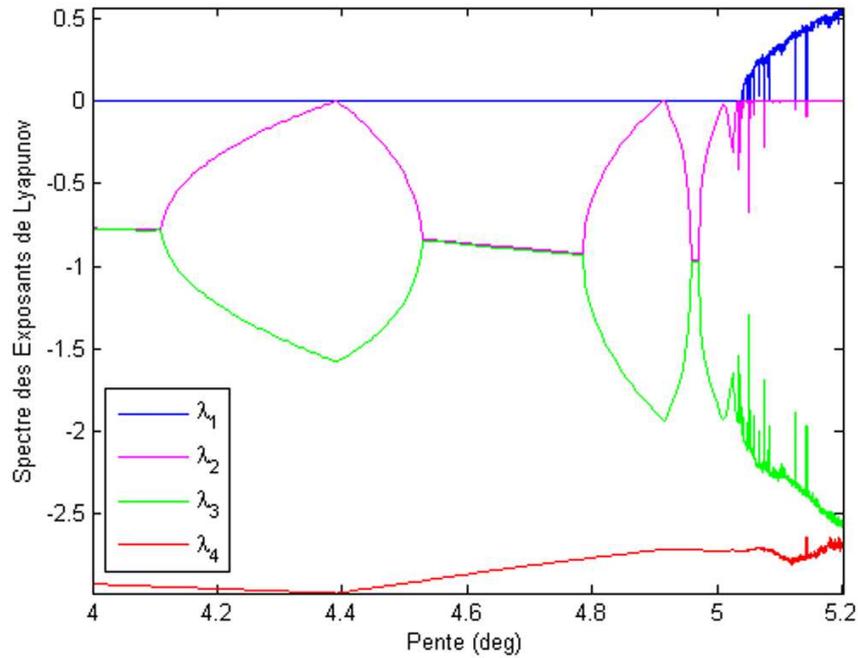


FIGURE 1.5 – Variation du spectre des exposants de Lyapunov en fonction de la pente  $\varphi$  pour la marche dynamique passive du robot bipède de type compas.

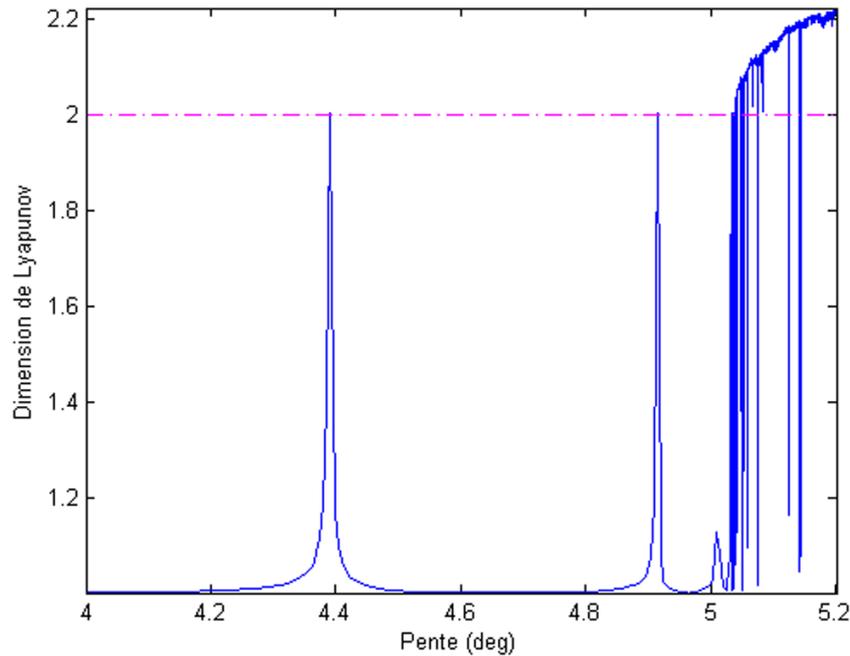


FIGURE 1.6 – Variation de la dimension fractale de Lyapunov en fonction de la pente  $\varphi$ .

Le diagramme de bifurcation de la Fig. 1.8 illustre quelques fenêtres de périodicité. Il coïncide avec les résultats obtenus dans le diagramme des exposants de Lyapunov (Fig. 1.7). Nous remarquons que les fenêtres de périodicité sont très petites, c'est pour cette raison qu'elles n'ont pas été détectés dans des travaux antérieures.

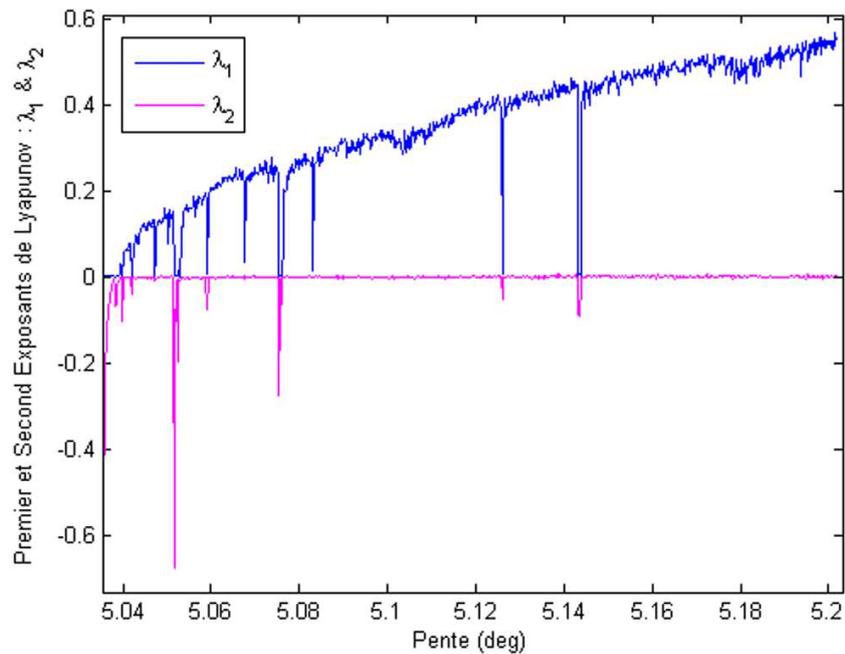


FIGURE 1.7 – Variation des deux premiers exposants de Lyapunov  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  pour des pentes supérieures à  $5.04^\circ$ .

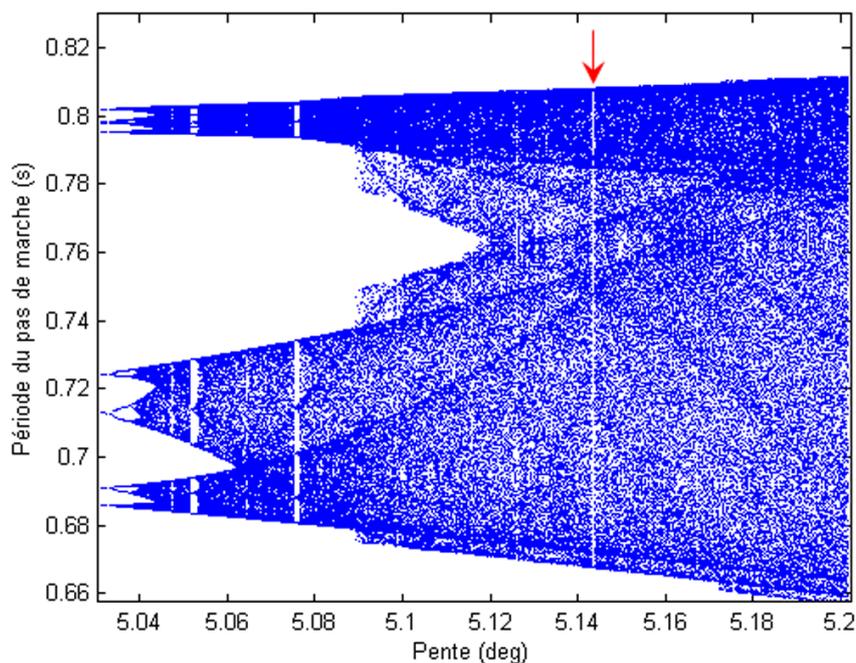


FIGURE 1.8 – Diagramme de bifurcation du modèle de la marche du robot compas montrant quelques fenêtres de périodicité : Période de pas de marche en fonction de la pente.

#### 1.4.1.2 Exposants de Lyapunov et dimension fractale dans la marche dynamique semi-passive du robot bipède actionné par un tronc

Nous nous référons dans cette section aux travaux introduits dans [Khraief *et al.* 2003a, Khraief *et al.* 2003b, Khraief *et al.* 2003c, Khraief 2004], nous allons en première partie concevoir une autre loi de commande semi-passive pour le bipède avec un tronc. Ensuite nous procédons aux mêmes étapes suivis précédemment pour l'analyse du chaos et de la bifurcation dans la

marche dynamique semi-passive. Afin de parvenir à stabiliser le torse seulement, il est nécessaire tout d'abord de décomposer le modèle de balancement du robot ensuite de concevoir une loi de commande adéquate. Les détails de la dynamique résultante ainsi que la loi de commande proposée sont décrits dans [Hassène Gritli 2014].

**Description du modèle** Le schéma cinématique du robot bipède actionné par un tronc est illustré dans la Fig. 1.9. Ce modèle est composé de deux jambes identiques modélisées par des corps rigides sans genoux et sans pieds. Au niveau de la hanche le bipède possède une articulation sans frottement qui relie les deux jambes. Chaque jambe a une masse  $m$  concentrée à une certaine distance  $b$  de la hanche de masse  $m_H$ . Le tronc a une masse ponctuelle  $m_T$  située à une distance  $r$  de l'articulation de la hanche. Ce corps (tronc) sera utilisé pour contrôler la marche du robot bipède sur une surface inclinée. Dans la Fig. 1.9,  $u$  est la commande de l'actionneur introduit entre la jambe de support et le tronc.

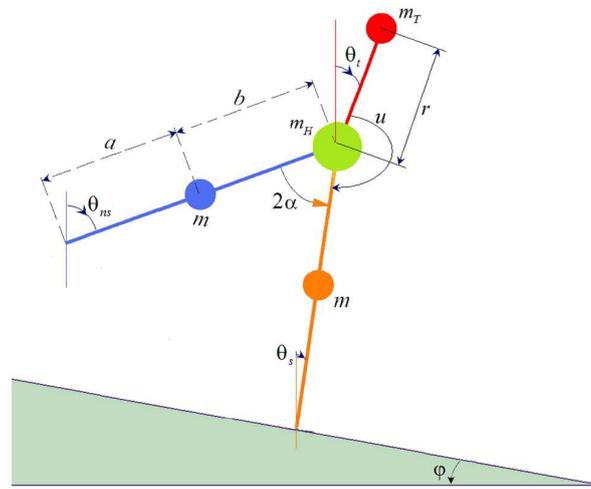


FIGURE 1.9 – Robot bipède actionné par un torse ayant une marche dynamique semi-passive sur une pente  $\varphi$ . La loi de commande  $u$  agit seulement entre le torse et la jambe d'appui.

Les détails sur la dynamique hybride, les paramètres et les équations de mouvement du robot bipède avec un tronc sont donnés dans [Hassène Gritli 2014].

### Cycles périodiques pour la marche dynamique semi-passive

**Recherche des cycles semi-passifs** Pour la recherche des cycles limites semi-passifs dans la marche du robot bipède avec un torse, nous nous référons aux techniques numériques décrites en détails dans la thèse [Hassène Gritli 2014].

La détection des cycles semi passifs nécessite la fixation de la valeur de l'angle désiré du torse  $\theta_t^d$  et l'angle de la pente  $\varphi$ . Les gains de la commande sont choisis afin d'assurer une stabilisation rapide du tronc à la position désirée. L'objectif est de trouver les conditions initiales  $\mathbf{x}_0$  relatifs aux cycles périodiques. Les résultats de simulations sont donnés dans la Table 1.1. Dans cette table, la valeur de  $K$  représente la période du cycle limite. Les deux symboles + et - indiquent que le cycle limite est respectivement stable et instable.

En se basant sur les résultats illustrés à la Table 1.1, nous avons représenté quelques cycles limites semi-passifs du robot bipède avec un tronc. Nous avons tracé les cycles limites de période 1 selon que l'angle du tronc  $\theta_t^d$  soit positif (Fig. 1.10) ou négatif (Fig. 1.11).

TABLE 1.1 – Cycles limites semi-passifs identifiés

$\varphi$	$\theta_t^d$	$\mathbf{x}_0$						$K$
		$\theta_{ns}$	$\theta_s$	$\theta_t$	$\dot{\theta}_{ns}$	$\dot{\theta}_s$	$\dot{\theta}_t$	
2.0	0.0	-17.6320	13.6320	-0.0288	-14.2256	-47.8717	-35.7354	1+
5.0	0.0	-26.2116	16.2116	-0.0510	21.6277	-50.2961	-75.3311	1-
5.0	0.0	-24.2965	14.2965	-0.0453	10.7972	-51.2396	-66.2629	2-
4.0	20.0	-15.9926	7.9926	20.0007	-27.3656	-43.0098	1.2414	1+
4.0	-30.0	-29.4533	21.4533	-30.1586	58.5399	-47.6932	-177.4315	1+
5.0	-30.0	-31.5556	21.5556	-30.1512	70.4380	-44.8595	-192.2511	1-
4.8	-10.0	-27.8725	18.2725	-10.0870	40.7451	-46.7461	-118.3001	1-
4.8	-10.0	-28.8151	19.2151	-10.0999	45.7474	-46.6825	-123.0813	2+

Ici,  $\theta_{ns}$ ,  $\theta_s$ ,  $\theta_t$ ,  $\varphi$  et  $\theta_t^d$  sont définis en [deg], alors que  $\dot{\theta}_{ns}$ ,  $\dot{\theta}_s$ , et  $\dot{\theta}_t$ , sont définies en [deg/s].

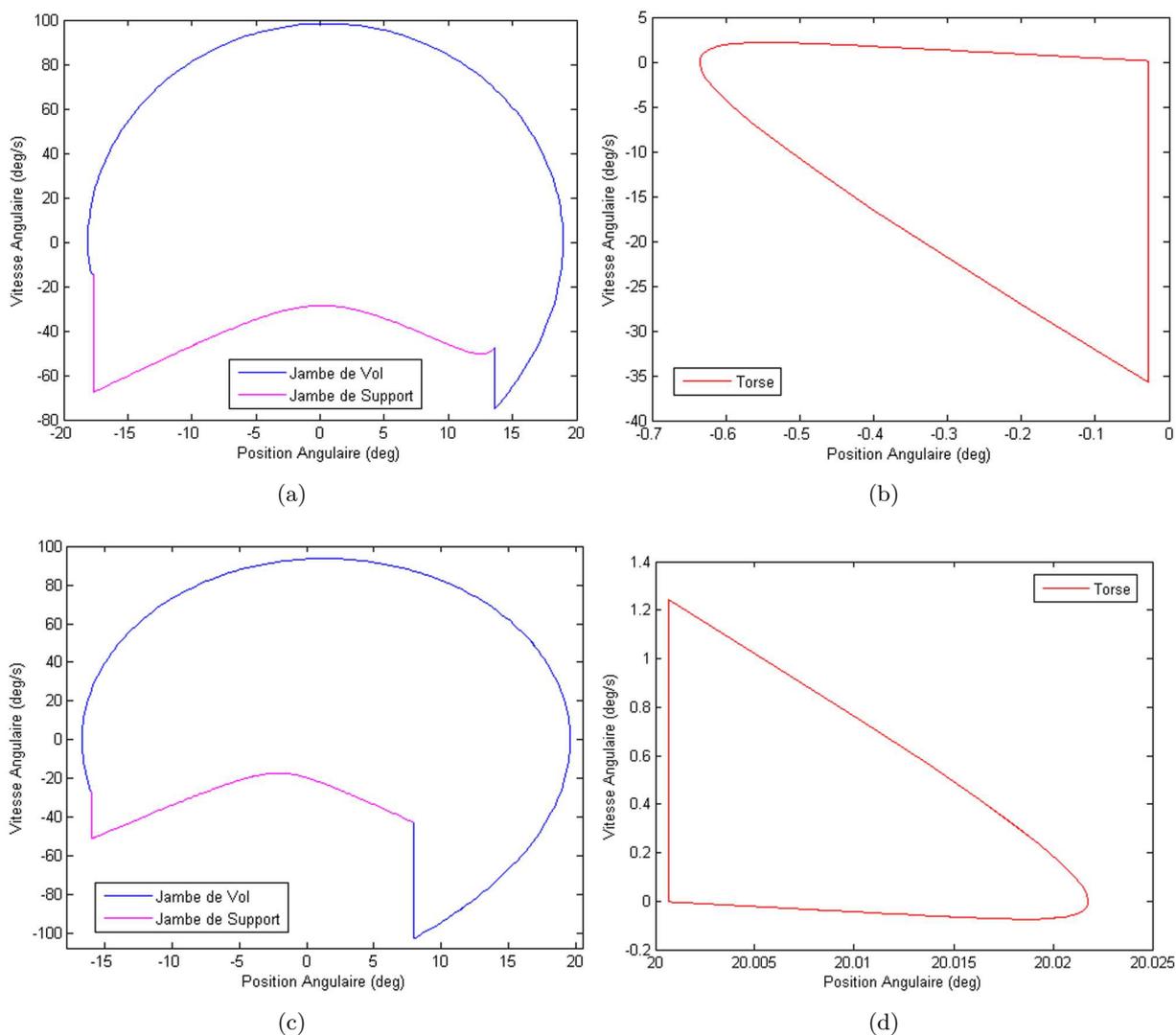


FIGURE 1.10 – Cycles limites de la marche dynamique semi-passive du robot bipède avec un torse pour : (a, b)  $\varphi = 2^\circ$  et  $\theta_t^d = 0^\circ$ , (c, d)  $\varphi = 4^\circ$  et  $\theta_t^d = 20^\circ$ .

Les cycles limites instables de période 2 ont été tracés dans les Figs. 1.12a et 1.12b. Le régime chaotique de la marche dynamique semi-passive est illustré dans les Figs. 1.12c et 1.12d. Dans ces cas de figure nous, observons la chute du robot.

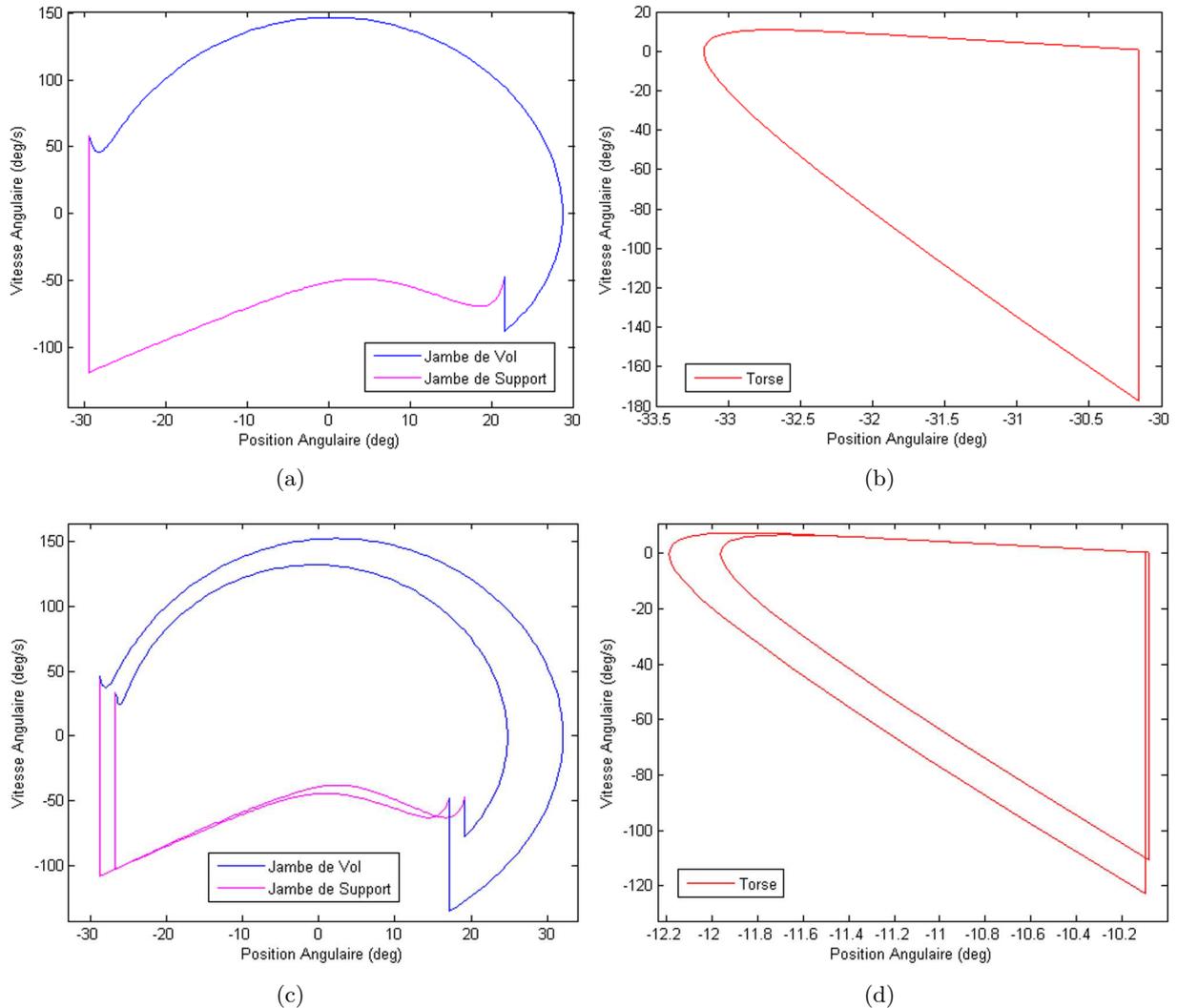


FIGURE 1.11 – Cycles limites de la marche dynamique semi-passive du robot bipède avec un torse pour : (a, b)  $\varphi = 4^\circ$  et  $\theta_t^d = -30^\circ$ , (c, d)  $\varphi = 4.8^\circ$  et  $\theta_t^d = -10^\circ$ .

### Analyse du chaos et des bifurcations dans la marche dynamique semi-passive

Dans cette partie nous analysons l'existence de quelques phénomènes non linéaires complexes dans la marche semi-passive. Sous l'effet de quelques paramètres du robot nous observons des bifurcations de dédoublements de période qui conduisent au chaos. Nous choisissons  $\varphi$  et l'angle désiré du torse  $\theta_t^d$  comme paramètres d'analyse. L'évolution de ces derniers sera présentée sous forme de diagrammes de bifurcation.

**Bifurcation en fonction de la pente  $\varphi$**  Nous fixons la position du tronc à un angle désiré  $\theta_t^d$  et nous faisons varier l'angle de la pente  $\varphi$ . L'évolution de la période du pas et de la vitesse angulaire sont représentés dans les diagrammes de la Fig. 1.13. Nous avons choisis des angles pour le tronc incliné en arrière (positifs). Nous remarquons la bifurcation par dédoublement de périodes qui décrit les cycles de marche semi-passive et en augmentant progressivement la valeur de la pente le comportement du robot bipède avec tronc devient chaotique et il tombe. Dans les Figs. 1.13b et 1.13d nous traçons l'évolution de la vitesse moyenne du robot bipède lorsque la marche dynamique semi-passive est de période 1. La Fig. 1.13f illustre le même type de marche mais de période 2. Nous remarquons une faible progression en fonction de la diminution de  $\varphi$

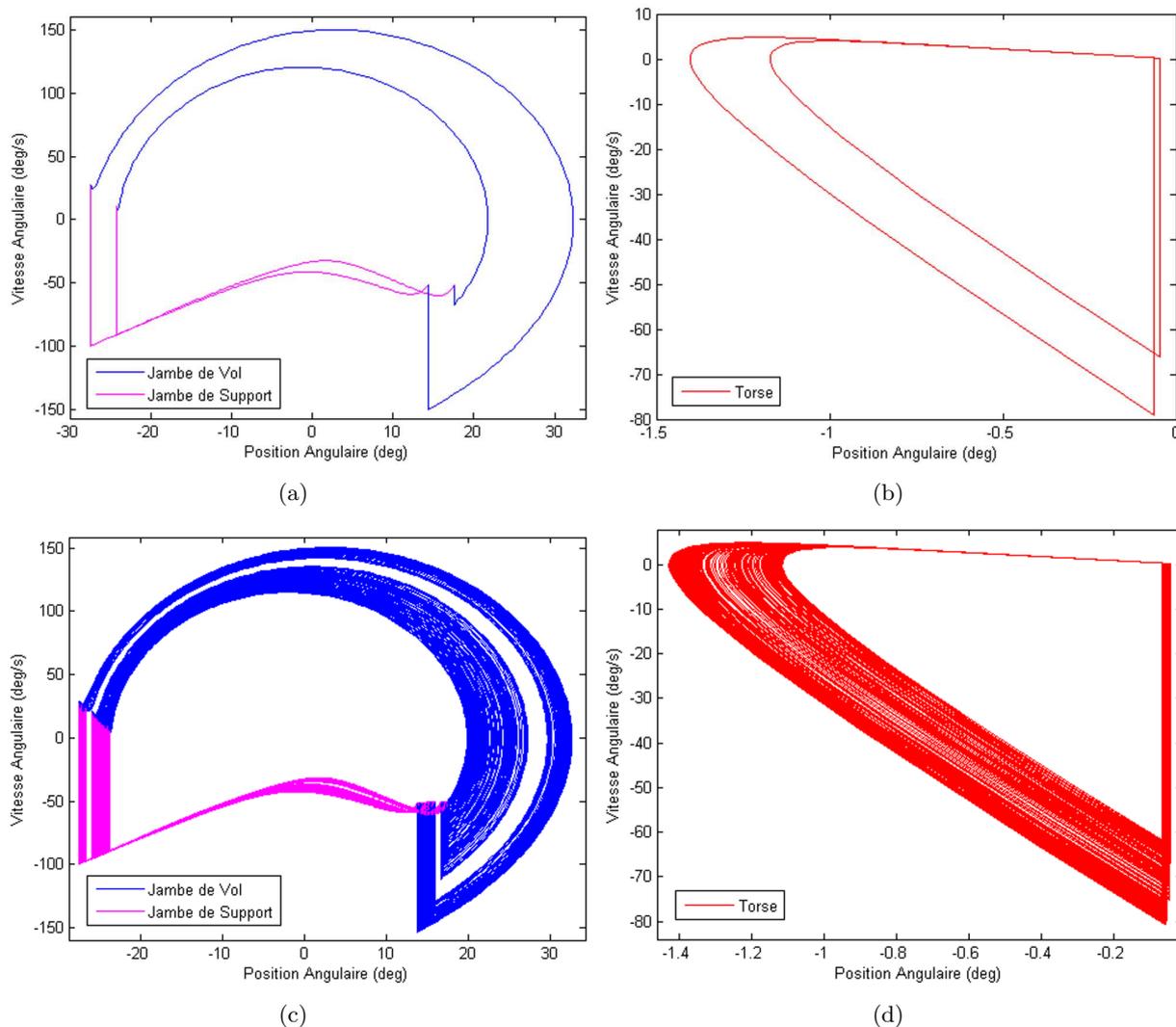


FIGURE 1.12 – Cycles limites de la marche dynamique semi-passive du robot bipède avec un torse pour  $\varphi = 5^\circ$  et  $\theta_t^d = 0^\circ$ . (a) Cycle limite instable de période 2 identifié dans la Table 1.1. (b) Attracteur chaotique qui est l'ensemble limite du cycle limite instable de période 2.

pour atteindre finalement une valeur très proche de zéro. Par conséquent, le robot bipède devient très lent et ne peut plus marcher efficacement sur ces surfaces inclinées. En revanche, lorsque l'on augmente la valeur de la pente la vitesse moyenne augmente ce qui conduit progressivement à un cycle de marche chaotique avant que le robot bipède tombe.

**Bifurcation en fonction de l'angle désiré du torse  $\theta_t^d$**  Dans cette section, nous fixons l'angle de la pente  $\varphi$  et nous faisons varier l'angle désiré du tronc  $\theta_t^d$ . Les résultats de la variation de la période du pas de marche et celle de la vitesse moyenne en fonction de  $\theta_t^d$  pour trois pentes différentes sont illustrés par les diagrammes de bifurcation de la Fig. 1.14.

En observant les diagrammes nous remarquons que pour chaque pente  $\varphi$ , la période du pas augmente et la vitesse moyenne diminue avec l'augmentation de  $\theta_t^d$ . Cette augmentation de  $\theta_t^d$  provoquera la chute du robot bipède. Toutefois, lorsque le tronc se penche de plus en plus vers l'avant, la vitesse moyenne du robot bipède croît progressivement ce qui conduit à un dédoublement de période. Ainsi, la marche bipède devient chaotique et mène en conséquence à la chute du robot bipède à un angle désiré du torse.

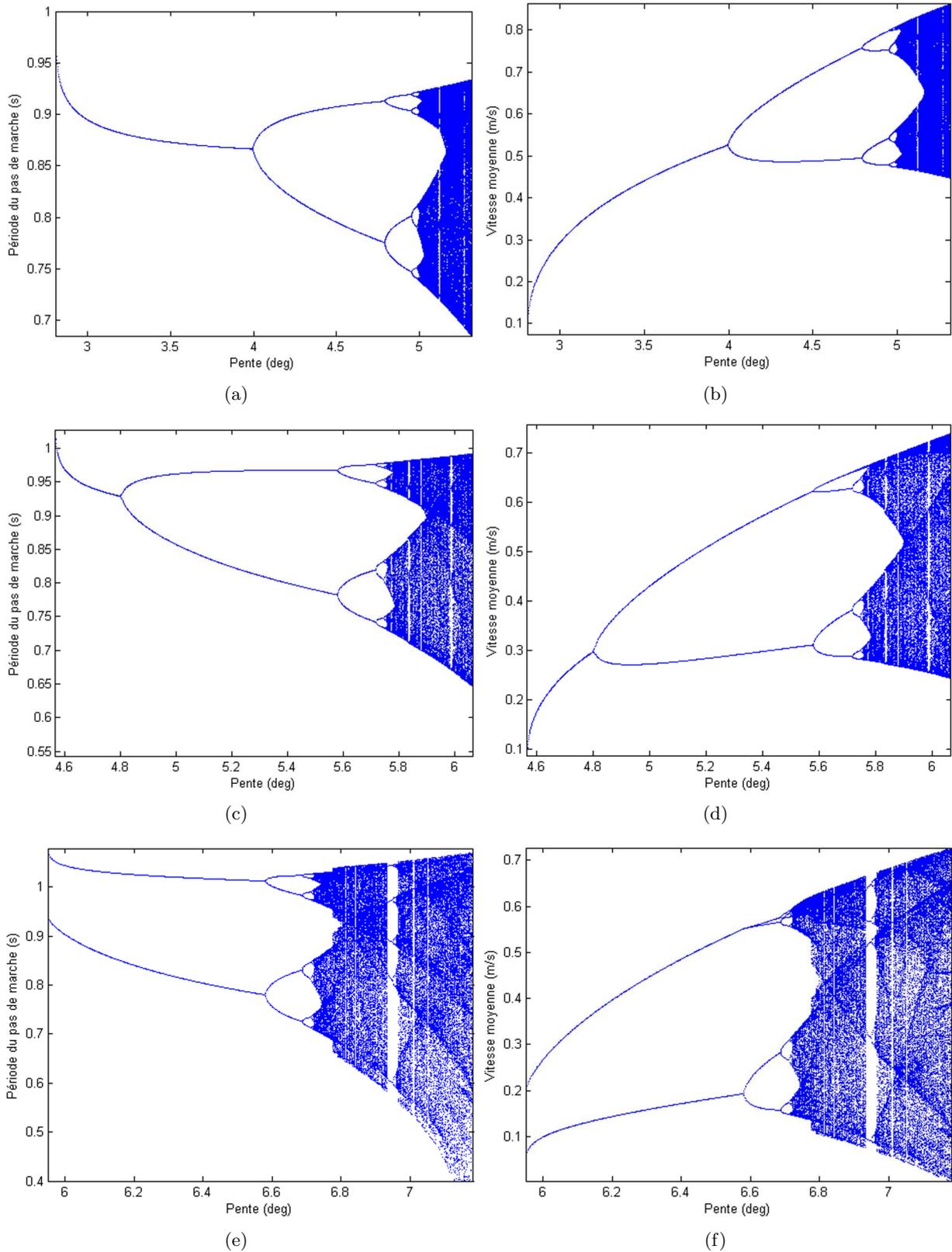


FIGURE 1.13 – Diagrammes de bifurcation montrant la variation de la période d’un pas de marche et la vitesse angulaire en fonction de la pente  $\varphi$  pour trois différentes valeurs de l’angle désiré du torse :  $\theta_t^d = 18^\circ$  (a, b),  $\theta_t^d = 30^\circ$  (c, d) et  $\theta_t^d = 40^\circ$  (e, f).

Les Figs. 1.14a et 1.14b ( $\varphi = 4.8^\circ$  et  $\theta_t^d$  varie) montrent une marche semi-passive avec des

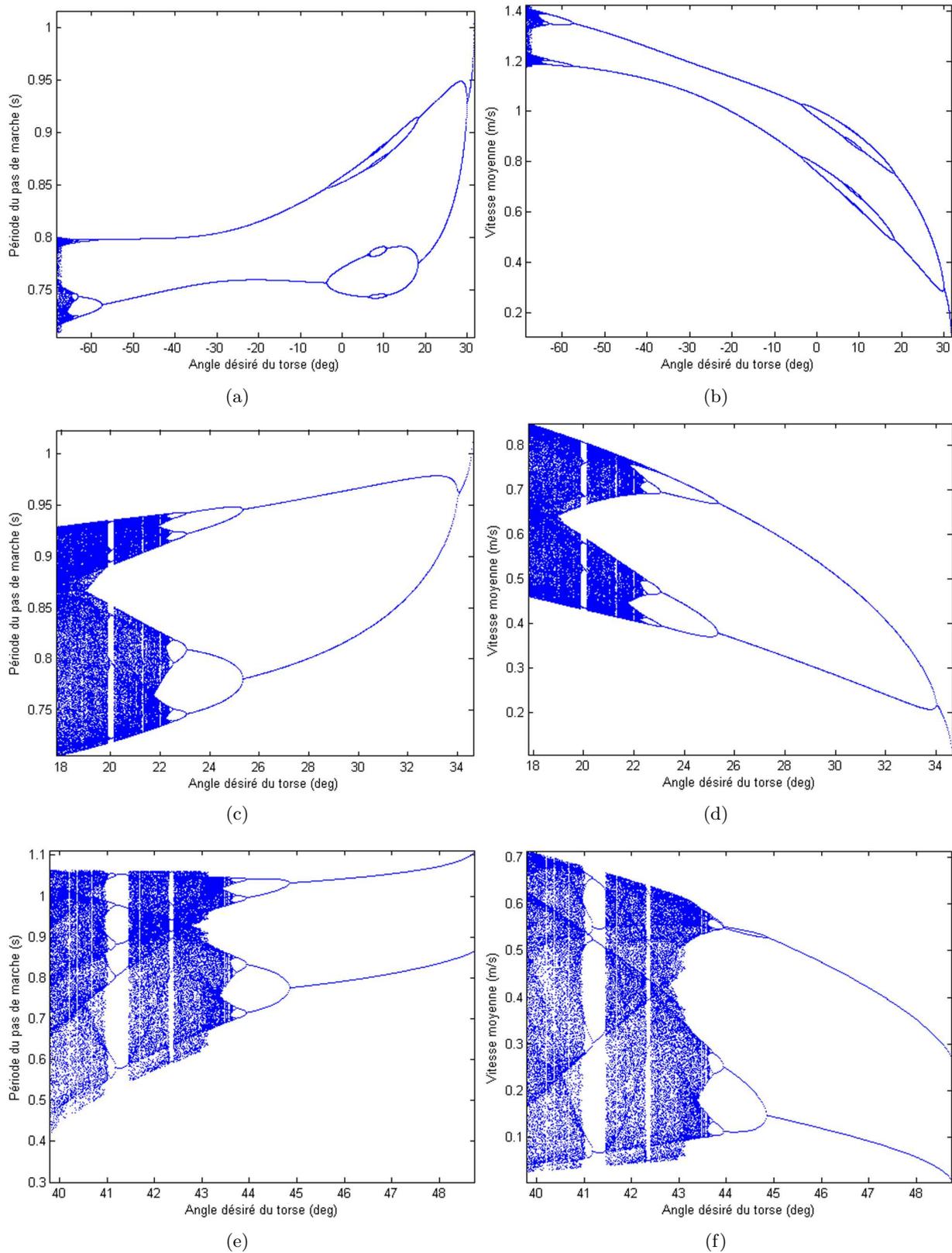


FIGURE 1.14 – Diagrammes de bifurcation : Période d'un pas de marche semi-passive et vitesse moyenne en fonction de l'angle désiré du torse  $\theta_t^d$  pour trois pentes différentes :  $\varphi = 4.8^\circ$  (a, b),  $\varphi = 5.2^\circ$  (c, d) et  $\varphi = 7.1^\circ$  (e, f).

comportements attractifs. Les Figs. 1.14e et 1.14f ( $\varphi = 7.1^\circ$  et  $\theta_t^d$  varie) montrent que lorsque l'angle du tronc augmente le comportement de la marche bipède varie d'un mouvement chaotique vers une marche semi passive de période 2. Par contre si on varie la valeur de la pente le robot bipède actionné par le tronc peut tomber sans atteindre la périodicité. Nous pouvons conclure que pour permettre au robot bipède de descendre avec succès certaines pentes, il faut tirer le tronc vers l'arrière. De plus, pour éviter le chaos, il faut aussi le tirer en plus.

**Exposants de Lyapunov et dimension fractale de la marche semi-passive** En analysant les diagrammes de bifurcations obtenus dans la section précédente nous pouvons conclure que le dédoublement de période est une route vers le chaos pour la marche dynamique semi-passive. Pour prouver ces résultats nous procédons à des analyses par le biais du spectre des exposants de Lyapunov et par l'intermédiaire de la dimension fractale de Lyapunov. Dans les Figs. 1.15 et 1.17 nous illustrons respectivement la variation des six exposants de Lyapunov celle de la dimension fractale et ce en réponse à un changement de  $\varphi$ . La Fig. 1.16 présente les deux plus grands exposants de Lyapunov  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .

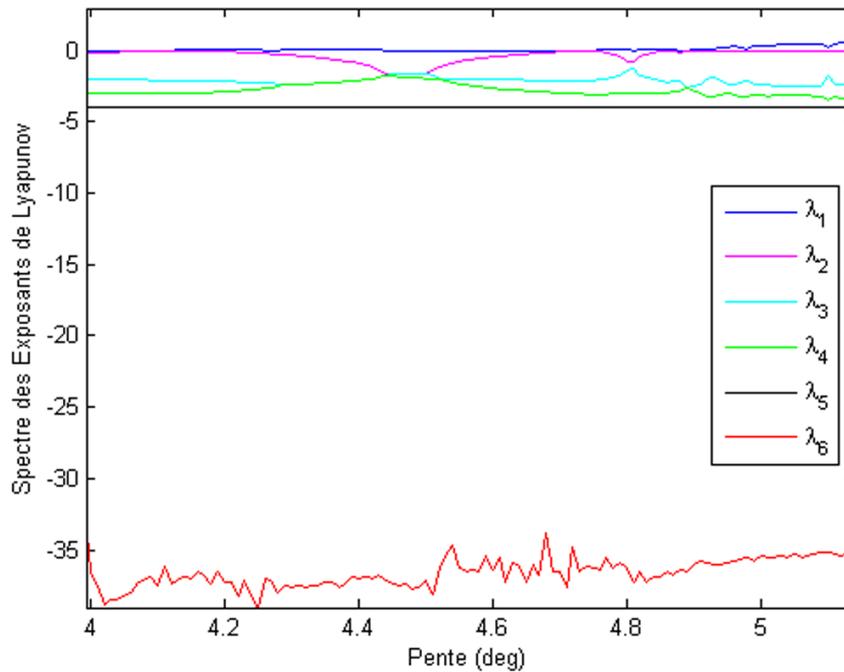


FIGURE 1.15 – Variation des exposants de Lyapunov en fonction de  $\varphi$  pour la marche dynamique semi-passive du robot bipède actionné par un torse.

Les résultats obtenus ci-dessus sont comparés aux diagrammes de Fig. 1.18 et Fig. 1.19. En effet, la première figure illustre la dynamique semi-passive du robot bipède avec un torse sous l'effet d'un changement de  $\varphi$ . La deuxième figure est un agrandissement de la Fig. 1.18 pour des pentes comprises entre  $4.1^\circ$  et  $5.144^\circ$ . Dans ces deux figures, les lignes pointillées représentent les orbites périodiques instables (UPO). Comme le robot bipède de type compas, la marche dynamique semi-passive présente une transition vers le chaos à partir d'un schéma de dédoublement de période. Le robot bipède avec un torse tombe pour la pente  $\varphi = 5.144^\circ$ . Quelques fenêtres de périodicité (PW) sont apparues dans le régime chaotique et montrées dans la Fig. 1.19.

Nous remarquons la concordance entre les Figs. 1.15 - 1.17 avec les diagrammes de bifurcation de la Fig. 1.19. En effet, le plus grand exposant de Lyapunov  $\lambda_1$  est égal à zéro alors que le second  $\lambda_2$  est négatif pour les pentes comprises entre  $4^\circ$  et  $4.91^\circ$ , où le cycle de la marche

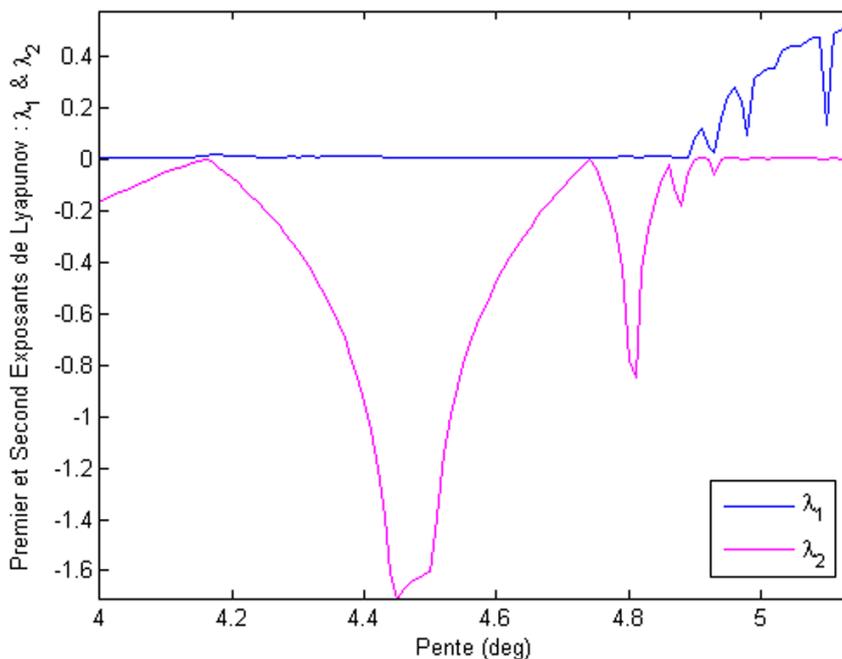


FIGURE 1.16 – Variation des deux plus grands exposants de Lyapunov,  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , en fonction de  $\varphi$ .

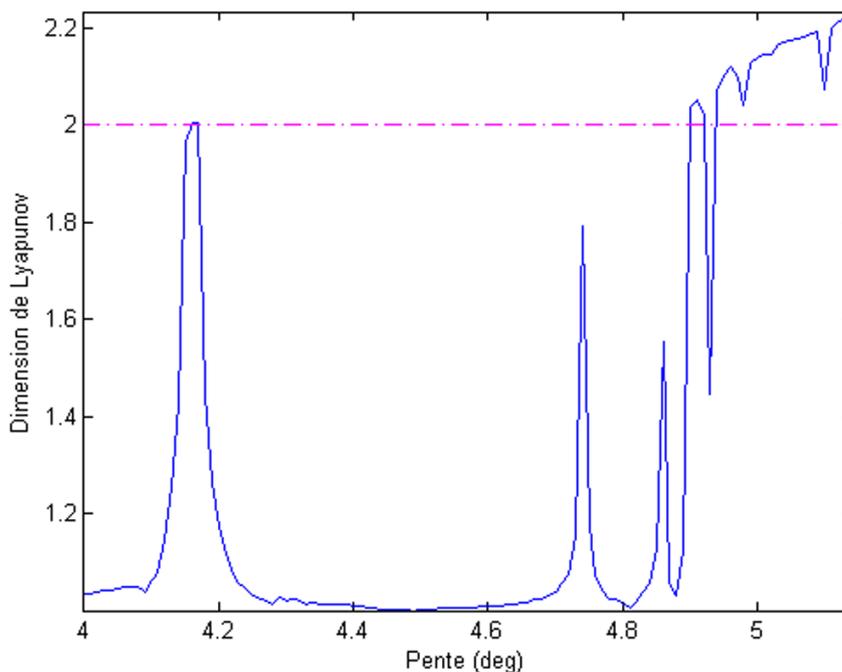


FIGURE 1.17 – Variation de la dimension fractale de Lyapunov en fonction de  $\varphi$  pour la marche dynamique semi-passive du robot bipède actionné par un torse.

dynamique semi-passive est périodique et un dédoublement de période existe. Ce dernier mène au chaos dans la marche semi-passive du robot bipède pour des pentes supérieures à  $4.91^\circ$ . Le plus grand exposant de Lyapunov  $\lambda_1$  atteint sa valeur la plus élevée 0.58 pour la pente  $\varphi = 5.144^\circ$  à laquelle le robot bipède tombe. De plus, à cette valeur de  $\varphi$ , la dimension fractale de Lyapunov est égale à 0.23.

Il est évident que les deux plus grands exposants de Lyapunov,  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , oscillent dans le régime

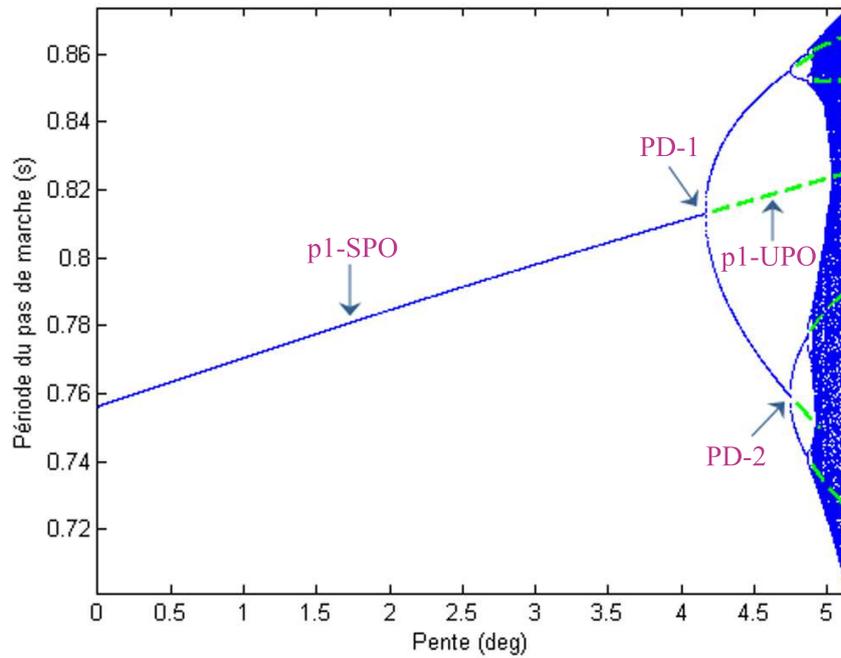


FIGURE 1.18 – Diagramme de bifurcation pour le robot bipède actionné par un torse : Période de pas marche en fonction de la pente  $\varphi$ .

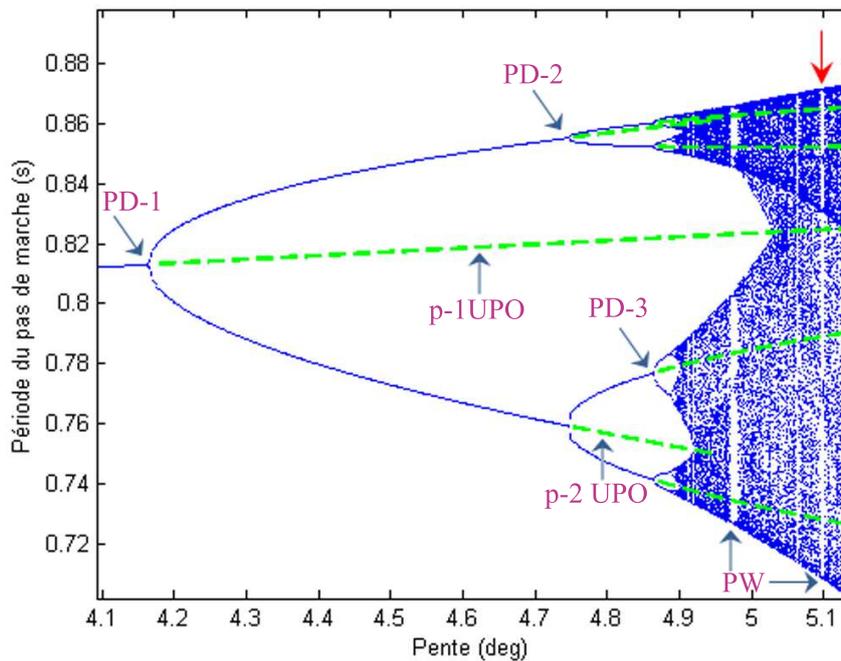


FIGURE 1.19 – Élargissement du diagramme de bifurcation de la Fig. 1.18 pour des pentes entre  $4.1^\circ$  et  $5.144^\circ$ .

chaotique entre des valeurs positives et négatives. Ces valeurs négatives traduisent l'existence des cycles de marche périodiques dans le chaos, et par conséquent l'existence de fenêtres de périodicité, qu'on l'a signalé précédemment à travers la Fig. 1.19.

### 1.4.2 Contribution n°02 : Vers la recherche de nouveaux cycles limites passifs

Dans cette partie nous présentons deux résultats essentiels. Dans le premier nous montrons la coexistence de nouveaux cycles de la marche bipède [Gritli *et al.* 2010a, Gritli *et al.* 2012b]. Ces cycles peuvent être soit des cycles limites de période 3, de période 6, ... ou soient des attracteurs chaotiques. Dans cette étude, et pour la détermination des cycles limites de périodes relativement élevées, nous allons utiliser le concept de la bifurcation de frôlement (*grazing bifurcation*). Les techniques utilisées sont le schéma itératif de Davidchack-Lai et la méthode de tir.

Dans le deuxième résultat et par le biais des diagrammes de bifurcation et des multiplicateurs de Floquet, nous allons montrer que le nouveau cycle passif de période 3 est générée à travers une bifurcation "cyclic-fold".

#### 1.4.2.1 Recherche des cycles limites passifs en utilisant les contraintes de frôlement

Dans cette partie nous nous procédons à la recherche de nouvelles cycles limites pour le robot bipède de type compas. L'idée consiste à ajouter des contraintes supplémentaires et utiliser le concept de la la bifurcation de frôlement (*grazing bifurcation*). Dans des travaux antérieurs l'existence d'un seul cycle limite stable a été prouvé. Dans ce qui suit nous montrons qu'il est possible de trouver un autre cycle limite stable pour le même paramètre soit la pente  $\varphi$ , la masse normalisée  $\mu$  ou la longueur normalisée  $\beta$ .

La description du concept de la bifurcation de frôlement, le schéma itératif de Davidchack-Lai (pour la recherche des cycles limites) ainsi que la définition des contraintes de frôlement pour le robot compas sont donnés dans [Hassène Gritli 2014].

**Résultats de simulation pour le cas du robot compas** L'analyse de la bifurcation en présence de quelques contraintes est le chemin que nous avons choisis pour détecter d'autres cycles limites stables. Nous fixons deux contraintes pour le robot compas, une hypersurface de frôlement  $s$  et une valeur de la période  $K$  du cycle limite de frôlement désiré. Nous avons considéré que  $s(\mathbf{x}) = \dot{\theta}_{ns} - \dot{\theta}_{nsg}$  avec  $s_g = \dot{\theta}_{nsg}$  est choisi comme étant la vitesse angulaire maximale de la jambe de balancement. Les résultats de simulations sont donnés dans la Table 1.2. Les paramètres de bifurcation sont la pente  $\varphi$ , la longueur normalisée  $\beta$ , et la masse normalisée  $\mu$ . Dans cette Table, les signes + et - de la valeur de  $K$  signifient que le cycle limite de période  $K$  est respectivement stable ou instable. Il est à noter que la stabilité des cycles limites est déterminés à travers le calcul des multiplicateurs caractéristiques. Les données figurant dans la Table 1.2 révèle un résultat très important à savoir : Pour le même ensemble de paramètres : la pente  $\varphi$ , la longueur normalisée  $\beta$  et la masse normalisée  $\mu$ , il existe deux ou trois cycles limites distincts. Si les cycles sont stables on parle d'une coexistence des cycles. Dans les autres cas le cycle instable fini par converger vers un cycle stable ou tendre vers le chaos.

Dans la Fig. 1.20 nous illustrons le cycle limite instable de période 3. Ainsi, après quelques pas de marche le robot converge vers la marche passive stable de période 1 .

La coexistence de deux cycles limites stables est illustré dans la Fig. 1.21. En effet, pour les mêmes paramètres (l'angle de la pente  $\varphi = 4.7654^\circ$ , la longueur normalisée  $\beta = 0.59$  et la masse normalisée  $\mu = 0.55$ ) nous traçons les cycles de période 1 et de période 3. Le portrait de phase (a) montre le cycle limite stable de période 1 et le portrait de phase (b) montre le cycle limite stable de période 3. Nous remarquons que les deux cycles limites des deux jambes du robot compas sont confondus et par conséquent les deux jambes ont le même cycle de la marche dynamique passive.

Dans la Table 1.2, les cycles limites de période 1 sont ceux trouvés dans les études précédentes de Goswami *et al.* [Goswami *et al.* 1996a, Goswami *et al.* 1996b, Keramane 1997,

TABLE 1.2 – Cycles limites identifiés et les valeurs de frôlement associées

Condition initiale $\mathbf{x}_0$ <sup>a</sup>				Valeur de frôlement <sup>a</sup>				
$\theta_{ns}$	$\theta_s$	$\dot{\theta}_{ns}$	$\dot{\theta}_s$	$\lambda$			$\dot{\theta}_{nsg}$	$K$
				$\varphi$	$\beta$	$\mu$		
-20.9104	13.0846	-13.2189	-65.0906	3.9128	0.500	0.500	129.022	1+
-22.4004	14.5745	-8.3419	-66.5919	3.9128	0.500	0.500	145.000	3+
-22.0574	14.2318	-8.5404	-65.8736	3.9128	0.500	0.500	141.958	3-
-21.0143	13.1046	-12.8202	-65.1822	3.9550	0.500	0.500	129.560	1+
-20.9971	13.0871	-21.3934	-68.3837	3.9550	0.500	0.500	146.331	6+
-20.8869	12.9769	-22.5055	-68.5759	3.9550	0.500	0.500	146.291	3-
-22.5458	13.0710	14.8953	-66.7444	4.7374	0.590	0.500	155.575	1+
-22.4646	12.9898	0.1794	-71.3498	4.7374	0.590	0.500	145.000	3+
-22.7230	13.2482	3.7623	-70.7627	4.7374	0.590	0.500	149.680	3-
-22.3990	12.8682	15.9550	-66.6460	4.7654	0.590	0.550	156.827	1+
-22.4490	12.9182	1.9736	-71.1922	4.7654	0.590	0.550	148.000	3+

<sup>a</sup> Les positions angulaires,  $\theta_{ns}$ ,  $\theta_s$ , et l'angle de la pente  $\varphi$ , sont définis en degrés, alors que les vitesses angulaires,  $\dot{\theta}_{ns}$ ,  $\dot{\theta}_s$ , et  $\dot{\theta}_{nsg}$ , sont définies en degrés/s.

Les autres paramètres,  $\beta$ ,  $\mu$  et  $K$ , sont sans dimension.

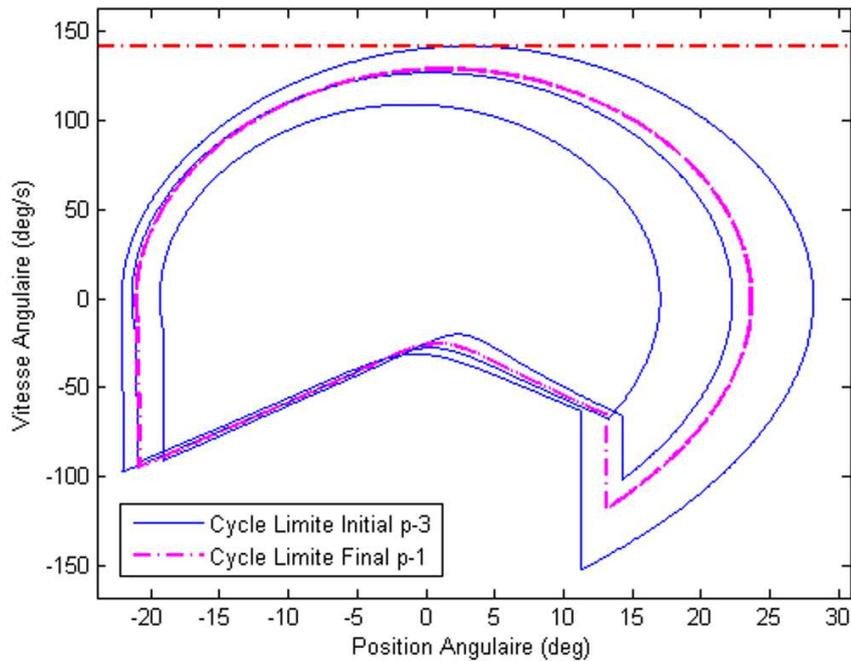
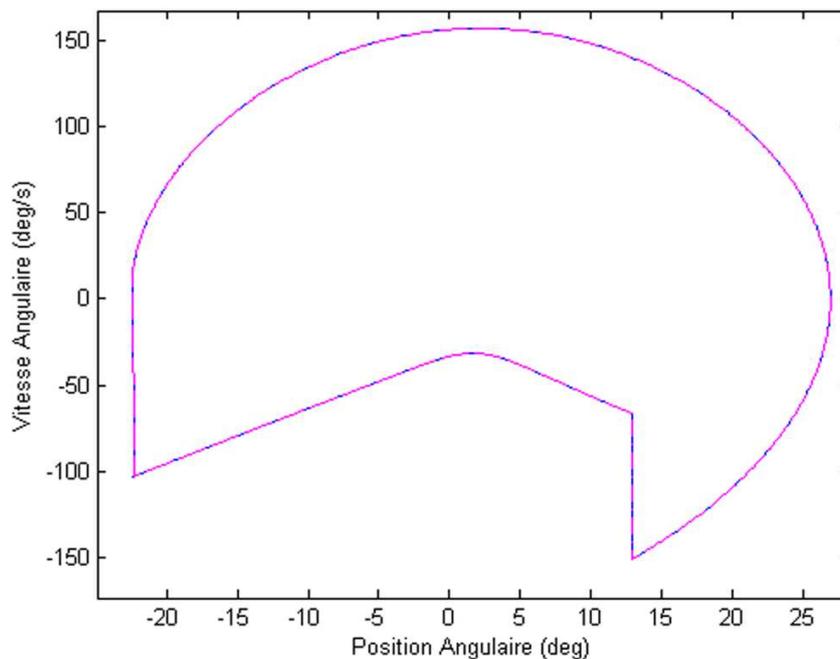
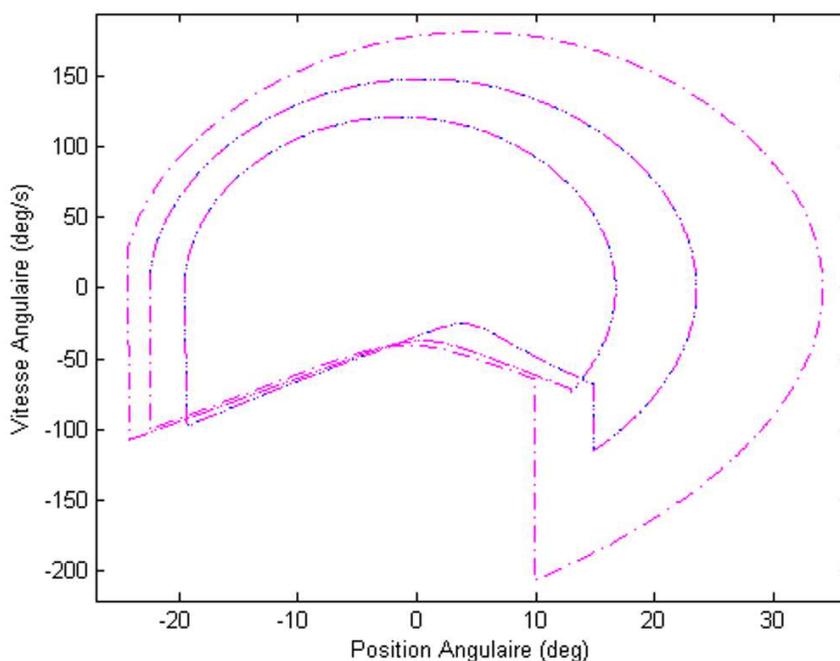


FIGURE 1.20 – Cycle limite hybride passif instable de période 3 pour  $\varphi = 3.9128 \text{ deg}$  et  $\beta = \mu = 0.5$ , et le cycle limite final de période 1 correspondant (représenté en pointillés). Le cycle limite instable de période 3 frôle l'hypersurface cible pour  $\dot{\theta}_{nsg} = 141.958^\circ/\text{s}$  qui est tracé ici comme une ligne horizontale rouge en pointillés.

Goswami *et al.* 1997, Goswami *et al.* 1998] et d'autres auteurs qui ont travaillé sur le modèle de la locomotion bipède du robot compas. Les autres cycles limites n'ont pas été déterminés dans des études précédentes, et elles représentent la contribution fondamentale de ce travail. L'analyse du cycle de la marche de période 3, son évolution temporelle ainsi que la détermination du bassin d'attraction de ces cycles ont été bien développés dans le travail de thèse de mon thésard [Hassène Gritli 2014]. Il a été montré que le bassin d'attraction de la marche dynamique passive de période 3 est très étroite et il représente un sous-ensemble très petit de l'ensemble du



(a)



(b)

FIGURE 1.21 – Coexistence de deux cycles limites hybrides passifs stables distincts de période 1 (a) et de période 3 (b) pour le même ensemble de paramètres :  $\varphi = 4.7654 \text{ deg}$ ,  $\beta = 0.59$  et  $\mu = 0.55$ .

bassin d'attraction d'une marche stable pour une configuration initiale définie du robot bipède de type compas pour une pente  $\varphi$  donnée. De plus, si nous modifions légèrement la vitesse initiale ou la position initiale du robot bipède nous pouvons provoquer un comportement différent : le robot peut tomber ou peut suivre soit la marche dynamique passive stable de période 1, soit la marche dynamique passive stable de période 3.

1.4.2.2 Bifurcation "cyclic-fold" et la route de période 3 vers le chaos

Motivés par "la découverte" des nouveaux cycles de marche passive de période 3, nous nous sommes posés la question concernant la bifurcation de ces cycles. Dans cette section nous nous proposons de répondre à ces interrogations. En effet, nous allons démontré que pour le robot compas, et en plus de la bifurcation de type "flip", il en existe une autre de type "cyclic-fold". Nous allons montrer de plus que cette bifurcation conduit vers le chaos à partir des cycles passifs de période 3.

**La Bifurcation "cyclic-fold"** La coexistence de deux solutions périodiques, une stable et une instable peut causer l'apparition d'une bifurcation "cyclic-fold" (marquée par CFB : *Cyclic-Fold Bifurcation* dans la Fig. 1.22a). Les deux solutions périodiques, coexistant avant la bifurcation, se rejoignent lorsque le paramètre de bifurcation atteint une valeur critique. L'attracteur périodique peut tout simplement disparaître soudainement. Il en résulte alors une convergence vers un autre type d'attracteurs ou parfois une destruction totale des attracteurs.

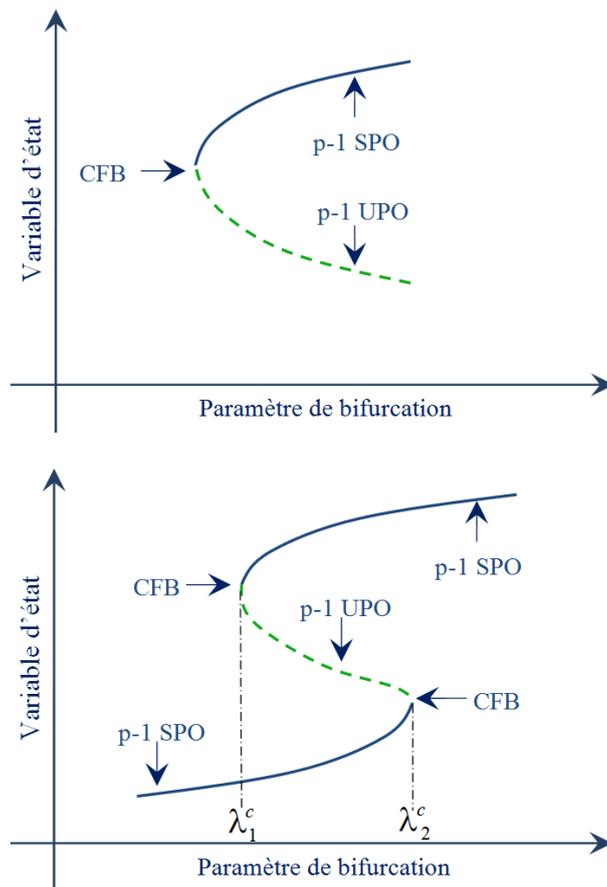


FIGURE 1.22 – Bifurcation "cyclic-fold". (a) : Une seule bifurcation "cyclic-fold" se produit dans le diagramme de bifurcation. (b) : Deux bifurcations "cyclic-fold" coexistent en paire et un phénomène d'hystérésis est généré.

**Résultats de simulations** Dans ce paragraphe nous appliquons les mêmes techniques de traçage des diagrammes des bifurcations utilisés précédemment. La coexistence de deux attracteurs différents est illustrée sur les Figs. 1.23 et 1.24. Elles représentent respectivement le diagramme

de bifurcation de la période d'un pas et celui de la vitesse moyenne de la marche dynamique passive du robot bipède de type compas. Le premier attracteur  $A_1$  (en bleu) est le même déterminé et tracé dans la Fig. 1.4. Quant au deuxième attracteur indiqué par  $A_2$  (en rose) il peut être soit périodique, soit chaotique, et il coexiste avec les cycles de marche de période 1 de l'attracteur  $A_1$ .

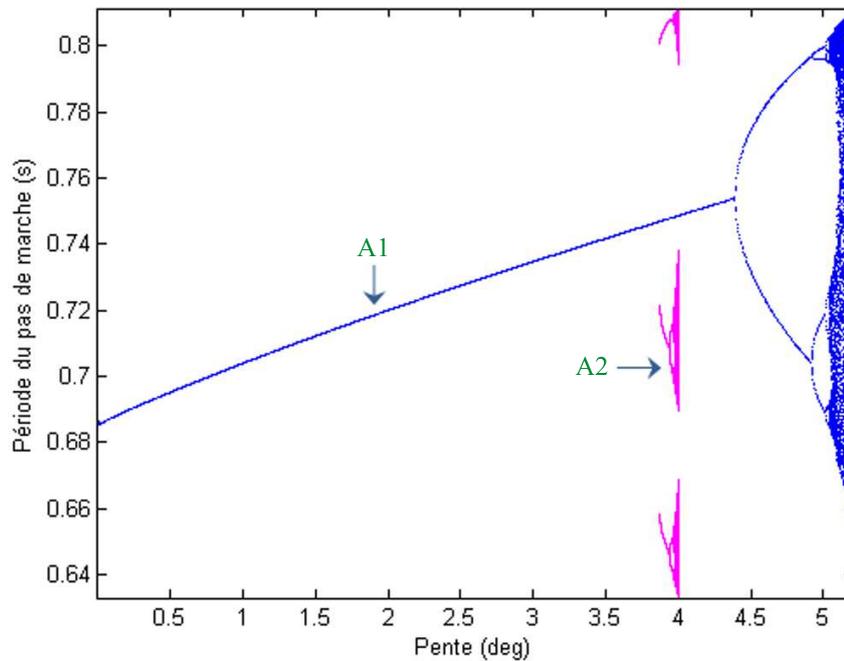


FIGURE 1.23 – Diagrammes de bifurcation : période d'un pas en fonction de l'angle de la pente  $\varphi$  pour  $\beta = 0.5$  et  $\mu = 0.5$ .

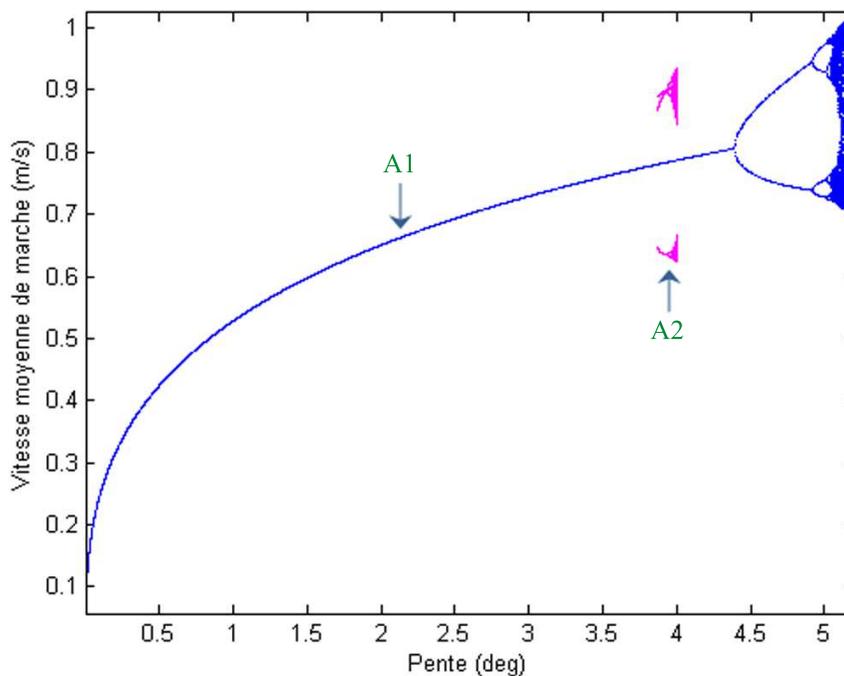


FIGURE 1.24 – Diagrammes de bifurcation : vitesse moyenne en fonction de l'angle de la pente  $\varphi$  pour  $\beta = 0.5$  et  $\mu = 0.5$ .

Afin de mieux analyser l'attracteur  $A_2$  nous avons procédé à l'élargissement des deux dia-

grammes précédent. Le résultat est illustré dans la Fig. 1.25 et la Fig. 1.26. La fenêtre des pentes est comprise entre  $3.85^\circ$  et  $4.02^\circ$ . Nous vérifions à travers ces diagrammes de bifurcation que les cycles limites instables (courbes en pointillées) sont de période 3.

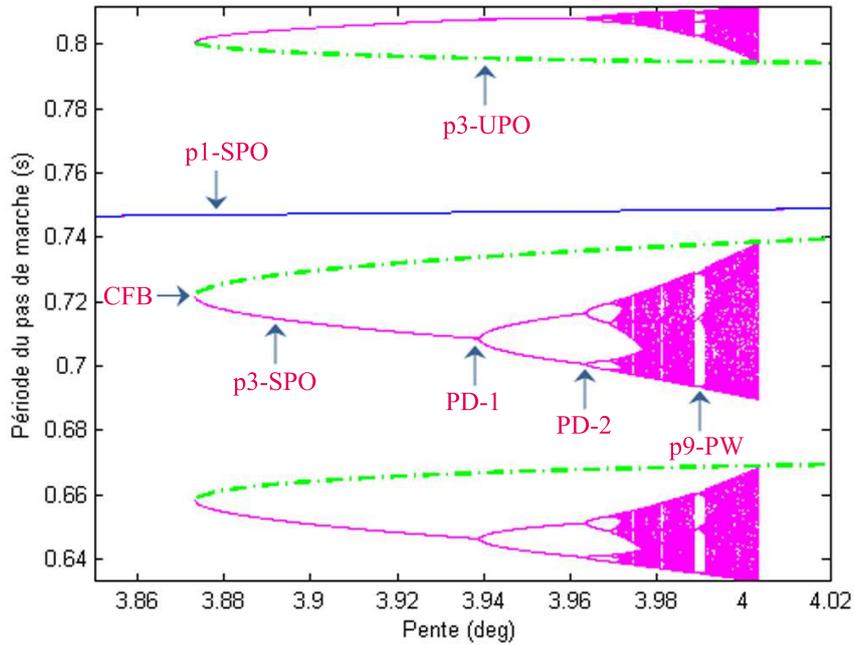


FIGURE 1.25 – Diagrammes de bifurcation : période d’un pas en fonction de l’angle de la pente  $\varphi$  pour  $\beta = 0.5$  et  $\mu = 0.5$ . Ce diagramme de bifurcation est un élargissement de celui de la Fig. 1.23.

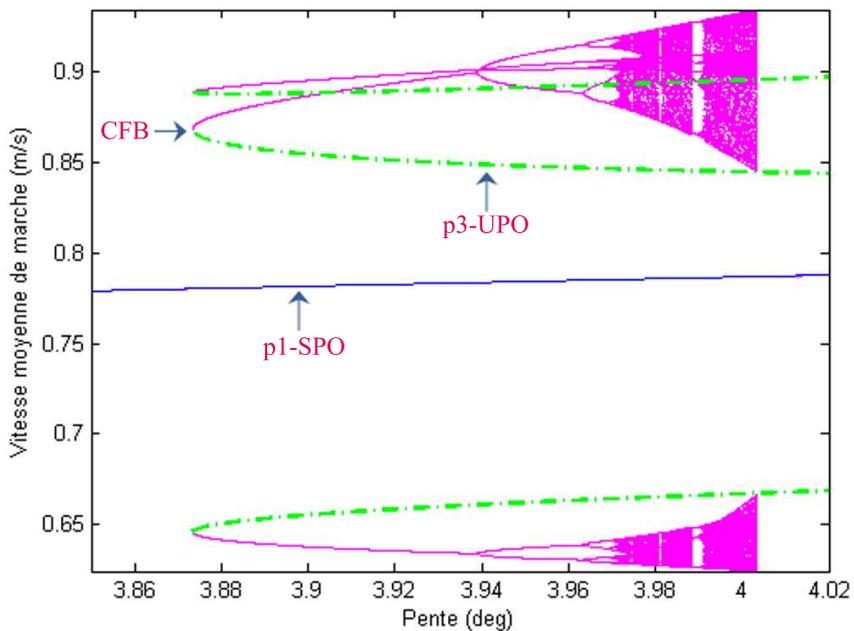


FIGURE 1.26 – Diagrammes de bifurcation : vitesse moyenne en fonction de l’angle de la pente  $\varphi$  pour  $\beta = 0.5$  et  $\mu = 0.5$ . Ce diagramme de bifurcation est un élargissement de celui de la Fig. 1.24.

En changeant l’angle de la pente dans un petit intervalle nous observons l’apparition d’une bifurcation ”cyclic-fold” (marqué par CFB). Ce phénomène a été tracé dans la Fig. 1.25 et la Fig. 1.26. En effet, le deux cycles de marche stable (trait plein rose) et instable (ligne verte en

pointillés) sont de même période 3. Ils se rencontrent et se détruisent quand la pente atteint la valeur  $\varphi = \varphi_{CFB} = 3.8734^\circ$ .

Dans la suite nous explorons le chemin vers le chaos. En effet, les trajectoires de la marche du robot subissent une cascade de bifurcations de dédoublement de période (PD) lorsque la valeur de  $\varphi$  augmente. Par conséquent, la période de l'attracteur dédouble aussi jusqu'au tendre vers l'infini en ce moment un attracteur chaotique se forme. Le tracé de cette route vers le chaos est illustré sur la Fig. 1.27. Le cycle stable de la marche (de période 3) devient instable à  $\varphi = 3.9389^\circ$ , en ce moment une marche stable de période 6 apparaît. Ce cycle limite de période 6 devient instable à  $\varphi = 3.9633^\circ$ , où une marche dynamique passive stable de période 12 est générée. Le dédoublement de période continue (avec des périodes de 24, 48, ...,  $3 \times 2^k, \dots$ ) en augmentant l'angle de la pente un cycle limite de période infinie apparaît et il conduit au chaos.

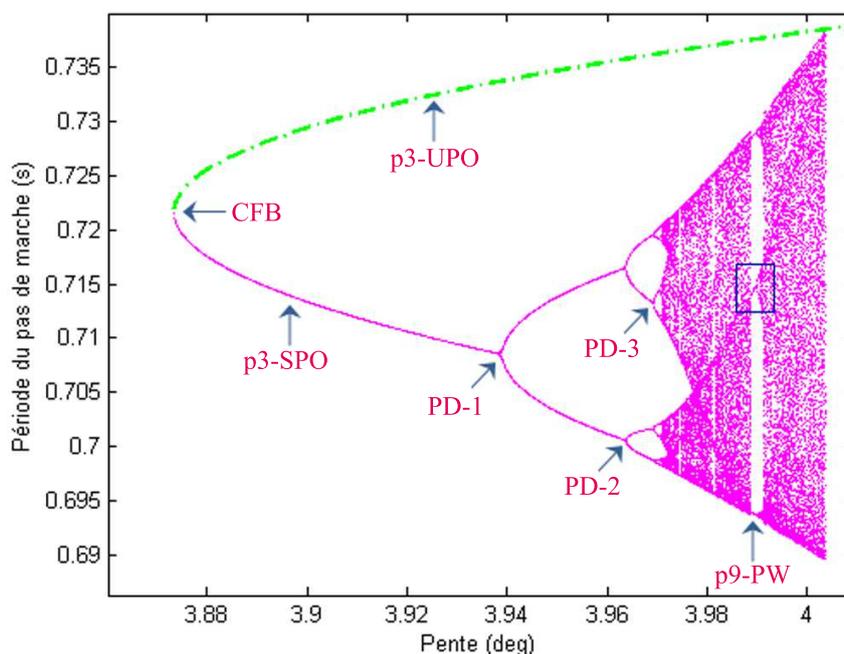


FIGURE 1.27 – Diagrammes de bifurcation : période d'un pas de marche en fonction de l'angle de la pente pour  $\beta = 0.5$  et  $\mu = 0.5$ . Ce diagramme de bifurcation est un élargissement de la partie centrale du diagramme de bifurcation de la Fig. 1.25.

### 1.4.3 Contribution n°03 : Intermittence et crises dans la marche dynamique passive et semi-passive

Dans cette partie nous nous intéressons à l'exploration de nouvelles routes vers le chaos<sup>3</sup> dans la marche dynamique passive et semi-passive des robot bipèdes. Nous avons montré précédemment que la route vers le chaos dans la marche dynamique passive et semi-passive du robot bipède est produite par des dédoublements de période en descendant des surfaces inclinées. Dans cette partie nous montrerons l'existence d'autres routes vers le chaos. Les travaux résultants se résument en deux parties à savoir :

- Intermittence et crise intérieure dans la dynamique de la marche bipède [Gritli *et al.* 2012a]

3. Afin de mieux comprendre ces nouveaux phénomènes étranges nous nous référons à une description détaillée des outils nécessaires dans [Hassène Gritli 2014] tels que des notions sur les différents types de bifurcations globales des cycles limites, les différentes routes vers le chaos etc...

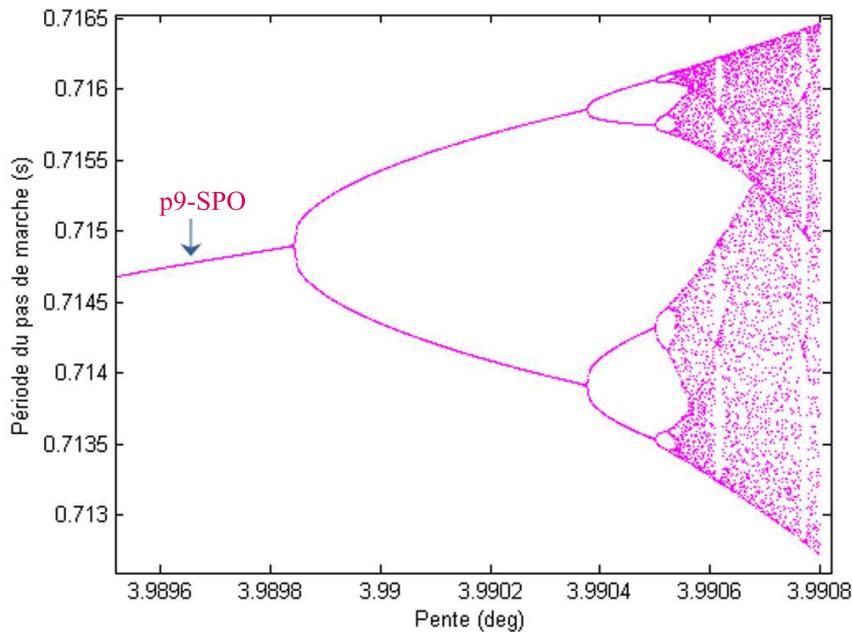


FIGURE 1.28 – Diagrammes de bifurcation : période d’un pas de marche en fonction de l’angle de la pente pour  $\beta = 0.5$  et  $\mu = 0.5$ . Ce diagramme de bifurcation est un agrandissement de la zone bleue rectangulaire dans le diagramme de bifurcation de la Fig. 1.27. Certaines fenêtres de périodicité apparaissent.

– Crise frontière dans la dynamique de la marche bipède [Gritli *et al.* 2011d, Gritli *et al.* 2012c]

#### 1.4.3.1 Intermittence et crise intérieure dans la dynamique de la marche bipède

Les analyses numériques effectuées dans cette section montrent qu’il existe deux routes vers le chaos générées par une intermittence et par l’intermédiaire d’une crise intérieure. Nous nous intéressons essentiellement au cas des cycles passifs du robot bipède de type compas. Il a été montré dans les sections précédentes que le régime chaotique du robot compas présente des fenêtres de périodicité (Fig. 1.8 et la Fig. 1.19). Nous avons procédé à l’élargissement de la région indiquée par la flèche rouge sur le diagramme de bifurcation de la Fig. 1.8 et la Fig. 1.19. Les résultats ont été illustré dans la Fig. 1.29 et la Fig. 1.30. L’attracteur peut être soit périodique, soit chaotique pour cet intervalle étroit de pentes. A cet effet nous avons encore détaillé les analyses à travers l’élargissement du rectangle rouge dans la Fig. 1.29 (resp. Fig. 1.30). Nous obtenons les tracés des Figs. 1.31 et 1.32. Le tracé de la variation des plus grands exposants de Lyapunov, des deux robots, en fonction de la pente  $\varphi$  est illustré dans Figs. 1.33 et 1.34. Enfin, les Figs. 1.35 et 1.36 visualisent la dimension fractale de Lyapunov.

**Bifurcation ”cyclic-fold” et intermittence** La bifurcation ”cyclic-fold” (CFB ou encore *Saddle-Node Bifurcation* SNB dans la Fig. 1.29) détectée pour le robot bipède de type compas marque le début d’une ”fenêtre périodique”. En ce point de bifurcation (coincidant avec  $\varphi_{SNB} = 5.142894^\circ$ ) se crée simultanément un attracteur périodique de période 7 (p-7 SPO) et d’une orbite périodique instable de même période (p-7 UPO). Au point SNB, il y a une perte de stabilité de la marche périodique stable p-7 et la marche dynamique passe d’une oscillation périodique à un régime chaotique sans développer une cascade de doublement de période. Cette route vers le chaos est connue sous le nom d’intermittence de type-I.

Les mêmes résultats ont été observé pour le cas de la marche dynamique semi-passive du robot bipède actionné par le tronc. Sauf que, la bifurcation ”cyclic-fold” crée dans ce cas une orbite stable

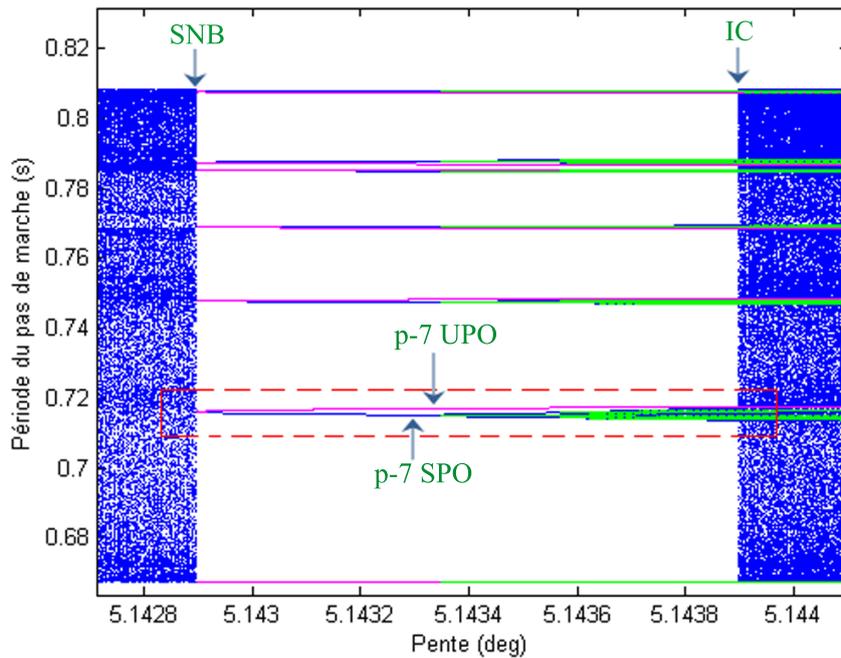


FIGURE 1.29 – Diagramme de bifurcation pour le robot bipède de type compas : agrandissement de la zone indiquée par la flèche rouge sur la Fig. 1.8.

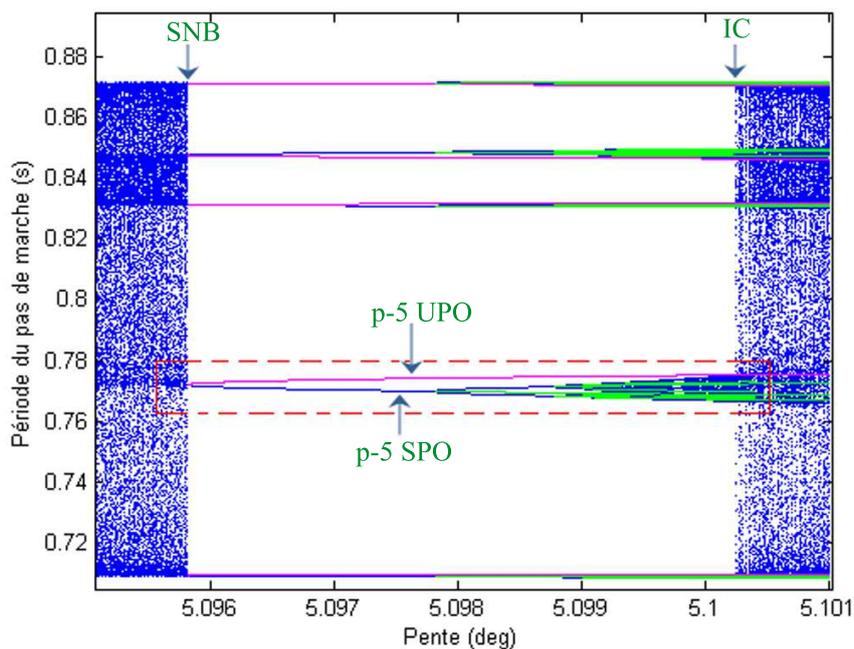


FIGURE 1.30 – Diagramme de bifurcation pour le robot bipède actionné par un torse : élargissement de la zone indiquée par la flèche rouge sur la Fig. 1.19.

de période 5 (p-5 SPO) et une orbite périodique instable ayant la même période (p-5 UPO). Cette bifurcation (SNB) est illustrée dans la Fig. 1.30 et est générée à la pente  $\varphi_{SNB} = 5.09582^\circ$ .

**Crise intérieure** Lorsque le paramètre de bifurcation  $\varphi$  augmente, l'attracteur périodique p-7 (resp. p-5) de la marche dynamique passive du robot bipède de type compas (resp. de la marche dynamique semi-passive du robot bipède actionné par un tronç) subit une cascade de

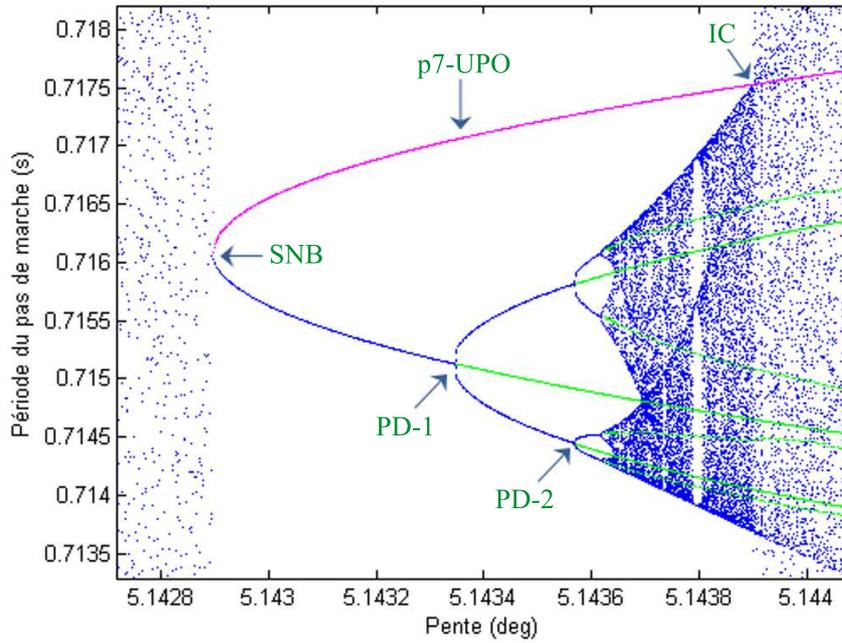


FIGURE 1.31 – Élargissement de la zone rectangulaire rouge dans le diagramme de bifurcation de la Fig. 1.29.

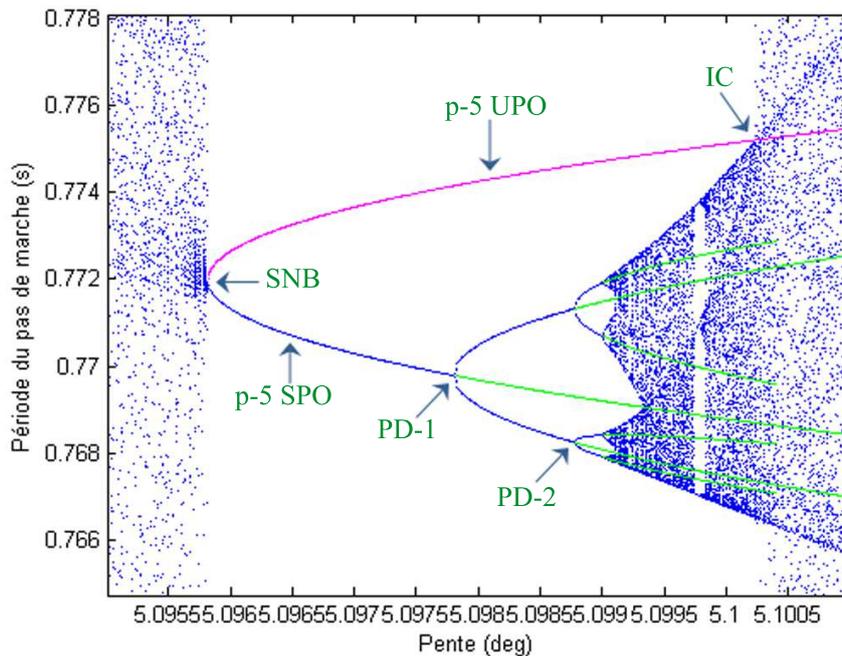


FIGURE 1.32 – Élargissement de la zone rectangulaire rouge dans le diagramme de bifurcation de la Fig. 1.30.

bifurcations de dédoublement de période. Par conséquent la période de l'attracteur sera doublée successivement. La Fig. 1.31 et Fig. 1.32 illustrent la première (PD-1) et la seconde (PD-2) bifurcation de dédoublement de période et les orbites périodiques instables (lignes vertes). Lorsque la période de l'attracteur tend vers l'infini, le chaos est formé et est localisé dans 7 (resp. 5) bandes distinctes dans le diagramme de bifurcation de la Fig. 1.29 (resp. Fig. 1.30). Quant la valeur de la pente atteint  $\varphi_{IC} = 5.143895^\circ$  (resp.  $\varphi_{IC} = 5.10023^\circ$ ), l'attracteur chaotique entre en collision avec la p-7 (resp. p-5) UPO créé au point SNB. On dit qu'il y

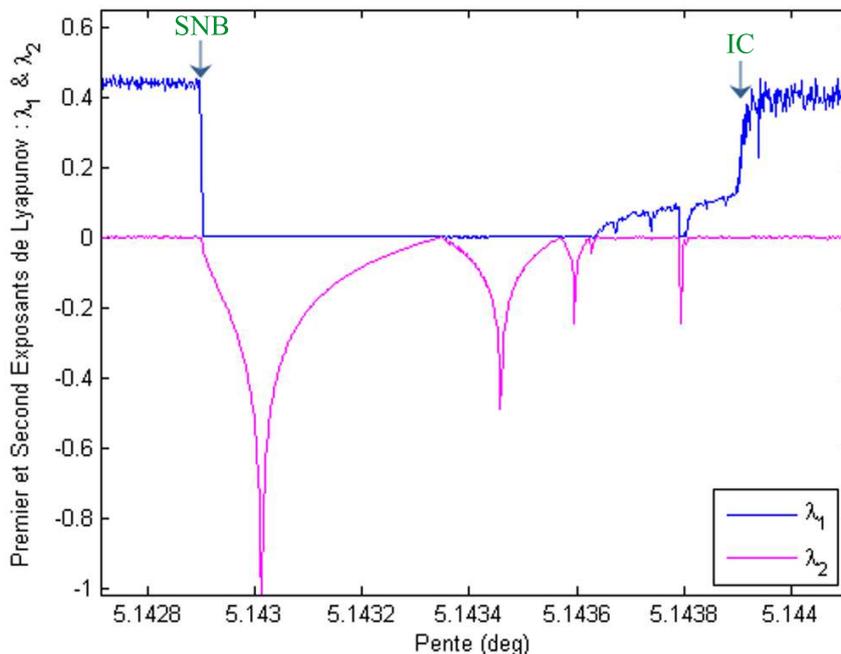


FIGURE 1.33 – Variation des deux plus grands exposants de Lyapunov,  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , en fonction de la pente  $\varphi$  pour le robot bipède de type compas.

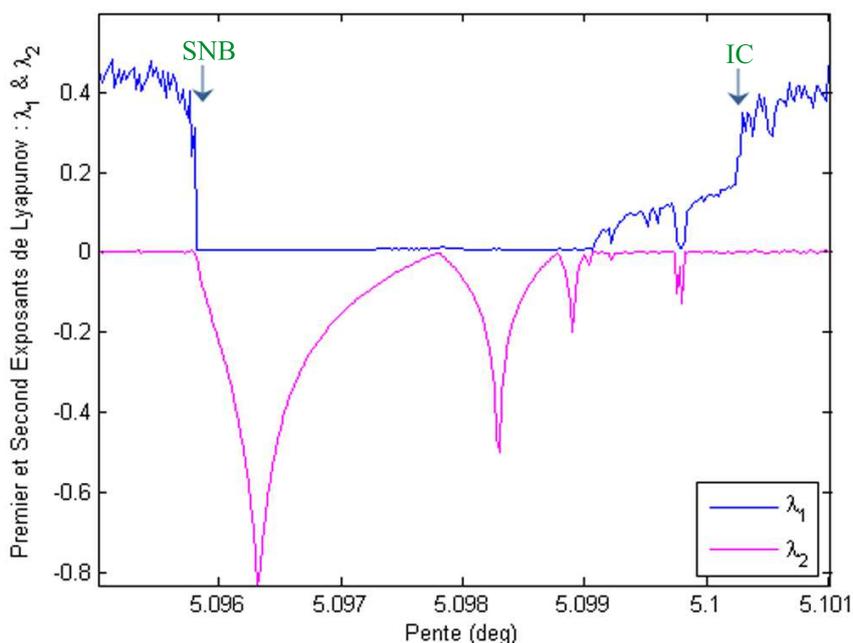


FIGURE 1.34 – Variation des deux plus grands exposants de Lyapunov,  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , en fonction de la pente  $\varphi$  pour le robot bipède actionné par le torse.

a apparition d'une "crise intérieure" indiquée par IC dans les deux Figs. 1.29 et 1.31 (resp. Figs. 1.30 et 1.32). Cette crise est un élargissement brusque de la taille de l'attracteur chaotique [Grebogi *et al.* 1983, Borotto *et al.* 2004a]. On note donc une nouvelle route vers le chaos dans la marche dynamique des deux robots bipèdes. Lors de la crise, il y a une augmentation soudaine de la "chaoticité" de l'attracteur. Pour cette raison, l'attracteur chaotique post-IC est désigné par l'attracteur chaotique fort et l'attracteur chaotique pré-IC est appelé "attracteur chaotique faible".

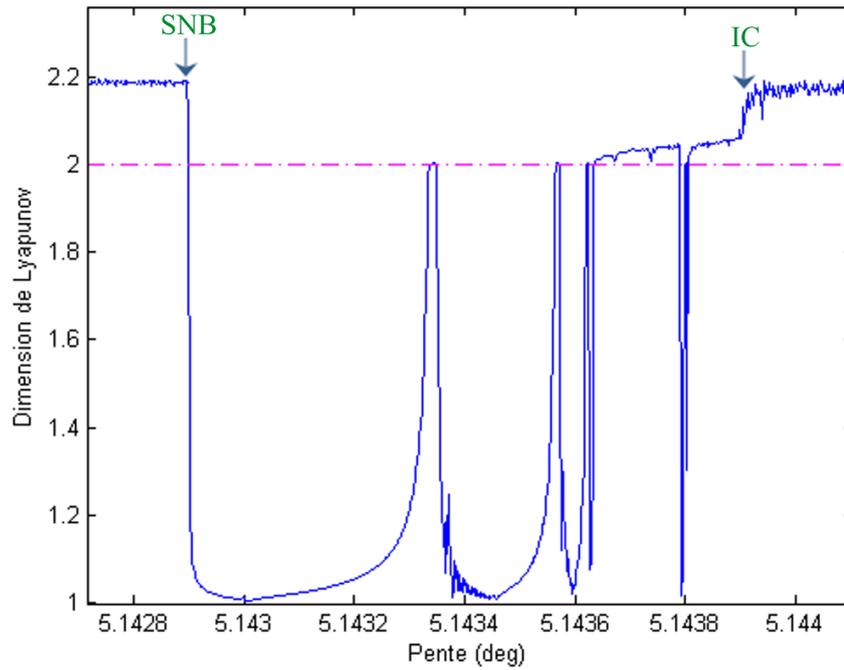


FIGURE 1.35 – Variation de la dimension fractale de Lyapunov en fonction de la pente  $\varphi$  pour le robot bipède de type compas.

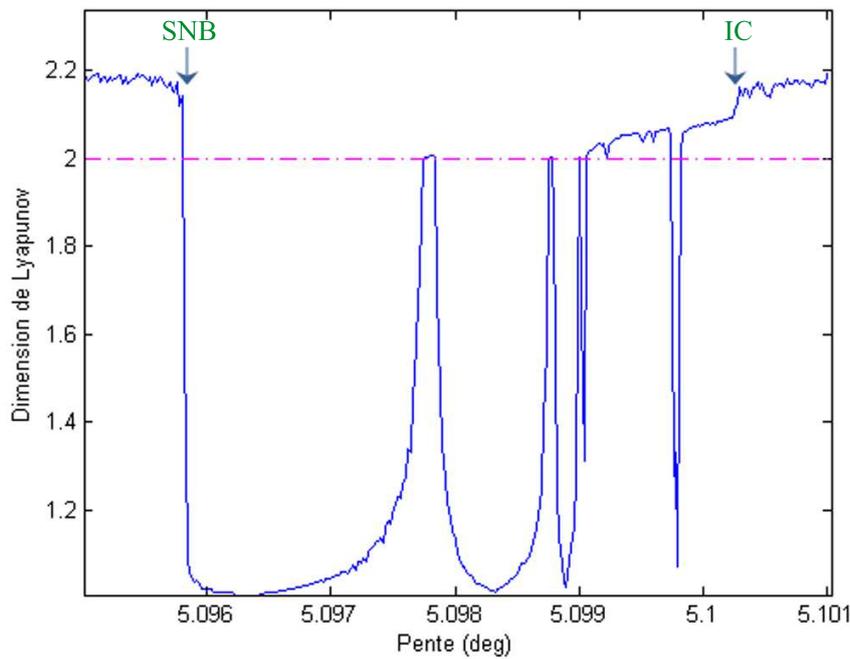


FIGURE 1.36 – Variation de la dimension fractale de Lyapunov en fonction de la pente  $\varphi$  pour le robot bipède actionné par le torse.

La valeur du plus grand exposant de Lyapunov  $\lambda_1$ , Figs. 1.33 et 1.34, et de la dimension fractale de Lyapunov, Figs. 1.35 et 1.36, changent brusquement à la SNB et à la IC. Par conséquent il y a une augmentation brusque dans le degré de la "chaoticité" de la dynamique hybride de la marche des deux robots bipèdes.

### 1.4.3.2 Contribution n°02 : La Crise frontière une route vers le chaos

Dans ce qui suit nous montrons une autre route vers le chaos à savoir la crise frontière. Cette dernière est considérée comme une bifurcation globale [Gritli *et al.* 2011d, Gritli *et al.* 2012c] va causer la chute des deux robots bipèdes. Pour caractériser un exemple d'une crise frontière double nous utilisons le cycle limite instable de période 3 qui est généré par la bifurcation "cyclic-fold".

**Crise frontière dans la marche dynamique passive** Dans cette étude, nous choisissons la pente  $\varphi$  comme paramètre de bifurcation dans le modèle mathématique de la locomotion passive du robot bipède de type compas.<sup>4</sup>

**Bifurcation en fonction de l'angle de la pente  $\varphi$**  La route traditionnelle, de la bifurcation de Flip, vers le chaos (attracteur bleu  $A_1$ ) est illustré dans la Fig. 1.37. Ce dernier est observé pour des pentes comprises entre  $0^\circ$  et  $5.201^\circ$  avec  $\beta = 0.5$ . Pour la valeur de ( $\varphi = 5.201^\circ$ ), l'attracteur disparaît soudainement et le robot bipède de type compas tombe pour les pentes supérieures et seulement des cycles de marche instables existent. Nous avons montré que le cycle de marche stable de période 3 a un rôle essentiel pour mieux expliquer ce phénomène. En effet, l'attracteur chaotique conduit par ce dernier cycle est détruit brusquement à  $\varphi = 4.0035^\circ$  avec l'orbite instable de période 3. Cet évènement est connu sous le nom de crise frontière (BC dans la Fig. 1.37). La collision de l'attracteur chaotique à sa frontière avec l'orbite périodique instable de période 3 (p-3 UPO) causent l'apparition de la crise frontière (la Fig. 1.37). Cette dernière détruit l'attracteur chaotique  $A_2$  et son bassin d'attraction. Par conséquent, seulement l'attracteur classique  $A_1$  survit. En continuant à varier l'angle de la pente nous signalons une deuxième crise frontière qui provoque à son tour la destruction brutale de l'attracteur  $A_1$ . Une telle crise appelée double<sup>5</sup> met fin à l'attracteur chaotique  $A_1$ , et par conséquent provoque la chute du robot bipède de type compas.

## 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre émanant de l'axe de recherche n°02, nos contributions s'articulent autour de l'analyse du chaos et de la bifurcation dans la marche dynamique des robots bipèdes planaires.

La première contribution consiste en l'analyse du chaos et des bifurcations dans la marche dynamique passive du robot bipède de type compas et la marche dynamique semi-passive du robot bipède actionné par un tronc en descendant des surfaces inclinées. Pour le bipède avec un tronc, nous avons conçu une commande semi-passive pour stabiliser le torse à une position désirée. Nous avons montré que ces deux modes de locomotion bipède génèrent la route vers le chaos par des dédoublements de période. Nous avons utilisés deux outils de quantifications du chaos à savoir : Les exposants de lyapunov et la dimension fractale.

La deuxième contribution réside dans la découverte de nouveaux cycles de la marche dynamique passive du robot bipède de type compas. Nous avons montré l'existence d'une bifurcation

4. Des résultats sur la détection d'une crise frontière ont été trouvés aussi en fonction du rapport des longueurs  $\beta = \frac{a}{l}$  dans [Gritli *et al.* 2013]

5. la disparition/apparition soudaine des deux attracteurs chaotiques aux deux points de crise nécessite la même p-3 UPO. Un tel évènement est appelé crise frontière double

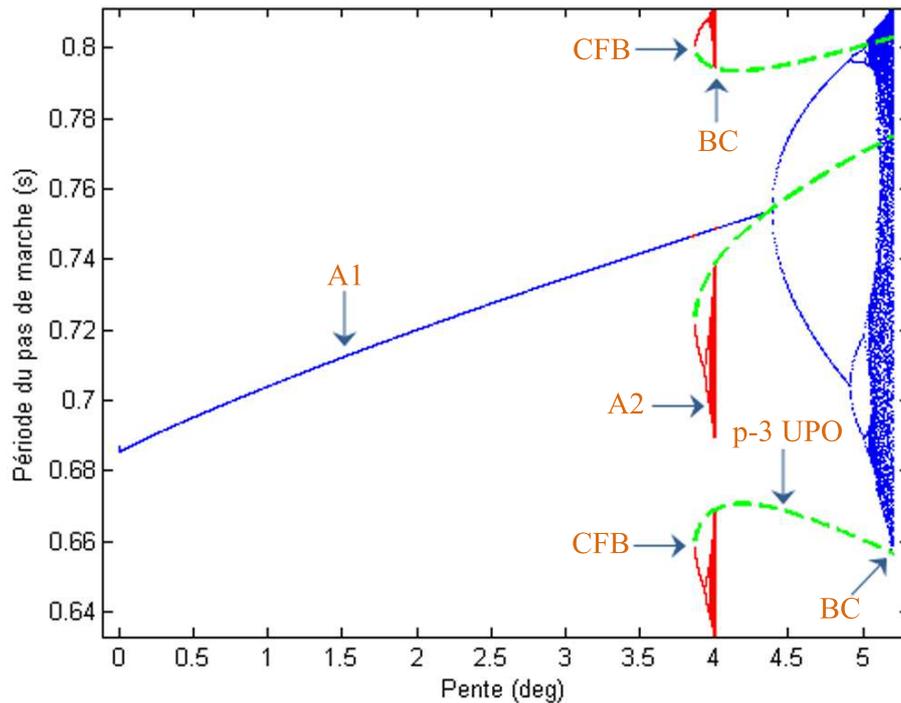


FIGURE 1.37 – Diagramme de bifurcation : période de pas de marche en fonction de la pente  $\varphi$ . L’attracteur en bleu  $A_1$  est le comportement classique généré par la marche dynamique passive du robot bipède de type compas. L’attracteur en rouge  $A_2$  est l’attracteur qui est généré par la bifurcation “cyclic-fold” (CFB) à laquelle une orbite périodique stable de période 3 entre en collision avec une orbite périodique instable de période 3 (p3-UPO ). Une telle p-3 UPO est responsable de la génération d’une crise frontière double (BC) qui est la cause principale de la chute du robot bipède de type compas.

”cyclic-fold” induisant la création des marches stables de période 3 et des marches instables de même période. Nous avons montré également que les cycles stables de période 3 subissent une route vers le chaos par dédoublements de période. Dans cette analyse, nous avons fait recours à la notion de la bifurcation par frôlement en utilisant ses contraintes associées afin de déterminer numériquement les nouveaux cycles de la marche passive. En plus de ces contraintes, nous avons utilisé la méthode de Davidchakck-Lai et la méthode de tir. Nous avons montré que les nouveaux cycles de la marche dynamique passive du robot bipède de type compas se produisent pour le même ensemble de paramètres qui donne les cycles classiques de période 1.

Dans la troisième contribution, et toujours pour la marche dynamique du robot bipède passif de type compas, nous avons exploré d’autres routes vers le chaos à savoir : la route par une intermittence et la route par une crise intérieure. Notre analyse a été réalisée, en plus des diagrammes de bifurcation, par l’intermédiaire des exposants de Lyapunov et de la dimension fractale de Lyapunov. Nous avons montré que la marche dynamique passive évolue pour tendre vers le chaos à travers une bifurcation ”cyclic-fold” et par conséquent par l’intermédiaire d’une intermittence de Type-I.

De plus, nous avons montré que la marche dynamique passive génère une bifurcation globale appelée crise frontière. En effet, le cycle de marche instable de période 3 créé à travers la bifurcation ”cyclic-fold” était la clé principale pour la caractérisation de la crise frontière. Nous avons démontré que cette crise permet de détruire les attracteurs chaotiques et leur bassin d’attraction, et par conséquent d’être la cause principale de la chute du robot compas.

## 1.6 Liste des Publications

### 1.6.1 Chapitres de livre

- 1 Gritli, H., Khraief, N., Belghith, S. : Further Investigation of the Period-Three Route to Chaos in the Passive Compass-Gait Biped Model, Handbook of Research on Advanced Intelligent Control Engineering and Automation, Ahmad Taher Azar and Sunddarapandian Vaidyanathan, editors. DOI : 10.4018/978-1-4666-7248-2.ch010 C, 2015 IGI Global

### 1.6.2 Publications dans des revues

- 1 Gritli, H., Belghith, S., Khraief, N. : Cyclic Fold Bifurcation And Boundary Crisis In Dynamic Walking Of Biped Robots. International Journal Of Bifurcation And Chaos, 22(10), Paper No. 1250257, 15 P. (2012) **Impact Factor = 0.921**
- 2 Gritli, H., Khraief, N., Belghith, S. : Period-three route to chaos induced by a cyclic-fold bifurcation in passive dynamic walking of a compass-gait biped robot. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 17(11), pp. 4356-4372 (2012) **Impact Factor = 2.773**
- 3 Gritli, H., Belghith, S., Khraief, N. : Intermittency and interior crisis as route to chaos in dynamic walking of two biped robots. International Journal of Bifurcation and Chaos, 22(3), Paper No. 1250056, 19 p. (2012) **Impact Factor = 0.921**

### 1.6.3 Communications dans des conférences nationales et internationales

- 1 Gritli, H., Khraief, N., Belghith, S. : Further Analysis of the Period-Three Route to Chaos in Passive Dynamic Walking of a Compass-Gait Biped Robot. The International Conference on Automation, Control, Engineering and Computer Science, Sousse, Tunisie (2014), pp 123-130
- 2 Gritli, H., Khraief, N., Belghith, S. : Falling of a Passive Compass-Gait Biped Robot Caused by a Boundary Crisis. The 4th Chaotic Modeling and Simulation International Conference (CHAOS2011). Crete, Greece, pp. 155-162 (2011)
- 3 Gritli, H., Khraief, N., Belghith, S. : Cyclic-fold bifurcation in passive bipedal walking of a compass-gait biped robot with leg length discrepancy. The IEEE International Conference on Mechatronics (IEEE ICM 2011). Istanbul, Turkey, pp. 851-856 (2011)
- 4 Gritli, H., Khraief, N., N., Belghith, S. : Semi-passive control of a torso-driven compass-gait biped robot : Bifurcation and chaos. The International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices (SSD 2011). Sousse, Tunisia, pp. 01-06 (2011)
- 5 Gritli, H., Khraief, N., Belghith, S. : A Period-Three Passive Gait Tracking Control for Bipedal Walking of a Compass-Gait Biped Robot. The IEEE International Conference on Communications, Computing and Control Applications (CCCA 2011). Hammamet, Tunisia, pp. 01-06 (2011)
- 6 Gritli, H., Khraief, N., Belghith, S. : Cyclic Fold Bifurcation Route to Chaos in Passive Bipedal Walking. The 7th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO 2010). Madeira, Portugal (2010)
- 7 Gritli, H., Khraief, N., Belghith, S. : Finding Limit Cycles for the Compass-Like Biped Robot Gait Basing on Grazing Bifurcation Concept. The 2nd International Conference on Computer and Automation Engineering, Singapore (2010)



# Observation et commande dans la marche dynamique des robots bipèdes planaires

---

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>101</b>
<b>2.2</b>	<b>Contribution n°01 : Observation et Commande pour la marche dynamique stable d'un robot bipède à 5 ddl</b>	<b>102</b>
2.2.1	Conception d'observateurs à modes glissants hybrides	102
2.2.2	Application : Commande de la marche dynamique d'un robot bipède planaire à 5 ddl	107
2.2.3	Résultats des simulations	110
<b>2.3</b>	<b>Contribution n°02 : Contrôle du Chaos dans la Marche Dynamique Passive du Robot Bipède de Type Compas</b>	<b>115</b>
2.3.1	Modèle linéaire du robot bipède de type compas	117
2.3.2	Application de Poincaré du modèle linéaire hybride	122
2.3.3	Détermination du point fixe de l'application de Poincaré	124
2.3.4	Stabilisation du point fixe et contrôle du chaos	125
2.3.5	Résultats de simulations	126
<b>2.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>127</b>
<b>2.5</b>	<b>Liste des Publications</b>	<b>129</b>
2.5.1	Liste des chapitres de livre	129
2.5.2	Liste des publications dans des revues	129
2.5.3	Liste des publications dans des conférences nationales et internationales	129

---

## 2.1 Introduction

Dans cette partie nous allons traité quelques problèmes autour de la commande et de l'observation dans la marche dynamique des robots bipèdes planaires. En effet, la dynamique de ces derniers peut être soumise à des contraintes unilatérales d'où les équations de mouvement seront régies par des équations différentielles ordinaires non linéaires couplés avec des équations aux différences. La transition entre la dynamique continue et discrète se fait lorsque le système atteint une surface dite surface de commutation ou surface de saut. Au moment de la transition il se produit une discontinuité en vitesse. Nous parlons ainsi des modèles dynamiques hybrides et impulsifs. Dans la suite nous présenterons deux contributions à savoir :

- Commande à base d'observateurs par modes glissants pour la marche dynamique stable d'un robot bipède à 5 ddl
- Contrôle du Chaos par la méthode OGY dans la Marche Dynamique Passive du Robot Bipède de Type Compas

## 2.2 Contribution n°01 : Observation et Commande pour la marche dynamique stable d'un robot bipède à 5 ddl

Dans cette section nous procédons à la conception d'un observateur non linéaire pour le contrôle de la dynamique hybride d'un robot bipède. L'application concerne le robot bipède à 5 d.d.l. Le problème de l'observation attire toujours l'intérêt de la communauté des automaticiens. En effet, durant l'étude d'un processus physique, la connaissance du vecteur d'état facilite sa description et la conception des entrées de commande pour agir sur son évolution. Toutefois, en pratique et pour des raisons de coût ou des raisons techniques, ces variables ne sont pas toujours accessibles ou mesurables. Pour remédier à ce problème une solution consiste en la mise en place des systèmes dynamiques auxiliaires, appelés observateurs, pour estimer (ou reconstruire) le vecteur d'états du système physique afin d'établir la loi de commande nécessaire. Une étude bibliographique détaillée sur les techniques d'observations a été établie dans le chapitre 1 de la thèse de mon thésard [Mohamed Mchiri2012]. Dans ce travail nous nous sommes focalisés sur les observateurs non linéaires par modes glissants. La contribution consiste en l'utilisation de ce types d'observateurs pour commander la dynamique hybride d'un robot bipède à 5 d.d.l.

### 2.2.1 Conception d'observateurs à modes glissants hybrides

Dans cette section nous allons utiliser la modélisation hybride exposée dans le chapitre précédent à la section 1.3.2. Le modèle complet est décrit par les équations suivantes :

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x).u & , & x \notin S \\ x^+ = \Delta(x^-) & , & x \in S \end{cases} \quad (2.1)$$

Dans la suite nous donnons l'expression de l'observateur proposé ainsi qu'une preuve de convergence. Posons  $y = x_1 = q, x_2 = \dot{q}$ . Soient  $\hat{q} = \hat{x}_1 \in \mathbb{R}^n$  et  $\hat{v} = \hat{x}_2 \in \mathbb{R}^n$  les états estimés respectivement de la position  $q = x_1$  et de la vitesse  $v = \dot{q} = x_2$ . Les signaux d'erreurs sont définis comme suit :

- L'erreur d'observation en position :

$$e_1 = \hat{x}_1 - x_1 \quad (2.2)$$

- La dérivée par rapport au temps de l'erreur d'observation en position :

$$\dot{e}_1 = \dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_1 \quad (2.3)$$

- L'erreur d'observation en vitesse :

$$e_2 = \hat{x}_2 - x_2 \quad (2.4)$$

- Le signal  $r(t) \in \mathbb{R}^n$  donné par :

$$r(t) = \alpha e_1(t) + e_2(t) \quad (2.5)$$

où  $\alpha$  est un scalaire positif choisi suffisamment grand afin de vérifier que  $sign(r(t)) = sign(e(t)), \forall t \geq 0$ . Supposons que les vecteurs position et vitesse sont bornés en temps, choisissons  $\alpha$  tel que  $\alpha > \frac{\rho_2}{\rho_1}$  où  $\rho_2 = \|e_2\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |e_{2,i}|$  et  $\rho_1 = \|e_1\|_\infty = \min_{1 \leq i \leq n} |e_{1,i}|$ . Pour ce choix de  $\alpha$ , l'ensemble de points  $(e_1, e_2)$  tel que le signal  $r = 0$  (c.à.d  $\alpha.e_1 = -e_2$ ) n'est autre que le singleton  $\{0, 0\}$ .

L'observateur que nous avons proposé possède  $e_1(t)$  comme vecteur d'entrée,  $w(t) = \dot{\hat{x}}_1(t)$  comme vecteur d'état et la vitesse estimée  $\hat{v}(t) = \hat{x}_2(t)$  comme vecteur de sortie. La dynamique de l'observateur est décrite par les équations suivantes :

$$\dot{w}(t) = -M^{-1}(y).[C(y, \hat{v}).\hat{v} + G(y) - B(y).u] - \beta_2.e_1 - \beta_3.sign(e_1) \quad (3.13.a)$$

$$\hat{v}(t) = w(t) - (\alpha + \beta_1).e_1 \quad (3.13.b)$$

$$w(t_i^+) = Z(e, y(t_i)).[w(t_i^-) - (\alpha + \beta_1).e_1(t_i^-)] + (\alpha + \beta_1).e_1(t_i^-) , \quad i \in N \quad (3.13.c)$$

où  $sign(x) = [sign(x_1) \dots sign(x_n)]^T$  est la fonction signe usuelle,  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  sont des gains scalaires positifs et  $Z(e, y(t_i))$  est la matrice qui définit la relation entre les vitesses post-impact et pré-impact est donnée par l'expression suivante [Menn 02] :

$$\dot{q}(t_i^+) = Z(e, q(t_i)).\dot{q}(t_i^-) \quad (2.6)$$

où :

$$Z(e, q) := I_n - \frac{(1 + e)}{J(q).M^{-1}(q).J^T(q)}.M^{-1}(q).J^T(q).J(q) \quad (2.7)$$

L'observateur (3.13) doit assurer une convergence asymptotique des erreurs en position et en vitesse du système (2.1). Cet observateur est composé de deux expressions, à savoir : une dynamique continue et une relation de discontinuité qui exprime le saut en vitesses post et pré-impact. La démonstration de convergence est basée sur la méthode de Lyapunov. Elle sera divisée en deux étapes : la première pour la dynamique continue et la deuxième pour la dynamique discontinue. A cet effet nous aurons besoin des hypothèses suivantes :

### ***Hypothèse 3.1***

Les conditions initiales du vecteur d'état  $[q^T(t_0) \quad \dot{q}^T(t_0)]^T$  et le signal d'entrée  $u(t)$  du système (2.1) sont choisis tels que les vecteurs de position et de vitesse sont bornés en temps, c.à.d qu'il existe deux constantes positives  $k_q, k_v > 0$  tels que  $\|q(t)\| < k_q$  et  $\|\dot{q}(t)\| < k_v, \forall t \geq t_0$ . Sous ces conditions, les propriétés de la matrice d'inertie  $M(\cdot)$  (continuité et inversibilité) et les propriétés de la matrice de forces de coriolis et centrifuges  $C(\cdot, \cdot)$  (continuité et linéarité), il existe deux constantes positives  $k_1, k_2$  tel que :

$$\|M^{-1}(y(t)).C(y(t), x_2(t))\| \leq k_1 , \quad \forall t \geq t_0 , \quad (2.8)$$

$$\|M^{-1}(y(t)).C(y(t), \hat{x}_2(t))\| \leq k_2.k_v + k_2.\|\tilde{v}_2(t)\| , \quad \forall t \geq t_0 \quad (2.9)$$

où  $\|\tilde{v}_2(t)\| = \|\hat{v}(t) - v(t)\| = \|\hat{x}_2(t) - x_2(t)\|$  est l'erreur d'observation en vitesse.

### ***Hypothèse 3.2***

Le vecteur des perturbations  $\Delta(t, q, \dot{q})$  est assumé être borné. De ce fait et en utilisant les propriétés de la matrice d'inertie  $M(\cdot)$  (continuité et inversibilité), on suppose qu'il existe une constante positive  $\mu$  tel que :

$$\|M^{-1}(y).d(t, y, x_2)\| < \mu \quad (2.10)$$

### ***Hypothèse 3.3***

La matrice  $Z(e, q)$  satisfait la propriété suivante :

$$\|Z(e, q)\| \leq 1 , \quad \forall e \in [0, 1] , \quad \forall q \in \partial\mathfrak{R} \quad (2.11)$$

où  $\|\cdot\|$  est la norme matricielle cartésienne.

Nous aboutissons au théorème suivant qui montre la stabilité du système d'erreurs d'observation en position et en vitesse :

### **Théorème 3.1**

Sous les hypothèses 3.1, 3.2 et 3.3, l'erreur d'estimation du vecteur d'état (position et vitesse) entre le système (2.1) et l'observateur 3.13 tend asymptotiquement localement vers zéro si les

conditions suivantes sont vérifiées :

$$\begin{cases} \beta_1 > \theta \\ \beta_2 > \alpha \cdot \theta - \beta_1^2 \\ \beta_3 > \mu \end{cases} \quad (2.12)$$

avec  $\theta = k_1 + k_2 \cdot k_v$

### Preuve

Pour effectuer l'analyse de la convergence de l'observateur 3.13 nous divisons l'intervalle du temps en deux parties :

1. Nous étudions la convergence du système d'erreurs d'observation dans un intervalle qui sépare deux instants d'impacts consécutifs, c.à.d  $t \in ]t_i, t_{i+1}[$ , où  $t_i$ ,  $i \in N$  est un instant d'impact.
2. Nous examinons la convergence des erreurs d'observations pour chaque instant d'impact c.à.d pour tout  $t = t_i$ ,  $i \in N$ .

Pour tout  $t \neq t_i$ ,  $i \in N$ , soit la dynamique continue du système (2.1) et l'observateur 3.13. En utilisant le système (2.2) et l'observateur 3.13, la dynamique des erreurs s'écrit :

- erreur en position :

$$\dot{e}_1 = \dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_1 = w - v = \hat{v} - v + (\alpha + \beta_1) \cdot e_1 = e_2 + (\alpha + \beta_1) \cdot e_1 \quad (2.13)$$

- erreur en vitesse :

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 &= \dot{\hat{v}} - \dot{v} = \dot{w} - (\alpha + \beta_1) \cdot \dot{e}_1 - \dot{v} \\ &= -(M(y))^{-1} \cdot [C(y, \hat{v}) \cdot \hat{v} - C(y, v) \cdot v - d(t, y, v)] \\ &\quad - \beta_2 \cdot e_1 - \beta_3 \cdot \text{sign}(e_1) - (\alpha + \beta_1) \cdot \dot{e}_1 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Si nous ajoutons et nous retranchons le même terme  $C(y, v) \cdot \hat{v}$  dans (2.14) ensuite nous appliquons la propriété suivante :  $C(q, x) \cdot y = C(q, y) \cdot x$ ,  $\forall (x, y) \in R^n \times R^n$  (donc  $C(y, v) \cdot \hat{v} = C(y, \hat{v}) \cdot v$ ), nous aboutissons à :

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 &= \dot{\hat{v}} - \dot{v} = \dot{w} - (\alpha + \beta_1) \cdot \dot{e}_1 - \dot{v} \\ &= -(M(y))^{-1} \cdot [C(y, \hat{v}) + C(y, v)] \cdot e_2 + (M(y))^{-1} \cdot d(t, y, v) \\ &\quad - \beta_2 \cdot e_1 - \beta_3 \cdot \text{sign}(e_1) - (\alpha + \beta_1) \cdot \dot{e}_1 \end{aligned} \quad (2.15)$$

En considérant l'équation (2.5), la dérivée première par rapport au temps du signal  $r(t)$  donne :

$$\dot{r}(t) = \alpha \cdot \dot{e}_1(t) + \dot{e}_2(t) \quad (2.16)$$

Remplaçons (2.15) dans (2.16), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{r} &= -(M(y))^{-1} \cdot [C(y, \hat{v}) + C(y, v)] \cdot e_2 + (M(y))^{-1} \cdot d(t, y, v) \\ &\quad - \beta_2 \cdot e_1 - \beta_3 \cdot \text{sign}(e_1) - \beta_1 \cdot \dot{e}_1 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Or on a :

$$\dot{e}_1 = \dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}_1 = w - v = \hat{v} - v + (\alpha + \beta_1) \cdot e_1 = e_2 + \alpha \cdot e_1 + \beta_1 \cdot e_1, \quad (2.18)$$

Ainsi, remplaçons dans (2.17)  $\dot{e}_1$  par  $r + \beta_1.e_1$  et  $e_2$  par  $r - \alpha.e_1$ , nous écrivons :

$$\begin{aligned} \dot{r} = & -(M(y))^{-1}.[C(y, \hat{v}) + C(y, v)].r \\ & +(M(y))^{-1}.[C(y, \hat{v}) + C(y, v)].\alpha.e_1 \\ & +(M(y))^{-1}.d(t, y, v) - \beta_2.e_1 - \beta_3.sign(e_1) - \beta_1.r - \beta_1^2.e_1 \end{aligned} \quad (2.19)$$

La convergence de l'erreur d'estimation du vecteur d'état (position et vitesse) vers (0,0) sera examinée par le biais de la méthode de Lyapunov. Ainsi, considérons une fonction de Lyapunov quadratique définie positive qui regroupe en même temps les dynamiques de l'erreur d'observation en position et celle en vitesse. La fonction proposée est de la forme :

$$V(t) = \frac{1}{2}r(t)^T r(t) \quad (2.20)$$

La première dérivée par rapport au temps de (2.20) donne :

$$\dot{V} = r^T . \dot{r} \quad (2.21)$$

Nous utilisons (2.19), pour écrire l'équation (2.21) comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -r^T.(M(y))^{-1}.[C(y, \hat{v}) + C(y, v)].r \\ & +r^T.(M(y))^{-1}.[C(y, \hat{v}) + C(y, v)].\alpha.e_1 \\ & +r^T.(M(y))^{-1}.d(t, y, v) - r^T.\beta_2.e_1 - r^T.\beta_3.sign(e_1) \\ & -r^T.\beta_1.r - r^T.\beta_1^2.e_1 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Le choix de  $\alpha$  a été effectué de telle sorte que les signaux  $r(t)$  et  $e_1(t)$  aient le même signe (càd  $sign(r(t)) = sign(e_1(t)), \forall t \geq 0$ ) c'ad  $r^T.e_1 = |r| . |e_1|$ . Cette propriété sera donc introduite dans l'équation (2.22) où l'on pourra l'utiliser. D'où :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -r^T.(M(y))^{-1}.[C(y, \hat{v}) + C(y, v)].r \\ & +\alpha.r^T.(M(y))^{-1}.[C(y, \hat{v}) + C(y, v)].e_1 \\ & +r^T.(M(y))^{-1}.d(t, y, v) - \beta_2. |r^T| . |e_1| \\ & -\beta_3.r^T.sign(r) - r^T.\beta_1.r - \beta_1^2. |r^T| . |e_1| \end{aligned} \quad (2.23)$$

En introduisant la propriété  $sign(x).x = |x|$  dans l'équation (2.23), nous aurons :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -r^T.(M(y))^{-1}.[C(y, \hat{v}) + C(y, v)].r \\ & +\alpha.r^T.(M(y))^{-1}.[C(y, \hat{v}) + C(y, v)].e_1 \\ & +r^T.(M(y))^{-1}.d(t, y, v) - \beta_2. |r|^T . |e_1| \\ & -\beta_3. \sum_{i=1}^n |r_i| - r^T.\beta_1.r - \beta_1^2. |r|^T . |e_1| \end{aligned} \quad (2.24)$$

Sous les hypothèses 3.1 et 3.2, la dérivée de la fonction de Lyapunov donnée par (2.20) peut être majorée de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & + \|r\|^2 . (k_1 + k_2.k_v + k_2. \|\tilde{v}(t)\|) \\ & +\alpha.(k_1 + k_2.k_v + k_2. \|\tilde{v}(t)\|) . \|r\| . \|e_1\| \\ & +\mu. \|r\| - \beta_2. \|r\| . \|e_1\| \\ & -\beta_3. \|r\| - \beta_1. \|r\|^2 - \beta_1^2. \|r\| . \|e_1\| \end{aligned} \quad (2.25)$$

En remplaçant  $k_1 + k_2.k_v$  par le terme positif  $\theta$ , nous obtenons l'inégalité suivante :

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\|r\|^2 \cdot [\beta_1 - (\theta + k_2 \cdot \|\tilde{v}(t)\|)] \\ & -\|r\| \cdot \|e_1\| \cdot [\beta_2 - (\alpha \cdot (\theta + k_2 \cdot \|\tilde{v}(t)\|) - \beta_1^2)] \\ & -\|r\| \cdot (\beta_3 - \mu) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Finalement, en considérant un voisinage de la surface de glissement définie par  $e_1 = e_2 = \dot{e}_1 = 0$  et si les gains scalaires  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  sont tels que imposés par le théorème 3.1, alors la dérivée de la fonction de Lyapunov est semi-définie négative dans ce voisinage. Ainsi, en utilisant le principe d'invariance de Lasalle et par l'équation (2.26), la dérivée première de la fonction de Lyapunov est nulle ce qui implique que ( $r = 0$ ). Or, comme nous l'avons déjà indiqué, le scalaire  $\alpha$  a été choisi de telle sorte que l'ensemble  $\{(e_1, e_2) | r = 0\} = \{0, 0\}$  ce qui garantie une convergence asymptotique locale de  $(e_1(t), e_2(t))$  vers  $(0, 0)$ . Autrement, après un temps fini  $t_1$ , on aura :  $e_1(t) = 0$ , et  $e_2(t) = 0$ ,  $\forall t \geq t_1$  et pour tout  $t \neq t_i$ .

Nous considérons maintenant les instants d'impact, c'est-à-dire à l'instant  $t = t_i$  : temps d'impact. Nous avons aussi bien une fonction de Lyapunov non croissante. Nous allons démontrer dans la suite que pour tout  $t = t_i$ ,  $i \in N$ , on a  $V(t_i^+) \leq V(t_i^-)$ .

L'observateur conçu présente un saut (*Switch*) à chaque instant d'impact, c.à.d qu'une discontinuité se présente au niveau de la vitesse du système au moment d'impact. En effet, par l'équation (2.51b) et pour tout  $t = t_i$ ,  $i \in N$ , on peut écrire :

$$\hat{v}(t_i^+) = w(t_i^+) - (\alpha + \beta_1) \cdot e_1(t_i^+) \quad (2.27)$$

Or, comme il a été déjà mentionné, puisque l'impact n'altère pas les positions, on a donc :  $q(t_i^+) = q(t_i^-) = q(t_i)$  et  $\hat{q}(t_i^+) = \hat{q}(t_i^-) = \hat{q}(t_i)$ . D'où :

$$e_1(t_i^+) = e_1(t_i^-) = e_1(t_i) \quad (2.28)$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} \hat{v}(t_i^+) &= w(t_i^+) - (\alpha + \beta_1) \cdot e_1(t_i^+) \\ &= Z(e, y(t_i)) \cdot [w(t_i^-) - (\alpha + \beta_1) \cdot e_1(t_i)] + (\alpha + \beta_1) \cdot e_1(t_i) - (\alpha + \beta_1) \cdot e_1(t_i) \\ &= Z(e, y(t_i)) \cdot [w(t_i^-) - (\alpha + \beta_1) \cdot e_1(t_i)] \\ &= Z(e, y(t_i)) \cdot \hat{v}(t_i^-) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Par la suite, en utilisant (2.4) et (2.29), on aura :

$$\begin{aligned} e_2(t_i^+) &= \hat{v}(t_i^+) - v(t_i^+) = Z(e, y(t_i)) \cdot \hat{v}(t_i^-) - Z(e, y(t_i)) \cdot v(t_i^-) \\ &= Z(e, y(t_i)) \cdot e_2(t_i^-) \end{aligned} \quad (2.30)$$

En utilisant (2.20), (2.27) et (2.29), nous pouvons écrire les deux fonctions de Lyapunov post-impact et pré-impact. En effet,

$$\begin{aligned} V(t_i^+) &= \frac{1}{2} r(t_i^+)^T \cdot r(t_i^+) = \frac{1}{2} (r(t_i^+))^2 \\ &= \frac{1}{2} |e_2(t_i^+) + \alpha \cdot e_1(t_i)|^2 \\ &= \frac{1}{2} [(e_2(t_i^+))^2 + \alpha^2 \cdot e_1(t_i)^2 + 2 \cdot \alpha |e_2(t_i^+)| \cdot |e_1(t_i)|] \\ &= \frac{1}{2} [(e_2^T(t_i^+) \cdot e_2(t_i^+) + \alpha^2 \cdot e_1(t_i)^2 + 2 \cdot \alpha |e_2(t_i^+)| \cdot |e_1(t_i)|] \\ &= \frac{1}{2} [(e_2^T(t_i^-) \cdot Z^T(e, y(t_i)) \cdot Z(e, y(t_i)) \cdot e_2(t_i^-) + \alpha^2 \cdot e_1(t_i)^2) \\ &\quad + 2 \cdot \alpha \cdot |Z(e, y(t_i))| \cdot |e_2(t_i^-)| \cdot |e_1(t_i)|] \end{aligned} \quad (2.31)$$

Or d'après l'hypothèse 2.3, on a  $\|Z(e, q)\| \leq 1$  ,  $\forall e \in [0, 1]$  ,  $\forall q \in \partial\mathcal{R}$  , d'où :

$$\begin{aligned}
 V(t_i^+) &= \frac{1}{2}[(e_2^T(t_i^-) \cdot Z^T(e, y(t_i)) \cdot Z(e, y(t_i)) \cdot e_2(t_i^-) + \alpha^2 \cdot e_1(t_i))^2 \\
 &\quad + 2 \cdot \alpha \cdot |Z(e, y(t_i))| \cdot |e_2(t_i^-)| \cdot |e_1(t_i)|] \\
 &\leq \frac{1}{2}[(e_2^T(t_i^-) \cdot e_2(t_i^-) + \alpha^2 \cdot e_1(t_i))^2 + 2 \cdot \alpha \cdot |e_2(t_i^-)| \cdot |e_1(t_i)|] \\
 &\leq \frac{1}{2}[(e_2(t_i^-))^2 + \alpha^2 \cdot e_1(t_i)^2 + 2 \cdot \alpha \cdot |e_2(t_i^-)| \cdot |e_1(t_i)|] \\
 &\leq \frac{1}{2}[(e_2(t_i^-) + \alpha \cdot e_1(t_i))^2] \\
 &\leq \frac{1}{2}(r(t_i^-))^2 \\
 &\leq V(t_i^-)
 \end{aligned}
 \tag{2.32}$$

Nous concluons que par les équations (2.26) et (2.32) et si les gains  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  de l'observateur (3.13) sont tels que imposés par le théorème 2.3, nous garantissons une convergence asymptotique locale des erreurs d'observation de  $e_1(t)$  (position) et  $e_2(t)$  (vitesse) vers zéro.

### 2.2.2 Application : Commande de la marche dynamique d'un robot bipède planaire à 5 ddl

Dans cette section nous choisissons le modèle d'un robot bipède planaire à 5 d.d.l illustré dans la Fig. 2.1 pour tester l'efficacité de l'observateur hybride définie précédemment.

Les équations de mouvements et tous les paramètres du robot sont donnés en détails dans le

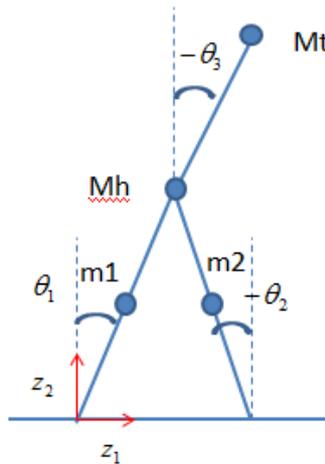


FIGURE 2.1 – Schéma cinématique d'un robot bipède à 5 d.d.l

chapitre 4 de la thèse de [Mohamed Mchiri2012].

#### 2.2.2.1 De l'observateur hybride vers la commande de la marche dynamique stable

**Planification des trajectoires de la marche** L'organigramme de la figure 2.2 illustre la stratégie de commande adoptée pour le robot bipède. L'objectif de la commande consiste en un suivi d'une trajectoire de référence. Cette dernière décrit le mouvement d'une marche périodique stable (les conditions finales de la jambe d'appui doivent être égales aux conditions initiales de la jambe de balancement et vice-vers-ça et les vitesses de chaque articulation s'annulent à la fin de chaque période de marche). Les équations relatives à ces trajectoires sont données par :

$$q_{1d}(t) = q_{10} - (q_{20} + q_{10}) \cdot \left( \sin \frac{\pi \cdot (t - t_i)}{2 \cdot \tau} \right)
 \tag{2.33}$$

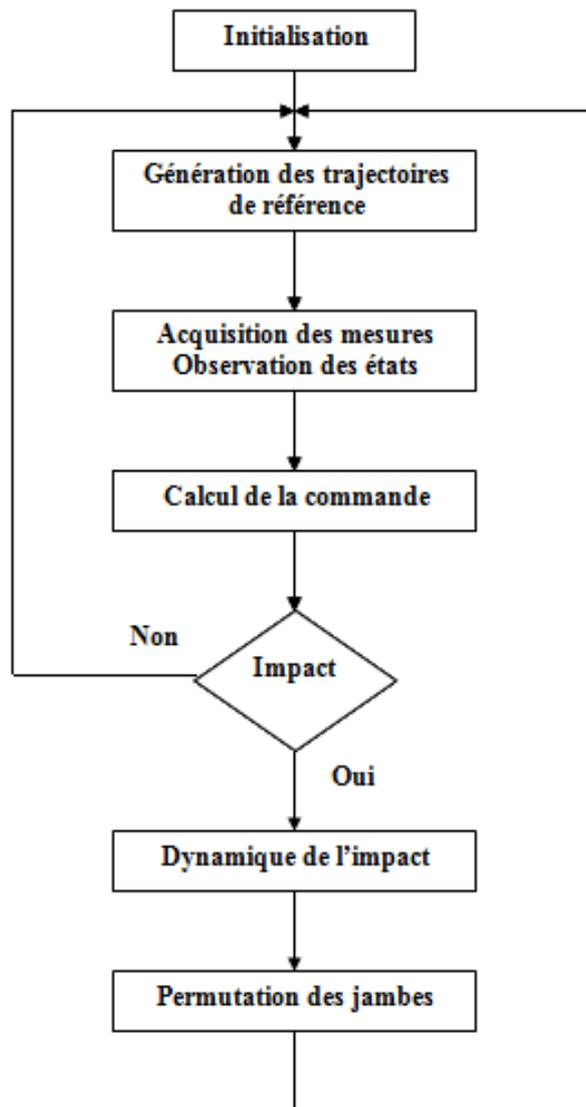


FIGURE 2.2 – Organigramme de la stratégie de commande du robot bipède

$$q_{2d}(t) = q_{20} - (q_{20} - q_{10}) \cdot \left( \sin \frac{\pi \cdot (t - t_i)}{2 \cdot \tau} \right) \quad (2.34)$$

Avec :

- La configuration initiale sur les coordonnées actionnées :  $q_1(0) = q_{10}, q_2(0) = q_{20}$
- $t_i$  : le temps initial qui correspond à chaque début d'un pas,  $t_f$  le temps final qui correspond à l'impact avec le sol et  $\tau = t_f - t_i$  la durée de la phase de transfert.

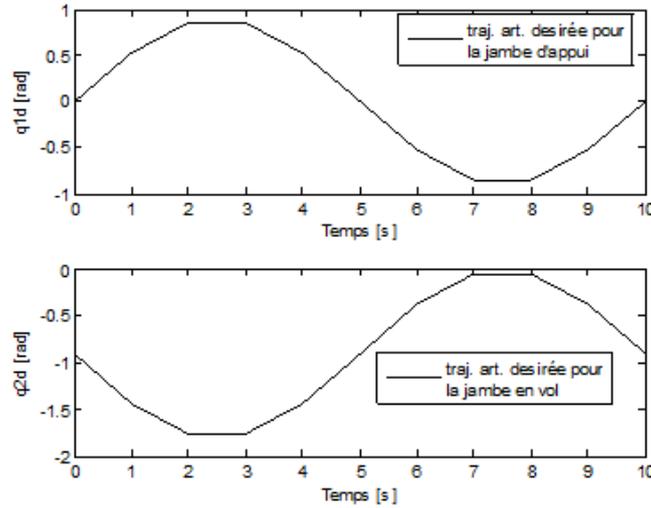


FIGURE 2.3 – Trajectoires désirées des deux jambes

**Stabilisation des trajectoires de marche par une commande basée observateur** Le robot bipède planaire à 5 d.d.l est un système sous actionné. Par conséquent nous avons choisi de le commander par une des stratégies destinée à commander cette classe des systèmes. Elle s'appelle contrôle par linéarisation partielle entrée/sortie [Spong1994]. Il s'agit de découpler le tronc (articulation non actionnée) du reste du robot bipède ensuite stabiliser indirectement à travers les deux autres articulations actionnées. L'expression détaillée de cette loi de commande est donnée dans [Mohamed Mchiri2012]. En effet la dynamique du robot est décrite par le modèle global suivant :

$$\begin{cases} M(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} + G(q) = B(q) \cdot u_1, & q^- \notin S \\ \begin{pmatrix} q^+ \\ \dot{q}^+ \end{pmatrix} = \Delta'(q) \cdot \begin{pmatrix} q^- \\ \dot{q}^- \end{pmatrix}, & q^- \in S \end{cases} \quad (2.35)$$

où  $u_1$  est la loi de contrôle associée à la phase de transfert et donnée par :

$$u_1 = (\overline{M}_{AC}) \cdot v_2 + (\overline{C}_{NAC}) \cdot \dot{q}_{nac} + (\overline{C}_{AC}) \cdot \dot{q}_{ac} + (\overline{G}) \quad (2.36)$$

et  $\Delta'$  une fonction continue qui régit la loi de commande en phase d'impact. Elle est donnée par :

$$\Delta' = \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & R \cdot D - \Psi \end{pmatrix}. \text{ Avec : } R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } D(q) = [I - M_e^{-1} \cdot J^T \cdot (J \cdot M_e^{-1} \cdot J^T)^{-1} J].$$

Il va de soi que la loi de commande (2.36) utilise les états du système (positions et vitesses) dans son expression. Ces variables peuvent être inconnues. Pour résoudre ce problème nous avons procédé à la mise en place de l'observateur hybride proposé dans le chapitre précédent. La dynamique résultante du système global regroupant la dynamique hybride du robot et l'observateur

hybride est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = f(x) + g(x).\hat{u}_1 \quad , \quad x^- \notin S \\ \dot{\hat{x}} = \hat{f}(\hat{x}) + g(\hat{x}).\hat{u}_1 - L_1(\hat{y}_M - y_M) - L_2.sign(\hat{y}_M - y_M), \\ \hat{u}_1 = h(\hat{x}) \\ y_M = x_1 \\ \hat{y}_M = \hat{x}_1 \\ x^+ = \Delta'(x^-) \quad , \quad x^- \in S \\ \hat{x}^+ = \hat{\Delta}'(\hat{x}^-) \end{array} \right. \quad (2.37)$$

où  $L_1 = [ \alpha + \beta_1 \quad \beta_2 ]$  et  $L_2 = [ 0 \quad \beta_3 ]$

Si on pose  $e = \hat{x} - x$  et par la continuité de fonctions  $\Delta'$  et  $\hat{\Delta}'$ , alors (2.37) peut être écrit sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = f(x) + g(x).\hat{u}_a(x + e) \quad , \quad x^- \notin S \\ \dot{e} = \hat{F}(x, e) \\ y_M = x_1 \\ \hat{y}_M = x_1 + e_1 \\ x^+ = \Delta'(x^-) \quad , \quad x^- \in S \\ e^+ = \hat{\Delta}'(x^-, e^-) \end{array} \right. \quad (2.38)$$

où

$$\begin{aligned} \hat{F}(x, e) &= \hat{f}(x + e) - f(x) + (g(x + e) - g(x)).\hat{u}_a(x + e) - L_1(\hat{y}_M - y_M) - L_2.sign(\hat{y}_M - y_M), \\ \Delta'(x^-, e^-) &= \Delta'(x^- + e^-) - \Delta'(x^-) \end{aligned}$$

Par un choix judicieux des matrices de gains  $L_1 = [ \alpha + \beta_1 \quad \beta_2 ]$  et  $L_2 = [ 0 \quad \beta_3 ]$  nous assurons une convergence asymptotique de l'erreur d'observation en position et en vitesse du modèle et de l'observateur ensemble. Ainsi, après un certain temps  $t_1$  fini, nous aurons :  $\hat{F}(x, 0) \equiv 0$ ,  $\Delta'(x^-, 0) \equiv 0$ ,  $\forall t \geq t_1$ .

### Remarque

L'analyse précédente ne concerne que la succession de deux phases de transfert et d'impact. Pour la phase qui suit juste le premier impact, des efforts peuvent s'exercer par la surface de marche sur le pied de contact ce qui peut se traduire par l'équation suivante :

$$M(q).\ddot{q} + C(q, \dot{q}).\dot{q} + G(q) = B(q).u + f_s \quad (2.39)$$

où  $f_s = J_1^T(q).\lambda$  avec  $J_1^T(q)$  la matrice Jacobienne des contraintes de contact avec le sol et  $\lambda$  le vecteur de multiplicateur de Lagrange. Ce terme étant borné en temps vu que les positions et vitesse du robot sont bornées aussi. Ces forces de durée courte peuvent être considérées comme des perturbations. L'utilisation de l'observateur proposé permet ainsi de compenser ces perturbations par le terme  $\lambda_3.sign(e_1)$  et la convergence de l'observateur sera toujours assurée.

### 2.2.3 Résultats des simulations

Dans cette section nous allons présenter différents résultats de simulation obtenus après application de la commande basée observateur sur le robot bipède de 5 d.d.l. L'outil utilisé est le logiciel MATLAB. Les simulations concernent deux parties à savoir : l'observation de l'évolution des états du robot et la commande basée sur ces états reconstruits (ou estimés). Le scénario de simulation concerne la marche du robot bipède évoluant sur une surface qui ne comporte pas d'obstacles. Les conditions initiales sont choisies non nulles. Les trajectoires de référence sont illustrées dans la figure 2.3. Une fois les états estimés par l'observateur, la loi de commande doit

permettre au robot bipède de suivre ces trajectoires pendant la phase de transfert. Notons que la génération des trajectoires de référence ne concerne que les coordonnées actionnées (articulations des jambes). Etant donné que les états du système (positions articulaires et vitesses) sont bornés, les gains de l'observateur  $\beta_1, \beta_2$  sont choisis tels que  $\beta_1 = 80, \beta_2 = 30$ , alors que le gain  $\beta_3$  est choisi égal à zéro puisqu'on traite le cas du robot où aucune perturbation n'est appliquée. Les détails des matrices de commande sont donnés dans [Mohamed Mchiri2012]. L'évolution dans le temps des positions et des vitesses articulaires actionnées ainsi que leurs estimées est représentée sur les figures (2.4, 2.5) pour la jambe d'appui et les figures (2.6 et 2.7) pour la jambe en vol.

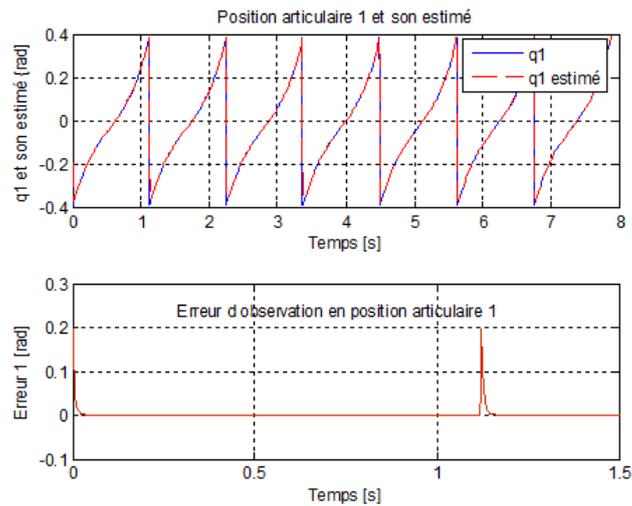


FIGURE 2.4 – Position articulaire et son estimée pour la jambe d'appui

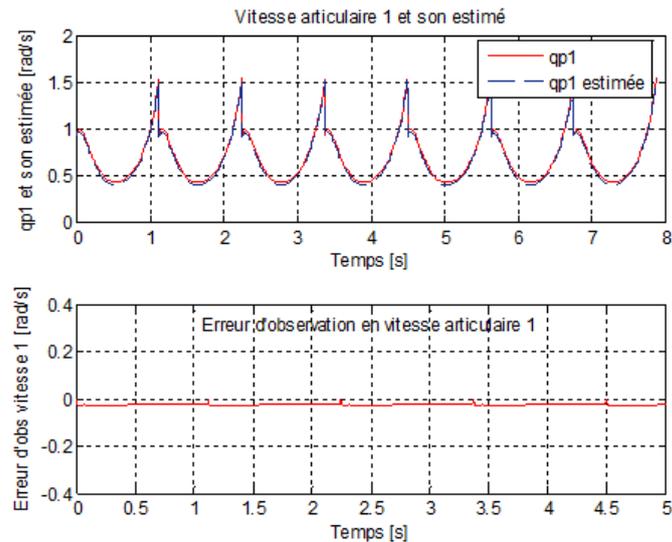


FIGURE 2.5 – Vitesse articulaire et son estimée pour la jambe d'appui

Sur chaque figure est représentée l'erreur d'observation en position et en vitesse. Nous remarquons que l'observateur proposé assure, dans un temps fini, la convergence asymptotique des erreurs d'observation vers zéro. D'où, une convergence rapide des états estimés vers les états réels

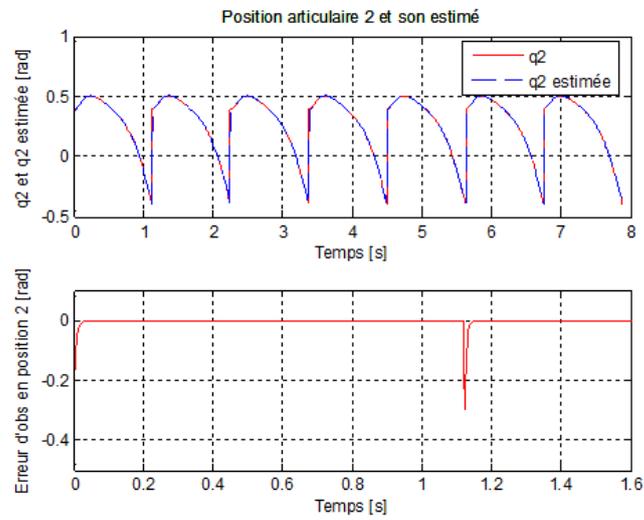


FIGURE 2.6 – Position articulaire et son estimée pour la jambe en vol

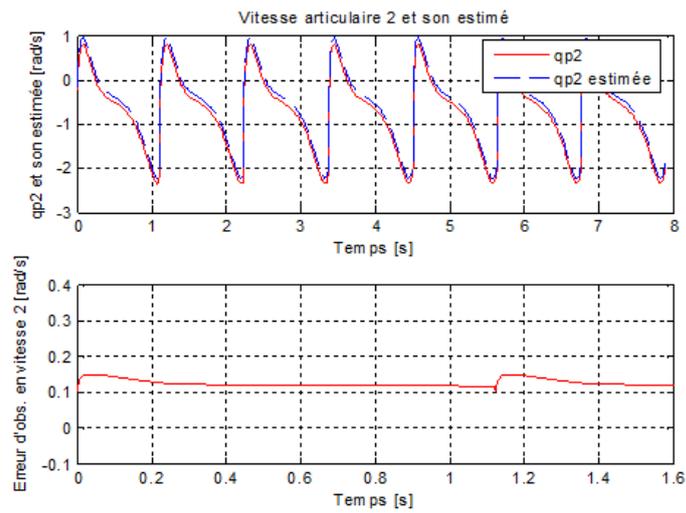


FIGURE 2.7 – Vitesse articulaire et son estimée pour la jambe en vol

du système. D'une autre part, la loi de commande proposée assure le suivi des trajectoires de référence. La figure (2.8) montre l'évolution dans le temps de la position et la vitesse articulaires du tronc non actionné. Sur cette figure, nous remarquons que les tracées de position et vitesse du tronc sont périodiques. Les plans de phase sont illustrés par les figures (2.9) pour la jambe d'appui, la figure (2.10) pour la jambe en vol et la figure (2.11) pour le tronc. Sur ces figures, la convergence vers des cycles limites stables montre l'efficacité de l'approche proposée.

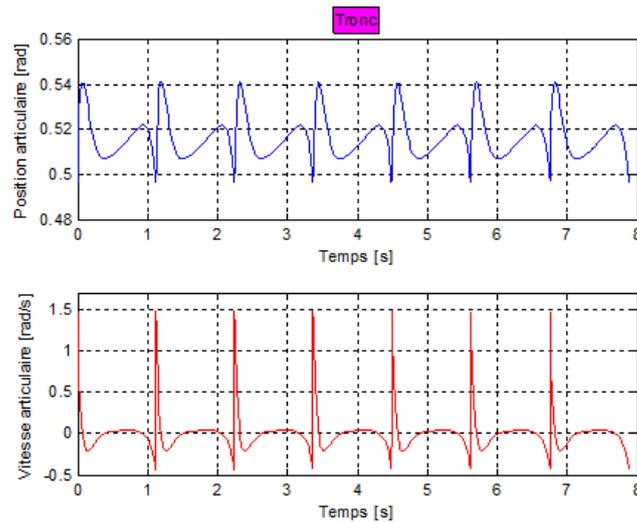


FIGURE 2.8 – Position et vitesse articulaire du tronc

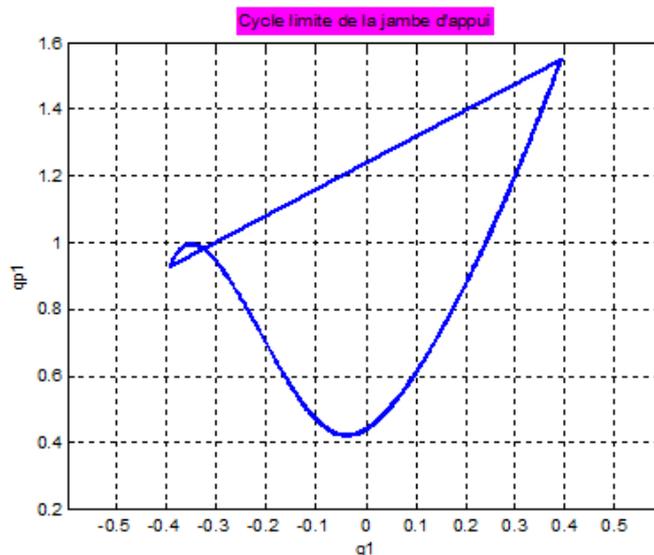


FIGURE 2.9 – Plan de phase de la jambe d'appui

Les forces de contact avec le sol, tangentielle et normale, ainsi que leur rapport sont représentées sur la figure (2.12). Elles caractérisent, l'interaction du robot bipède avec le sol. Sur cette figure, nous remarquons que deux conditions sont vérifiées, à savoir : la persistance avec le sol puisque la force normale est toujours positive  $\lambda_n = F_{normale} > 0$  et la condition de non glissement puisque

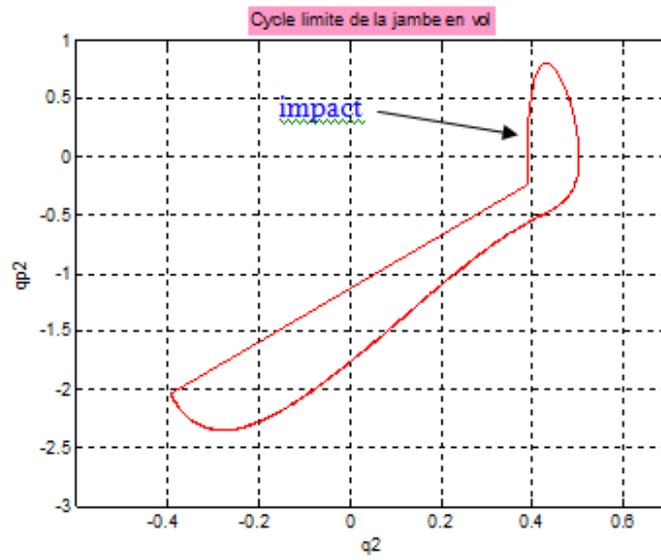


FIGURE 2.10 – Plan de phase de la jambe en vol

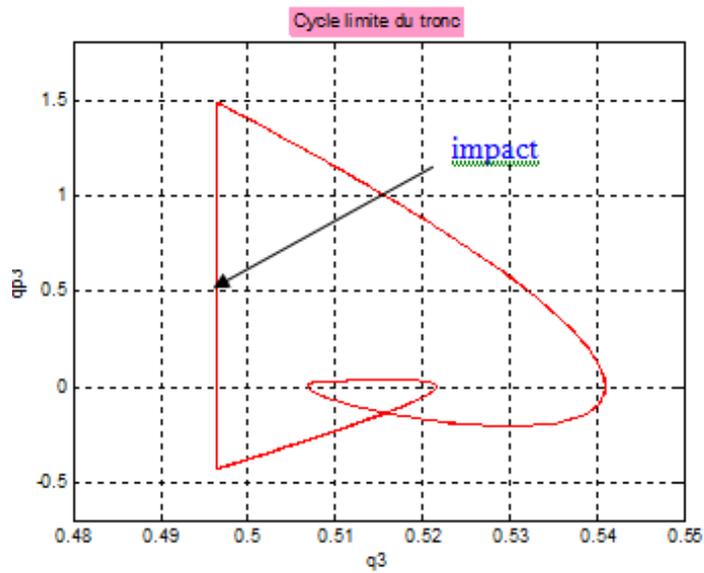


FIGURE 2.11 – Plan de phase du tronc

le rapport de la force tangentielle par la force normale ( $\lambda_T/\lambda_N = F_{Tangentielle}/F_{Normale}$ ) est toujours inférieur à un coefficient dit coefficient de frottement qui caractérise la nature du sol. Dans notre cas, on remarque que  $F_T/F_N < 0.5$ .

Les entrées de commande, générées par les couples moteurs appliqués aux coordonnées actionnées, sont illustrées par la figure (2.13). Nous observons :

- Les deux composantes du signal de contrôle sont pratiquement inversement symétriques par rapport à l’axe du temps. Ceci est justifié par le fait que le robot bipède, en marchant, alterne ces deux jambes soit en arrière soit en avant.
- Les pics générés par les commandes ne dépassent pas un maximum égal à 50 N.m. Ce point est d’une grande importance en pratique vu que les moteurs utilisés sont généralement limités en puissance c’est-à-dire qu’à travers l’application de notre contrôleur, la puissance maximale des moteurs n’est pas atteinte si l’on choisit des moteurs avec un couple supérieur à 50 N.m.

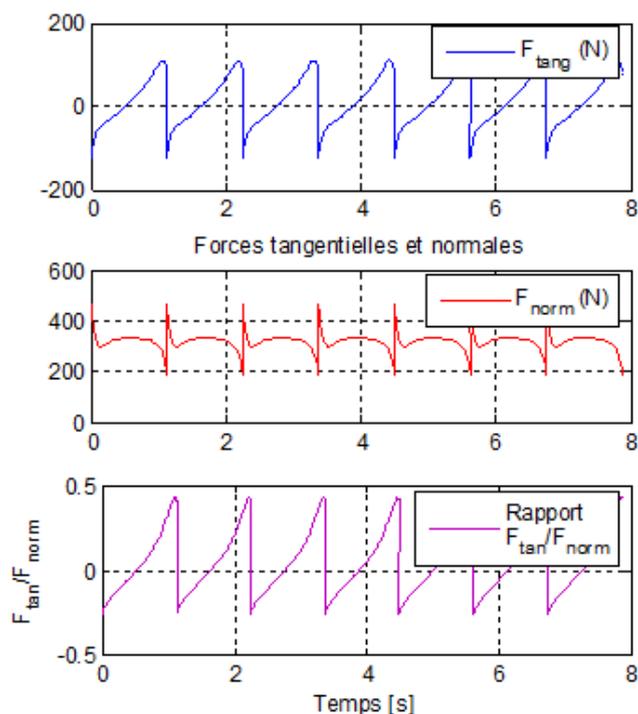


FIGURE 2.12 – Forces tangentielle et normale

### 2.3 Contribution n°02 : Contrôle du Chaos dans la Marche Dynamique Passive du Robot Bipède de Type Compas

Dans cette section nous nous intéressons à la conception d’une loi de commande pour le contrôle du chaos. L’application concerne le modèle du robot bipède de type compas. En effet, nous avons montré dans le chapitre précédent que ce type de modèles présente des cycles de marche stables quand le robot bipède descend une pente. Les différents cycles de la marche dynamique passive du bipède compas sont représentés dans la Fig. 2.14. La motivation essentielle de ce travail est l’élargissement du bassin d’attraction de la marche dynamique stable. Il s’agit de stabiliser une orbite périodique instable intégrée dans un attracteur chaotique. Les cycles de marche symétriques stables et instables du robot compas sont illustrés dans la Fig. 2.15.

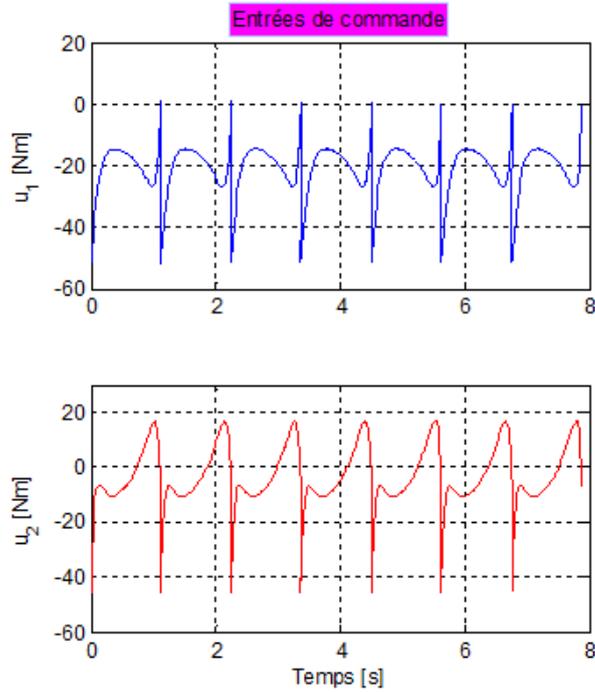


FIGURE 2.13 – Entrées de commandes appliquées

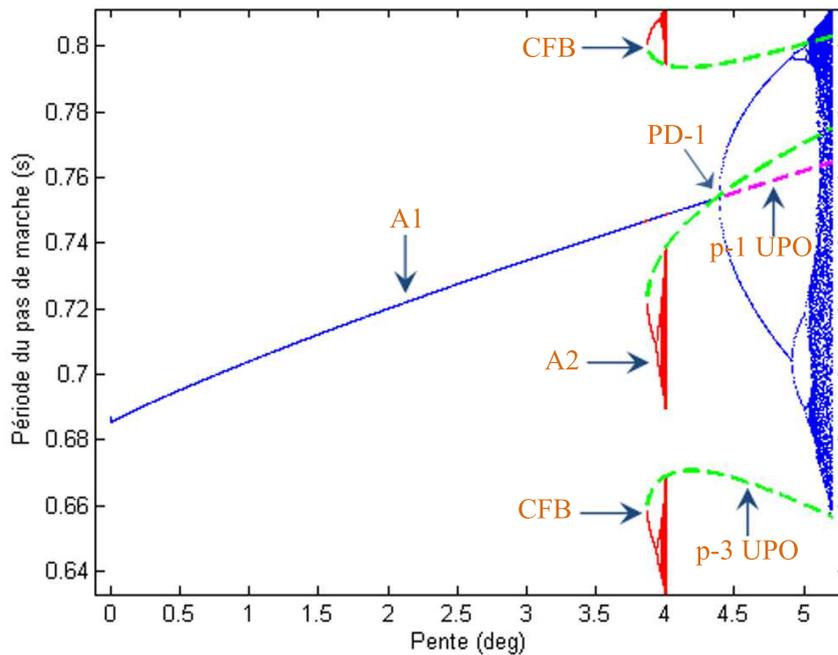


FIGURE 2.14 – Diagrammes de bifurcation présentant tous les cycles de marche dynamique passive du robot bipède de type compas en fonction du paramètre de bifurcation  $\varphi$ . Une bifurcation “cyclic-fold” (CFB) et des bifurcations de dédoublement (PD) sont générées conduisant au chaos. À la première bifurcation de dédoublement de période (PD-1), une marche instable de période 1 (p1-UPO) est créée.

Nombreuses méthodes de contrôle du chaos dans les systèmes dynamiques ont été proposées dans la littérature dont quelques unes ont touché à l’application de la robotique bipède. Dans le présent travail nous utilisons la technique de la commande OGY (Ott-Grebogi-Yorke)

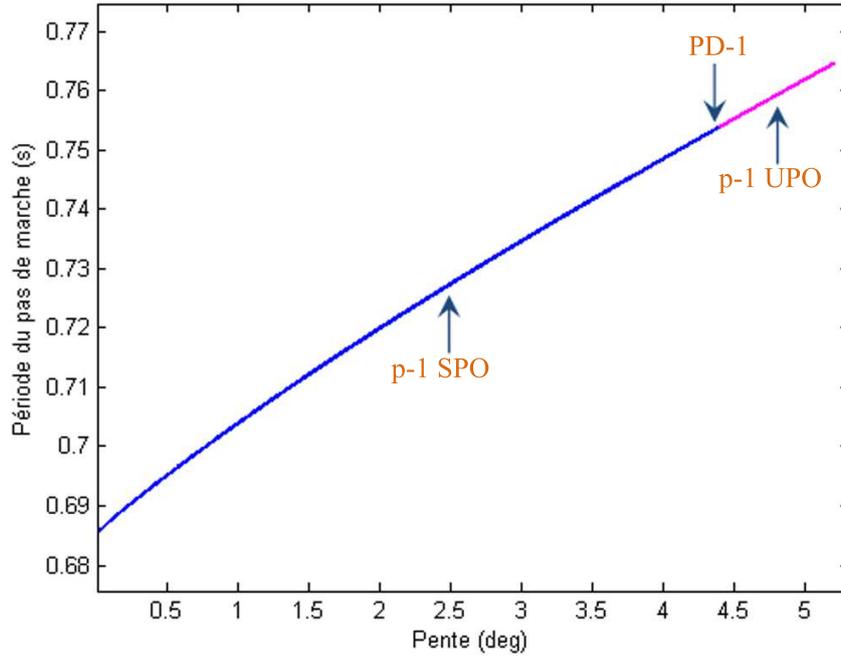


FIGURE 2.15 – Cycles périodiques symétriques stables et instables dans la marche dynamique passive du robot bipède de type compas.

[Grebogi *et al.* 1982], [Grebogi *et al.* 1983]. Pour le contrôle du chaos dans la marche dynamique passive du robot bipède de type compas. Cette méthode est résumée dans les quatres points suivants :

- ❶ Linéarisation de la dynamique non-linéaire hybride impulsive autour d'un cycle limite hybride passif,
- ❷ Détermination d'une expression explicite de l'application de Poincaré,
- ❸ Identification d'un point fixe de l'application de Poincaré,
- ❹ Stabilisation du point fixe.

### 2.3.1 Modèle linéaire du robot bipède de type compas

Considérons le robot bipède de type compas de la Fig. 2.16. Nous utilisons une seule commande  $u = u_H$  localisée à la hanche pour le contrôle de la marche dynamique passive. Les équations non linéaires hybrides du robot peuvent être formulées comme suit :

$$\mathcal{J}(\theta)\ddot{\theta} + \mathcal{H}(\theta, \dot{\theta}) + \mathcal{G}(\theta) = \mathcal{B}u \quad si \quad \theta \in \Omega \quad (2.40)$$

$$\theta^+ = \mathcal{R}_e\theta^- \quad et \quad \dot{\theta}^+ = \mathcal{S}_e\dot{\theta}^- \quad si \quad (\theta^-, \dot{\theta}^-) \in \Gamma \quad (2.41)$$

$$\Omega = \{\theta \in \mathbb{R}^2 : \Phi_1(\theta) = \cos(\theta_s + \varphi) - \cos(\theta_{ns} + \varphi) > 0\} \quad (2.42)$$

$$\Gamma = \left\{ \begin{array}{l} \Phi_1(\theta) = \cos(\theta_s + \varphi) - \cos(\theta_{ns} + \varphi) = 0 \\ \Phi_2(\theta, \dot{\theta}) = \sin(\theta_{ns} + \varphi)\dot{\theta}_{ns} - \sin(\theta_s + \varphi)\dot{\theta}_s < 0 \\ \Phi_3(\theta) = \sin(\theta_{ns}) - \sin(\theta_s) > 0 \end{array} \right\} \quad (2.43)$$

Les matrices  $\mathcal{J}$ ,  $\mathcal{H}$ ,  $\mathcal{G}$ ,  $\mathcal{Q}_m$  et  $\mathcal{Q}_p$ , sont normalisées et définies en détail dans

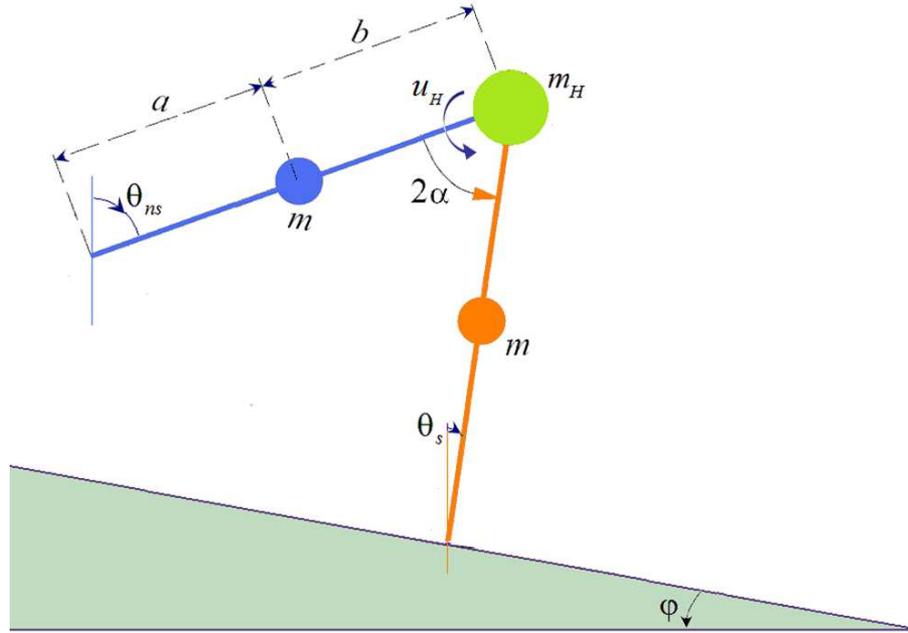


FIGURE 2.16 – Modèle du robot bipède de type compas avec une seule commande  $u_H$  localisée à la hanche.

[Hassène Gritli 2014]. La matrice de commande  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

Le vecteur d'état est donné par  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$  d'où les équations définies dans (2.40)-(2.43) seront reformulées comme suit :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \quad \text{si} \quad \mathbf{x} \in \Omega \quad (2.44)$$

$$\mathbf{x}^+ = \mathbf{h}(\mathbf{x}^-) \quad \text{si} \quad \mathbf{x}^- \in \Gamma \quad (2.45)$$

$$\Omega = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 : \Phi_1(\mathbf{x}) > 0 \} \quad (2.46)$$

$$\Gamma = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 : \Phi_1(\mathbf{x}) = 0, \quad \Phi_2(\mathbf{x}) < 0, \quad \Phi_3(\mathbf{x}) > 0 \} \quad (2.47)$$

avec :

- $\mathbf{x}^+$  est le vecteur d'état  $\mathbf{x}$  juste après l'impact, et
- $\mathbf{x}^-$  dénote le vecteur d'état  $\mathbf{x}$  juste avant l'impact.

Les détails des fonctions  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  et  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  sont donnés dans [Hassène Gritli 2014]. La fonction  $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  est donnée par :  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathcal{J}^{-1}(\theta)\mathbf{B} \end{bmatrix}$ .

La solution de la dynamique non-linéaire hybride impulsive (2.44)-(2.47) est exprimée par

$$\mathbf{x}(t) = \phi(t, \mathbf{x}_0) \quad (2.48)$$

où  $\phi(t, \mathbf{x}_0)$  est le flot, et  $\mathbf{x}_0 = \phi(t_0, \mathbf{x}_0)$  est la condition initiale.

Nous considérons le cycle limite hybride obtenu précédemment comme étant une trajectoire de référence. Nous proposons de lineariser le modèle du robot compas autour de cette trajectoire. Le tracé de la trajectoire désirée  $\Lambda_d$  est donné dans la Fig. 2.17. Il correspond à un angle de pente désiré  $\varphi_d$ . Les carrés pleins marquent le début (à 0s) / la fin (à  $\tau_d$ ) de la marche passive. Dans la Fig. 2.18. Le flot  $\phi(t, \mathbf{x}_0)$  est donné durant un seul pas de la marche bipède, c'est à dire à partir de  $t_0 = 0s$  à  $\tau_d$ .

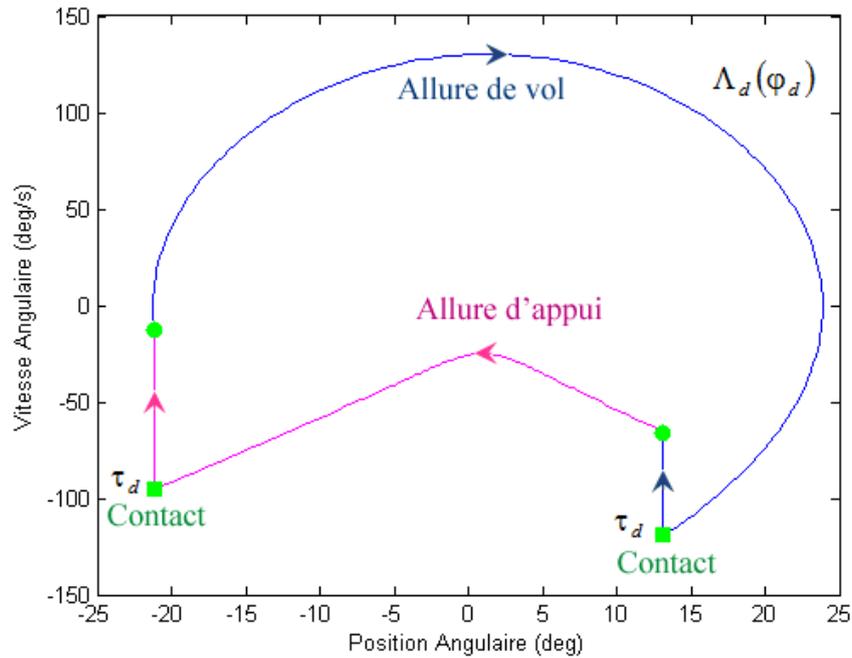
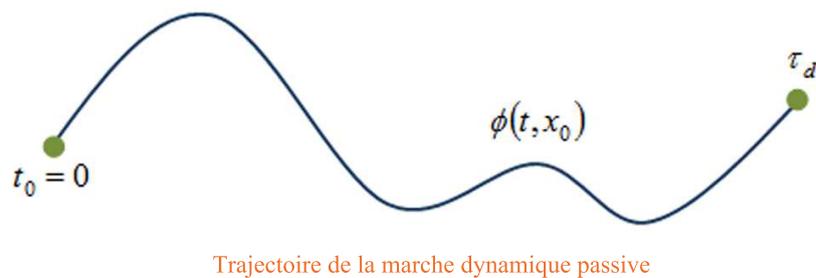


FIGURE 2.17 – Cycle limite hybride passif  $\Lambda_d$  pour un paramètre de bifurcation désiré  $\varphi_d$ .



Trajectoire de la marche dynamique passive

FIGURE 2.18 – Flot  $\phi(t, \mathbf{x}_0)$  de la marche dynamique passive pour la pente  $\varphi_d$  pour un seul pas de marche. Le flot débute à  $t_0 = 0s$  et il est terminé à la fin d'un pas de marche à  $\tau_d$ .

La technique de linéarisation est schématisée sur la Fig. 2.19. L'idée est de diviser l'intervalle de la variation de la pente  $\varphi$  (entre  $0^\circ$  et  $5.2^\circ$ ) en  $q$  sous-intervalles  $[\varphi_{j-1}, \varphi_j]$ , pour  $j = 1, 2, \dots, q$ . Pour chacun de ces derniers nous choisissons une pente désirée  $\varphi_{dj} = \frac{\varphi_j + \varphi_{j-1}}{2}$  à laquelle nous correspondons un cycle limite passif désiré  $\Lambda_{dj}$  avec sa période de pas de marche  $\tau_{dj}$ . En résumé la linéarisation du modèle non-linéaire autour de  $\Lambda_{dj}$  consiste en la détermination de  $p$  modèles linéaires différents  $M_{ij}$  pour  $i = 1, 2, \dots, p$ , et pour  $j = 1, 2, \dots, q$ , autour de plusieurs points  $\chi_{ij}$  du vecteur d'état  $\mathbf{x}(t)$  du modèle non-linéaire.

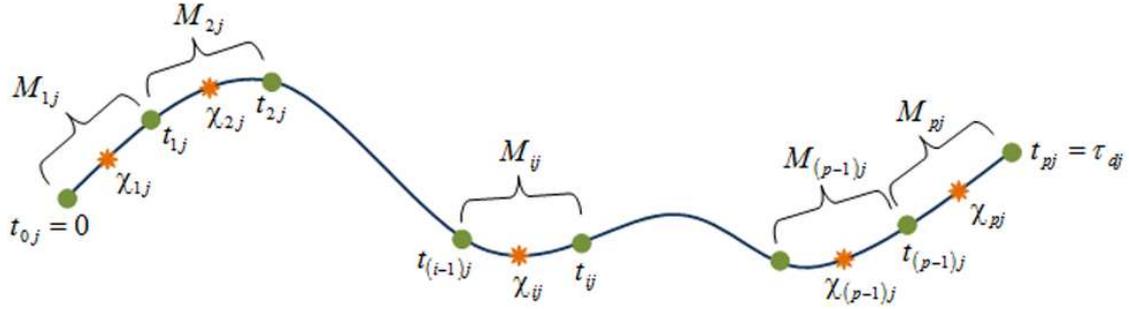


FIGURE 2.19 – Diagramme schématisant la subdivision du flot  $\phi(t, \mathbf{x}_0)$  du cycle de la marche dynamique passive pour une pente désirée  $\varphi_d$ . Le modèle non-linéaire original sera divisé en  $p$  modèles linéaires  $M_{ij}$ . Chaque modèle  $M_{ij}$  est défini durant un intervalle de temps défini  $[t_{(i-1)j} \ t_{ij}]$ , et il est défini autour du point  $\chi_{ij}$ . Ici,  $\chi_{ij}$  est choisi d'être  $\chi_{ij} = \mathbf{x} \left( \frac{t_{ij} + t_{(i-1)j}}{2} \right)$ .

En utilisant l'équation (2.44), un modèle linéaire  $M_{ij}$  autour du point  $\chi_{ij}$  est défini, pour tout  $i = 1, 2, \dots, p$  et pour tout  $j = 1, 2, \dots, q$ , par :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{ij}\mathbf{x} + \mathbf{b}_{ij} + \mathbf{B}_{ij}u, \quad \text{pour } t_{(i-1)j} \leq t \leq t_{ij} \quad (2.49)$$

avec  $\mathbf{A}_{ij} = \left( \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right) \Big|_{\chi_{ij}}$ ,  $\mathbf{b}_{ij} = \mathbf{f}(\chi_{ij}) - \mathbf{A}_{ij}\chi_{ij}$ , et  $\mathbf{B}_{ij} = \mathbf{g}(\chi_{ij})$ .

Ce qui conduit au modèle linéaire suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{1j}\mathbf{x} + \mathbf{b}_{1j} + \mathbf{B}_{1j}u, \quad \text{pour } t_{0j} \leq t \leq t_{1j} \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{ij}\mathbf{x} + \mathbf{b}_{ij} + \mathbf{B}_{ij}u, \quad \text{pour } t_{(i-1)j} \leq t \leq t_{ij} \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{pj}\mathbf{x} + \mathbf{b}_{pj} + \mathbf{B}_{pj}u, \quad \text{pour } t_{(p-1)j} \leq t \leq t_{pj} \end{array} \right. \quad , \text{ si } \mathbf{x} \in \Omega \\ \mathbf{x}^+ = \mathbf{h}(\mathbf{x}^-) \quad \text{si } \mathbf{x}^- \in \Gamma \end{array} \right. \quad (2.50)$$

où  $\Omega$  et  $\Gamma$  sont définis respectivement par (2.46) et (2.47).

Le temps d'impact pour le modèle linéaire (2.50) est défini par la valeur de  $\tau$  au lieu de  $t_{pj}$ , quant aux autres temps intermédiaires  $t_{pj}$  ils sont définis par la relation :

$$t_{ij} = \frac{i}{p} \tau_{dj} \quad (2.51)$$

pour tout  $i = 0, 1, 2, \dots, (p-1)$ , et pour tout  $j = 1, 2, \dots, q$ , avec  $t_{(p-1)j} < \tau$ . D'où, en se basant sur l'équation (2.51), nous déduisons la contrainte suivante sur la valeur de  $p$  :

$$p < \frac{\tau_{dj}}{\tau_{dj} - \tau}. \quad (2.52)$$

Dans la suite,  $u$  sera constante dans chaque sous-intervalle de temps ( $u(t) = u$  pour  $t \in [t_{(i-1)j} \ t_{ij}]$ ), ce qui conduit à la solution du modèle linéaire associée suivante :

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}_{ij}(t-t_{(i-1)j})} \left[ \mathbf{x}(t_{(i-1)j}) + \mathbf{A}_{ij}^{-1}(\mathbf{b}_{ij} + \mathbf{B}_{ij}u) \right] - \mathbf{A}_{ij}^{-1}(\mathbf{b}_{ij} + \mathbf{B}_{ij}u) \quad (2.53)$$

L'équation 2.53 peut conduire aux expressions analytiques des trajectoires (de la marche) de  $\mathbf{x}_{ij}$  et de  $\mathbf{x}_{pj}$ . En effet, pour  $i = 1, 2, \dots, (p-1)$ , et pour  $j = 1, 2, \dots, q$ , nous avons

$$\mathbf{x}_{ij} = e^{\frac{\tau_{dj}}{p} \mathbf{A}_{ij}} \left[ \mathbf{x}_{(i-1)j} + \mathbf{A}_{ij}^{-1}(\mathbf{b}_{ij} + \mathbf{B}_{ij}u) \right] - \mathbf{A}_{ij}^{-1}(\mathbf{b}_{ij} + \mathbf{B}_{ij}u) \quad (2.54)$$

et pour  $j = 1, 2, \dots, q$ , nous avons :

$$\mathbf{x}_{pj} = e^{\left(\tau - \frac{p-1}{p}\tau_{dj}\right) \mathbf{A}_{pj}} \left[ \mathbf{x}_{(p-1)j} + \mathbf{A}_{pj}^{-1}(\mathbf{b}_{pj} + \mathbf{B}_{pj}u) \right] - \mathbf{A}_{pj}^{-1}(\mathbf{b}_{pj} + \mathbf{B}_{pj}u) \quad (2.55)$$

Ainsi, nous pouvons écrire :  $\mathbf{x}_{0j} = \mathbf{x}_{0j}^+ = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{0j}^-)$  et  $\mathbf{x}_{pj} = \mathbf{x}_{pj}^-$ .

L'équation (2.54) permet d'établir la relation suivante entre le vecteur d'état  $\mathbf{x}_{0j}^-$  et le vecteur d'état  $\mathbf{x}_{(p-1)j}$  :

$$\mathbf{x}_{(p-1)j} = \Psi_1(\mathbf{x}_{0j}^-, u) = \mathbf{E}_1(\mathbf{x}_{0j}^-) + \mathbf{F}_1 + \mathbf{G}_1 u \quad (2.56)$$

où  $\mathbf{E}_1(\mathbf{x}_{0j}^-) = \left( \prod_{i=1}^{p-1} \mathbf{H}_{ij} \right) \mathbf{h}(\mathbf{x}_{0j}^-)$ , avec  $\mathbf{H}_{ij} = e^{\frac{\tau_{dj}}{p} \mathbf{A}_{ij}}$ ,

$\mathbf{F}_1 = \sum_{i=1}^{p-1} \left[ \left( \prod_{k=i}^{p-1} \mathbf{H}_{kj} - \prod_{k=i+1}^{p-1} \mathbf{H}_{kj} \right) \mathbf{A}_{pj}^{-1} \mathbf{b}_{ij} \right]$ , et

$\mathbf{G}_1 = \sum_{i=1}^{p-1} \left[ \left( \prod_{k=i}^{p-1} \mathbf{H}_{kj} - \prod_{k=i+1}^{p-1} \mathbf{H}_{kj} \right) \mathbf{A}_{pj}^{-1} \mathbf{B}_{ij} \right]$ . Ici,  $\mathbf{H}_{ij}$ ,  $\mathbf{F}_1$  et  $\mathbf{G}_1$  sont des matrices constantes. Cependant, la matrice  $\mathbf{E}_1$  dépend de  $\mathbf{x}_{0j}^-$ .

Il est important de noter que l'expression (2.56) assure la phase de transition du vecteur d'état à l'instant  $t_{0j}$  à celui à l'instant  $t_{(p-1)j}$ . D'où, l'équation algébrique (2.56) peut décrire la phase de la transition impulsive du vecteur d'état.

D'où la nouvelle reformulation du modèle linéaire (2.50) :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{pj} \mathbf{x} + \mathbf{b}_{pj} + \mathbf{B}_{pj} u, & \forall t \in [t_{(p-1)j}, \tau], \forall \mathbf{x} \in \Omega \\ \mathbf{x}^+ = \Psi_1(\mathbf{x}^-, u) & \text{si } \mathbf{x}^- \in \Gamma \end{cases} \quad (2.57)$$

où  $\mathbf{x}^+ = \mathbf{x}_{(p-1)j}$  est la condition juste après la transition, et  $\mathbf{x}^- = \mathbf{x}_{0j}^-$  désigne l'état juste avant la transition.

Dans le système (2.57), l'état initial est définie à l'instant  $t_{(p-1)j}$ . En procédons au changement de variables suivant :  $t \equiv t - t_{(p-1)j}$  nous aboutissons à la nouvelle expression de (2.57) suivante :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{pj} \mathbf{x} + \mathbf{b}_{pj} + \mathbf{B}_{pj} u, & \forall t \in [0, \hat{\tau}], \forall \mathbf{x} \in \Omega \\ \mathbf{x}^+ = \Psi_1(\mathbf{x}^-, u) & \text{si } \mathbf{x}^- \in \Gamma \end{cases} \quad (2.58)$$

Ici,  $\hat{\tau}$  est le nouveau temps de transition. Il est lié au temps d'impact  $\tau$  par la relation suivante :

$$\tau = \hat{\tau} + t_{(p-1)j} \quad (2.59)$$

La dynamique continue dans (2.58) représente la dernière étape de la phase de balancement dans le modèle de la marche bipède du robot compas. A la fin de cette étape un impact se produit et conduit à une transition impulsive du vecteur d'état selon les équations algébriques dans (2.58). Par conséquent, le système (2.58) représente une dynamique linéaire hybride impulsive avec une transition contrôlée.

### 2.3.2 Application de Poincaré du modèle linéaire hybride

La surface de transition  $\Gamma$  est choisie comme étant une section de Poincaré. Les états seront pris juste avant la transition.

Par conséquent, en utilisant le modèle linéaire (2.58) pour une condition initiale juste après la transition  $\mathbf{x}_0^+$ , et en s'appuyant sur l'expression (2.53), nous déduisons l'expression suivante :

$$\mathbf{x}_1^- = e^{\hat{\tau} \mathbf{A}_{pj}} \left[ \mathbf{x}_0^+ + \mathbf{A}_{pj}^{-1} (\mathbf{b}_{pj} + \mathbf{B}_{pj} u) \right] - \mathbf{A}_{pj}^{-1} (\mathbf{b}_{pj} + \mathbf{B}_{pj} u) \quad (2.60)$$

pour tout  $j = 1, 2, \dots, q$ . Le vecteur d'état  $\mathbf{x}_1^-$  juste avant la première transition est utilisé en tant que condition pour le cycle suivant.

L'expression (2.60) peut être réécrite comme suit :

$$\mathbf{x}_1^- = \Psi_2 (\mathbf{x}_0^+, \hat{\tau}, u) = \mathbf{E}_2 (\hat{\tau}) \mathbf{x}_0^+ + \mathbf{F}_2 (\hat{\tau}) + \mathbf{G}_2 (\hat{\tau}) u \quad (2.61)$$

avec  $\mathbf{E}_2 (\hat{\tau}) = e^{\hat{\tau} \mathbf{A}_{pj}}$ ,  $\mathbf{F}_2 (\hat{\tau}) = (\mathbf{E}_2 (\hat{\tau}) - \mathbf{I}_4) \mathbf{A}_{pj}^{-1} \mathbf{b}_{pj}$ , et  $\mathbf{G}_2 (\hat{\tau}) = (\mathbf{E}_2 (\hat{\tau}) - \mathbf{I}_4) \mathbf{A}_{pj}^{-1} \mathbf{B}_{pj}$ .

Dans la suite, nous considérons les notations suivantes :

- ◆  $\mathbf{x}_n^-$  est la condition initiale juste avant la transition pour le  $n^{\text{ième}}$  cycle,
- ◆  $\hat{\tau}_n$  est le temps de transition de ce  $n^{\text{ième}}$  cycle, en d'autres termes  $\hat{\tau}_n$  est l'instant à laquelle la transition du  $n^{\text{ième}}$  cycle se produit,
- ◆  $u_n$  est la commande appliquée au  $n^{\text{ième}}$  cycle, elle est maintenue constante entre  $\hat{\tau}_{n-1}$  et  $\hat{\tau}_n$ ,
- ◆  $\mathbf{x}_{n+1}^-$  est la condition initiale pour le  $(n+1)^{\text{ième}}$  cycle.

A partir des expressions (2.58) et (2.61), nous déduisons les relations suivantes :

$$\mathbf{x}_{n+1}^- = \Psi_2 (\mathbf{x}_n^+, \hat{\tau}_n, u_n) \quad (2.62)$$

$$\mathbf{x}_n^+ = \Psi_1 (\mathbf{x}_n^-, u_n) \quad (2.63)$$

Les détails sur les expressions de  $\Psi_1$  et  $\Psi_2$  sont données dans [Hassène Gritli 2014].

D'où l'expression analytique de l'application de Poincaré liant les vecteurs d'état juste avant la transition est donnée par :

$$\mathbf{x}_{n+1}^- = \mathcal{P} (\mathbf{x}_n^-, \hat{\tau}_n, u_n) \quad (2.64)$$

où  $\mathcal{P}(\mathbf{x}_n^-, \hat{\tau}_n, u_n) = \Psi_2(\Psi_1(\mathbf{x}_n^-, u_n), \hat{\tau}_n, u_n)$ .

Ainsi, en se basant sur l'expression (2.64), il vient que :

$$\Phi_1(\mathcal{P}(\mathbf{x}_n^-, \hat{\tau}_n, u_n)) = 0 \quad (2.65)$$

$$\Phi_2(\mathcal{P}(\mathbf{x}_n^-, \hat{\tau}_n, u_n)) < 0 \quad (2.66)$$

$$\Phi_3(\mathcal{P}(\mathbf{x}_n^-, \hat{\tau}_n, u_n)) > 0 \quad (2.67)$$

Les relations (2.64)-(2.67) décrivent l'expression analytique en temps discret d'une application de Poincaré pour le modèle linéaire hybride (2.58). La particularité de cette application est qu'elle est contrôlée et soumise aux contraintes (2.65)-(2.67). Nous signalons que le temps de transition  $\hat{\tau}_n$  dépend étroitement de l'état  $\mathbf{x}_n^-$ , et aussi de l'entrée de commande  $u_n$ . De ce fait,  $\hat{\tau}_n$  joue un rôle fondamental dans la stabilité d'un cycle limite.

Pour simuler l'application de Poincaré soumise à des contraintes pour une dynamique passive  $u_n = 0$  nous avons développé l'algorithme 1. Une description détaillée de ce dernier est donnée dans [Hassène Gritli 2014]. Les résultats de simulations sont illustrés à travers les diagrammes de bifurcations de la Fig. 2.20. Nous choisissons  $q = 10$  et nous illustrons à la fois le comportement dynamique du modèle linéaire et du modèle non linéaire. Nous remarquons que les dynamiques passives des deux modèles sont très proches.

---

**Algorithme 1** Simulation numérique de l'application de Poincaré soumise à des contraintes.

---

Choisir  $n_{max}$ ,  $\epsilon \ll 1$

Mettre  $n = 1$

Choisir  $\mathbf{x}_n^-$ ,  $\hat{\tau}_n^0$

Calculer  $\Phi_1(\hat{\tau}_n^0)$

Mettre  $\mathbf{X}_{init}^-[n] = \mathbf{x}_n^-$

Mettre  $\mathbf{TT}[n] = []$

**répéter**

Mettre  $k = 0$

**tant que**  $|\Phi_1(\hat{\tau}_n^k)| > \epsilon$  **faire**

Calculer  $\Phi_1(\hat{\tau}_n^k)$  et  $\mathcal{D}\Phi_1(\hat{\tau}_n^k)$

Calculer  $\hat{\tau}_n^{k+1}$  à partir du schéma itératif de Newton-Raphson

Calculer  $\Phi_1(\hat{\tau}_n^{k+1})$

Mettre  $k = k + 1$

$\hat{\tau}_n \leftarrow \hat{\tau}_n^{k+1}$

Calculer  $\mathbf{x}_{n+1}^-$  en utilisant l'application de Poincaré (2.64)

$\mathbf{TT}[n] = \hat{\tau}_n$

$\mathbf{X}_{init}^-[n+1] = \mathbf{x}_{n+1}^-$

$\hat{\tau}_{n+1}^0 \leftarrow \hat{\tau}_n$

Mettre  $n = n + 1$

**jusqu'à** ( $n = n_{max}$ )

---

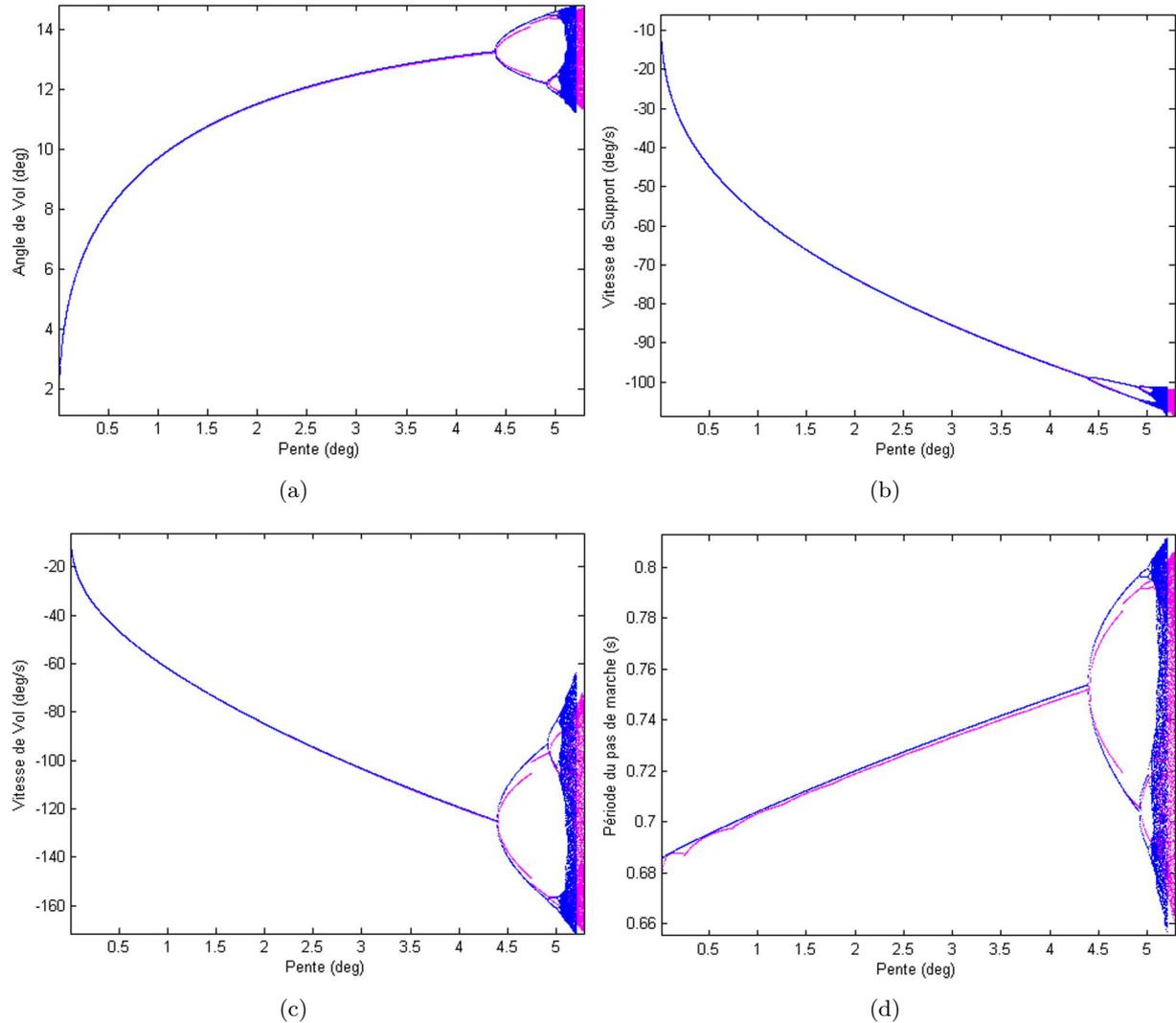


FIGURE 2.20 – Diagrammes de bifurcation montrant certains descripteurs de la marche dynamique passive lorsque l’angle d’inclinaison  $\varphi$  varie en utilisant le modèle non-linéaire (en bleu) et l’application de Poincaré soumise à des contraintes (en rose). (a) Angle de la jambe de vol juste avant l’impact, (b) Vitesse de la jambe de support juste avant l’impact, (c) Vitesse de la jambe de balancement juste avant l’impact, (d) Période d’un pas de marche passive.

### 2.3.3 Détermination du point fixe de l’application de Poincaré

#### 2.3.3.1 Détermination du point fixe

L’objectif dans cette section est de déterminer le point fixe de l’application de Poincaré soumise aux contraintes définies par les expressions (2.64)-(2.67) et pour la marche dynamique passive  $u_n = 0, \forall n = 1, 2, \dots$ . Le point fixe correspond à un cycle limite hybride passif du modèle linéaire (2.58).

Soit  $\mathbf{x}_*^-$  le point fixe de l’application de Poincaré qui vérifie  $\mathbf{x}_{n+1}^- = \mathbf{x}_n^- = \mathbf{x}_*^-$ . Ce point fixe  $\mathbf{x}_*^-$ , est associé à un temps nominal de transition  $\hat{\tau}_*$ . Ainsi, pour  $u_* = 0$ ,  $\mathbf{x}_*^-$  doit satisfaire les expressions suivantes :

$$\mathbf{x}_*^- = \mathcal{P}(\mathbf{x}_*^-, \hat{\tau}_*) \quad (2.68)$$

$$\Phi_1(\mathcal{P}(\mathbf{x}_*^-, \hat{\tau}_*)) = 0 \quad (2.69)$$

$$\Phi_2(\mathcal{P}(\mathbf{x}_*^-, \hat{\tau}_*)) < 0 \quad (2.70)$$

$$\Phi_3(\mathcal{P}(\mathbf{x}_*^-, \hat{\tau}_*)) > 0 \quad (2.71)$$

L'obtention du point fixe  $\mathbf{x}_*^-$  demande la résolution des deux équations (2.68) et (2.69) sous les contraintes (2.70) et (2.71). L'expression (2.68) peut être réécrite sous la forme suivante :  $\Phi_0(\mathbf{x}_*^-, \hat{\tau}_*) = \mathcal{P}(\mathbf{x}_*^-, \hat{\tau}_*) - \mathbf{x}_*^-$ . D'où, un point fixe  $\mathbf{x}_*^-$  ne peut être que la solution de l'équation suivante :

$$\Phi_*(z_*) = \Phi_*(\mathbf{x}_*^-, \hat{\tau}_*) = \begin{bmatrix} \Phi_0(\mathbf{x}_*^-, \hat{\tau}_*) \\ \Phi_1(\mathcal{P}(\mathbf{x}_*^-, \hat{\tau}_*)) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.72)$$

avec  $z_* = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_*^- \\ \hat{\tau}_* \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 1}$ , et  $\Phi_* \in \mathbb{R}^{5 \times 1}$ .

Dans (2.72), le nombre de variables est égal au nombre d'équations. De ce fait, nous utilisons la méthode de Newton-Raphson (2.73) pour résoudre (2.72).

$$z_*^{k+1} = z_*^k - \mathcal{D}\Phi_*^{-1}(z_*^k) \Phi_*(z_*^k) \quad (2.73)$$

avec  $\mathcal{D}\Phi_*$  est la dérivée de la fonction  $\Phi_*$  et elle est définie par :

$$\mathcal{D}\Phi_*(z_*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_0(\mathbf{x}_*^-, \hat{\tau}_*)}{\partial \mathbf{x}_*^-} & \frac{\partial \Phi_0(\mathbf{x}_*^-, \hat{\tau}_*)}{\partial \hat{\tau}_*} \\ \frac{\partial \Phi_1(\mathcal{P}(\mathbf{x}_*^-, \hat{\tau}_*))}{\partial \mathbf{x}_*^-} & \frac{\partial \Phi_1(\mathcal{P}(\mathbf{x}_*^-, \hat{\tau}_*))}{\partial \hat{\tau}_*} \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

### 2.3.4 Stabilisation du point fixe et contrôle du chaos

Dans cette section nous cherchons à trouver une commande  $u_n$  adéquate pour le modèle linéaire (2.58). L'objectif est le contrôle du chaos à travers la stabilisation du système linéaire discret.

Choisissons la commande par retour d'état suivante :

$$u_n = \mathcal{K} \Delta \mathbf{x}_n^- \quad (2.75)$$

où  $\mathcal{K}$  est le gain de la commande  $u_n$  à concevoir.

Le choix de la matrice de gain  $\mathcal{K}$  de la loi de commande  $u_n$  doit garantir que l'application de Poincaré linéarisée contrôlée soit asymptotiquement stable en boucle fermée. A cet effet, nous choisissons la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V(\Delta \mathbf{x}_n^-) = \Delta \mathbf{x}_n^{-T} \mathcal{S} \Delta \mathbf{x}_n^- \quad (2.76)$$

avec  $\mathcal{S} = \mathcal{S}^T > 0$ .

En se basant sur le complément de Schur [Boyd *et al.* 1994], nous prouvons que le système linéaire discret est asymptotiquement stable si et seulement si l'inégalité matricielle linéaire (LMI : *Linear Matrix Inequality*) est satisfaite :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{S} & \mathcal{D}\mathcal{P}_{x_n^-}^* + \mathcal{D}\mathcal{P}_{u_n}^* \mathcal{R} \\ \left(\mathcal{D}\mathcal{P}_{x_n^-}^* + \mathcal{D}\mathcal{P}_{u_n}^* \mathcal{R}\right)^T & \mathcal{S} \end{bmatrix} > 0 \quad (2.77)$$

avec  $\mathcal{D}\mathcal{P}_{x_n^-}^* = \mathcal{D}\mathcal{P}_{x_n^-}(\mathbf{x}_*^-, \hat{\tau}_*, u_*)$ ,  $\mathcal{D}\mathcal{P}_{u_n}^* = \mathcal{D}\mathcal{P}_{u_n}(\mathbf{x}_*^-, \hat{\tau}_*, u_*)$ , et  $\mathcal{R} = \mathcal{K}\mathcal{S}$ .

Le gain  $\mathcal{K}$  garantira la stabilité asymptotique du point fixe  $\mathbf{x}_*^-$  de l'application de Poincaré soumise à des contraintes (2.64)-(2.67). Donc, en appliquant la loi de commande :

$$u_n = \mathcal{K}(\mathbf{x}_n^- - \mathbf{x}_*^-) \quad (2.78)$$

dans le système linéaire hybride impulsif (2.58), le cycle limite passif instable est alors contrôlé. Par ailleurs, puisque ce système linéaire est très proche du modèle non-linéaire d'origine, la même loi de commande sera appliquée pour stabiliser le cycle limite hybride passif de la dynamique non-linéaire (2.44)-(2.47).

### 2.3.5 Résultats de simulations

Pour vérifier l'efficacité de la commande proposée (2.78) nous présentons quelques simulations pour la marche dynamique du robot compas. En effet, nous commençons par choisir un attracteur chaotique (pour l'angle de la pente de  $5.2^\circ$  (Fig. 2.21)). Ensuite nous détectons le point fixe instable suivant :

$\mathbf{x}_*^- = [ 13.4839 \quad -23.8839 \quad -136.4288 \quad -105.6932 ]^T$ , avec un temps de transition nominal  $\hat{\tau}_* = 0.1254\text{s}$ .

A travers l'équation du LMI (2.77) nous déterminons la matrice de gain  $\mathcal{K}$  de la commande  $u_n$  suivante :  $\mathcal{K} = [ -53.7222 \quad 8.3858 \quad 1.0798 \quad -9.4259 ]$ .

La Fig. 2.22 montre le cycle limite hybride contrôlé.

La Fig. 2.23 et la Fig. 2.24 montrent respectivement la variation de la période d'un pas de marche et la variation de la loi de commande par rapport au nombre du pas de marche.

D'après les simulations données nous remarquons que le robot est contrôlé après 8 pas de marche. Par conséquent, la période du pas devient constante et le chaos est effectivement contrôlé. Une fois le chaos est contrôlé, le signal de la commande devient très faible, et est égale à environ  $-0.0471\text{Nm}$  et la valeur maximale du couple est d'environ  $0.55\text{Nm}$ . Ces résultats montrent qu'une énergie très faible est fournie. Ce résultat concorde avec le rôle de l'utilisation de la marche dynamique passive qui est la diminution de la consommation d'énergie.

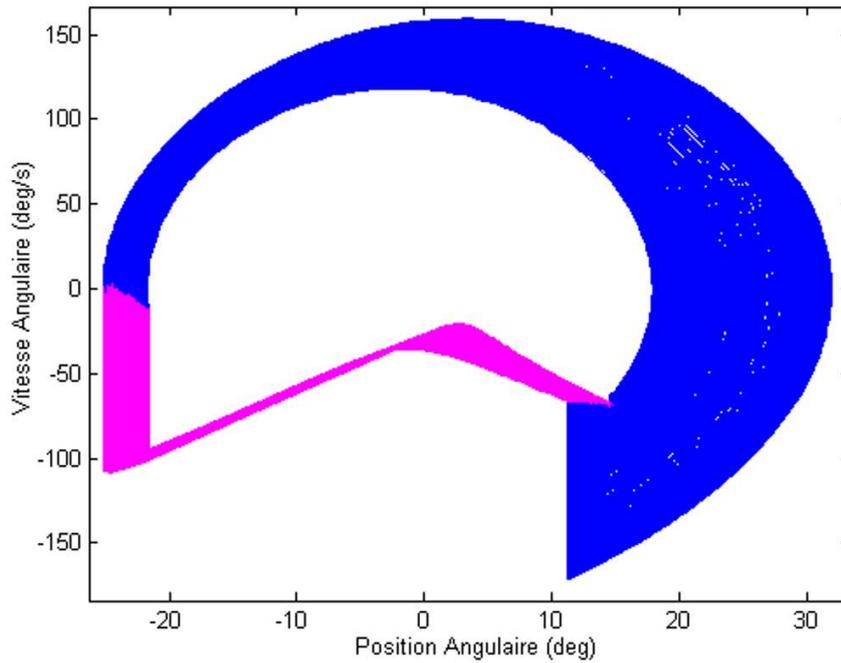


FIGURE 2.21 – Attracteur chaotique pour une marche dynamique passive pour  $\varphi = 5.2^\circ$ .

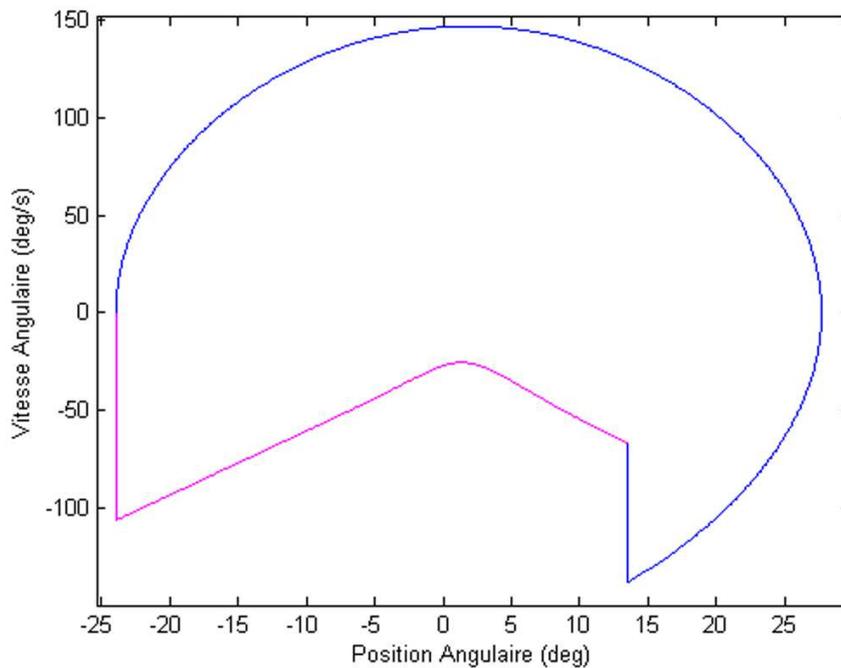


FIGURE 2.22 – Cycle limite hybride passif de période 1 contrôlé.

## 2.4 Conclusion

Ce chapitre concernait deux volets à savoir l'observation et la commande : Dans la première partie nous avons illustré une approche de conception d'observateurs par modes glissants pour les systèmes mécaniques hybrides. En effet, la dynamique d'un tel système mécanique peut être soumise à des contraintes unilatérales et par la suite le système complet est décrit par un modèle hybride comportant une dynamique continue et des discontinuités en vitesse au moment où une contrainte aura lieu. La contribution apportée dans cette partie est la

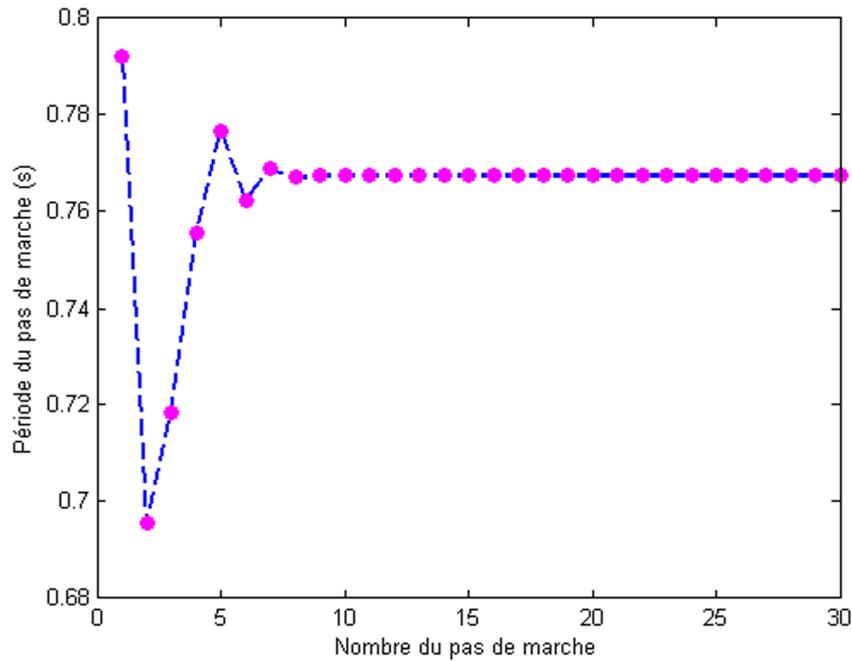


FIGURE 2.23 – Période d'un pas de marche bipède en fonction du nombre du pas pour  $\varphi = 5.2^\circ$ .

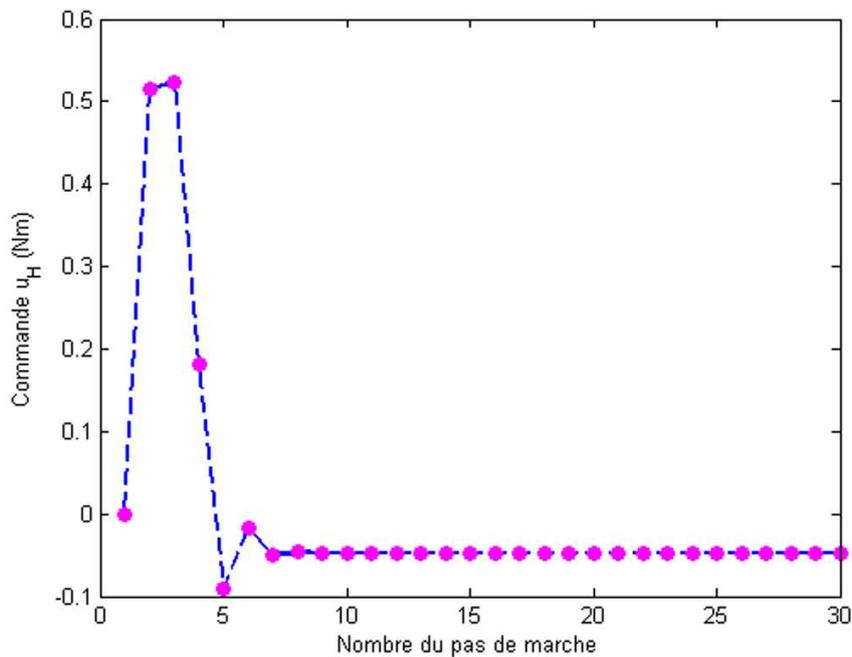


FIGURE 2.24 – Loi de commande  $u$  en fonction du nombre du pas pour  $\varphi = 5.2^\circ$ .

synthèse d'un nouvel observateur non linéaire dont la conception est simple à réaliser et qui a permis de garantir une convergence asymptotique, en temps fini, de l'erreur d'observation du vecteur d'état tout en tenant compte des discontinuités de vitesse du système. Autrement dit, l'observateur a fourni simultanément l'estimation de l'état continu et de l'état discret du système. L'observateur proposé est conçu indépendamment du choix de la commande et ne suppose pas la connaissance exacte des perturbations présentes dans la dynamique du système contrairement à d'autres méthodes. Des simulations sur un robot à deux degrés de liberté, soumis à des contraintes unilatérales, ont été incluses pour montrer l'efficacité de l'approche

proposée. Dans la deuxième partie de ce chapitre nous avons exposé une deuxième contribution concernant le contrôle du chaos dans la marche dynamique passive du robot bipède de type compas. Pour le sujet de contrôle du chaos, nous avons basé sur la méthode OGY qui est basée elle-même sur la linéarisation de l'application de Poincaré. Pour obtenir une expression explicite de cette l'application, nous avons recouru à la linéarisation de la dynamique non-linéaire autour d'un cycle limite hybride passif pour un certain paramètre de bifurcation donné. Ceci nous a permis d'obtenir un modèle linéaire hybride impulsif. En utilisant ce modèle linéaire, nous avons déterminé une expression explicite d'une application de Poincaré très particulière. Cette application de Poincaré est soumise à des contraintes. A partir des diagrammes de bifurcation, nous avons montré que le modèle linéaire est très proche du modèle non-linéaire. En utilisant l'application de Poincaré linéarisée, nous avons développé une loi de commande par retour d'état. Nous avons montré l'efficacité de notre commande dans le contrôle du chaos en utilisant la dynamique non-linéaire hybride impulsive du robot bipède de type compas.

## 2.5 Liste des Publications

### 2.5.1 Liste des chapitres de livre

- 1 Gritli, H., Belghith, S., Khraief, N. : Chaos Control of an Impact Mechanical Oscillator Based on the OGY Method, Handbook of Research on Advanced Intelligent Control Engineering and Automation, Ahmad Taher Azar and Sunddarapandian Vaidyanathan, editors. DOI : 10.4018/978-1-4666-7248-2.ch009, 2015 IGI Global

### 2.5.2 Liste des publications dans des revues

- 1 Gritli, H., Belghith, S., Khraief, N. : OGY-based control of chaos in semi-passive dynamic walking of a torso-driven biped robot. *Nonlinear Dynamics*, January 2015, Volume 79, Issue 2, pp 1363-1384 **Impact factor = 3.009**
- 2 Gritli, H., Khraief, N., Belghith, S. : Chaos Control In Passive Walking Dynamics Of A Compass-Gait Model. *Communications In Nonlinear Science And Numerical Simulation*, 18(8), Pp.2048-2065 (2013) **Impact Factor = 2.773**
- 3 Mchiri Mohamed , Khraief, N., Belghith, S. : Design of a nonlinear observer for mechanical systems with unknown inputs. *Systems Science and Control Engineering*, December 2013, Volume 1, Issue 1, pp 105-11 **Indexed Scopus**
- 4 Mchiri Mohamed , Khraief, N., Belghith, S. Nonlinear Observer Based Control of Uncertain Chaotic Systems, *International Review of Automatic Control (Theory and Applications)* Vol. 4 N. 4, July 2011

### 2.5.3 Liste des publications dans des conférences nationales et internationales

- 1 Gritli, H., Belghith, S., Khraief, N. : Control of Chaos in an impact mechanical oscillator. The International Conference on Automation, Control, Engineering and Computer Science, Sousse, Tunisie (2014), pp 116-122
- 2 Gritli, H., Khraief, N., Belghith, S. : Control of Chaos in Passive Dynamic Walking of a Compass-Gait Biped Robot. The 9th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO 2012). Rome, Italy (2012).
- 3 Mchiri mohamed, Khraief Nahla and Belghith Safya. Velocity observer for nonlinear uncertain mechanical systems. 7th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, ICINCO 2010. 15-18 June, Funchal, Madeira, Portugal (2010).

- 4 Mchiri Mohamed, Belghith Safya, and Khraief Nahla, Function Analysis of a second order sliding mode observer for mechanical systems. The Twelfth IASTED International Conference on Intelligent Systems and Control ISC (2009).

AXE



---

*Modélisation, génération des  
trajectoires et commande des  
robots humanoïdes*



*Cela semble toujours impossible,  
jusqu'à ce qu'on le fasse.  
Nelson Mandela*

---



# Génération des trajectoires de marche par le modèle simplifié "Liquid Level Model" (LLM)

---

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>135</b>
<b>1.2</b>	<b>État de l'art et problématiques étudiées</b>	<b>135</b>
<b>1.3</b>	<b>Travaux et résultats</b>	<b>136</b>
1.3.1	Contribution n°01 : Le modèle simplifié LLM (Liquid Level Model)	136
1.3.2	Contribution n°02 : Validation du modèle "LLM"	140
1.3.3	Contribution n°03 : Commande de la marche dynamique du robot humanoïde "DARWIN-OP"	148
<b>1.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>152</b>
<b>1.5</b>	<b>Liste des Publications</b>	<b>152</b>

---

## 1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons des travaux relatifs à la génération des trajectoires de la marche pour les robots humanoïdes. Nous introduisons essentiellement une nouvelle stratégie de génération des trajectoires basée sur un modèle simplifié que nous avons appelé "The Liquid Level Model" (LLM). En effet, la dynamique d'un système robotisé sera modélisée comme étant un niveau de liquide s'exécutant dans un réservoir. Dans le but de prouver l'efficacité de la technique proposée nous l'avons testé sur divers systèmes complexes tels que le contrôleur de décollage d'un avion et le contrôleur pour la suspension active d'un véhicule. En dernière partie, nous avons procédé à l'application d'une commande à base (LLM) pour la marche dynamique du robot humanoïde "DARWIN-OP".

## 1.2 État de l'art et problématiques étudiées

La robotique humanoïde est un axe de recherche qui attire de plus en plus l'attention d'une grande communauté de chercheurs. Plusieurs pays ont conçu leur propre plate-forme (NAO-Aldebaran, ATLAS-Boston Dynamics,..). Les problématiques de la robotique humanoïde concernent essentiellement : la modélisation, la génération des trajectoires et la commande.

La problématique traitée dans ce chapitre porte sur la génération des trajectoires de la marche. Divers méthodes ont été établies dans la littérature. Elles sont classées en plusieurs catégories à savoir :

- Les méthodes bio-inspirées : Les modèles des robots humanoïdes comportent un haut degré de redondance. Une des approches pour y remédier est de s'inspirer du modèle de l'être humain. Il s'agit de considérer des comportements d'apparence naturelle de la marche humaine pour les considérer ensuite dans le modèle du robot.
- Les méthodes basées sur l'optimisation : Ces méthodes permettent de sélectionner une meilleure solution à l'égard de certains critères. Ces derniers peuvent être basés sur des conditions d'équilibre (statique ou dynamique) ou minimisation de l'énergie consommée par le robot pour augmenter la durée d'autonomie énergétique.
- Méthodes basées sur les oscillateurs : la génération d'une trajectoire de marche périodique est basée sur quelques types d'oscillateurs tels que : l'oscillateur de Vander Pol.
- Les méthodes basées sur les modèles simplifiés : Ce sont des méthodes qui approximent la dynamique d'un robot marcheur bipède par un simple modèle. A titre d'exemple Kajita et al. ont proposé des méthodes de synthèse du modèle de la marche en fonction du ZMP (Zero-Moment-Point) fourni par un pendule inversé linéaire et un modèle chariot-table pour simplifier le calcul du ZMP.
- Autres méthodes : Elles sont basées sur les fonctions polynomiales, les réseaux de neurones, etc.. Afin que le robot humanoïde s'adapte aux différentes conditions possibles de la marche (pente, terrain accidenté,...) le pied du robot doit avoir différents types de mouvements. Dans ce qui suit nous présentons un nouveau générateur de modèle de marche qu'on nomme *The Liquid Level Model* (LLM). Ce dernier peut être classé parmi les méthodes basées sur des modèles simplifiés.

## 1.3 Travaux et résultats

### 1.3.1 Contribution n°01 : Le modèle simplifié LLM (Liquid Level Model)

Dans ce paragraphe nous nous intéressons à la conception d'un générateur de mouvement de la marche (voir figure 1.1). En Mécanique céleste, le soleil et les planètes sont considérés comme

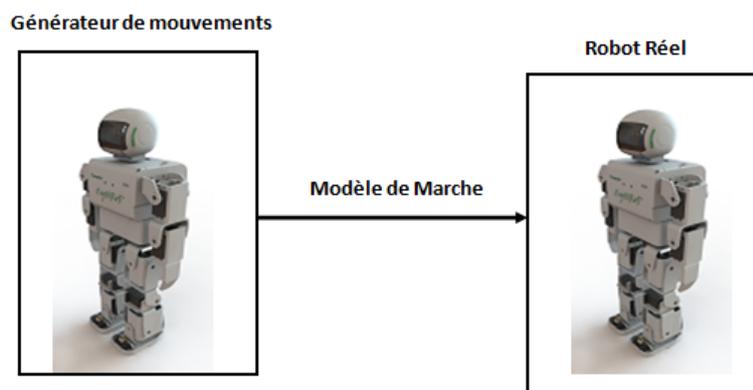


FIGURE 1.1 – Un robot humanoïde qui peut marcher selon un modèle de marche donné

des masses ponctuelles malgré qu'ils possèdent une structure complexe. Le processus utilisé est appelé *coarse-graining* [Kajita & Espiau 2008]. Ce processus a été adopté par les roboticiens pour comprendre le comportement dynamique complexe de la locomotion bipède. Dans la littérature, le problème de la génération des trajectoires (en adoptant le processus *coarse-graining*) a été abordé de plusieurs manières. Une des principales approches utilise le modèle de pendule

inversé linéaire 3D (3DLIPM), [kajita2014]. La simplification de la dynamique du robot consiste à approximer la relation entre le CoM (Center of Mass) et le ZMP (Zero Moment Point) à l'aide d'une équation différentielle de second ordre qui peut être réglée avec différentes techniques de commande. Un autre modèle, appelé chariot sur la table, a été proposé par [kajita2009]. Il s'agit de calculer un modèle de marche en tenant compte de la relation CoM-ZMP sauf qu'une erreur peut être induite par la simplification de la dynamique. Pour remédier à cette problématique certains chercheurs ont proposé l'utilisation d'une commande predictive [kajita2009].

Dans ce qui suit et en s'inspirant de ces modèles nous proposons un modèle simplifié qu'on l'a nommé : modèle à niveau de liquide (Liquid Level Model : *LLM*).

### 1.3.1.1 Description du modèle "LLM"

En combinant l'approche *ZMP* et l'approche basée sur le pendule inversé, nous introduisons le modèle (*Liquid Level Model* "LLM"). La figure 1.2 montre un exemple du modèle LLM en trois dimensions. Elle représente un niveau de liquide en mouvement dans un réservoir [Chafroud2013]. Le pied du réservoir est considéré trop petit pour conserver l'équilibre statique lorsque le liquide bouge vers l'un des côtés du réservoir. Quant à l'équilibre dynamique il peut être maintenu en conférant une accélération suffisante au niveau du réservoir.

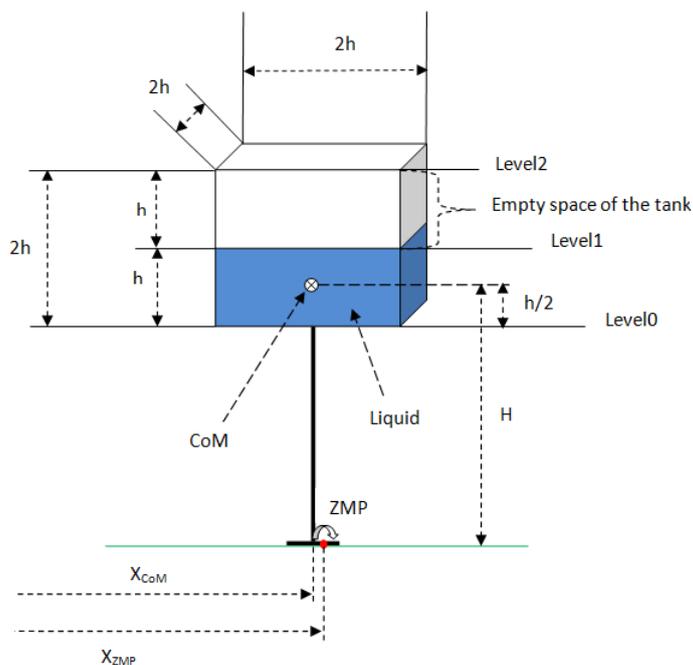


FIGURE 1.2 – Exemple du modèle "LLM" en 3D.

Le couple total au point *ZMP* est donné par :

$$\tau = mg(x_{CoM} - x_{ZMP}) - m\ddot{x}_{CoM}H = 0. \quad (1.1)$$

La position du *ZMP* suivant les axes  $x$  et  $z$  est donnée par :

$$\begin{cases} x_{ZMP} = x_{CoM} - \ddot{x}_{CoM} \frac{H}{g} \\ z_{ZMP} = z_{CoM} - \ddot{z}_{CoM} \frac{H}{g} \end{cases} \quad (1.2)$$

L'équation (1.2) montre qu'en calculant la trajectoire du  $CoM$  nous pouvons déduire celle du  $ZMP$ . D'un autre côté et avec une trajectoire du  $ZMP$ , il est également possible de déterminer la trajectoire du  $CoM$  du robot.

### 1.3.1.2 Génération des trajectoires par le modèle "LLM"

**Principe** Lorsque nous assimilons le robot au modèle du "LLM" et nous donnons un profil à la trajectoire du mouvement, nous pouvons calculer la position du centre de masse  $CoM = (x_{CoM}, z_{CoM})$ . Nous supposons que la pente a une hauteur constante le long de la direction  $z$  et que le robot marche dans la direction des  $x$ . Le centre de masse ( $CoM$ ) du robot est supposé se déplacer parallèlement à la pente. La figure 1.3 montre *Le modèle de niveau liquide* dans son état initial.

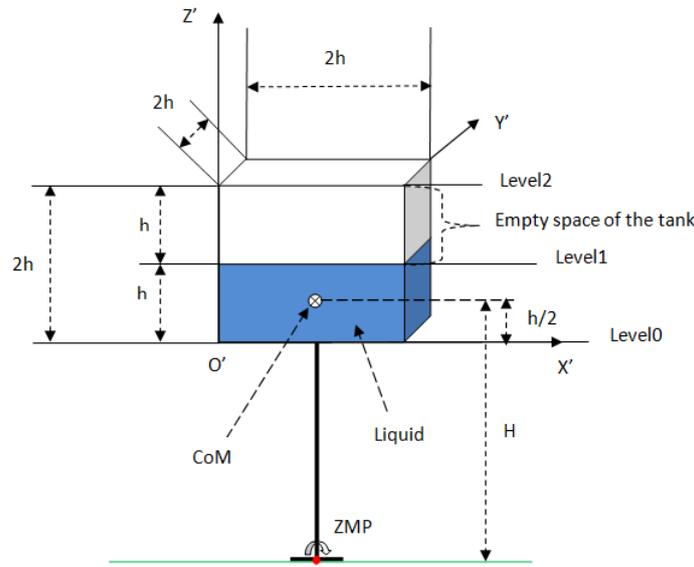


FIGURE 1.3 – Le modèle LLM dans son état initial

La position du centre de masse est donnée par :

$$CoM = \left(h, \frac{h}{2}\right). \quad (1.3)$$

Soit  $V_{changed}$  est la variation du volume de l'eau entre l'état précédent et l'état actuel.

Lorsque la trajectoire est parfaitement plane et horizontale alors :

$$V_{changed} = 0.$$

Nous allons maintenant calculer les coordonnées du  $CoM$  dans le cas montré dans la figure 1.4 où "le modèle du LLM" a une trajectoire de profil de marche ascendant [Chafroud2013]. Le volume du liquide est représenté par la composition des deux formes géométriques à savoir le rectangle et le triangle. D'abord, nous calculons les coordonnées du centre de masse du rectangle.

$$\begin{cases} x_{CoMrectangle} = h \\ z_{CoMrectangle} = \frac{1}{2}(h - h \tan(\theta)) = \frac{h}{2}(1 - \tan(\theta)) \end{cases}$$

$$CoM_{rectangle} = \left(h, \frac{h}{2}(1 - \tan(\theta))\right). \quad (1.4)$$

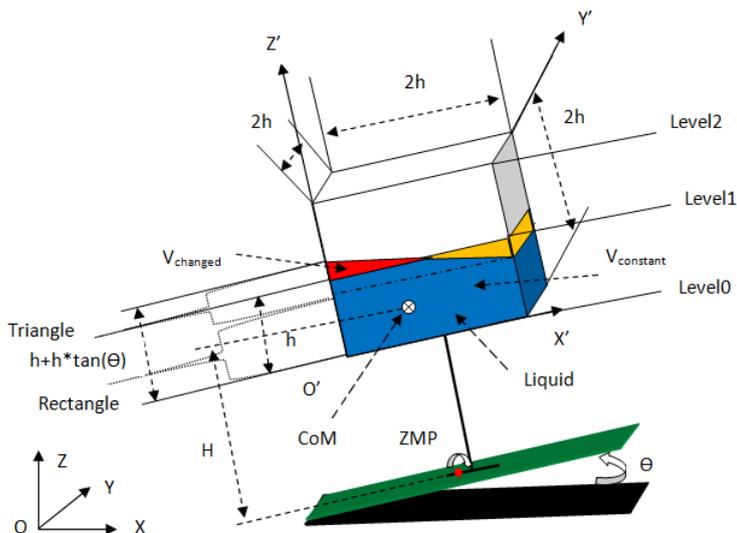


FIGURE 1.4 – Le modèle LLM pour une trajectoire de marche ascendante

Ensuite les coordonnées du centre de masse du triangle seront donnés par :

$$\begin{cases} x_{CoMtriangle} = \frac{0+0+2h}{3} \\ z_{CoMtriangle} = \frac{h(1-\tan(\theta))+h(1+\tan(\theta))+h(1-\tan(\theta))}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{CoMtriangle} = \frac{2}{3}h \\ z_{CoMtriangle} = \frac{h}{3}(3 - \tan(\theta)) \end{cases}$$

$$CoM_{triangle} = \left( \frac{2}{3}h, \frac{h}{3}(3 - \tan(\theta)) \right). \quad (1.5)$$

Ainsi, les coordonnées du centre de masse de la forme représentée sur la figure 1.4 est donné par

$$CoM_{all-form} = \left( \frac{h}{3}(3 - \tan(\theta)), \frac{h}{6}(3 + \tan^2(\theta)) \right). \quad (1.6)$$

Le cas suivant est illustré dans la figure 1.5, où le LLM présente un profil de marche descendant. La stratégie de génération des trajectoires pour une montée de pente est identique à celle d'une descente. La position du CoM dans ce cas peut être calculée comme suit :

Nous remarquons d'abord que la forme du liquide peut être décomposée, comme dans le cas précédent, en un rectangle et un triangle. Les coordonnées du centre de masse du rectangle sont calculées par 1.4 et les coordonnées du centre de masse du triangle sont données par :

$$\begin{cases} x_{CoMtriangle} = \frac{0+2h+2h}{3} \\ z_{CoMtriangle} = \frac{h(1-\tan(\theta))+h(1+\tan(\theta))+h(1-\tan(\theta))}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{CoMtriangle} = \frac{4}{3}h \\ z_{CoMtriangle} = \frac{h}{3}(3 - \tan(\theta)) \end{cases}$$

$$CoM_{triangle} = \left( \frac{4}{3}h, \frac{h}{3}(3 - \tan(\theta)) \right). \quad (1.7)$$

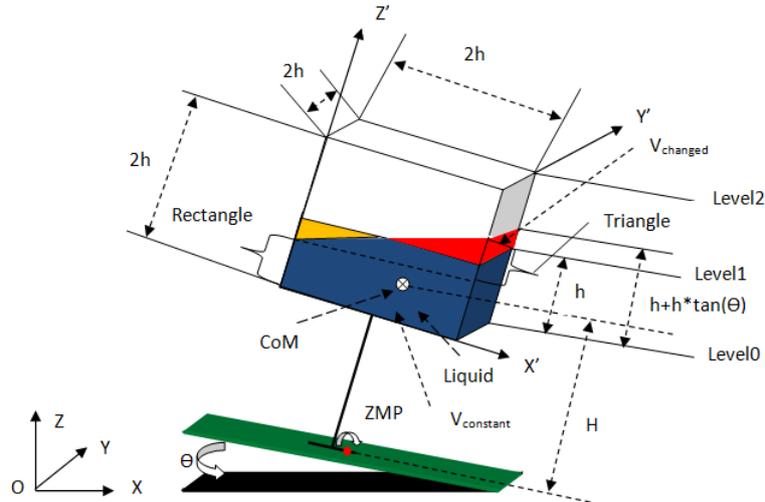


FIGURE 1.5 – Le modèle LLM pour une trajectoire de marche descendante

Ainsi, les coordonnées du centre de masse de la forme représentée sur la figure 1.5 est donné par

$$CoM_{all-form} = \left( \frac{h}{3}(3 + \tan(\theta)), \frac{h}{6}(3 + \tan^2(\theta)) \right). \quad (1.8)$$

### 1.3.2 Contribution n°02 : Validation du modèle "LLM"

#### 1.3.2.1 Du modèle "LLM" vers la suspension active d'un véhicule

Afin de valider l'utilisation du "LLM" pour la génération des trajectoires des systèmes complexes nous avons choisi l'étude de la suspension active d'un véhicule. Tout d'abord, la dynamique d'un véhicule est modélisée comme un niveau de liquide exécutant dans un réservoir. Une telle représentation permet de suivre la trajectoire du centre de masse (CoM). Le contrôleur proposé utilise une combinaison entre une commande robuste et le modèle "LLM" dans le but de maintenir le centre de masse à l'intérieur de la surface créée par les quatre roues.

**Modélisation d'un quart de véhicule par le modèle "LLM"** La majorité des articles traitant le sujet de la suspension active utilisent le modèle d'un quart de véhicule à deux degrés de liberté [GILLESPIE 1992], [CHALASSANI1986], [DODDS1973], [GORDON1995] comme le montre la figure 1.6. Dans ce cas, nous supposons que le véhicule est en mouvement vertical. La

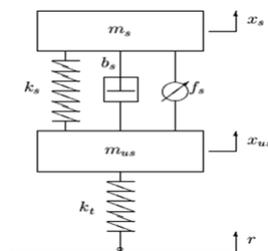


FIGURE 1.6 – le modèle d'un quart de véhicule à deux degrés de liberté

simplicité de ce modèle facilite l'optimisation et l'analyse. L'entrée du système est le mouvement vertical de la route sous le pneu. Le modèle est constitué de deux masses distinctes. La masse

suspendue  $m_s$  représentant le châssis de la voiture, tandis que la masse non suspendue  $m_{us}$  représente l'ensemble de la roue. Le ressort, de constante de raideur  $K_s$ , et l'amortisseur, de coefficient d'amortissement  $b_s$ , représentent un ressort passif et un amortisseur qui sont placés entre la carrosserie de la voiture et la roue, tandis que le ressort  $K_t$  sert à modéliser la compressibilité pneumatique du pneu. Les variables  $x_s$ ,  $x_{us}$  et  $r$  sont respectivement la course du châssis, la course de la roue et la perturbation de la route. L'actionneur applique une force  $f_s$  entre les masses suspendues et non suspendues. En supposant que la gravité est équilibrée par les forces de repos des ressorts, nous pouvons modéliser le système de suspension comme suit

$$\begin{pmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_{us} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_s \\ \ddot{x}_{us} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_s & -K_s \\ -K_s & K_s + K_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_s \\ x_{us} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} f_s + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} b_s (\dot{x}_2 - \dot{x}_1). \quad (1.9)$$

**Dynamique latérale d'un demi véhicule** Ce modèle représente une vue de la suspension avant ou arrière. C'est un modèle à 4 degrés de liberté qui modélise une suspension indépendante. Le modèle utilisé est montré dans la figure 1.7. La largeur  $L$  est la distance entre les roues

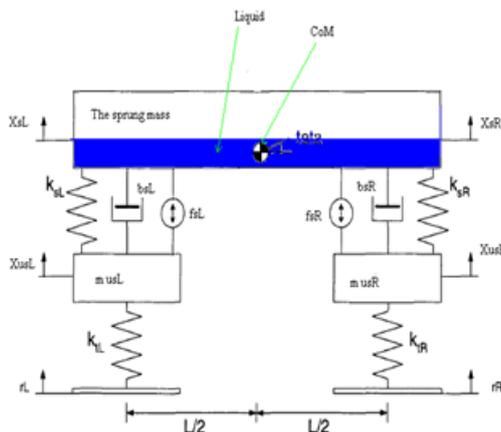


FIGURE 1.7 – le modèle latéral d'un demi véhicule

de droite et de gauche. Les variables  $f_{sR}$  et  $f_{sL}$  sont les force appliquées entre les masses suspendues et non suspendues, respectivement à droite et à gauche. Un véhicule normal subit une perturbation similaire du côté gauche et du côté droit.

**Dynamique longitudinale d'un demi véhicule** Ce modèle représente une vue de côté d'un véhicule. Contrairement au modèle latéral, le véhicule n'est pas symétrique et les actionneurs à l'avant et à l'arrière sont indépendants. Le modèle est montré dans la figure 1.8.

**Commande de la suspension du véhicule** Nous présentons maintenant une nouvelle méthode de contrôle pour la suspension de véhicule active fournie par le modèle "LLM". Nous allons revisité la loi de contrôle d'amortissement active robuste introduite par Feng Lin [Feng Lin 1997]. Cette commande robuste qui stabilise la suspension active sous toutes les incertitudes admissibles est donnée dans [Feng Lin 1997] par

$$f_s = -B_0^T M_0^{-1/2} [\tilde{Q}_2^T \tilde{Q}_3] \begin{pmatrix} M_0^{1/2} & 0 \\ 0 & M_0^{1/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$

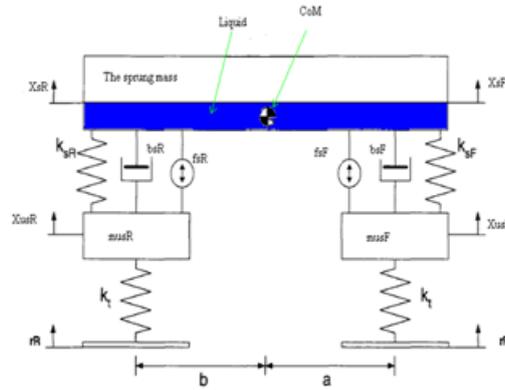


FIGURE 1.8 – le modèle longitudinal d'un demi véhicule

Où

$$B_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}; M_0 = \begin{pmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_{us} \end{pmatrix}; \quad (1.11)$$

et  $\tilde{Q} = \begin{pmatrix} \tilde{Q}_1 & \tilde{Q}_2 \\ \tilde{Q}_2^T & \tilde{Q}_3 \end{pmatrix}$  étant la solution de l'équation algébrique de Riccati.

**Génération des trajectoires du véhicule par le modèle "LLM"** Au départ, nous pouvons stabiliser l'équilibre de tout le véhicule en utilisant le centre de masse de la voiture en modélisant le véhicule entier comme un niveau de liquide sur un réservoir qui donne une représentation pratique pour traiter le CoM comme le montre la figure 1.9.

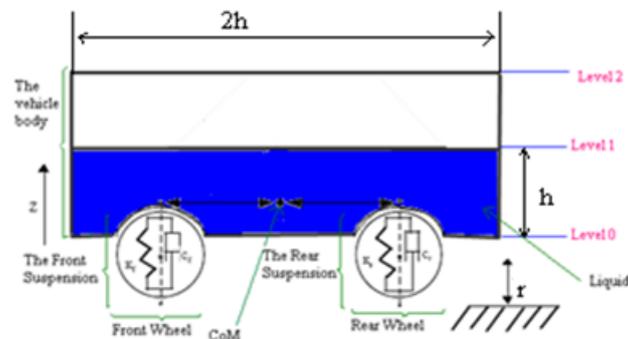


FIGURE 1.9 – Modélisation du véhicule par le LLM

– Réponse du "LLM" dans le cas stable :

Le centre de masse de la caisse du véhicule dans le cas stable est donné par :

$$CoM = \left( h, \frac{h}{2} \right).$$

– Réponse du "LLM" sur une pente ascendante :

Les coordonnées du centre de masse dans le cas ascendant sont exprimées en fonction de la hauteur du liquide par :

$$CoM = \left( \frac{h}{3}(3 - (x_s - h)), \frac{h}{6}(3 + (x_s - h)^2) \right).$$

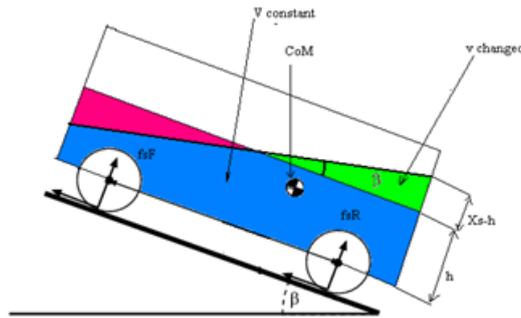


FIGURE 1.10 – Modélisation du véhicule sur une pente par le LLM

– Réponse du "LLM" sur une pente descendante :

La position du centre de masse est calculée dans le cas d'une pente descendante et est donnée par l'expression suivante :

$$CoM = \left( \frac{h}{3}(3 + (x_{us} - h)), \frac{h}{6}(3 + (x_{us} - h)^2) \right).$$

**Commande robuste de la suspension de la voiture** La figure 1.11 illustre le schéma de la stratégie de contrôle de la dynamique du véhicule. Une voiture court le long d'une route avec la vitesse  $v(t)$ . Un capteur est installé sur la roue avant pour mesurer le déplacement vertical de la roue avant causé par le profil de la route. Si les roues et la route ne perdent jamais le contact, alors le déplacement vertical de la roue arrière, peut être vu comme un retard de transport variable du déplacement vertical de la roue avant, qui est déterminé par la longueur  $(a + b)$  entre les deux roues. Les entrées sont l'état de la voiture (vitesse de la voiture) et l'état de la route, qui contient les informations nécessaires. Nous pouvons calculer la commande robuste à appliquer au système de suspension active d'un automobile qui garantit de bonnes performances.

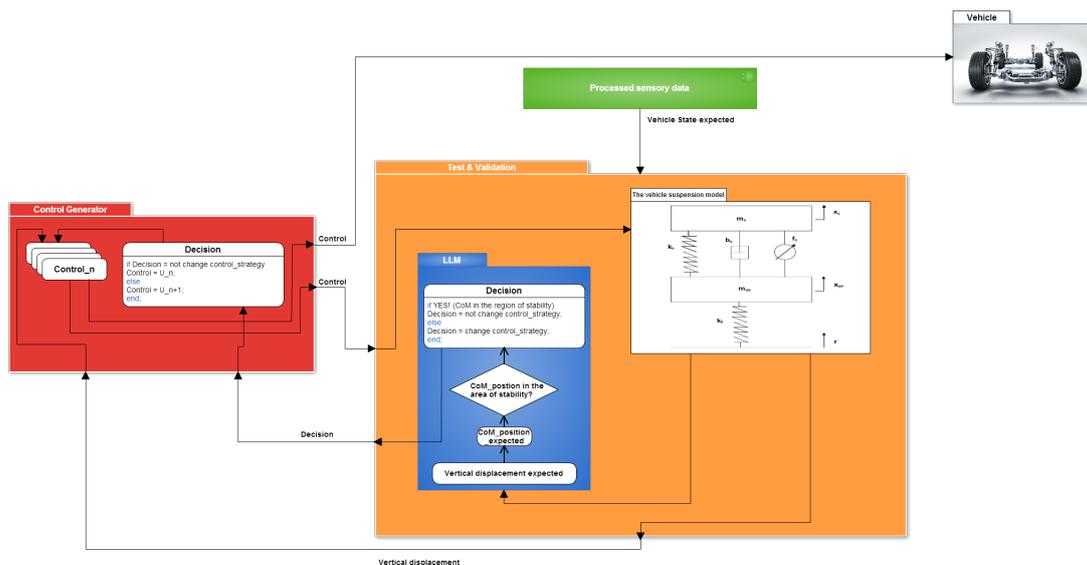


FIGURE 1.11 – Modélisation du véhicule par le LLM

### 1.3.2.2 Résultats de simulations

Dans cette simulation, nous avons utilisé le Toolbox Simulink/MATLAB. Les paramètres sélectionnés pour le contrôle robuste sont donnés ci-dessous :

$$\begin{cases} m_s = 3000kg \\ m_{us} = 500kg \\ K_s = 3000N/m \\ K_t = 30000N/m \\ b_{s\min} = 500N/ms^{-1} \\ b_{s\max} = 1000N/ms^{-1} \end{cases}$$

La loi de commande dans 1.9 est donnée par :

$$f_s = -0.5x_s + 1.6652x_{us} - 10003.3\dot{x}_s + 1000.4\dot{x}_{us} \quad (1.12)$$

Les performances de la commande robuste sont montrées par le déplacement vertical de chaque roue et sont représentées sur la figure 1.12. En comparant avec le cas sans contrôle (figure 1.13) nous observons une bonne stabilité du système. Il est clair que l'ajout de la commande robuste combinée à la réponse du LLM apporte une amélioration significative de la performance de stabilité. Il est très important d'observer aussi les performances du véhicule lors d'une course sur la route qui peut être illustrée à travers le déplacement vertical de la masse suspendue et non suspendue avec et sans contrôle données dans les figures 1.14 et 1.15.

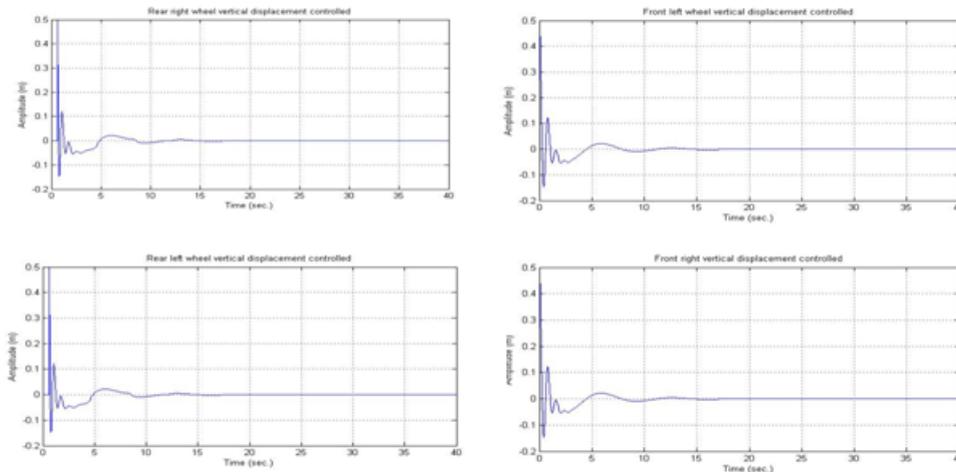


FIGURE 1.12 – Le déplacement vertical de chaque roue en présence de la commande

### 1.3.2.3 Du modèle "LLM" vers le contrôle de décollage d'un avion

Le deuxième exemple de la validation du modèle "LLM" concerne le décollage d'un avion. Tout d'abord, la dynamique d'un avion est modélisée comme un niveau de liquide exécutant dans un réservoir qui donne une représentation pratique pour manipuler le CoM. Le modèle choisi est le Harrier II (AV8B) qui est produit par McDonnell Douglas. Il est propulsé par un moteur turbo fan unique avec quatre tuyères d'échappement qui fournissent la grande poussée pour l'avion. Le contrôleur proposé emploie un contrôle robuste en combinaison avec le "LLM".

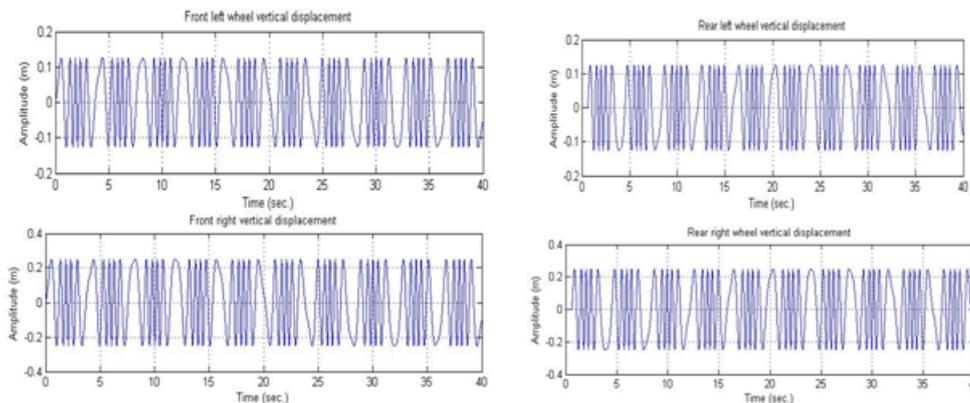


FIGURE 1.13 – Le déplacement vertical de chaque roue sans commande

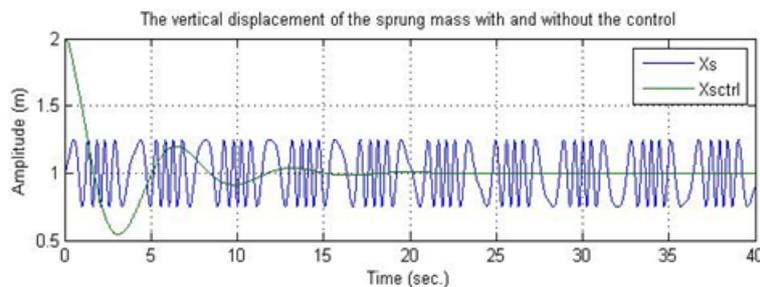


FIGURE 1.14 – Le déplacement vertical de la masse suspendue avec et sans contrôle

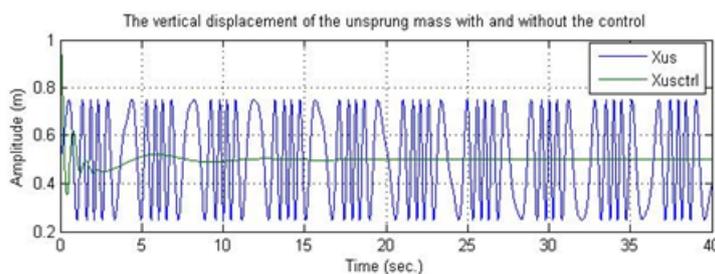


FIGURE 1.15 – Le déplacement vertical de la masse non suspendue avec et sans contrôle

**Description et modélisation** Puisque nous nous sommes intéressés au contrôle de l'avion dans une phase où elle commence à quitter la piste. Nous considérons un prototype d'aéronef à décollage vertical et à décollage court (V/STOL), comme le Harrier II (*AV8B*). Ce prototype d'avion *V/STOL* tel qu'illustré à la figure 1.16 où les forces appliquées sont supposées agir au centre de masse  $CoM$  de l'aéronef. Les entrées de l'avion sont  $F_x$  et  $F_z$  qui sont les force agissant respectivement suivant les axes  $x$  et  $z$ .

Les sorties de l'avion sont l'angle de tangage  $\theta$ , la vitesse angulaire de tangage  $\dot{\theta}$  et l'accélération angulaire de tangage  $\ddot{\theta}$ . Les équations de mouvements de l'avion *V/STOL*, à partir de la figure

1.16, sont données comme suit cite c10 :

$$\ddot{x} = \frac{F_x}{m} - \dot{\theta}\dot{z} - g \sin(\theta) \quad (1.13)$$

$$\ddot{z} = \frac{F_z}{m} - \dot{\theta}\dot{x} + g \cos(\theta) \quad (1.14)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{M}{J} \quad (1.15)$$

Où  $mg$  représente les forces gravitationnelles exercées sur l'avion au  $CoM$  et  $J$  est le moment d'inertie.

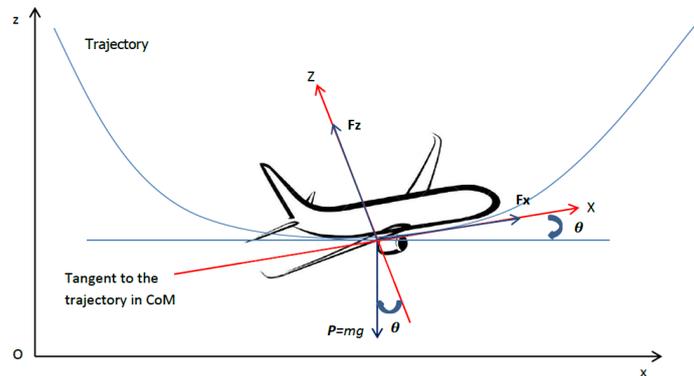


FIGURE 1.16 – Avion en décollage V/STOL

## Présentation de la stratégie de commande

**Génération de la trajectoire désirée** Au départ, nous pouvons stabiliser l'équilibre de tout le corps de l'avion en utilisant le centre de masse du jet en modélisant l'avion entier comme un niveau de liquide en fonctionnement sur un réservoir, ce qui donne une représentation pratique pour traiter la trajectoire du  $CoM$ . Un avion suit une trajectoire avec la vitesse  $(\dot{x}, \dot{z})$ , un capteur est installé à la partie avant du Jet pour mesurer respectivement les déplacements horizontal et vertical  $x(t)$  et  $z(t)$ .

Si la partie avant du Jet et la trajectoire ne perdent jamais ces relations alors le déplacement de la partie arrière de l'avion, peut être vu comme un retard de transport variable de la partie avant du déplacement du Jet qui est déterminé par la vitesse et la longueur du corps de l'avion. Les coordonnées du centre de masse dans le cas de la pente ascendante (voir figure 1.17) peut être calculée en utilisant la modélisation de la masse de l'aéronef comme niveau de liquide en fonctionnement sur un réservoir (les détails sont donnés dans la section 1.3.1.1).

**Expressions des forces et des moments** Notre objectif dans cette section est la détermination des forces  $F_x$  et  $F_z$  et le moment de tangage  $M$ .

Les équations relatifs au générateur des forces appliquées  $F_x$  et  $F_z$  et le moment de tangage  $M$  supposé agir au centre de masse  $CoM$  de l'aéronef sont données par :

$$F_x = m\ddot{x} + \dot{\theta}\dot{z} + g \sin(\theta) \quad (1.16)$$

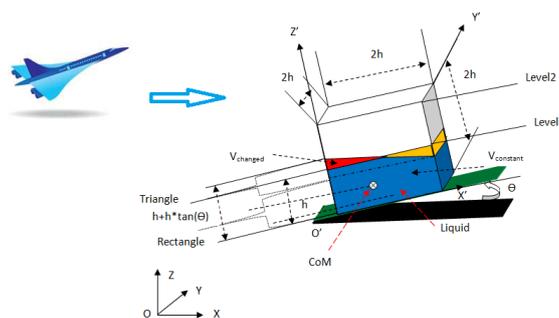
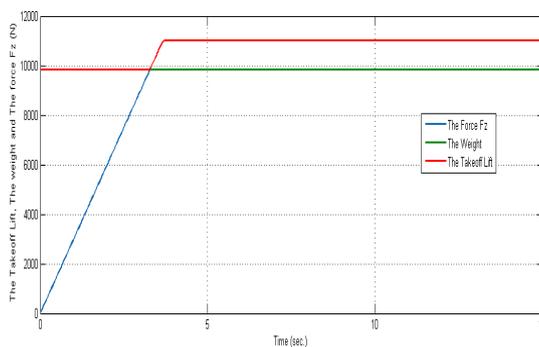


FIGURE 1.17 – Modélisation de l'avion en décollage V/STOL avec le LLM

FIGURE 1.18 – La relation entre la force  $F_z$  et le poids de l'avion en phase de décollage

$$F_z = m\ddot{z} - \dot{\theta}\dot{x} - g \cos(\theta) \quad (1.17)$$

$$M = J\ddot{\theta} \quad (1.18)$$

**Résultats de simulations** Dans ces simulations, les outils utilisés sont relatifs aux Simulink et Virtual Toolbox dans MATLAB. Les paramètres considérés sont les suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Masse : } m = 1000\text{kg} \\ \text{Inertie : } J = 1000\text{kg.m}^2 \\ \text{Position initiale : } (x, z) = (0, 0) \\ \text{Vitesse initiale : } (\dot{x}, \dot{z}) = (0, 0) \\ \text{Position angulaire initiale : } \theta = 0\text{rad} \\ \text{Vitesse angulaire initiale : } \dot{\theta} = 0\text{rad/sec} \end{array} \right.$$

Pour démontrer la performance de ce nouveau type de commande de décollage d'avions, nous avons effectué une simulation de la phase où le Jet commence à quitter le sol. L'avion a mesuré le déplacement vertical qui est différent de zéro en raison de la force agissant le long de l'axe  $z$  soit  $F_z$  qui sera égale à la Force de décollage ascenseur et qui est supérieure à la force due à la gravité comme le montre la figure 1.18. Il est très important d'observer les performances de l'avion pendant la phase de décollage. Les schémas illustrés dans les figures 1.19 et 1.20 montrent l'évolution de l'angle de tangage ( $\theta$ ) et la position du centre de masse  $CoM$  donné par rapport au repère de référence fixe de la Terre ( $x_{earth}, z_{earth}$ ), où les forces appliquées sont supposées

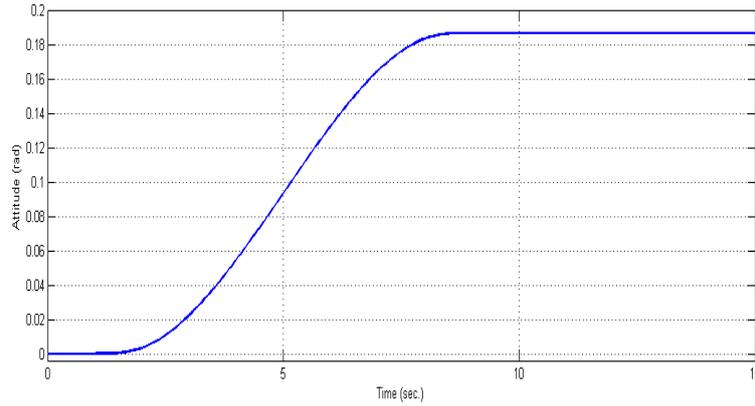


FIGURE 1.19 – L'évolution de l'angle de tangage  $\theta$

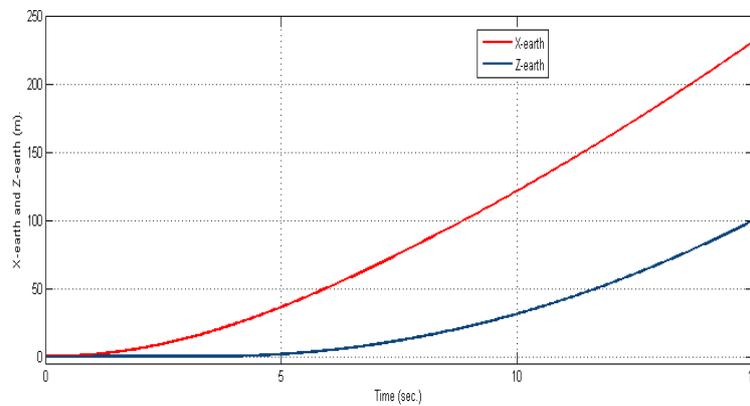


FIGURE 1.20 – L'évolution des coordonnées du  $COM$  dans le référentiel terre

agir.

### 1.3.3 Contribution n°03 : Commande de la marche dynamique du robot humanoïde "DARWIN-OP"

Cette section concerne l'application de l'approche "LLM" au robot humanoïde "DARWIN-OP". Nous procédons à la combinaison du générateur des trajectoires "LLM" avec une commande par logique floue afin d'aboutir à une marche dynamiquement stable.

#### 1.3.3.1 Combinaison "LLM"/Contrôleur logique floue

La solution proposée consiste en une génération de marche, basée sur une combinaison entre un modèle simplifié "Modèle de niveau de liquide (LLM)" et un contrôleur par la logique floue. Dans ce contexte, nous représentons le modèle du robot humanoïde comme "le LLM". Le niveau de liquide sur un mouvement de réservoir décrit la trajectoire du centre de masse ( $CoM$ ) du robot. Nous pouvons nous attendre à ce que le robot marche juste par une lecture de la trajectoire commune prescrite. Comme ce n'est pas généralement le cas, nous avons besoin donc d'une commande par rétroaction pour corriger le suivi d'erreur en utilisant les informations du capteur comme montré sur la figure 1.21.

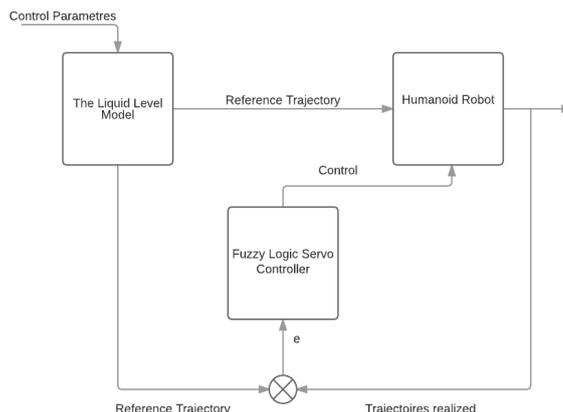


FIGURE 1.21 – Schéma block de la stratégie de commande

### 1.3.3.2 Commande par logique floue pour la génération des trajectoires

Dans cette section nous nous concentrons sur la stratégie de contrôle proposée pour un robot humanoïde. La première étape consiste à déterminer la zone de la limite de stabilité numériquement. Ensuite le contrôleur par logique floue doit suivre les actions énuméré ci-dessous :

1. If (error is ok) then level is no\_change.
2. If (error is positive) then level is increasing\_fast.
3. If (error is negative) then level is decreasing\_fast.
4. If (error is ok) and (rate is positive) then level is increasing\_slow.
5. If (error is ok) and (rate is negative) then level is decreasing\_slow.

La première action consiste à mettre le robot à une posture initiale. Les autres actions doivent garantir que le *CoM* et le *ZMP* du robot bipède soient au centre de la limite de stabilité. En effet, la seconde action consiste à contracter rapidement la jambe d'appui et à étirer la jambe pivotante. La troisième action consiste à étirer rapidement la jambe d'appui et à contracter la jambe pivotante. La quatrième action consiste à contracter la jambe d'appui lente et à étirer la jambe pivotante. La cinquième action consiste à ralentir la jambe d'appui et à s'étirer pour ralentir la jambe pivotante.

Le robot se déplace dans une trajectoire prédéfinie. Et pour chaque temps d'échantillonnage, le niveau de liquide est acquis et calculé. Puis, les valeurs des *CoM* et *ZMP* sont aussi calculées. Ensuite, le contrôleur doit vérifier si les *CoM* et *ZMP* sont dans la région de stabilité ou non. Si les *CoM* et *ZMP* sont en limite de stabilité, le contrôleur revient simplement à la trajectoire prédéfinie et continue à activer le robot bipède dans une trajectoire prédéfinie. Mais si le *CoM* ou *ZMP* est en dehors de la région de stabilité, le contrôleur sort de la trajectoire normale prédéfinie et passe au contrôle par logique floue.

### 1.3.3.3 Application sur le robot Humanoïde Darwin-OP

Afin de valider la méthode décrite ci-dessus, nous appliquons l'approche proposée au robot Darwin-OP (Robot Anthropomorphe Dynamique avec Intelligence Ouverte Plate-forme) illustré dans la figure 1.22. C'est un robot humanoïde miniature développé par Robotis, Darwin-OP. Il mesure 45 cm et pèse 2,9 kg, il possède 20 degrés de liberté. Le Darwin-OP utilise le processeur principal Intel Atom Z530 avec 1.6Ghz, 4 Go de mémoire flash SSD et une carte contrôleur CM-730 avec ARM Cortex M3 avec 72Mhz. On calcule les trajectoires de différents degrés de

liberté en résolvant une cinématique inverse, sachant que le centre de masse du robot suit la trajectoire du  $CoM$  générée par le modèle (LLM) et corrigée par le contrôleur à logique floue.



FIGURE 1.22 – Le robot humanoïde Darwin-OP (Dynamic Anthropomorphic Robot with Intelligence Open Platform).

**Résultats de simulations** Les paramètres sélectionnés de "le modèle de niveau de liquide" appliqués dans la pente de marche avec différents gradients sont :  $h = 0.5; H = 1; g = 9,8; \theta \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ .

Nous calculons les trajectoires  $ZMP$  et  $CoM$  en utilisant le contrôleur proposé. Tout d'abord, nous montrons aux figures 1.23 et 1.24 les résultats de simulations des trajectoires  $CoM$  et  $ZMP$ . Le respect de la région de stabilité par le modèle  $LLM$  a un effet plus important sur le suivi des trajectoires de référence. Les résultats  $CoM$ ,  $ZMP$  et les trajectoires des pieds de la simulation sont décrits dans la figure 1.25, où les trajectoires des indicateurs de la marche  $CoM$  et  $ZMP$  du robot bipède sont à l'intérieur de la limite de stabilité le long du temps de simulation. Ces résultats montrent aussi que la projection de  $CoM$  sur le sol est presque complètement à l'intérieur du polygone de support. Dans ce cas, le robot bipède peut maintenir son équilibre à la stricte condition de garder la projection au sol du  $CoM$  dans la région de stabilité. Pour la simulation dynamique comme le montre la figure 1.26, le robot Darwin-OP pourrait marcher avec succès. Puisque la marche d'escalier peut être considérée comme un cas particulier de la marche sur des pentes, nous adoptons donc la même stratégie pour générer de la marche dynamique stable sur un escalier. Les figures 1.27 et 1.28 montrent respectivement la marche dynamique stable en montant et descendant un escalier.

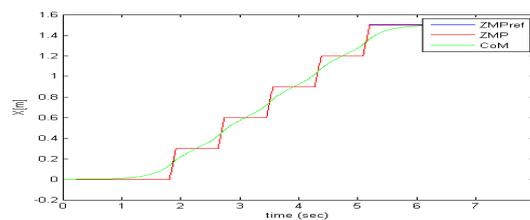


FIGURE 1.23 – Les trajectoires du CoM et du ZMP suivant l'axe  $x$

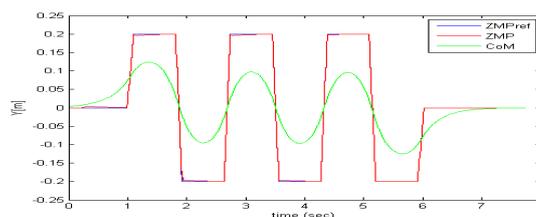


FIGURE 1.24 – Les trajectoires du CoM et du ZMP suivant l'axe  $y$

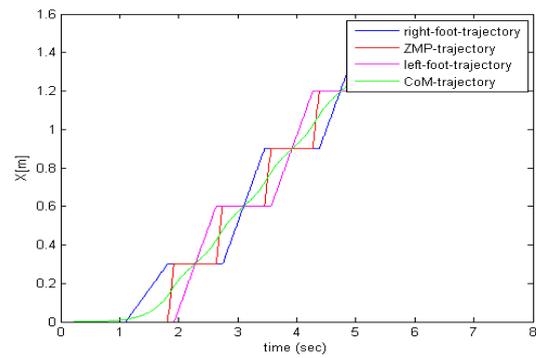


FIGURE 1.25 – Les trajectoires des CoM, ZMP et les pieds du robot



FIGURE 1.26 – La marche de Darwin-OP sur sol plat

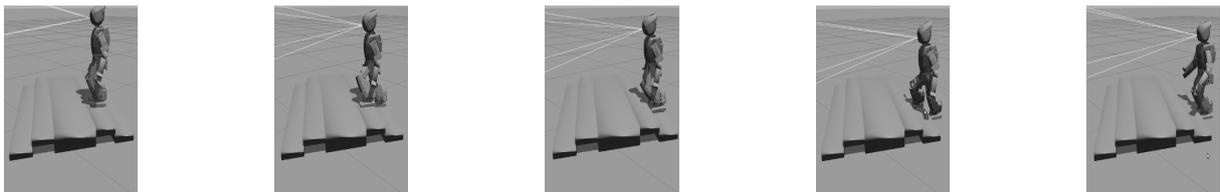


FIGURE 1.27 – La marche de Darwin-OP pour montée d'escalier

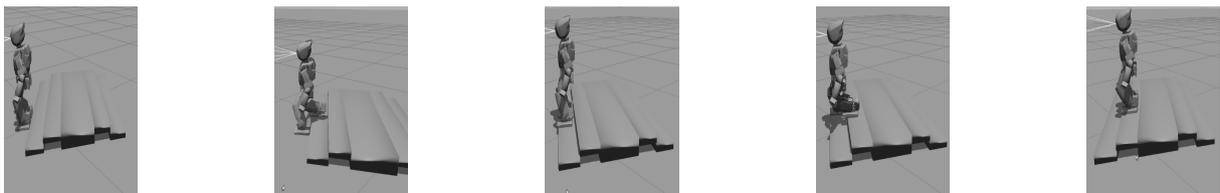


FIGURE 1.28 – La marche de Darwin-OP pour descente d'escalier

## 1.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous nous sommes intéressés à la génération des trajectoires pour la marche des robots humanoïdes dans des objectifs de la commande. Un robot ayant une marche autonome nécessite une stratégie de contrôle de haute performance et de l'efficacité pour assurer la marche dynamique stable. La plupart des approches de commande de la marche bipède sont basés sur l'utilisation des trajectoires de référence qui doivent être suivie en temps réel. Cela montre clairement l'importance d'un générateur de modèle de la marche bipède.

Pour qu'un robot bipède peut s'adapter aux conditions de tous les cas possibles de pentes et sur un terrain de marche accidenté, le pied du robot doit avoir différents types de mouvements. En s'inspirant des travaux effectués sur la génération des trajectoires et basés sur des modèles simplifiés nous introduisons dans ce travail une nouvelle méthode pour fournir un générateur de marche qu'on l'a nommé le modèle à niveau de liquide "The Liquid Level Model : LLM". Pour prouver l'efficacité de ce nouveau modèle, nous avons présenté trois applications à savoir :

1. Commande active de la suspension d'une voiture (en utilisant le LLM) ;
2. Contrôle de décollage d'un avion (assuré par le LLM) ;
3. Commande de la marche dynamique du robot humanoïde Darwin-OP en utilisant la LLM avec une commande par logique floue.

## 1.5 Liste des Publications

- 1 Naceur Chafroud, Nahla Khraief Hadded, Naceur Haj Braiek , :Stable Walking of Humanoid robot based on a Liquid Level Model. 1st International Conference on Advanced Systems and Electrical Technologies, IC ASET'17, 14-17 January, Hammamet, Tunisia (2017).
- 2 Naceur Chafroud, Nahla Khraief, Naceur Haj Braiek , :Dynamic Walking Control by Using the Liquid Level Model and the Preview of Zero-Moment-Point. International Conference on Individual and Collective Behaviors in Robotics, ICBR'13, 15-17 December, Sousse, Tunisia (2013).
- 3 Naceur Chafroud and Khraief Nahla, Dynamic walking of Humanoid robot provided by the ingenious combination of several control schemes optimizing the system energy. The 2nd International Symposium on Environment Friendly Energies And Applications (EFEA 2012).

AXE

IV

---

*Perspectives de Recherche*



*Nul ne peut se prétendre  
médecin s'il ne connaît les bases  
de l'astrologie.  
Hippocrate*

---



# Perspectives de Recherche des trois axes

---

## 1.1 Axe 1 : Analyse et commande énergétique robuste des systèmes mécaniques sous-actionnés

Dans cet axe, nous avons étudié le comportement dynamique d'un pendule inversé à roue d'inertie (PIRI). Les contributions portaient sur la conception d'une commande robuste et l'analyse basée sur la bifurcation de "Hopf". Plusieurs perspectives de ces travaux peuvent être énoncés. Tout d'abord, nous pouvons améliorer la loi d'adaptation afin d'augmenter la robustesse du PIRI contre d'autres types d'incertitudes. Cela peut être prouvé par l'application de MCS (Monte Carlo Simulations) pour mieux quantifier les incertitudes sur les paramètres (du modèle et du contrôleur). Deuxièmement, des discussions peuvent être menées sur la généralisation du schéma de contrôle adaptatif proposé au cas d'autres classes de systèmes mécaniques sous-actionnés. En outre, un tel schéma de contrôle peut également être comparé à d'autres contrôleurs au moyen de l'outil MCS. Enfin, la commande MRA-CBP-AIA peut être testée pour suivre certaines trajectoires de référence pour une génération de cycles limites stables.

Comme autres perspectives et dans l'objectif de la recherche des cycles limites stables, la même méthodologie, basée sur la détection de la bifurcation de "Hopf", peut être facilement utilisée pour d'autres systèmes mécaniques sous-actionnés avec le même contrôleur ou avec d'autres contrôleurs. En tant que travaux actuels (en cours de publications), nous cherchons à concevoir un contrôleur robuste pour le PIRI avec des paramètres incertains et/ou sous des perturbations externes. En outre, l'analyse de bifurcation basée sur les systèmes hamiltoniens peut être aussi un chemin d'investigations.

## 1.2 Axe 2 : Analyse, Observation et contrôle du chaos en robotique : Cas des robots bipèdes planaires

Dans l'axe 2 nous avons investigué plusieurs techniques d'analyse du chaos et de bifurcations afin de contribuer dans le contrôle du chaos des robots bipèdes planaires.

Comme continuité à ces travaux nous proposons les perspectives suivantes :

La première perspective intéressante à envisager est la vérification pratique de nos contributions sur un robot bipède réel.

Nous proposons aussi comme perspective la conception de lois de commande spécifiques qui stabilisent la marche bipède et permettent d'obtenir en conséquence une marche dynamique stable et symétrique.

Nous avons montré que le torse peut jouer un rôle important dans le contrôle du chaos en faisant varier l'angle du tronc. Toutefois, l'élimination complète du chaos ne sera pas atteinte pour certaines pentes plus raides. Alors, nous proposons dans les travaux futurs de jouer sur un

autre paramètre afin de contrôler le chaos pour ce type de systèmes.

Des preuves analytiques des résultats de simulations obtenues reste un chemin d'investigation important pour ces recherches.

Notre stratégie de contrôle du chaos généré dans la marche dynamique passive du robot bipède de type compas à l'aide d'un modèle linéarisé autour d'un cycle limite hybride peut être appliquée à tout système non-linéaire avec impact. Cependant, comme les autres méthodes de contrôle du chaos, nous devons détecter toujours le point fixe pour un paramètre de bifurcation donné. Ainsi, si nous changeons le paramètre de bifurcation, nous devons déterminer le point fixe et nous devons calculer une autre fois le gain de la loi de commande. Ce calcul prend beaucoup de place dans la mémoire du processeur, donc, dans le but d'améliorer cette tâche, nous proposerons de développer une approche de contrôle du chaos qui ne nécessite pas la connaissance préalable du point fixe.

### **1.3 Axe 3 : Modélisation, génération des trajectoires et commande des Robots Humanoïdes : De la conception à la réalisation**

L'axe 3 traite le domaine de la robotique bio-inspirée. L'application concernait la modélisation, génération des trajectoires et commande des Robots Humanoïdes. Nous considérons que la contribution essentielle dans cet axe est le développement d'un nouveau modèle simplifié (LLM) pour la génération des trajectoires de la marche dynamique stable.

Comme perspectives nous proposons de tester le modèle "LLM" avec d'autres stratégies de commandes non linéaires et de les appliquer pour d'autres modèles de robots humanoïdes.

# Activités actuelles de Recherche

---

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>159</b>
<b>2.2</b>	<b>Projet 1 : Rééducation fonctionnelle du membre supérieur à l'aide d'exosquelettes commandés par des signaux biomédicaux</b>	<b>159</b>
<b>2.3</b>	<b>Projet 2 : Contribution à la conception des algorithmes de contrôle basés sur la stimulation électrique fonctionnelle (FES) pour la rééducation des membres supérieurs : Application sur l'exosquelette Armeo Spring</b>	<b>161</b>
<b>2.4</b>	<b>Projet 3 : Contribution à la modélisation et à la commande robuste de l'ensemble exosquelette-membre supérieur</b>	<b>162</b>

---

## 2.1 Introduction

À travers les dernières décennies, le nombre de personnes handicapées a augmenté à un rythme alarmant. L'incapacité physique comme la perte partielle ou complète du fonctionnement des membres de l'être humain est une déficience très connue chez les personnes âgées, mais peut être aussi un effet secondaire dû aux blessures sportives ou professionnelles, des traumatismes, des accidents vasculaires cérébraux, et/ou lésions de la moelle épinière. C'était déjà approuvé que le nombre de tels cas augmente constamment et la durée du traitement est de plus en plus longue, le développement d'un exosquelette robotique permettant la rééducation des membres pourrait contribuer d'une manière significative au succès de ces interventions. Mes activités actuelles s'inscrivent dans ce contexte et qui concernent l'étude, l'analyse, l'observation et la commande robuste des robots portables.

## 2.2 Projet 1 : Rééducation fonctionnelle du membre supérieur à l'aide d'exosquelettes commandés par des signaux biomédicaux

La rééducation fonctionnelle est certainement l'un des domaines de la médecine qui a le plus progressé les deux dernières décennies. La rééducation robotique est un champ de ce domaine qui est perpétuellement en évolution : elle joue un rôle très important dans l'amélioration de la commande motrice et de la prévention de complications (atrophie musculaire, ostéoporose, spasticité, etc..) et par la suite dans l'obtention des bons résultats. Les objectifs scientifiques visent essentiellement la rééducation assistée par un robot portable (exosquelette) commandé par la pensée via des signaux EEG (électroencéphalographie)(figure 2.1).

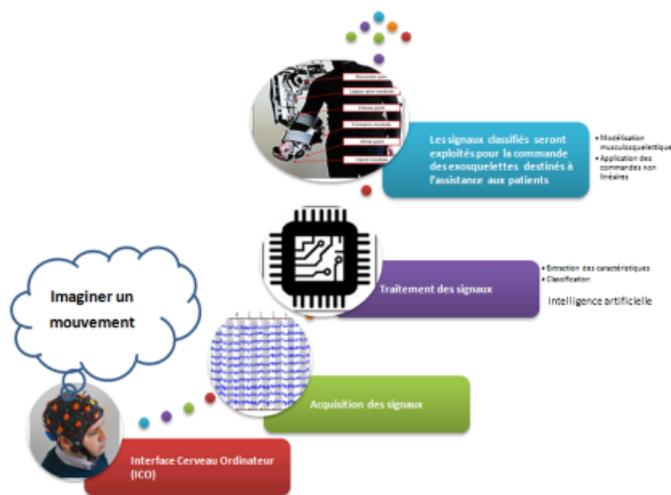


FIGURE 2.1 – Synoptique de l'étude des signaux EEG en vue de la commande d'un exosquelette membre supérieur

Il s'agit de restaurer les fonctions motrices d'origine d'un être humain, ou tout du moins d'atteindre le maximum de celles-ci après le traumatisme du corps. Couplé au système nerveux de l'utilisateur par des capteurs d'influx nerveux, l'exosquelette peut également suppléer aux fonctions motrices d'un patient paraplégique, et donner la possibilité de se mouvoir à des personnes paralysées ou handicapées dès la naissance. En tant qu'un robot portable, l'exosquelette se différencie de la prothèse par le fait qu'il ne remplace pas les membres. Il peut-être installé facilement par le patient et s'adapter à son domicile. Les problématiques abordées dans ce travail se divisent en deux grandes parties à savoir : les problématiques liées à l'utilisation des ICO (Interface-Cerveau-Ordinateur) et celles liées à l'utilisation des exosquelettes. Le cerveau humain est constitué de milliards de neurones qui communiquent entre eux. Chaque neurone est composé de trois parties, un corps cellulaire, un axone et une dendrite. Les neurones sont connectés et communiquent avec des milliers d'autres neurones. Une connexion entre deux neurones est appelée "Synapse". Cette communication est la base du fonctionnement du cerveau humain. Lors de son activation, le neurone actif va créer une modification du potentiel de tension, ce que l'on appelle un pic ou un potentiel d'action. Ce potentiel va se propager aux neurones voisins le long de ses différentes connexions synaptiques. La présence de différences de potentiels entre les différentes zones neuronales va créer un courant appelé Local Field Potential (LFP). Les problèmes liés à l'étude du système ICO sont les suivants :

1. Problème de mesure des signaux EEG ;
2. Problème du traitement des signaux ;
3. Problème de la classification.

Afin d'avoir une transparence mécanique entre le ICO et l'exosquelette plusieurs problématiques doivent être traitées à savoir : la modélisation (muscles, exosquelette,..), l'étude des différentes lois de commandes, analyse de stabilité et de robustesses vis à vis des incertitudes (structurées ou/et non structurées). D'où les problématiques scientifiques suivantes :

- Problème de la modélisation et de l'identification des muscles squelettiques :
  - o Etude comparatives entre les différents algorithmes d'identification utilisés pour l'identification des muscles ;
  - o Validation expérimentale des modèles des muscles.
- Problématiques de la modélisation exosquelette/membre pour l'assistance à la rééducation

## **2.3 Projet 2 : Contribution à la conception des algorithmes de contrôle basés sur la stimulation électrique fonctionnelle (FES) pour la rééducation des membres supérieurs : Application sur l'exosquelette Armeo Spring**

Les recherches que nous avons menées dans ce sens, ont porté sur l'application de la robotique au profit de l'handicap. L'objectif n'était donc pas de concevoir un robot pour la rééducation, mais de comprendre les phénomènes d'interaction physique homme-robot pour établir des bases solides en vue du déploiement des robots "Exosquelettes" pour la rééducation du membre supérieur du corps humain. De ce fait, les recherches menées par Melle Houda Barbouch sous ma direction ont poursuivi trois objectifs :

- L'étude sur l'utilité des signaux FES (Stimulation Electrique Fonctionnelle) dans la commande des exosquelettes membre supérieur : Suite à un traumatisme de la moelle épinière, l'interruption des voies de la commande motrice descendante entraîne une paralysie des muscles dont les motoneurons centraux sont touchés. Malgré les avancées importantes des approches pharmaceutiques et chirurgicales, cette paralysie reste jusqu'à présent irréversible et aucun traitement ne permet la restauration des fonctions motrices. Le seul moyen permettant une contraction des muscles du territoire sous-lésionnel est la Stimulation Electrique (ES). Cette technique consiste à évoquer une contraction musculaire par l'application de courant électrique au niveau de la peau (ES de surface) ou via des dispositifs implantés (ES implantée). Utilisée dans le contexte clinique pour la suppléance des déficiences motrices, elle est appelée Stimulation Electrique Fonctionnelle (FES). Le principe de la FES n'a pas changé dans ses grandes lignes (un stimulus électrique provoque l'activation des fibres nerveuses neuromotrices), la forme et les paramètres des stimulus se sont nettement complexifiées, et les sites de stimulation implantés se sont diversifiés : stimulation épimysiale (directement sur le muscle) et stimulation neurale (sur le nerf moteur).

- L'identification et la modélisation du muscle : La modélisation mathématique du muscle squelettique répond à plusieurs objectifs qui incluent la compréhension des mécanismes physiologiques de l'effecteur, la simulation, l'analyse et la synthèse du mouvement et enfin la commande des membres paralysés par stimulation électrique. Le but de tous les modèles de muscle proposés dans la littérature est la prédiction de la force de la contraction musculaire dans des conditions physiologiques opérationnelles. On s'est intéressé à la modélisation et l'identification des muscles squelettiques sous Stimulation Electrique Fonctionnelle (FES) dans le but de faire de la simulation numérique afin d'arriver à la prédiction de la réponse musculaire. Dans ce contexte nous avons choisi une structure Hammerstein pour modéliser le muscle stimulé électriquement dans des conditions isométriques.

- Le développement des algorithmes de commande robustes pour la réhabilitation fonctionnelle par FES des membres supérieurs paralysés (2.2) : Dans ce contexte nous avons procédé au développement de plusieurs algorithmes de commande à savoir : par PID, par modes glissants d'ordre supérieur et par FEEL (feedback error learning). Ensuite, nous avons testé la combinaison entre ces différentes commande afin d'effectuer une étude comparative. Cette étude concernait le cas nominal et le cas en présence des perturbations.

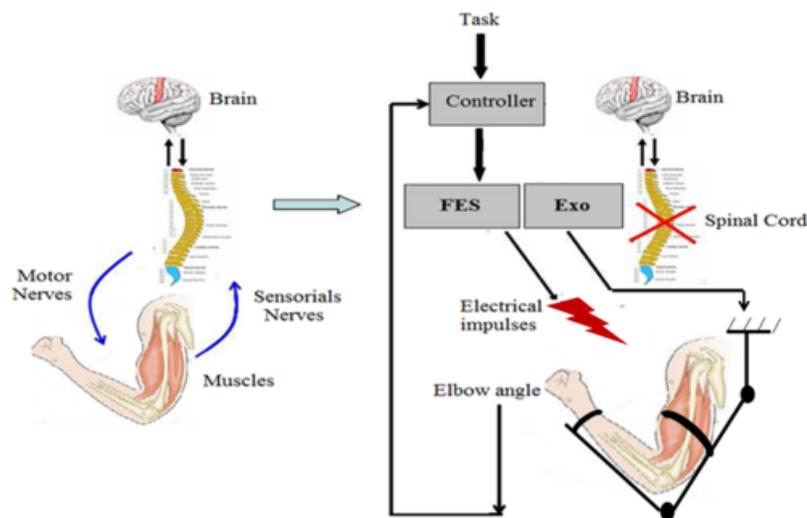


FIGURE 2.2 – Principe de la commande par FES d'un mouvement Flexion/extension d'un membre supérieur

## 2.4 Projet 3 : Contribution à la modélisation et à la commande robuste de l'ensemble exosquelette-membre supérieur

C'est dans le contexte de la robotique de rééducation du membre supérieur et de l'analyse de robustesse des commandes des exosquelettes en présence des perturbations et des incertitudes que s'inscrivent les travaux de recherche de ce projet. Un travail de thèse a été entamé dans le cadre de ce projet et qui va être soutenue à la fin de l'année 2021. Les questions auxquelles nous essayerons de répondre dans cette thèse sont les suivantes :

- Comment peut-on élaborer un modèle dynamique de l'ensemble exosquelette-membre supérieur ?
- Quelle commande faut-il mettre en oeuvre pour contrôler l'ensemble exosquelette-membre supérieur ?
- Quelles sont les méthodes d'analyse de robustesse ? Quelle est la méthode la plus performante qui sera utilisée pour analyser la robustesse de l'ensemble exosquelette-membre supérieur affecté par des incertitudes paramétriques et des perturbations structurelles et non structurelles ?
- Quelle est la commande la plus performante et robuste face aux perturbations et aux incertitudes paramétriques ?

Le schéma général de la démarche de la recherche (problématiques et méthodologie) est illustré dans la figure (2.3).

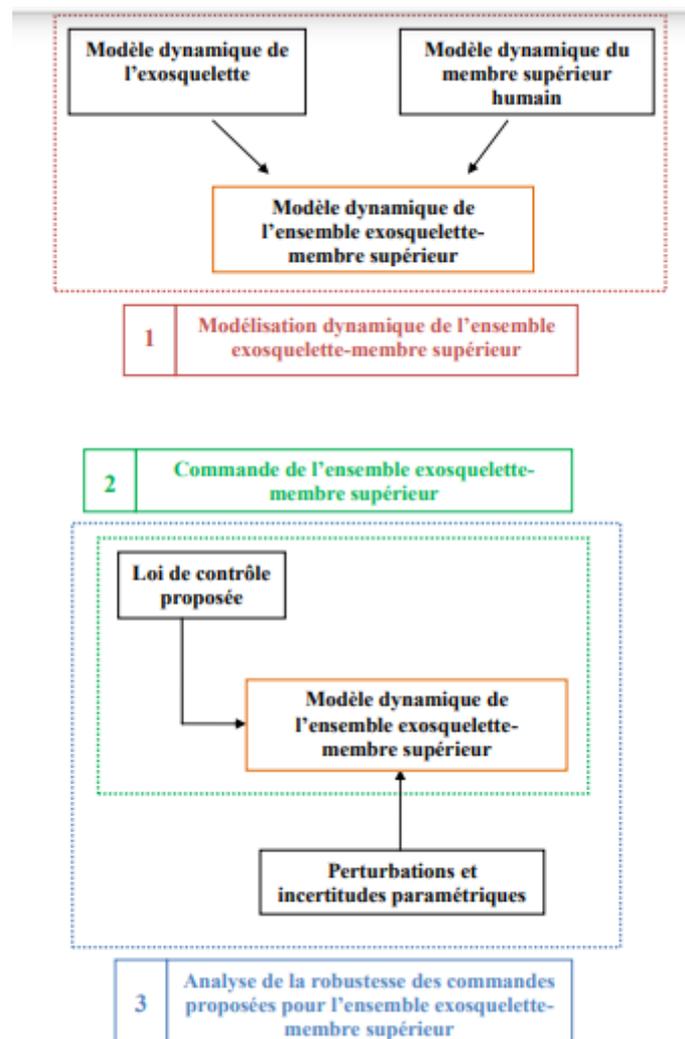


FIGURE 2.3 – Schéma général de la démarche de la recherche : problématique et méthodologie



# Bibliographie

- [kajita2014] Kajita, Shuuji and Hirukawa, Hirohisa and Harada, Kensuke and Yokoi, Kazuhito. Introduction to humanoid robotics. 2014.
- [kajita2009] Kajita, Shuuji and Hirukawa, Hirohisa and Harada, Kensuke and Yokoi, Kazuhito. Introduction à la commande des robots humanoïdes - De la modélisation à la génération du mouvement. 2009. Traduit du japonais par Sophie Sakka.
- [Andronov1966] A. A. Vitt A. A. Andronov and S. E. Khaikin (Auth.). *Theory of Oscillators*. 1966.
- [Acosta2004] J.A. Acosta, R. Ortega, and A. Astolfi. Interconnection and damping assignment passivity-based control of mechanical systems with underactuation degree one. In *In American Control Conference*, 2004.
- [Aguilar2014] C. Aguilar-Ibanez, J. A. Mendoza-Mendoza, J. C. Martinez, J. De Jesus-Rubio, and M. Suarez-Castanon. Port hamiltonian approach for inducing limit cycles. In *Memorias del XVI Congreso Latinoamericano de Control Automático, CLCA 2014*, pages 714–719, Cancún, Quintana Roo, México, 2014.
- [Alonso2002] D. M. Alonso, E. E. Paolini, and J. L. Moiola. *Controlling an inverted pendulum with bounded controls*. Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer-Verlag, 2002.
- [Alonso2005] D. M. Alonso, E. E. Paolini, and J. L. Moiola. Global bifurcation analysis of a controlled underactuated mechanical system. *Nonlinear Dynamics*, 40 :205-225, 2005.
- [Chemori2012] S. Andary, A. Chemori, M. Benoit, and J. Sallantin. A dual model-free control of underactuated mechanical systems, application to the inertia wheel inverted pendulum. In *Proc. Proceedings of American Control Conference (ACC'12)*, Fairmont Queen Elizabeth, Montréal, Canada, 2012.
- [And2009] S. Andary, A. Chemori, and S. Krut. Control of the underactuated inertia wheel inverted pendulum for stable limit cycle generation. *RSJ Advanced Robotics*, 23(15) :1999-2014, 2009.
- [Chemori2009] S. Andary, A. Chemori, and S. Krut. Estimation-based disturbance rejection in control for limit cycle generation on inertia wheel inverted pendulum testbed. In *Proc. Proceedings of the 2009 IEEE/RSJ international conference on Intelligent robots and systems(IROS'09)*, pages 1302-1307, Piscataway, NJ, USA, 2009.
- [Gaiko2003] Valery A. Gaiko (auth.). *Global Bifurcation Theory and Hilbert's Sixteenth Problem*. Mathematics and Its Applications 562. Springer US, 1 edition, 2003.
- [Battle2005] C. Battle, A. Doria-Cerezo, and R. Ortega. Power flow control of a doubly fed induction machine coupled to a flywheel. *European Journal of Control*, 11(3) : 209 221, 2005.
- [Bechrif2005] M. Bechrif and E. Mendes. Stability and robustness of disturbed port controlled hamiltonian systems with dissipation. In *Proceedings of the 16th World Congress of the International Federation of Automatic Control*, 2005.
- [Bloch2000] A. Bloch, N. Leonard, and J. Marsden. Controlled lagrangians and the stabilization of mechanical systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 45(12), 2000.
- [Choukchou2014] A. Choukchou-Braham, B. Cherki, M. Djemaï, and K. Busawon. *Analysis and Control of Underactuated Mechanical Systems*. Springer-Verlag, Switzerland, 2014.

- [Andriani2008] Andriani Daskalaki. *Handbook of Research on Systems Biology Applications in Medicine*. 1 edition, 2008.
- [Dhooge2003] A. Dhooge, W. Govaerts, and Y. A. Kuznetsov. Matcont : A matlab package for numerical bifurcation analysis of odes. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 29(2) :141-164, 2003.
- [Miola2002] Jorge L. Moiola (auth.) Professor Fritz Colonius Dr. Lars Grüne (eds.) Diego M. Alonso, Eduardo E. Paolini. *Dynamics, Bifurcations, and Control*. Lecture Notes in Control and Information Sciences 273. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1 edition, 2002.
- [Dirac1953] P.A.M. Dirac. The lorentz transformation and absolute time. *Physica*, 19(1-12) :888-896, 1953.
- [Dirks2012] Dirks and Scherpen. Structure preserving adaptive control of port hamiltonian systems. In *Proc. IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, pages 2880-2885, 2012.
- [Dirks2010] D.A. Dirks and J.M.A. Scherpen. Adaptive control of port hamiltonian systems. In *Proc. MTNS*, pages 1503-1508, 2010.
- [Arnau2006] Arnau D'oria-Cerezo. *Modeling, simulation and control of a doubly fed induction machine controlled by a back to back converter*. PhD thesis, Université Polytechnique de Catalunya, Catalunya, 2006.
- [Fantoni2002] I. Fantoni and R. Lozano. *Nonlinear control for underactuated mechanical systems*. Springer-Verlag, London, 2002.
- [Feynman1963] R.P Feynman and F.L Vernon Jr. The theory of a general quantum system interacting with a linear dissipative system. *Annals of Physics*, 24 :118-173, 1963.
- [Fradkov1998] A.L. Fradkov and A.Y. Pogromsky. Introduction to control of oscillations and chaos. *World Scientific*, 1998.
- [Fujimoto2003] K. Fujimoto, K. Sakurama, and T. Sugie. Trajectory tracking of port controlled hamiltonian systems via generalized canonical transformations. *Automatica*, 39 :2059-2069, 2003.
- [Fujimoto1998] K. Fujimoto and T. Sugie. Canonical transformation and stabilization of generalized hamiltonian systems. In *4th IFAC Symp. Nonlinear Control Systems*, pages 544-549, Toulouse, 1998.
- [Fujimoto2000] K. Fujimoto and T. Sugie. Time varying stabilization of nonholonomic hamiltonian systems via canonical transformations. In *American Control*, page 3269-3273, Chicago, IL, 2000.
- [Gentili2003] L. Gentili and A.J. van der Schaft. Regulation and input disturbance suppression for port controlled hamiltonian systems. In *InProc. 2nd IFAC Workshop on Lagrangian and Hamiltonian Methods for Nonlinear Control*, 2003.
- [Gomez2004] F. Gomez-Estern and A.J Van der Schaft. Physical damping in ida pbc controlled underactuated systems. *European Journal on control*, 10 :451-468, 2004.
- [Guckenheimer1983] J. Guckenheimer and P. Holmes. *Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields*. Springer-Verlag, New York, 1983.
- [Hernandez2003] V.M. Hernandez. A combined sliding mode generalized pi control scheme for swinging up and balancing the inertia wheel pendulum. *Asian Journal of control*, 5(4) :620-625, 2003.
- [Aguilar2009] C. Aguilar Ibañez and O. Gutierrez Frias. Controlling the strongly damping inertia wheel pendulum via nested saturation function. *Computacion y sistemas*, 12 :436-449, 2009.

- [Khraief2014] N. Khraief-Haddad, A. Chemori, and S. Belghith. External disturbance rejection in ida pbc controller for underactuated mechanical systems : From theory to real-time experiments. In *IEEE Multi Conference on Systems and Control - MSC'14*, Antibes, France, 2014.
- [Khraief2015] N. Khraief-Haddad, A. Chemori, J. J. Pena, and S. Belghith. Stabilization of inertia wheel inverted pendulum by model reference adaptive ida-pbc : From simulation to real time experiments. In *3rd International Conference on Control, Engineering and Information Technology - CEIT'15*, Tlemcen, Algeria, 2015.
- [Kuehn2010] C. Kuehn. From first Lyapunov coefficients to maximal canards. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 20(5) :1467-1475, 2010.
- [Kuznetsov1998] Yu. Kuznetsov. *Elements of Applied Bifurcation Theory*. Springer-Verlag, New York, 1998.
- [Leonard1998] N.E. Leonard, A.M. Bloch, and J.E. Marsden. *Mechanical Feedback Control Systems*. In M. Vidyasagar V.D. Blondel, E.D. Sontag and J.C. Willems, editors, *Open Problems in Mathematical Systems and Control Theory*. Springer-Verlag, New York, 1998.
- [Liu2013] Y. Liu and H. Yu. A survey of underactuated mechanical systems. in *Control Theory and Applications, IET*, 7(7) :921-935, 2013.
- [Lozano2003] R. Lozano and D. Dimogianopoulos. Stabilization of a chain of integrators with nonlinear perturbations : application to the inverted pendulum. In *Proc. IEEE conference on decision and control*, pages 5191-5196, 2003.
- [Lozano2000] R. Lozano, I. Fantoni, and D. Block. Stabilization of the inverted pendulum around its homoclinic orbit. *Systems and Control Letters*, 40(3) :197-204, 2000.
- [Marsden1976] J.E. Marsden and M. McCracken. *The Hopf Bifurcation and Its Applications*. Springer-Verlag, 1976.
- [Maschke1994] B. Maschke and A. van der Schaft. *Systems and networks : Mathematical theory and applications*. Academic-Verlag, Berlin, 1994.
- [Nikolov2016] S. Nikolov and V. Nedev. Bifurcation analysis and dynamic behaviour of an inverted pendulum with bounded control. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 64(1) :17-32, 2016.
- [Olfati2001] Reza Olfati-Saber. Global stabilization of a flat underactuated system : the inertia wheel pendulum. In *Proc. IEEE Conference on Decision and Control*, 2001.
- [Astolfi2000] R. Ortega, A. Astolfi, G. Bastin, and H. Rodriguez. Stabilization of food-chain systems using a port-controlled hamiltonian systems. In *In Proc. of the American Control Conference*, 2000.
- [OrtEtal2002] R. Ortega, M. Spong, F. Gomez-Estern, and G. Blankenstein. Stabilization of a class of underactuated mechanical systems via interconnection and damping assignment. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48(8) :1218-1233, 2002.
- [OrtegaEtal2002] R. Ortega, A. van der Schaft, B. Maschke, and G. Escobar. Interconnection and damping assignment passivity based control of port-controlled hamiltonian systems. *Automatica*, 38 :585-596, 2002.
- [Pagano2000] D. Pagano, L. Pizarro, and J. Aracil. Local bifurcation analysis in the furuta pendulum via normal forms. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 10(5) :981-995, 2000.
- [Angel2006] A. F. Palacios. *The Hamilton-Type Principle in Fluid Dynamics*. Springer-Verlag, New York, 2006.

- [Petrovic2001] V. Petrovic, R. Ortega, and A. Stankovic. Interconnection and damping assignment approach to control of permanent magnet synchronous motor. *IEEE Trans. Control Systems Technology*, 9(6) :811-820, 2001.
- [Escobar2000] H. Rodriguez, R. Ortega, G. Escobar, and N. Barabanov. *A robustly stable output feedback saturated controller for the boost dc-to-dc converter*. Systems and Control Letters, 2000.
- [Rodriguez2000] H. Rodriguez, R. Ortega, and I. Mareels. A novel passivity based controller for an active magnetic bearing benchmark experiment. In *In Proc. Of the American Control Conference*, 2000.
- [Rodr2000] H. Rodriguez, H. Siguerdidjane, and R. Ortega. Experimental comparison of linear and nonlinear controllers for a magnetic suspension. In *InIEEE Proc. Conference on Control Applications*, 2000.
- [Siguer2000] H. Rodriguez, H. Siguerdidjane, and R. Ortega. Experimental comparison of linear and nonlinear controllers for a magnetic suspension. In *InIEEE Proc. Conference on Control Applications*, 2000.
- [Romero2013] J. G. Romero, A. Donairo, and R. Ortega. *Robust energy shaping control of mechanical systems*. Elsevier, 2013.
- [OrtegaEtal2004] R.Ortega and E. Garcia-Canseco. Interconnection and damping assignment passivity based control : A survey. *European Journal of Control*, 10 :432-450, 2004.
- [santibanez2005] Victor Santibañez, Rafael Kelly, and Jesus Sandoval. Control of the inertia wheel pendulum by bounded torques. In *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC'05. 44th IEEE Conference on*, pages 8266-8270. IEEE, 2005.
- [Spong1989] M. Spong and M. Vidyasagar. *Robot Dynamics and Control*. John Wiley and Sons, New York, USA, 1989.
- [Spong1998] Mark W. Spong. Underactuated mechanical systems. *Springer-Verlag*, 1998.
- [Spong2001] M.W Spong, P.Corke, and R. Lozano. Nonlinear control of the reaction wheel pendulum. *Automatica*, 37 :1845-1851, 2001.
- [Touati2013] N. Touati and A. Chemori. Predictive control for the stabilization of a fast mechatronic system : From simulation to real time experiments. In *Proc. International IFAC Symposium on Mechatronic Systems Mechatronics'13*, pages 237-242, Hangzhou, China, 2013.
- [Schaft1999] A. J. van der Schaft. *L2-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*. Springer Verlag, Berlin, 1999.
- [Schaft2006] Arjan van der Schaft. Port hamiltonian systems : an introductory survey. In *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, Madrid, Spain, 2006.
- [Wiggins2003] S. Wiggins. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical systems and Chaos*. Springer Verlag, New York, 2003.
- [Aoi2006] Aoi, S., Tsuchiya, K. *Bifurcation and chaos of a simple walking model driven by a rhythmic signal* International Journal of Non Linear Mechanics .
- [Hassène Gritli 2014] Gritli, H., Analyse et contrôle du chaos en Robotique : Cas des robots bipèdes planaires, Thèse de doctorat.
- [Mohamed Mchiri2012] Mchiri,M., Conception d'observateurs par modes glissants pour le contrôle de systèmes dynamiques complexes : Application aux robots bipèdes et aux oscillateurs chaotiques.

- [Spong1994] M.W.Spong, The control of underactuated mechanical systems, On international conference of Mechatronics, Mexico City, (1994)
- [Andrievskii & Fradkov 2003] B.R. Andrievskii, A.L. Fradkov, Control of Chaos : Methods and Applications. I. Methods, *Automation and Remote Control*, **64**(5), pp. 673-713, 2003. Translated from *Avtomatika i Telemekhanika*, No. 5, pp. 3-45, (2003).
- [Kajita et al., 2001] S Kajita, F Kanehiro, K Kaneko, K Yokoi, H Hirukawa : The 3D Linear Inverted Pendulum Mode : A simple modeling for a biped walking pattern generation - *Intelligent Robots and Systems*, 2001. Proceedings, 2001
- [Chafroud2017] Naceur Chafroud, Nahla Khraief Hadded, Naceur Haj Braiek , :Stable Walking of Humanoid robot based on a Liquid Level Model. 1st International Conference on Advanced Systems and Electrical Technologies, IC ASET'17, 14-17 January, Hammamet, Tunisia (2017).
- [Chafroud2013] Naceur Chafroud, Nahla Khraief, Naceur Haj Braiek , :Dynamic Walking Control by Using the Liquid Level Model and the Preview of Zero-Moment-Point. International Conference on Individual and Collective Behaviors in Robotics, ICBR'13, 15-17 December, Sousse, Tunisia (2013).
- [Chafroud2017] Naceur Chafroud and Khraief Nahla, Dynamic walking of Humanoid robot provided by the ingenious combination of several control schemes optimizing the system energy. The 2nd International Symposium on Environment Friendly Energies And Applications (EFEA 2012).
- [Argyris et al. 1994] Argyris, J. H., Faust, G. & Haase, M. [1994] *An exploration of chaos : An introduction for natural scientists and engineers*, Volume VII, North Holland.
- [Asano et al. 2004] Asano, F., Luo, Z. W. & Masaki, Y. [2004] "Some extensions of passive walking formula to active biped robots," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 3797-3802.
- [Asano & Luo 2008a] F. Asano and Z.W. Luo, "Underactuated Virtual Passive Dynamic Walking with an Upper Body," in *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Pasadena, CA, USA, May 2008.
- [Asano & Luo 2008b] F. Asano and Z.W. Luo, "Pseudo Virtual Passive Dynamic Walking and Effect of Upper Body as Counterweight," in *Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Nice, France, Sept. 2008. pp. 2934-2939.
- [Asano & Luo 2009] Asano, F. & Luo, Z. W. [2009] "On efficiency and optimality of asymmetric dynamic bipedal gait," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Kobe, Japan, pp. 1972-1977.
- [Asano 2009] Asano, F. : Efficiency analysis of 2-period dynamic bipedal gaits. In : *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 173-180. St. Louis, USA (2009)
- [Asimo] Asimo : <http://world.honda.com/ASIMO/history/technology2.html>
- [Awrejcewicz & Lamarque 2003] J. Awrejcewicz, C.-H. Lamarque, Bifurcation And chaos In nonsmooth mechanical systems, *World Scientific Series on Nonlinear Science, Series A* 45 (2003).
- [Babitsky 1998] V. I. Babitsky, "Theory of Vibro Impact Systems and Applications," Berlin, Germany : Springer-Verlag, 1998.
- [Banerjee & Verghese 2001] Banerjee, S. and Verghese, G.C., "Nonlinear Phenomena in Power Electronics," IEEE Press, New York, 2001.

- [Belghith 1999] Belghith, S. [1999] "Symbolic and numerical analysis for studying complex non-linear behavior," *Numerical Algorithms* **20**, pp. 51-61.
- [Benettin *et al.* 1980] Benettin, G., Galgani, L., Giorgilli, A. & Strelcyn, J. M. [1980] "Lyapunov exponents for smooth dynamical systems and Hamiltonian systems ; a method for computing all of them, Part I : Theory, Part II : Numerical application," *Meccanica* **15**, pp. 9-20 and pp. 21-30.
- [Bergé *et al.* 1984] Bergé, P., Pomeau, Y. & Vidal, C. [1984] *Order within Chaos*, New York : Wiley.
- [Bhatia & Spong 2004] Bhatia, G., Spong, M.W. : Hybrid control for smooth walking of a biped with knees and torso. In : Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications, pp. 88-96. Taipei, Taiwan (2004)
- [Bi 2007] Bi, Q. [2007] "Chaos crisis in coupled Duffing's systems with initial phase difference," *Physics Letters A* **369**, pp. 418-431.
- [Borotto *et al.* 2004a] Borotto, F. A., Chian, A. C. L. & Rempel, E. L. [2004a] "Alfven interior crisis," *Int. J. of Bifurcation and Chaos* **14**(7), pp. 2375-2380.
- [Borotto *et al.* 2004b] Borotto, F. A., Chian, A. C. L., Hada, T. & Rempel, E. L. [2004b] "Chaos in driven Alfvén systems : boundary and interior crises," *Physica D* **194**, pp. 275-282.
- [Bourgeot 2004] J.M. Bourgeot, Contribution à la commande de systèmes mécaniques non-réguliers, Thesis, INRIA Rhône-Alpes (2004).
- [Bowong & Moukam-Kakmeni 2003] Bowong S, Moukam Kakmeni FM. Stability and duration time of chaos synchronization of a class of nonidentical oscillators. *Phys Lett A* 2003 ;316 :206-17.
- [Boyd *et al.* 1994] S.P. Boyd, L.E. Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, Linear matrix inequalities in system and control theory, Studies in Applied Mathematics 15 SIAM, Philadelphia, PA. (1994).
- [Brach 1989] R. M. Brach, "Rigid body collisions," *J. Appl. Mech.*, vol. 56, pp. 133-138, 1989.
- [Brogliato 1996] Brogliato, B. [1996] *Nonsmooth impact dynamics : Models, dynamics and control*, London, U. K. : Springer-Verlag.
- [Brogliato 2003] B. Brogliato, Some perspectives on the analysis and control of complementarity systems, *IEEE Trans. Automat. Control* 48(6) (2003) 918-935.
- [Byl & Tedrake 2009] Byl, K. & Tedrake, R. [2009] "Metastable walking machines," *Int. J. of Robotics Research* **28**, pp. 1040-1064.
- [Chabloz] Le weblog de Chabloz et Rhone Orthopédie, "Actualités prothèses du membre inférieur," [http://rhonechabloz.canalblog.com/archives/actualites\\_protheses\\_du\\_membre\\_inferieur/index.html](http://rhonechabloz.canalblog.com/archives/actualites_protheses_du_membre_inferieur/index.html)
- [Chacón *et al.* 2007] Chacón, R., Martínez García-Hoz, A. & Martínez, J. A. [2007] "Reshaping-induced control of chaos and crisis phenomena in a damped, parametrically driven pendulum," *The International Journal of Bifurcation and Chaos* **17**(2), pp. 625-630.
- [Chen & Dong 1993] Chen G, Dong X. On feedback control of chaotic continuous-time systems. *IEEE Trans Circ Syst I* 1993 ;40 :591-601.
- [Chen *et al.* 2006] Chen, Z. M., Djidjeli, K. & Price, W. G. [2006] "Computing Lyapunov exponents based on the solution expression of the variational system," *Applied Mathematics and Computation* **174**, pp. 982-996.
- [Chevallereau *et al.* 2008] C. Chevallereau, D. Djoudi, and J. W. Grizzle, "Stable bipedal walking with foot rotation through direct regulation of the zero moment point," *IEEE Trans. Robot.*, vol. 24, no. 2, pp. 390-401, Apr. 2008.

- [Chevallereau *et al.* 2009] C. Chevallereau, G. Bessonnet, G. Abba, Y. Aoustin, *Bipedal Robots : Modeling, Design and Walking Synthesis*, 1st ed Wiley-ISTE, John Wiley & Sons Inc (2009).
- [Chian *et al.* 2002] Chian, A. C. L., Borotto, F. A., & Rempel, E. L. [2002] "Alfvén boundary crisis," *Int. J. of Bifurcation and Chaos* **12**(7), pp. 1653-1658.
- [Chian *et al.* 2006] Chian, A. C. L., Rempel, E. L. & Rogers, C. [2006] "Complex economic dynamics : Chaotic saddle, crisis and intermittency," *Chaos, Solitons and Fractals* **29**, pp. 1194-1218.
- [Chian *et al.* 2007] Chian, A. C. L., Santana, W. M., Rempel, E. L., Borotto, F. A., Hada, T. & Kamide, Y. [2007] "Chaos in driven Alfvén systems : unstable periodic orbits and chaotic saddles," *Nonlinear Processes in Geophysics* **14**, pp. 17-29.
- [Chyou *et al.* 2011] T. Chyou, G.F. Liddell, M.G. Paulin, An upper-body can improve the stability and efficiency of passive dynamic walking, *Journal of Theoretical Biology*, 285 (2011) 126-135.
- [Collins *et al.* 2001] S. Collins, M. Wisse, and A. Ruina, "A three-dimensional passive-dynamic walking robot with two legs and knees," *Int. J. of Robotics Research*, vol. 20, no. 7, pp. 607-615, 2001.
- [Collins *et al.* 2005] S. Collins, A. Ruina, R. Tedrake, and M. Wisse, "Efficient bipedal robots based on passive dynamic walkers," *Science*, vol. 307, pp. 1082-1085, 2005.
- [Cvitanovic 1991] P. Cvitanovic, Periodic orbits as the skeleton of classical and quantum chaos, *Physica D* 51 (1991) 138-51.
- [Cvitanovic 1995] P. Cvitanovic, Dynamical averaging in terms of periodic orbits, *Physica D* 83 (1995) 109-23.
- [Czolczynski & Kapitaniak 2004] Czolczynski, K. & Kapitaniak, T [2004] "On the Existence of a Stable Periodic Solution of an Impacting oscillator with Two Fenders," *The International Journal of Bifurcation and Chaos* **14**(9), pp. 3115-3134.
- [Delft 2012] Bipedal walking and running robots. <http://www.3me.tudelft.nl/index.php?id=2140&L=1>
- [Davidchack & Lai 1999] R.L. Davidchack, Y.C. Lai, Efficient algorithm for detecting unstable periodic orbits in chaotic systems, *Physical Review E* 60(5) (1999) 6172-6175.
- [de Weger 2004] de Weger, J.G., "The grazing bifurcation and chaos control," Thesis, Eindhoven : Technische Universiteit Eindhoven, 2004.
- [Ding *et al.* 1989] Ding, M.Z., Grebogi, C. & Ott, E. [1989] "Evolution of attractors in quasiperiodically forced systems : from quasiperiodic to strange nonchaotic to chaotic," *Phys. Rev. A* **39**, pp. 2593-2598.
- [Ditto *et al.* 1989] Ditto, W. L., Rauseo, S., Cawley, R. & Grebogi, C. [1989] "Experimental observation of crisis-induced intermittency and its critical exponent," *Phys. Rev. Lett.* **63**, pp. 923-926.
- [Ditto *et al.* 1990] Ditto, W.L., Spano, M.L., Savage, H.T., Rauseo, J.H. & Ott, E. [1990] "Experimental observation of a strange nonchaotic attractor," *Physical Review Letters.* **65**, pp. 533-536.
- [Donde & Hiskens 2004] V. Donde, I.A. Hiskens, Grazing bifurcations in periodic hybrid systems, in : *Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Vancouver, Canada, 2004, pp. 697-700.
- [Donde & Hiskens 2006] Donde, V. & Hiskens, I. A. [2006] "Shooting methods for locating grazing phenomena in hybrid systems," *The International Journal of Bifurcation and Chaos* **16**(3), pp. 671-692.

- [Farshimi & Naraghi 2011] Farshimi, F., and Naraghi, M., "A passive-biped model with multiple routes to chaos," *Acta Mech. Sin.* **27**(2), 2011, pp. 277-284.
- [Feigenbaum 1978] Feigenbaum, M. J. [1978] "Quantitative universality for a class of non-linear transformations," *J. of Statistical Physics* **19**, pp. 25-52.
- [Femat 2002] Femat R. An extension to chaos control via Lie derivatives :fully linearizable systems. *Chaos* 2002 ;12 :1027-33.
- [Fradkov & Pogromsky 1996] A.L. Fradkov, A.Y. Pogromsky, Introduction to Control of Oscillations and Chaos, World Scientific, Singapore (1996).
- [Fradkov & Evans 2005] A.L. Fradkov, R.J. Evans, "Control of chaos : Methods and applications in engineering," *Annual Reviews in Control* 29, pp. 33-56, 2005.
- [Fradkov *et al.* 2006] A.L. Fradkov, R.J. Evans and B.R. Andrievsky, Control of chaos : methods and applications in mechanics, *Phil. Trans. R. Soc. A*, vol 364(1846), 2006, pp 2279-2307.
- [Freidovich *et al.* 2008] L.B. Freidovich, U. Mettin, A.S. Shiriaev, M.W. Spong, A passive 2DOF walker : Finding gait cycles using virtual holonomic constraints, in : Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, Cancun, Mexico, 2008, pp. 5214-5219.
- [Freidovich *et al.* 2009] L.B. Freidovich, U. Mettin, A.S. Shiriaev, M.W. Spong, A passive 2-DOF walker : Hunting for gaits using virtual holonomic constraints, *IEEE Transactions on robotics* 25(5) (2009) 1202-1208.
- [Gallas *et al.* 1993] Gallas, J. A. C., Grebogi, C., & Yorke, J. A. [1993] "Vertices in parameter space : double crises which destroy chaotic attractors," *Phys. Rev. Lett.* **71**, pp. 1359-1362.
- [Garcia *et al.* 1998] Garcia, M., Chatterjee, A., Ruina, A. & Coleman, M. [1998] "The simplest walking model : stability, complexity, and scaling," *ASME J. of Biomechanical Engineering* **120**, pp. 281-288.
- [Garcia 1999] M. Garcia, "Stability, scaling, and chaos in passive-dynamic gait models," Thesis, Cornell University, Ithaca, NY, 1999.
- [Garcia *et al.* 2000] Garcia, M., Chatterjee, A. & Ruina, A. [2000] "Efficiency, Speed, and Scaling of Two-Dimensional Passive-Dynamic Walking," *Dynamics and Stability of Systems* **15**(2), pp. 75-99.
- [Goswami *et al.* 1996a] Goswami, A., Thuilot, B. & Espiau, B. [1996a] "Compass-like biped robot Part I : Stability and bifurcation of passive gaits," INRIA Technical Report **2996**.
- [Goswami *et al.* 1996b] Goswami, A., Espiau, B. & Keramane, A. [1996b] "Limit cycles and their stability in a passive bipedal gait," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation* **1**, pp. 246-251.
- [Goswami *et al.* 1997] A. Goswami, B. Espiau, A. Keramane, Limit cycles in a passive compass-gait biped and passivity-mimicking control laws, *Journal of Autonomous Robots* 4(3) (1997) 273-286.
- [Goswami *et al.* 1998] Goswami, A., Thuilot, B. & Espiau, B. [1998] "A study of the passive gait of a compass-like biped robot : Symmetry and chaos," *Int. J. of Robotics Research* **17**, pp. 1282-1301.
- [Grassberger & Procaccia 1983] Grassberger, P. & Procaccia, I. [1983] "Characterization of strange attractors," *Phys. Rev. Lett.* **50**, pp. 346-349.
- [Grebogi *et al.* 1982] Grebogi, C., Ott, E., & Yorke, J. A. [1982] "Chaotic attractors in crisis," *Phys. Rev. Lett.* **48**, pp. 1507-1510.
- [Grebogi *et al.* 1983] Grebogi, C., Ott, E. & Yorke, J. A. [1983] "Crises : Sudden changes in chaotic attractors and chaotic transients," *Physica D* **7**, pp. 181-200.

- [Grebogi *et al.* 1984] Grebogi, C., Ott, E., Pelikan, S., and Yorke, J. A., "Strange attractors that are not chaotic," *Physica D*, 13, pp.261-268, 1984.
- [Grebogi *et al.* 1987] Grebogi, C., Ott, E., Romeiras, F. & Yorke, J. A. [1987] "Critical exponents for crisis-induced intermittency," *Phys. Rev. A* **36**, pp. 5365-5380.
- [Gritli *et al.* 2010a] H. Gritli, N. Khraeif and S. Belghith, "Finding Limit Cycles for the Compass-Like Biped Robot Gait Basing on Grazing Bifurcation Concept," *The 2nd International Conference on Computer and Automation Engineering*, Singapore (2010).
- [Gritli *et al.* 2010b] Gritli, H., Khraeif, N. & Belghith, S. [2010a] "Cyclic fold bifurcation route to chaos in passive bipedal walking," *Int. Conf. on Informatics in Control, Automation and Robotics*, Madeira - Portugal (2010).
- [Gritli *et al.* 2011a] H. Gritli, N. Khraeif and S. Belghith, "A period-three passive gait tracking control for bipedal walking of a compass-gait biped robot," *the IEEE-2011 International Conference on Communications, Computing and Control Applications (CCCA'11)*, Hammamet, Tunisia (2011), pp. 01-06.
- [Gritli *et al.* 2011b] Gritli, H., Khraeif, N. & Belghith, S. "Semi-passive control of a torso-driven compass-gait biped robot : Bifurcation and chaos," *Proc. Int. Multi-Conf. on Systems, Signals and Devices*, Sousse, Tunisia (2011), pp. 1-6.
- [Gritli *et al.* 2011c] Gritli, H., Khraeif, N. & Belghith, S. "Cyclic-fold bifurcation in passive bipedal walking of a compass-gait biped robot with leg length discrepancy," *Proc. IEEE International Conference on Mechatronics*, Istanbul, Turkey (2011), pp. 851-856.
- [Gritli *et al.* 2011d] H. Gritli, N. Khraeif and S. Belghith, "Falling of a passive compass-gait biped robot caused by a boundary crisis," *Pro. the 4th Chaotic Modeling and Simulation International Conference (CHAOS2011)*, Crete, Greece (2011), pp. 155-162.
- [Gritli *et al.* 2012a] Gritli, H., Belghith, S. & Khraeif, N. "Intermittency and interior crisis as route to chaos in dynamic walking of two biped robots," *International Journal of Bifurcation and Chaos* **22**(3), Paper No. 1250056, 19 p. (2012).
- [Gritli *et al.* 2012b] Gritli, H., Khraeif, N. & Belghith, S. "Period-three route to chaos induced by a cyclic-fold bifurcation in passive dynamic walking of a compass-gait biped robot," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* **17**(11), 4356-4372. (2012).
- [Gritli *et al.* 2012c] Gritli, H., Belghith, S. & Khraeif, N. "Cyclic fold bifurcation and boundary crisis in dynamic walking of biped robots," *International Journal of Bifurcation and Chaos* **22**(10), Paper No. 1250257, 15 p. (2012).
- [Gritli *et al.* 2012d] H. Gritli, N. Khraeif and S. Belghith, "Control of chaos in passive dynamic walking of a compass-gait biped robot," *the 9th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, Rome, Italy (2012).
- [Gritli *et al.* 2013] Gritli, H., Khraeif, N. & Belghith, S. [2013] "Chaos control in passive walking dynamics of a compass-gait model," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, **18**(8), 2048-2065.
- [Grizzle *et al.* 2001] Grizzle, J. W., Abba, G. & Plestan, F. [2001] "Asymptotically stable walking for biped robots : Analysis via Systems with Impulse Effects," *IEEE Trans. on Automatic Control* **46**, pp. 51-64.
- [Gurney 2002] B. Gurney, "Leg length discrepancy," in *Gait and Posture*, vol. 15, pp. 195-206, 2002.
- [Hale 1991] J. Hale and H. Koçak [1991] *Dynamics and Bifurcations*. Texts in Applied Mathematics 3. New York : Springer-Verlag.

- [Harata *et al.* 2009] Harata, Y., Asano, F., Taji, K. & Uno, Y. [2009] "Parametric excitation walking for four-linked bipedal robot," *Proc. Int. IFAC Symposium on Robot Control*, pp. 589-594.
- [Harata *et al.* 2009b] Y. Harata, F. Asano, K. Taji and Y. Uno, "Efficient Parametric Excitation Walking with Delayed Feedback Control," The 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems October 11-15, 2009 St. Louis, USA, pp 934-2939.
- [Harata *et al.* 2012] Y. Harata, F. Asano, K. Taji, Y. Uno, Efficient Parametric Excitation Walking with Delayed Feedback Control, *Nonlinear Dynamics*, 67, pp. 1327-1335, (2012)
- [Hilborn 2000] Hilborn, R. C. [2000] *Chaos and nonlinear dynamics an introduction for scientist and engineers*, 2nd Ed. (Oxford University Press, Oxford).
- [Hirai *et al.* 1998] K. Hirai, M. Hirose, Y. Haikawa, and T. Takenaka, "The development of honda humanoid robot," in Proc. of the IEEE Conf. on Robotics and Automation, 1998, pp. 1321-1326.
- [Hiskens & Pai 2000] Hiskens, I. A. & Pai, M. A. [2000] "Trajectory sensitivity analysis of hybrid systems," *IEEE Trans. on Circuits and Systems I* **47**, pp. 204-220.
- [Hiskens 2001] Hiskens, I.A. : Stability of hybrid system limit cycles : Application to the compass gait biped robot. In : Proceedings of the IEEE Conference on Decision Control, pp. 774-779. Orlando, Florida USA (2001)
- [Hong *et al.* 2010] Hong, L., Zhang, Y., & Jiang, J. [2010] "A boundary crisis in high dimensional chaotic systems," *Dynamical Systems : Discontinuity, Stochasticity and Time-Delay Part 1*, pp. 31-36.
- [Howell & Luo 1998] Howell, G. W. & Baillieul, J. [1998] "Simple controllable walking mechanisms which exhibit bifurcations," *Proc. IEEE Int. Conf. on Decision and Control*, pp. 3027-3032.
- [Hu *et al.* 2011a] Y. Hu, G. Yan, Z. Lin, Gait generation and control for biped robots with underactuation degree one, *Automatica* 47(8) (2011) 1605-1616.
- [Hu *et al.* 2011b] Y. Hu, G. Yan, Z. Lin, Feedback control of planar biped robots with regulable step length and walking speed, *IEEE Transaction on Robotics* 27(1) (2011) 162-169.
- [Hurmuzlu & Marghitu 1994] Y. Hurmuzlu and D. B. Marghitu, "Rigid body collisions of planar kinematic chains with multiple contact points," *Int. J. Robot. Res.*, vol. 13, no. 1, pp. 82-92, 1994.
- [Hurmuzlua *et al.* 2004] Y. Hurmuzlua, F. Génot, B. Brogliato, Modeling, stability and control of biped robots-a general framework, *Automatica* 40 (2004) 1647-1664.
- [Iida & Tedrake 2010] Iida, F., Tedrake, R. : Minimalistic control of biped walking in rough terrain, *Autonomous Robots* **28**(3), 355-368 (2010).
- [Jiang & Zheng 2004] Jiang GP, Zheng WX. Chaos control for a class of chaotic systems using PI-type state observer approach. *Chaos Soliton Fract* 2004;21 :93-9.
- [Jiang *et al.* 2005] Jiang W, Qiao G-G, Bin D., Hinf variable universe adaptive fuzzy control for chaotic system. *Chaos Soliton Fract* 2005;24 :1075-86.
- [Kai & Shintani 2011] T. Kai, T. Shintani, A Gait Generation Method for the Compass-type Biped Robot based on Discrete Mechanics, in : Proceedings of the 18th IFAC World Congress, Milano, Italy, 2011, pp. 8101-8107.
- [Kajita & Espiau 2008] Kajita, S., Espiau, B. : Legged robots. In B. Siciliano and O. Khatib (Eds.), Springer handbook of robotics (pp. 361-389). Berlin : Springer (2008)

- [Kaplan & Yorke 1978] Kaplan, J. L. & Yorke, J. A. [1978] "Chaotic behavior of multidimensional difference equations, in functional differential equations and approximation of fixed points," *Lecture Notes in Mathematics* **730**, pp. 228-237.
- [Yamaguchi et al.] J. Yamaguchi, E. Soga, S. Inoue, and A. Takanishi : Development of a Bipedal Humanoid Robot Control Method of Whole Body Cooperative Dynamic Biped Walking, Proc. IEEE Int. Conference on Robotics and Automation, pp. 368-374, 1999/
- [Sugano] Sugano S, Kato I. : WABOT-2, autonomous robot with dexterous finger-arm coordination control in keyboard performance. Proceeding of the IEEE International Conference on Robotics and Automation ; Raleigh ; 1987. p. 9097.
- [Hirai et al.] Hirai K, et al. : The development of Honda humanoid robot. Proceeding of the IEEE International Conference on Robotics and Automation ; Leuven ; 1998. p. 13211326.
- [Hirose et al.] Hirose M, Haikawa Y. : Development of humanoid robot ASIMO. Proceeding of the IEEEERSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems ; Hawaii ; 2001. p. 16.
- [Hirai et al.] M. Hirose, Y. Haikawa, T. Takenaka, and K. Hirai : Development of Humanoid Robot ASIMO, Proc. Int. Conference on Intelligent Robots and Systems, Workshop2 (Oct. 29, 2001), 2001.
- [Gienger et al.] M. Gienger, K. Lffler, and F. Pfeiffer : Towards the Design of Biped Jogging Robot, Proc. IEEE Int. Conference on Robotics and Automation, pp. 4140-4145, 2001.
- [Kaneko et al.2004] Kaneko K, et al. :Humanoid robot HRP-2. Proceeding of the IEEE International Conference on Robotics and Automation ; New Orleans ; 2004. p. 10831090.
- [Kaneko et al.2008] Kaneko K, et al. Humanoid robot HRP-3. Proceeding of the IEEEERSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems ; Pasadena ; 2008. p. 24712478.
- [Kaneko et al.2011] Kaneko K, et al. :Humanoid robot HRP-4 humanoid robotics platform with lightweight and slim body. Proceeding of the IEEEERSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems ; San Francisco ;2011. p. 44004407.
- [Ill-Woo Park et al.] Ill-Woo Park, Jung-Yup Kim, Jungho Lee and Jun-Ho Oh. :Mechanical Design of Humanoid Robot Platform KHR-3 (KAIST Humanoid Robot - 3 : HUBO). Proceedings of 2005 5th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, 2005. pp. 321-326.
- [Gouaillier et al.] D. Gouaillier, V. Hugel, and P. Blazevic. :Mechatronic design of nao humanoid. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS09), pages 769774, 2009.
- [Fusitsu Laboratories] Fusitsu Laboratories : The history of the robot of Fusitsu Laboratory [cited 2011 May 28]. Available from : <http://jp.fusitsu.com/group/labs/techinfo/techguide/list/robotics/p11.html>.
- [Inyong Ha et al.] Inyong Ha, Yusuke Tamura and Hajime Asama. : Development of open platform humanoid robot DARwIn-OP. In *Advanced Robotics*, 2013.
- [Vukobratovic] [M. Vukobratovic and D. Juricic, : Contribution to the Synthesis of Biped Gait, IEEE Tran. On Bio-Medical Engineering, Vol. 16, No.
- [Keramane 1997] Keramane, A., "Cycles de marche des robots de type compas : Analyse et commande," Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, FRANCE, 1997.
- [Khaki-Sedigh et al. 2004] Khaki-Sedigh, A., Ataei, M., Lohmann, B. & Lucas, C. [2004] "Adaptive calculation of Lyapunov exponents from time series observations of chaotic time varying dynamical systems," *Int. J. of Nonlinear Dynamics and System Theory* **4**, pp. 145-159.

- [Khraief *et al.* 2003a] Khraief, N., Laval, L. & M'sirdi, N. K. [2003a] "From almost passive to active dynamic walking for a kneeless biped robot with torso," *Proc. Int. Conf. on Climbing and Walking Robots*, pp. 493-504.
- [Khraief *et al.* 2003b] Khraief, N., M'sirdi, N. K. & Spong, M. W. [2003b] "An almost passive walking of a kneeless biped robot with torso," *Proc. European Control Conference*, University of Cambridge, UK.
- [Khraief *et al.* 2003c] Khraief, N., Laval, L. & M'sirdi, N. K. [2003c] "Nearly passive dynamic walking of a biped robot," *Proc. Int. Conf. on Signals, Systems, Decision and Information Technology*, pp. 1-6.
- [Khraief 2004] Khraief, N., "Commande énergétique pour la marche de robots bipèdes planaires," Thèse, Université de Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines, 2004.
- [Kim & Lim 2005] Kim, S. Y. & Lim, W. [2005] "Mechanism for boundary crises in quasi-periodically forced period-doubling systems," *Physics Letters A* **334**, pp. 160-168.
- [Klebanoff & Bollt 2001] A. Klebanoff, E. Bollt, "Convergence analysis of Davidchack and Lai's algorithm for finding periodic orbits," *Chaos, Solitons and Fractals* **12**(7) (2001) 1305-1322.
- [Kolmogorov 1958] Kolmogorov, A.N. : "A new invariant for transitive dynamical systems and automorphisms of Lebesgue spaces," *Doklady Akademii Nauk SSSR* **119**, pp. 861-864.
- [Kurz & Stergiou 2005] M.J. Kurz, N. Stergiou, An artificial neural network that utilizes hip joint actuations to control bifurcations and chaos in a passive dynamic bipedal walking model, *Biological Cybernetics* **93** (2005) 213-221.
- [Kurz & Stergiou 2007] M.J. Kurz, N. Stergiou, Hip actuations can be used to control bifurcations and chaos in a passive dynamic walking model, *J. of Biomechanical Engineering* **129**(2) (2007) 216-222.
- [Kuznetsov 1998] Kuznetsov, Y.A. : *Elements of Applied Bifurcation Theory*. Volume 112 of *Applied Mathematics Science*, 2nd edition. Springer-Verlag, New York (1998).
- [Lai *et al.* 1993] Lai YC, Ding MZ, Grebogi C. Controlling hamiltonian chaos. *Phys Rev E* **1993**;47 :86-92.
- [Lakshmanan & Murali 1996] M Lakshmanan, K Murali, *Chaos in nonlinear oscillators : Controlling and synchronization*, World Scientific Series on Nonlinear Science, Series A 13, Singapore (1996).
- [Lazzouni *et al.* 2007] Lazzouni SA, Bowong S, Moukam Kakmeni FM, Cherki B, Ghouali N. Chaos control using small-amplitude damping signals of the extended Duffing equation. *Commun Nonlinear Sci Numer Simul* **2007**;12, pp.804-813.
- [Lenci & Rega 1998] Lenci, S. & Rega, G. [1998] "Controlling nonlinear dynamics in a two-well impact system. I. Attractors and bifurcation scenario under symmetric excitations," *International Journal of Bifurcation and Chaos* **8**(12), pp. 2387-2407.
- [Li & Yang 2012] Q. Li, X.-S. Yang, New walking dynamics in the simplest passive bipedal walking model, *Applied Mathematical Modelling* (2012) doi :10.1016/j.apm.2011.12.049
- [Liu *et al.* 2007] Liu, Z., Tian, Y., Zhang, P. & Zhou, C. [2007] "The analysis on bifurcation and chaos in the compass-gait biped," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Biomimetics*, pp. 972-977.
- [Liu *et al.* 2007b] Z. Liu, C. Zhou, P. Zhang, and Y. Tian, "Anti-phase Synchronization Control scheme of passive biped robot," *Robotic Welding, Intelligence and Automation*, Lecture Notes in Control and Information Sciences, 2007, Volume 362, pp. 529-539.

- [Lu *et al.* 2005a] Lu, J., Yang, G. L. & Oh, H. [2005] "Computing Lyapunov exponents of continuous dynamical systems : method of Lyapunov vectors," *Chaos, Solitons and Fractals* **23**, pp. 1879-1892.
- [Lu *et al.* 2005b] Lu Z, Shieh LS, Chen G, Coleman NP. Simplex sliding mode control for nonlinear uncertain systems via chaos optimization. *Chaos Soliton Fract* 2005 ;23 :747-55.
- [Luo 1997] Luo, D., *Bifurcation Theory and Methods of Dynamical Systems*. World Scientific. p. 26. ISBN 981-02-2094-4 (1997).
- [Manneville 2004] Manneville, P. [2004] *Instabilités, chaos et turbulence*, Editions de l'Ecole Polytechnique, Paris, France.
- [McGeer 1990a] T. McGeer, Passive dynamic walking, *International Journal of Robotics Research* 9(2) (1990) 62-68.
- [McGeer 1990b] T. McGeer, Passive walking with knees, in : *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Cincinnati, OH , USA, 1990, pp. 1640-1645.
- [McMahon 1984] T. McMahon, "Mechanics of locomotion," *Int. J. of Robotics Research*, vol. 3, no. 2, pp. 4-28, 1984.
- [Miller & Yorke 2000] J.R. Miller, J.A. Yorke, Finding all periodic orbits of maps using Newton methods : sizes of basins, *Physica D* 135(3-4) (2000) 195-211.
- [Moon & Spong 2010] Moon, J. S. & Spong, M. W. [2010] "Bifurcations and chaos in passive walking of a compass-gait biped with asymmetries," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1721-1726.
- [Moon & Spong 2011] J.S. Moon, M.W. Spong, Classification of periodic and chaotic passive limit cycles for a compass-gait biped with gait asymmetries, *Robotica* 29(7) (2011) 967-974.
- [Muller 1995] Muller, P. C. [1995] "Calculation of Lyapunov exponents for dynamic systems with discontinuities," *Chaos, Solitons and Fractals* **5**, pp. 1671-1681.
- [Narukawa *et al.* 2005] Narukawa, T., Takahashi, M. & Yoshida, K. [2005] "Biped locomotion on level ground by torso and swing-leg control based on passive-dynamic walking," *Proc. IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 4009-4014.
- [Narukawa *et al.* 2007] Narukawa, T., Takahashi, M. & Yoshida, K. [2007] "Level-ground walk based on passive dynamic walking for a biped robot with torso," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 3224-3229.
- [Nayfeh & Balachandran 1995] Nayfeh, A. H. & Balachandran, B. [1995] *Applied nonlinear dynamics : analytical, computational, and experimental methods*, John Wiley & Sons.
- [Oseledec 1968] Oseledec, V. I. [1968] "A multiplicative ergodic theorem : Lyapunov characteristic numbers for dynamical systems," *Trans. Moscow Math. Soc.* **19**, pp. 197-231.
- [Osinga & Feudel 2000] Osinga, H. M., & Feudel, U. [2000] "Boundary crisis in quasiperiodically forced systems," *Physica D* **141**, pp. 54-64.
- [Osipov *et al.* 1998] Osipov G, Glatz L, Troger H. Suppressing chaos in the Duffing oscillator by impulsive actions. *Chaos Soliton Fract* 1998 ;9 :307-21.
- [Osuka *et al.* 1999] Osuka, K., Fujitani, T. & Ono, T. [1999] "Passive walking robot Quartet," *Proc. IEEE Int. Conf. on Control Applications*, pp. 478-483.
- [Osuka & Kirihaara 2000] Osuka, K. & Kirihaara, K. [2000] "Motion analysis and experiments of passive walking robot QUARTET II," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation* **3**, pp. 3052-3056.

- [Osuka & Sugimoto 2002] K. Osuka, Y. Sugimoto, Stabilization of Quasi-Passive-Dynamic-Walking based on Delayed Feedback Control, in : Proceedings of International Conference on Control, Automation, Robotics And Vision, Singapore, 2002, pp. 803-808.
- [Ott *et al.* 1990] E. Ott, C. Grebogi, J. A. Yorke, Controlling chaos, *Physical Review Letters* **64**(11) (1990) 1196-1199.
- [Ott 1993] Ott, E. [1993] *Chaos in dynamical systems*, 2nd Ed. Cambridge University Press, Cambridge.
- [Ott 2002] Ott, E. [2002] *Chaos in dynamical systems*, Cambridge University Press, Cambridge. p. 323.
- [Park & Kwon 2005] Park, J.H, Kwon, O.M., "A novel criterion for delayed feedback control of time-delay chaotic systems," *Chaos Soliton Fract* **23** pp. 495-501, 2005.
- [Parker & Chua 1989] Parker, T.S. & Chua, L.O. [1989] *Practical numerical algorithms for chaotic systems*, Springer-Verlag, New York, NY.
- [Pesin 1977] Pesin, Ya.B. [1977] "Characteristic Lyapunov exponents and smooth ergodic theory," *Russian Mathematical Survey* **32**(4), pp. 55-114.
- [Pfeiffer & Glocker 1996] F. Pfeiffer and C. Glocker, "Multi-Body Dynamics with Unilateral Constraints," New York : Wiley, 1996.
- [Pomeau & Manneville 1980] Pomeau, Y. & Manneville, P. [1980] "Intermittent transition to turbulence in dissipative dynamical systems," *Communications in Mathematical Physics* **74**, pp. 189-197.
- [Pratt 2000] J. E. Pratt. "Exploiting inherent robustness and natural dynamics in the control of bipedal walking robots," PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 2000.
- [Pyragas 1992] K. Pyragas, Continuous control of chaos by self-controlling feedback, *Physics Letters A* **170**(6) 1992 421-428.
- [Ramasubramanian & Sriram 2000] Ramasubramanian, K. & Sriram, M. S. [2000] "A Comparative study of computation of Lyapunov spectral with different algorithms," *Physica D* **139**, pp. 72-86.
- [Reithmeier 1991] Reithmeier, E. [1991] *Periodic solutions of nonlinear dynamical systems : Numerical computation, stability, bifurcation and transition to chaos*, Lecture Notes of Mathematics 1483, Springer-Verlag, New York.
- [Rempel & Chian 2004] Rempel, E. L. & Chian, A. C. L. [2004] "Alfvén Chaotic saddles," *International Journal of Bifurcation and Chaos* **14**(11), pp. 4009-4017.
- [Roussel *et al.* 1998] L. Roussel, C. Canudas, and A. Goswami. "Generation of energy optimal complete gait cycles for biped robots," In Proc. IEEE Conf. Robotics Automat., pages 2036-2041, Leuven, Belgium, 1998.
- [Rose & Gamble 1994] J. Rose, J.G. Gamble, Human walking, (eds.) Baltimore, Maryland : Williams & Wilkins (1994).
- [Safa *et al.* 2007] Safa, A. T., Saadat, M. G. & Naraghi, M. [2007] "Passive dynamic of the simplest walking model : Replacing ramps with stairs," *Mechanism and Machine Theory* **42**, pp. 1314-1325.
- [Sano *et al.* 2003] Sano, A., Ikemata, Y. & Fujimoto, H. [2003] "Analysis of dynamics of passive walking from storage energy and supply rate," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation* **2**, pp. 2478-2483.

- [Sasaki & Yamakita 2007] Sasaki, H. & Yamakita, M. [2007] "Efficient walking control of robot with torso based on passive dynamic walking," *Proc. IEEE Int. Conf. on Mechatronics*, pp. 1-5.
- [Schmelcher & Diakonov 1998] P. Schmelcher, F.K. Diakonov, General approach to the localization of unstable periodic orbits in chaotic dynamical systems, *Physical Review E* 57(3) (1998) 2739-2764.
- [Seven *et al.* 2011] Seven, U., Akbas, T., Fidan, K.C., Yilmaz, M., Erbaturoglu, K. : Humanoid Robot Walking Control on Inclined Planes. IEEE International Conference on Mechatronics. Istanbul, Turkey (2011).
- [Seydel 1994] R. Seydel, *Practical Bifurcation and Stability Analysis : From Equilibrium to Chaos*, Springer-Verlag, New-York, 1994.
- [Shiriaev *et al.* 2008] Shiriaev, A.S., Freidovich, L.B., Manchester, I.R. : Can we make a robot ballerina perform a pirouette? Orbital stabilization of periodic motions of underactuated mechanical systems. *Annual Reviews in Control* 32(2), 200-211 (2008)
- [Simo 1979] Simo, C. [1979] "Henon-Pomeau attractor," *J. Stat. Phys.* 21, pp. 465-494.
- [Spong & Vidyasagar 1989] Spong, M. and Vidyasagar, M., "Robot Dynamics and Control," New York, NY : John Wiley and Sons, 1989.
- [Spong 1999] M. Spong, "Passivity based control of the compass gait biped," in IFAC World Congress, 1999, pp. 19-24.
- [Spong & Bullo 2002] M. Spong and F. Bullo, "Controlled symmetries and passive walking," in IFAC World Congress, 2002, pp. 557-562.
- [Spong & Bhatia 2003] M. Spong and G. Bhatia, "Further results on control of the compass gait biped," *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 27-31, (2003).
- [Spong & Bullo 2005] Spong, M. W. & Bullo, F. "Controlled symmetries and passive walking," *IEEE Trans. on Automatic Control* 50, pp. 1025-1031, (2005).
- [Spong 2005] M.W. Spong, The passivity paradigm in the control of bipedal robots, in : M.A. Armada, P.G. de Santos (Eds.), *Climbing and Walking Robots*, Springer, Berlin, pp. 775-786, (2005).
- [Spong *et al.* 2006] Spong, M., Hutchinson, S., Vidyasagar, M. : *Robot Modeling and Control*. John Wiley and Sons, Inc., New Jersey (2006)
- [Spong *et al.* 2007] Spong, M.W. ; Holm, J.K. ; Dongjun L. ; "Passivity-Based Control of Bipedal Locomotion," *IEEE Robotics & Automation Magazine* 14(2), pp. 30-40, (2007).
- [Sprott 2003] Sprott, J.C. *Chaos and Time-Series Analysis*, Oxford University Press, Oxford, (2003).
- [Stewart *et al.* 1995] Stewart, H. B., Ueda, Y., Grebogi, C. & Yorke, J. A. "Double crises in two-parameter dynamical systems," *Phys. Rev. Lett.* 75(13), pp. 2478-2481, (1995).
- [Sugimoto & Osuka 2004] Y. Sugimoto, K. Osuka, "Walking Control of Quasi Passive Dynamic Walking Robot "Quartet III" based on Continuous Delayed Feedback Control," *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, Shenyang, China, pp. 606-611, 2004.
- [Suykens *et al.* 1997] Suykens JAK, Curran PF, Vanderwalle J, Chua LO., "Nonlinear H1 synchronization of Lur'e systems : dynamic output feedback case," *IEEE Trans Circ Syst I* 44, pp. 976-988, (1997).
- [Suzuki & Furuta 2002] S. Suzuki, K. Furuta, "Enhancement of stabilization for passive walking by chaos control approach," *Proceedings of the 15th Triennial World Congress of the IFAC*, Barcelona, Spain, 2002.

- [Szemplinska *et al.* 1997] Szemplinska, W. S. & Janicki, K. L. "Basin boundary bifurcations and boundary crisis in the twin-well Duffing oscillator : Scenarios related to the saddle of the large resonant orbit," *International Journal of Bifurcation and Chaos* **7**(1), pp. 129-146, (1997).
- [Szemplinska *et al.* 1999] Szemplinska, W. S., Zubrzycki, A. & Tyrkiel, E. "Properties of chaotic and regular boundary crisis in dissipative driven nonlinear oscillators," *Nonlinear Dynamics* **19**, pp. 19-36, (1999).
- [Thompson *et al.* 1994] Thompson, J. M. T., Stewart, H. B. & Ueda, Y. "Safe, explosive and dangerous bifurcations in dissipative dynamical systems," *Physical Review E* **49**(2), pp. 1019-1027, (1994).
- [Thota & Dankowicz 2006] P. Thota, H. Dankowicz, "Continuous and discontinuous grazing bifurcations in impacting oscillators," *Physica D* **214**(2), pp. 187-197, (2006).
- [Thuilot *et al.* 1997] Thuilot, B., Goswami, A. & Espiau, B. "Bifurcation and chaos in a simple passive bipedal gait," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation* **1**, pp. 792-798, (1997).
- [Tlalolini *et al.* 2009] Tlalolini, D., Chevallereau, C. & Aoustin, Y. "Comparison of different gaits with rotation of the feet for a planar biped," *Robotics and Autonomous Systems* **57**, pp. 371-383, (2009).
- [Upadhyay 2003] Upadhyay, R. K., "Multiple attractors and crisis route to chaos in a model food-chain," *Chaos, Solitons and Fractals* **16**, pp. 737-747, (2003).
- [Ushio 1996] Ushio, T. "Limitation of delayed feedback control in nonlinear discrete-time systems," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Fundamental Theory and Applications* **43**(9), pp. 815-816, (1996).
- [Wiercigroch & Kraker 2000] M. Wiercigroch, B. De Kraker, Applied nonlinear dynamics and chaos of mechanical systems with discontinuities, World Scientific Series on Nonlinear Science, Series A 28, Singapour (2000).
- [Wiggins 2003] Wiggins, S. *Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos*, Springer-Verlag, New York, Inc. (2003).
- [Wisse *et al.* 2004] Wisse, M., Schwab, A. L. & Van Der Helm, F. C. T. "Passive dynamic walking model with upper body," *Robotica* **22**, pp. 681-688, (2004).
- [Wisse 2004] M. Wisse, "Essentials of dynamic walking : Analysis and design of two-legged robots," Ph.D. dissertation, T.U. Delft, Delft, the Netherlands, 2004.
- [Wisse 2005] M. Wisse, "Three additions to passive dynamic walking ; actuation, an upper body, and 3D stability," *International Journal of Humanoid Robots* **2**(4), pp. 459-478, (2005).
- [Wisse *et al.* 2007] M. Wisse, D.G. E. Hobbelen, and A.L. Schwab, "Adding an upper body to passive dynamic walking robots by means of a bisecting hip mechanism," *IEEE Transactions on Robotics* **23**(1), pp. 112-123, (2007).
- [Woerman & Binder-McLeod 1984] A.L. Woerman and S.A. Binder-McLeod, "Leg length discrepancy assessment : Accuracy and precision in five clinical methods of evaluation," *J. Orthop. Sports Phys. Ther.* **5**, pp. 230-238, (1984).
- [Wolf *et al.* 1985] Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L. & Vastano, J. A., "Determining Lyapunov exponents from a time series," *Physica D* **16**, pp. 285-317, (1985).
- [Yang *et al.* 2009] Yang, T., Westervelt, E.R., Serrani, A., Schmiedeler, J.P : "A framework for the control of stable aperiodic walking in underactuated planar bipeds," *Autonomous Robots* **27**(3), pp. 277-290, (2009).

- [Yassen 2005] M.T. Yassen, "Controlling chaos and synchronization for new chaotic system using linear feedback control," *Chaos, Solitons & Fractals* **26**(3), pp. 913-920, (2005).
- [Yazdi & Aria 2008] E.A. Yazdi, A. Aria, "Stabilization of Biped Walking Robot Using the Energy Shaping Method," *Journal of computational and nonlinear dynamics* **3**(4), pp. 1-8, (2008).
- [Zhang *et al.* 2008] Zhang, P., Tian, Y., Liu, Z., Yang, S. & Tian, R. "Further research and comparison of gaits for compass-like biped and kneed passive dynamic walker," *Intelligent Robotics and Applications* **5314**, pp. 1216-1226, (2008).
- [Zhang *et al.* 2011] Zhang, Y., Rossetto, B., Xu, W., Yue, X. & Fang, T. "Roles of chaotic saddle and basin of attraction in bifurcation and crisis analysis," *The International Journal of Bifurcation and Chaos* **21**(3), pp. 903-915, (2011).
- [GILLESPIE 1992] GILLESPIE, Thomas D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. Warrendale : Society of Automotive Engineers. Inc, 495p, 1992.
- [PRAHLAD1997] PRAHLAD, V. ; RAO, M.V.C. A tunable fuzzy logic controller for vehicle active suspension systems. Fuzzy Sets and Systems 85. Fuzzy Sets and Systems 85, pages 1183-1191, 1997.
- [BOUAZARA1991] BOUAZARA, Mohamed. The influence of the suspension settings on the behavior of a vehicle. Matrise essciences (M. Se). Qubec , Universit Laval, 105p, 1991.
- [CHALASSANI1986] CHALASSANI, R.M. Ride performance potential of active suspension system part I : Simplified analysis based on a quarter-car model. Symposium on simulation and control of ground vehicle and transportation systems : AMD-80(DSC2), pages 187-204, 1986.
- [DODDS1973] DODDS C. J. ; ROBSON J. D. The description of road surface roughness. Journal of Sound and Vibration : Volume 31 (Numro 2), pages 175-183, 1973.
- [GORDON1995] GORDON T.J. Non-Linear Optimal Control of a Semi-Active Vehicle Suspension. Chaos, Solitons and Fractals : Volume 5 (Numro 9), pages 1603-1617, 1995.
- [BEN MRAD R.1994] BEN MRAD R. ; LEVITT J.A. ; FASSOIS S.D. Nonlinear dynamic modeling of an automobile hydraulic active suspension system. Mechanical Systems and Signal Processing : Volume 8 (Numro 5), pp. 485-517, 1994.
- [HANBA 1998] HANBA, Shigeru ; ISOBE, Osamu ; KAWABE, Taketoshi ; MIYASATO, Yoshihiko ; WATANABE, Yoshito. New semi-active suspension controller design using quasi-linearization and frequency shaping. Control Engineering Practice 6, pages 1183-1191, 1998.
- [Feng Lin 1997] Feng Lin. Robust Active Damping.. Robust Control Design : An Optimal Control Approach, pages 57-73, 1997.
- [Hrovat D. 1981] Hrovat D. and Hubbard M. Optimal vehicle suspensions minimizing RMS rattle space, sprung-mass acceleration and jerk. Trans ASME 103, pages 228-236, 1981.
- [Hrovat D. 1997] Hrovat D. Survey of advanced suspension development and related optimal control applications. Automatica 33, pages 1781-1817, 1997.
- [Hrovat D. 2003] Hrovat D. and Hubbard M. Structured H2 optimization of vehicle suspensions based on multi-wheel models. Vehicle System Dynamics 40, pages 351-371, 2003.
- [K. Sung, Y. Han, K. Lim and S. Choi 2007] K. Sung, Y. Han, K. Lim and S. Choi. Discrete-time Fuzzy Sliding Mode Control for a Vehicle Suspension System Featuring an Electro-rheological Fluid Damper. Smart Materials and Structures, Vol. 16, pages 798-808, 2007.
- [Y. He and J. Mcphee 2005] Y. He and J. Mcphee. A Design Methodology for Mechatronics Vehicles : Application of Multidisciplinary Optimization, Multimode Dynamics and Genetic Algorithms. Vehicle System Dynamics, Vol. 43, No. 10, pages 697-733, 2005.

- [P. Gaspar 2003] P. Gaspar, I. Szaszi and J. Bokor. Design of Robust Controller for Active Vehicle Suspension Using the Mixed m Synthesis. *Vehicle Dynamic System*, Vol. 40, No. 4, pages 193-228, 2003.
- [S. Lee, G. Kim and T. Lim 1998] S. Lee, G. Kim and T. Lim. Fuzzy Logic Based Fast Gain Scheduling Control for Nonlinear Suspension System. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, Vol. 45, No.6, pages 953-955, 1998.
- [Alonso *et al.*(2002)Alonso, Paolini & Moiola] Alonso, D. M., Paolini, E. E. & Moiola, J. L. [2002] *Controlling an inverted pendulum with bounded controls* (Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer-Verlag).
- [Alonso *et al.*, Paolini & Moiola (2005)] Alonso, D. M., Paolini, E. E. & Moiola, J. L. "Global bifurcation analysis of a controlled underactuated mechanical system" *Nonlinear Dynamics* 40, pp. 205-225, (2005).

